Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103002**

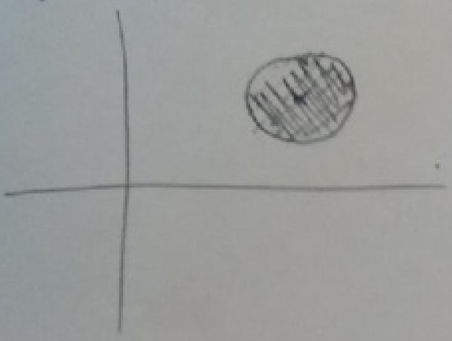
ID профиля: **255307**

Вариант 23

Черновик СТР6

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8$

$a^2+b^2 \le \min(4(b-a), 8)$

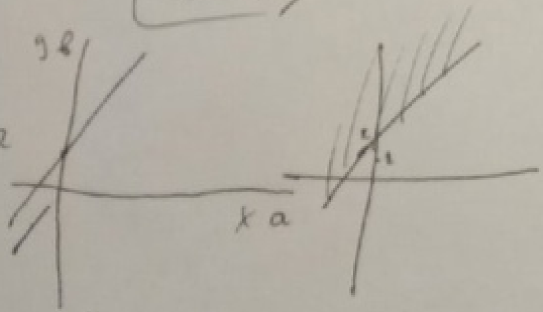


1) $b-a \geq 2 \Rightarrow \min(4(b-a); 8)=8 \rightarrow$

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8$

$a^2+b^2 \le 8$

$\boxed{b \geq a+2}$



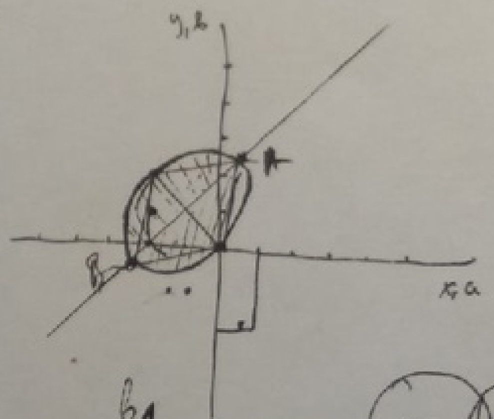
2) $\boxed{b-a<2}$ $b<a+2$

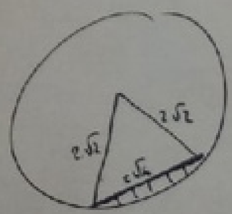
~~min~~

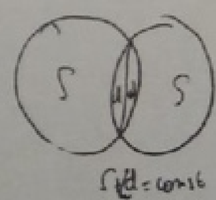
$a^2+b^2 \le 4(b-a)$

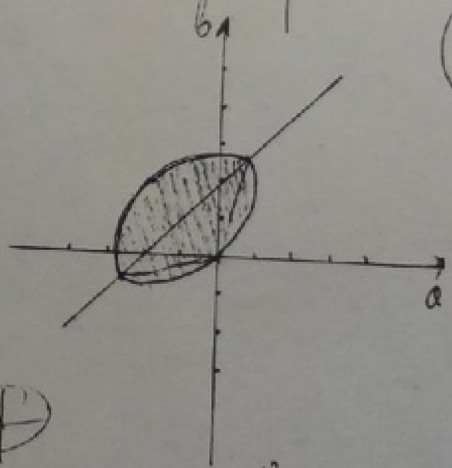
$a^2+4a+4+b^2-4b+4 \le 8$

$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8$









$8+8-2\cdot 8\cos\alpha$

$16-16\cos\alpha = 24$

$\cos\alpha = -1/2$

$\alpha = 120° = \frac{2\pi}{3}$

$S=\pi r^2 \quad \frac{\alpha}{\pi} = \alpha \cdot r^2 = \frac{2}{3}\pi \cdot 8 = \boxed{\frac{16\pi}{3}}$

$-\ 8 \cdot \sin$

$\frac{1}{2} \cdot \sin 120 \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 2\sqrt{3}$

$x^2+y^2=8$

$y=x+2$

$x^2+x^2+4x+4=8$

$2x^2+4x-4=0$

$D=16+32=48$

$x=\frac{-4\pm4\sqrt{3}}{4} = -1\pm\sqrt{3}$

x^2+2x-2

$D=4+8=12 \quad x=\frac{-2\pm2\sqrt{3}}{2} = -1\pm\sqrt{3}$

$4\sqrt{2} = 2\cdot\sqrt{8}$

$(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2$

$12+12=24$

$AB=2\sqrt{6}$

$(\sqrt{3}-1;\ \sqrt{3}+1)$

$(-1-\sqrt{3};\ 1-\sqrt{3})$

21103002 (U255307 M1302246)

Черновик СР 5

$a_1 + a_6 = 5$ $\quad 2a_1 + 5d = 5$ $\quad d$ натуральное

$5 = 2 - 10 + 5 = -5$

$$\begin{cases} (a_1 + 9d) + (a_1 + 15d) > 2a_1 + 5d + 39 \\ (a_1 + 10d) + (a_1 + 14d) < 2a_1 + 5d + 55 \end{cases}$$

$0+1+2+3+4+5 = 15d$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > 2a_1 + 5d + 39 \\ a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < 2a_1 + 5d + 55 \end{cases}$$

$2a_1 + 5d + 39 < a_1^2 + 24a_1d + 135d^2$

$a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 + 2a_1 + 5d + 39 < a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 + 2a_1 + 5d + 55$

$\cancel{15d}$ $5d^2 < 16$

$-8\ -7\ -6\ -5\ -4\ -3\ -2\ -1\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10$

$d^2 < 3{,}2$

$d = 1$ (целое) > 0

-33

-39 $\quad 7 \quad 12$

$7 > \cancel{-48 + 15}\ -33 + 39$

$12 < -33 + 55$

$a_1^2 + 24a_1 + 135 > 2a_1 + 5 + 39 = 5 + 35 + 4$

$a_1^2 + 22a_1 + 91 > 0$

$D = 484 - 364 = 120$

$a_1 = \frac{-22 \pm \sqrt{120}}{2} = -11 \pm \sqrt{30} < 0$

$a_1^2 + 24a_1 + 140 < 2a_1 + 5 + 55$ 60

$4 \cdot 11 \cdot 4$

$a_1^2 + 22a_1 + 80 < 0$

$D = 484 - 320 = 164$ $\quad -11 - \sqrt{41} < a_1 < -11 + \sqrt{30}$

$a_1 = -11 - \sqrt{36}$

$a_1 = \frac{-22 \pm 2\sqrt{41}}{2} = -11 \pm \sqrt{41} < 0$

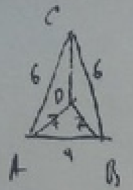
$a_1 = -17$

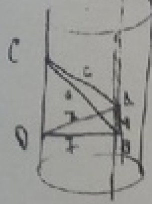
$a_1 = -5$

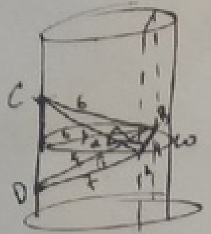
21103002 (U255307 M1302246)

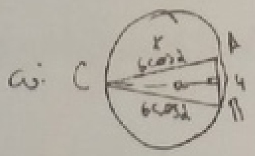
Черновик стр 4

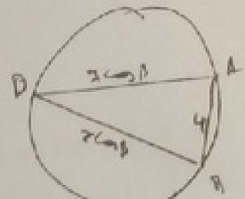
$\sqrt{36\cos^2\alpha-4}\cdot 2 = 4\sqrt{9\cos^2\alpha-1}$

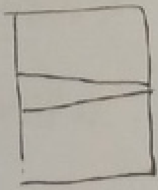


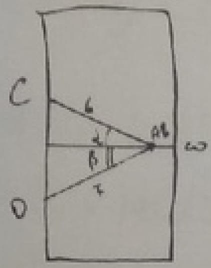












$S=\frac{abc}{4R}$

$R=\frac{abc}{4S}$

$f\cdot g = f'g+g'f$

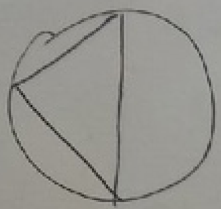
$x\cdot x = 2x$

cos·cos

$x\cdot x^2 = x^2+2x^2=3x^2$

cos cos =

-sin cos - sin cos



$R_1=\frac{36+144\cos^2\alpha}{4\cdot 4\cdot\sqrt{9\cos^2\alpha-1}}$

$R_1'=\frac{144}{16}\left(\frac{-2\sin\alpha\cos\alpha}{}\right.$

$\boxed{6\cos\alpha = 7\cos\beta}$

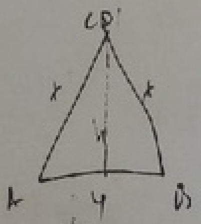
$\cos\alpha=$

$CD=\sqrt{36-8}+\sqrt{49-8}=$

$=\sqrt{28}+\sqrt{41}$

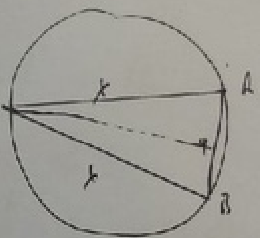
или

$-\sqrt{28}+\sqrt{41}$



$h=\sqrt{x^2-4}$

$S=h\cdot 2=2\sqrt{x^2-4}$



$S=\sqrt{x^2-4}\cdot 2=2\sqrt{x^2-4}$

$\frac{1}{\sqrt{9\cos^2-1}}' = -\frac{1}{}$

$\frac{1}{\sqrt{x}}\to x^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$

$\frac{1}{x}$ | $\sqrt{x}$

$S=\frac{abc}{4R}=\frac{4x^2}{4R}$ $\boxed{R=\frac{x^2}{2\sqrt{x^2-4}}}$ $R=\frac{8}{2\sqrt{4}}=2$

$R'=\frac{(x^2)'\cdot 2\sqrt{x^2-4}-x^2\cdot\left(2\sqrt{x^2-4}\right)'}{4(x^2-4)}$

$R'=\frac{2x\cdot 2\sqrt{x^2-4}-x^2\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2-4}}}{4(x^2-4)}=0$

$\left(2\sqrt{x^2-4}\right)'=\frac{1\cdot 2x}{2\sqrt{x^2-4}}$

! $R'=4x\cdot\sqrt{x^2-4}-x^2\cdot\frac{2x}{\sqrt{x^2-4}}=0$

$4x\sqrt{x^2-4}=2x^3/\sqrt{x^2-4}$

$4x\sqrt{x^2-4}=\frac{x^2}{\sqrt{x^2-4}}$ $x\neq 0$ (сторона)

$4\sqrt{x^2-4}=\frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$ $x\neq 2$ (нерав Δ)

$4(x^2-4)=x$

$4x^2-x-16=0$

$D=1+256=257$

$x=\frac{1\pm\sqrt{257}}{8}$ >0 $x=\frac{1+\sqrt{257}}{8}$

$x^2=\frac{1+2\sqrt{257}+257}{8}=\boxed{\frac{\sqrt{257}+129}{4}}$

$\sqrt{36-x^2}+\sqrt{49-x^2}=CD$

$\sqrt{\frac{144-\sqrt{257}-129}{4}}+\sqrt{\frac{196-\sqrt{257}-129}{4}}$

$x\neq 0$
$x\neq 2$ (неравво)

$2\sqrt{\ }=x^2/\sqrt{\ }$

$2\cdot(x^2-4)=x^2$

$2x^2-8-x^2=0$

$x^2=8$

$x=2\sqrt{2}$

$\frac{15-\sqrt{257}}{4}$ $R=$

$R_{min}=\frac{8}{2\sqrt{64-4}}=\frac{4}{\sqrt{60}}=\frac{4}{2\sqrt{15}}=\frac{2\sqrt{15}}{15}$

21103002 (U255307 M1302246)

Чистовик стр 3

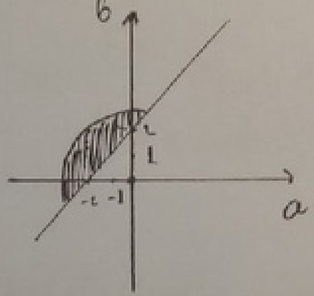
№3

Разберемся с a и $в$: построим все возможные точки $(a,в)$ в осях Oa и $Oв$:

1) $4(в-a) > 8$

$в - a > 2$

$в > a+2 \Rightarrow a^2+в^2 \le 8$:



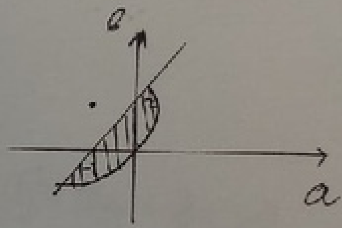
2) $4(в-a) \le 8$

$в \le a+2 \Rightarrow a^2+в^2 \le 4(в-a)$

$a^2+4a+4+в^2-4в+4 \le 8$

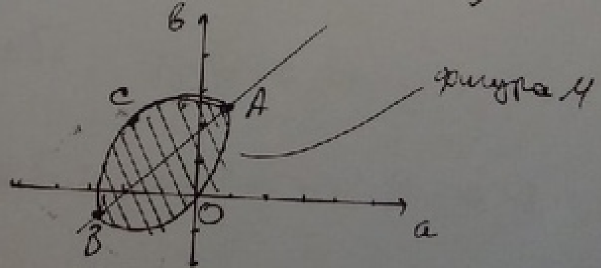
$(a+2)^2+(в-2)^2 \le (2\sqrt{2})^2$

(прибавили 8 с обеих сторон неравенства)



Итого, ~~a и в~~ точки $(a,в)$ лежат на двух частях кругов с центрами в $(0;0)$ и $(-2;2)$ (все точки $(a,в)$ являются их пересечением)

~~Первым у~~ множеством точек (x,y) является круг с радиусом $2\sqrt{2}$ и центром в точке $(a,в)$ $\Rightarrow$ центр такого круга лежит в заштрихованной области;



по условию вся заштрихованная область должна лежать внутри круга; найдем ее площадь: $S = 2 \cdot S_1$;

это возможно, если, например, центр круга $(0,0)$ и A, B и C попадут внутрь.

$a^2+в^2=8$

$в=a+2$

$2a^2+4a-4=0$

$a=-1\pm\sqrt{3}$

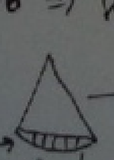
$в=1\pm\sqrt{3}$

$AB^2 = ((\sqrt{3}-1)-(-1-\sqrt{3}))^2+((\sqrt{3}+1)-(1-\sqrt{3}))^2 = 24$

$AB = 2\sqrt{6} \Rightarrow$ найдем $\angle BOA$: $8+8-2\cdot 8\cdot\cos(BOA) = 24$

$\cos BOA = -\frac{1}{2}$

$BOA = \frac{2\pi}{3}$



$-2\sqrt{3}$

$S = \pi r^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}\pi r^2 = \frac{16\pi}{3}$

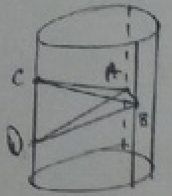
$\boxed{S = \frac{32\pi}{3}} - 4\sqrt{3}$

Ответ: $S = \frac{32\pi}{3} - 4\sqrt{3}$

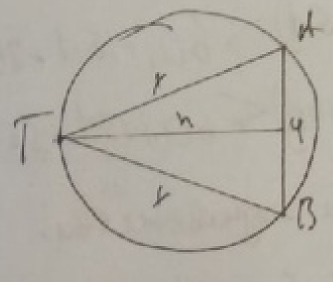
21103002 (U255307 M1302246)

Черновик СТР 2

н2



рассмотрим окружность ω, лежащую в плоскости α, параллельной основаниям цилиндра и проходящей через точки A и B:



Точка T - проекция точек C и D на плоскость α. $AC=BC$ и $AD=BD \Rightarrow$ $AT=BT=x$.

Из формулы $S_\Delta = \frac{abc}{4R}$ (S_Δ - пл-дь Δ; a, b, c - его стороны; R - радиус опис. окр.)

выразим R: $R = \frac{abc}{4S}$; $\begin{cases} a=b=x \\ c=4 \end{cases}$; $S = h \cdot \frac{4}{2} = 2h$; $h=\sqrt{x^2-2^2}$

$S = 2\sqrt{x^2-2^2}$

$$R = \frac{4x^2}{4 \cdot 2\sqrt{x^2-4}} = \frac{x^2}{2\sqrt{x^2-4}}; \quad R'(x) = \frac{2x \cdot 2\sqrt{x^2-4} - x^2 \cdot \frac{2x}{\sqrt{x^2-4}}}{4(x^2-4)}$$

$R'(x)$ приравняем нулю и найдем, при каком x R будет минимальным.

(по нерав. треугольника (TAB) $x \neq 0$ и $x \neq 2$)

$$4x\sqrt{x^2-4} - \frac{2x^3}{\sqrt{x^2-4}} = 0$$

$$4x\sqrt{\dots} = \frac{2x^3}{\sqrt{\dots}} \longrightarrow 2\sqrt{\dots} = \frac{x^2}{\sqrt{\dots}} \Rightarrow 2 \cdot \sqrt{\dots} \cdot \sqrt{\dots} = x^2$$ или: $2 \cdot (x^2-4) = x^2$

$2x^2-8-x^2=0 \longrightarrow \boxed{x^2=8}$ ($\Rightarrow$ AB - диаметр) (при подстановке $x>\sqrt{8}$ $R'(x)>0 \Rightarrow$ нашли минимум $R(x)$; при $x<\sqrt{8}$ $R'(x)<0$)

Теперь по Т. Пифагора для ΔATC и ΔATD найдем TC и TD: $TC=\sqrt{36-8}=\sqrt{28}$

$TD=\sqrt{49-8}=\sqrt{41}$; CD равен либо их сумме, либо разности (либо T между C и D, либо C между T и D) $\Rightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} CD=\sqrt{41}-\sqrt{28} \\ CD=\sqrt{41}+\sqrt{28} \end{array}\right.$$

Ответ: CD может быть равен $\sqrt{41}+\sqrt{28}$ или $\sqrt{41}-\sqrt{28}$

Чистовик стр 1

№1

пусть разность прогрессии равна d; тогда $S = a_1 + \ldots + a_6 = 6a_1 + 15d$

и $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

имеем систему:

$$\begin{cases}(a_1+9d)(a_1+15d) > 6a_1+15d+39\\ (a_1+10d)(a_1+14d) < 6a_1+15d+55\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2+24a_1d+135d^2 > 6a_1+15d+39\\ 6a_1+15d+55 > a_1^2+24a_1d+140d^2\end{cases}$$

сложим оба неравенства:

$$\underbrace{a_1^2+24a_1d}+135d^2 \underbrace{+6a_1+15d}+55 > \underbrace{a_1^2+24a_1d}+140d^2+\underbrace{6a_1+15d}+39$$

$$16 > 5d^2$$

$d^2 < 3{,}2$; поскольку d натуральное ($d>0$ и $d \in \mathbb{Z}$ по условию)

$$\boxed{d=1}$$

имеем 2 неравенства на a_1:

$$\begin{cases}a_1^2+24a_1+135 > 6a_1+15+39\\ a_1^2+24a_1+140 < 6a_1+\underbrace{15+55}_{70}\end{cases} \longrightarrow \begin{cases}a_1^2+18a_1+81 > 0\\ a_1^2+18a_1+70 < 0\end{cases}$$

первое: $D = 324-324 = 0 \Rightarrow a_1 \neq -9$

второе: $D = 324-280 = 44 \longrightarrow a_1 = \frac{-18 \pm 2\sqrt{11}}{2} = -9 \pm \sqrt{11}$; a_1 - целое $\Rightarrow$

$a_1 \in (-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11})$ $\sqrt{11} < 4 \Rightarrow a_1$ может быть равным $-12; -11, -10, -8, -7, -6$.

Ответ: a_1 может быть равным $-12, -11, -10, -8, -7, -6$.

21103002 (U255307 M1302246)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103002**

ID профиля: **255307**

Вариант 23

Черновик СтР 7

$\left.\begin{array}{l}\log_a b^2 \\ \log_{c^2} a \\ \log_b c^2\end{array}\right\}$ $\log_a b^2 = \log_{c^2} a = \log_a a / \log_a c^2$

$\log_a b^2 = \frac{1}{\log_a c^2}$

$\log_2 128 = \frac{1}{\log_2 x}$

$\log_a b^2 + 1 = \log_{c^2} a$

$a > b > c$

$\log_a ab^2 = \log_{c^2} a$

$\cancel{x=2}$

$a > c$

$\log_{c^2} a = \log_b c^2$

$(c^2)^x = a$

108
90
9720

$b^x = c^2$

$\frac{\log_b a}{\log_b c^2} = \log_b c^2$

$b^{2x} = a$

a	b	c
~~1~~	16	16
~~1~~	16	16
1	1	16

1	16	16
16	1	16
16	16	1

$\log_b a = \log_b c^2 \cdot \log_b c^2$

22 44 ...

2

$\begin{cases} b^x = a \\ b^{5x} = c^2 \end{cases}$

c^2

	a	b	c
11	2	2	16	1
	11	2	19	1

102
84

3·14

408
816
8568

6·17 = 6·~~34~~ 2

186

84·102 +

$a^x = b$

$b = \cancel{a}\ b^{\frac{1}{x}}$

21003002 (U255307 M1302247)

Черновик СТР 6

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$

$\log_{(x+4)^2}(x+34)$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

$\log_{\sqrt{a}} b \quad \log_a b^2$

$\log_{c^2} a \quad \log_c a$

$\log_{\sqrt{b}}(-c) \quad \log_b c^2$

$\log_b c^2$

$\log$

$(2^2)^m = 64$

$\log_{2^2} 64 = m$

$\frac{1}{2}\log_a 64 = m$

$a = x+34$

$b = 2x+23$

$c = x+4$

$\log$

$\log_a b$

$\frac{1}{2}\log_c a$

$2\log_b(-c)$

$a, b, c > 0$

$a, b, c \neq 1$

$a > 0 \quad a \neq 1$

$b > 0 \quad b \neq 1$

$c < 0 \quad c \neq -1$

ООЗ

$\begin{cases} x+34 > 0 \\ 2x+23 > 0 \\ x+4 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x+34 \neq 1 \\ 2x+23 \neq 1 \\ x+4 \neq -1 \end{cases}$

$x > -34$

$x > -11{,}5$

$x < -4$

$x \in (-11{,}5; -11) \cup (-11; -5) \cup (-5; -4)$

$\log_a b = \log_{c^2} a$

$\log_a b = \frac{\log_{c^2} b \; y}{\log_{c^2} a \; z}$

$a^x = b \quad (c^2)^y = b$

$(c^2)^z = a$

$\log_4 64 = \frac{\log_2 64}{\log_2 4} = \frac{6}{2}$

3

$\log_a b = \log_{c^2} a = \frac{\log_a a}{\log_a c^2}$

$b = \log_a a^b = \frac{\log_c a^b}{\log_c a} \frac{\alpha}{\beta}$

$\log_a b = \frac{1}{\log_a c^2} \quad c^2 \neq 1$

$\log_a b = x$

$\log_a c^2 = \frac{1}{x} \quad a^x = b$

$a^b = a^b$

$c^\alpha = a^b$

$c^\beta = a$

$\log_a b \cdot \log_a c^2 = 1$

$b = \quad \sqrt[x]{a} = c$

$c^{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{a^{\frac{b}{1}}}{c} = a^b$

$\log_a b \cdot \log_a c^2 - 1 = 0$

$a^{1/x} = c$

Три числа

$a = c^x$

$c^2 = \frac{1}{a}$

$a^x = c^{2x} = b$

$\log_a b$

$\log_a b = \log_b c^2 = \log_b b / \log_b a \Rightarrow \log_b c^2 \cdot \log_b a = 1$

$\log_{c^2} a$

$\log_b c^2$

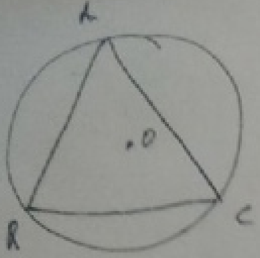
$(x+4)^2 = \frac{1}{x+34}$

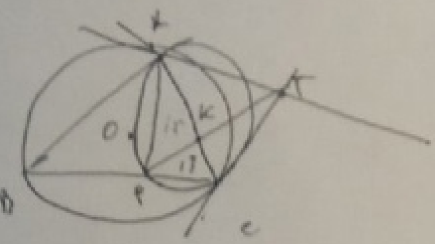
$(x^2+8x+16)(x+34) = 1 \Rightarrow x^3 + 42x^2 + 288x + 533$

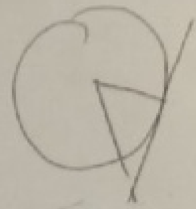
2
24
16
204
34
544
$8 \cdot 34 + 16 = 836$
$16 \cdot 34 \quad 240+42$

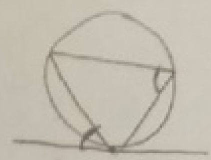
21103002 (U255307-M1302247)

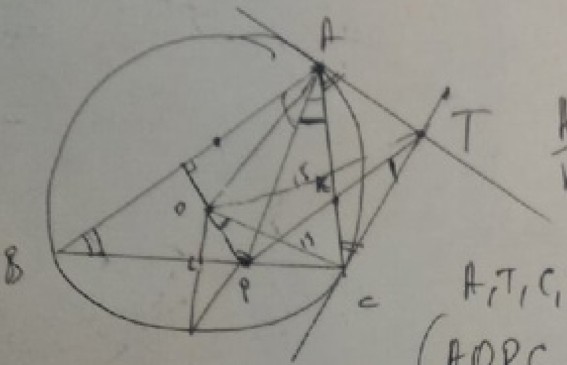
Черновик СТГ5





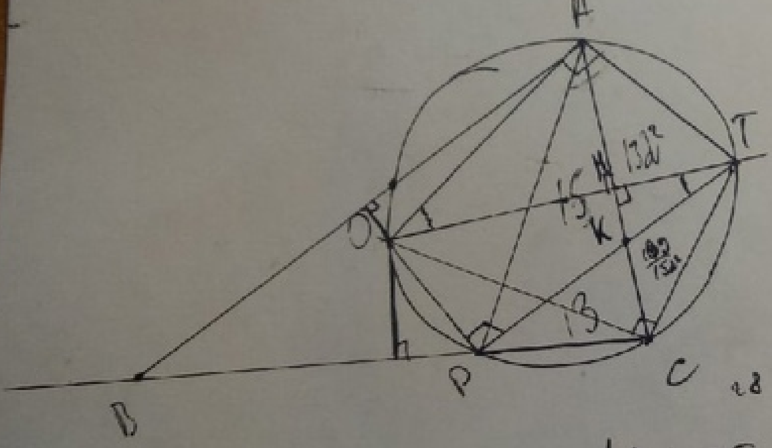






$\frac{AK}{KC} = \frac{15}{13}$

A, T, C, P, O лежат на одной окр.
(∠OPC — по условию OATC — вписанный
(∠OAT = ∠OCT = 90°)
(касание)



$\cancel{\frac{AK}{PK} = \frac{TK}{CK} = \alpha}$

$\frac{AK}{PK} = \frac{TK}{KC} = \alpha$

$\Rightarrow S(AKT) = 13\alpha^2$

S

$TK = \alpha \cdot KC$

$TK = \frac{KA}{\beta}$

AC ⊥ OT (серпер

$\frac{AK}{KT} = \frac{PK}{KC} \Rightarrow \beta$ $\alpha\beta = \frac{13}{15}$

$\beta = \frac{13}{15\alpha}$

$AM \cdot MT = 26\alpha^2$

$S_{KTC} = \beta^2 \cdot 15$

CM.

$\frac{169}{15^2 \alpha^2} \cdot 15 = \frac{169}{15\alpha^2} = S_{KTC}$

$13\alpha^2 = S_{AKT}$

$\boxed{\frac{PK}{KT} = \frac{15}{13\alpha^2}}$

$\log_{c^2} a = \log_b c^2 = \log_{c^2} c^2 / \log_{c^2} b$

$(c^2)^x = a$

$(c^2)^{\frac{1}{x}} = b$ $\sqrt[x]{c^2} = b$ b

21103002 (U255307 M1302247)

Черновик СТР 4

НОД $(a, b, c) = 22 = 2 \cdot 11$

НОК $(a, b, c) = 2^{16} \cdot 11^{19}$

у одного из чисел

2 входит в 1 ст.

11 входит в 1 ст.

a	b	c
2	2	2
2	11	2
2	11	2
2		11
11		
11		
11		

a	b	c
2	2	2
2	2	
2	2	
2	:	
:	:	
11	11	11
	11	11
	11	11
	11	11

$\log_{x+34}(2x+23) \cdot 1 = \log_{(x+4)^2}(x+34)$

$\log_{(x+34)}(2x+23)(x+34) = \log_{(x+4)^2} x+34 = \frac{\log_{x+34}(x+34)}{\log_{x+34}(x+4)^2}$

$3 \cdot C_{16}^{1} \cdot 3 \cdot C_{19}^{1} = 9 \cdot \frac{16 \cdot 15}{2} \cdot \frac{20 \cdot 19}{2} =$

$9 \cdot 120 \cdot 190$

10000000...0

$18 \cdot 6 = 48 + 60 = 108$

~~9·16·20~~

~~2880~~

$144 \cdot 19$: 1296 + 144 = 2736

$19 \cdot 12$: 38 + 19 = 228

$228 \cdot 9$ = 2052

205200

21103002 (U255307 M1302247)

Чесноков СТР3 В=3 и 6

Точки A, T, C, P, O лежат на одной окр-ти;

APCO – по условию;

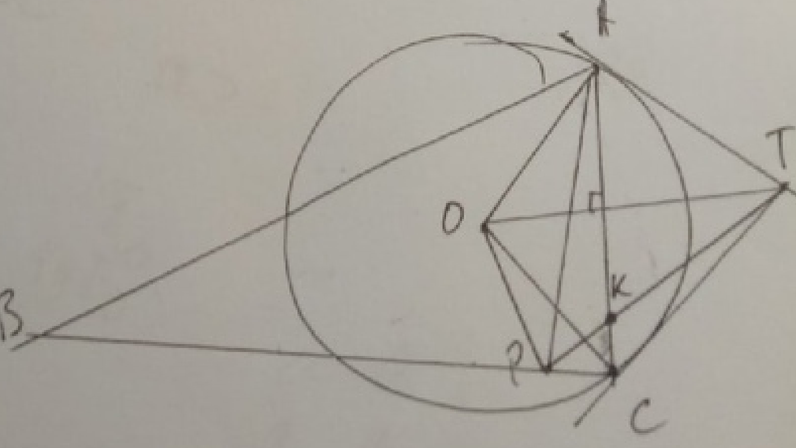
~~AOTO~~ AOCT – вписанный, т.к $\angle OAT = \angle OCT = 90°$ (касательные TA и TC $\perp$ OA и OC)

пусть $AC \cap PT = K \Rightarrow AK/KC = \frac{15}{13} = \frac{S_{PAK}}{S_{PKC}}$ (тр-ки с одним основанием на одной прямой)

заметим, что $OT \perp AC$ и точкой пересечения делят AC пополам (O и T лежат на сер. пер-ах к AC).

$\triangle PKC \sim \triangle AKT$ по углам (вписанным)

$\triangle AKP \sim \triangle TKC$ по углам



(ΔPKC . (O и T .. $OT \perp AC$ и .. $\frac{15}{13} = \frac{S_{PKK}}{S_{PKC}}$ (касательные ...

Чистовик СтР 2 В23 №5

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$

$\log_{(x+4)^2}(x+34)$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

ОДЗ: $\begin{cases} x+34>0 \\ x+4<0 \\ 2x+23>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x+34\neq 1 \\ x+4\neq -1 \\ 2x+23\neq 1 \end{cases}$

сделаем замену $x+34=a$
$x+4=b$
$2x+23=c$

$\log_{\sqrt{a}} c = \log_a c^2$

$\log_{b^2}(a)$

$\log_{\sqrt{c}}(-b) = \log_c b^2$

пусть $\log_a c^2 = \log_{b^2} a$

перейдем к основанию a:

$\log_a c^2 = \log_{b^2} a = \frac{\log_a a}{\log_a b^2} \Rightarrow$ по ОДЗ: $(b\neq 1) \Rightarrow$ знам не ноль

$\log_a c^2 \cdot \log_a b^2 = 1$

21103002 (U255307 M1302247)

Чистовик СТР 1 В23 №4

№4 рассмотрим степень вхождения чисел 2 и 11 в разложение a,b,c на пр. множители;

~~поскольку НОД (a,b,c) равен 2·11 => числа 2 и 11 входят~~

Если бы ~~все~~ в разложение каждого из чисел a,b,c числа 2 и 11 входили бы в степени, большей 1, то НОД(a,b,c) был ~~бы~~ бы больше 22 => есть число, ~~в которое~~ которое делится на 2, но не делится на 4, и есть число, которое делится на 11, но не делится на $11^2=121$.

Также должно существовать число, которое делится на 2^{16}, и число, делящееся на 11^{19}; иначе НОК был бы меньше.

(числа a,b,c делятся только на степени двойки и 11-ти, т.к. НОК делится на 2^{16} и 11^{19} => никаких других простых делителей нет.)

выберем число, делящ. на 2, но не дел на 4: C_3^1 способов;

из ост. двух чисел выберем число, дел на 2^{16} – C_2^1 способов;

третье число может делиться на 2^m, где $m \in \{2,3,4...16\}$ => 15 вариантов,

итого $3 \cdot 2 \cdot 15 = 90$ троек; (*) проведем аналогичные рассуждения для деления на 11; только теперь третье число будет делиться на 11^n, где $n \in \{2,3,4..19\}$ → 18 вариантов =>

$6 \cdot 18 = 108$ способов (*) распределить числа „по ролям" → каждое из чисел a,b,c ~~двоих~~ может иметь любую „роль": делиться на простое число (2 или 11) в наибольшей, наименьшей или любой степени [между наибольшей и наименьшей степенью] ~~=> всего троек чисел 90·108=9720~~

(*) из чисел 90 и 108 надо вычесть повторяющиеся тройки (напр. $2^1\ 2^{16}\ 2^{16}$ и $2^1\ 2^{16}\ 2^{16}$)

=> $90-6=84$ и $108-6=102$

$84 \cdot 102 = 8568$ троек

Ответ: 8568 ~~9720~~ троек

21103002 (U235307 M1302247)