

# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102983**

ID профиля: **841052**

Вариант 23

### УСТОЙЧИК Вариант 23

1. Т.к ариф. прогрессия возрастающая  $\Rightarrow$   
 $d$  - разность прогрессии  $> 0$ ;  $\forall$   $a_1$  - целое;  
 $a_2$  - целое;  $a_2 = a_1 + d = -d = a_2 - a_1$  (разность  
 прогрессии равна разности 2-х целых чисел  
 $\Rightarrow d$  - целое).  $a_{10} = a_1 + 9d$ ;  $a_{16} = a_1 + 15d$ ;  $a_{17} = a_1 + 16d$

$a_{15} = a_1 + 14d$ .  $\forall$  по условию у нас есть система:

$$\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > 5 + 39 \\ a_{11} \cdot a_{15} < 5 + 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{10} a_{16} > 44 \\ -a_{11} a_{15} > -60 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{сложим 2} \\ \text{неравенства} \end{array}$$

$$a_{10} a_{16} - a_{11} a_{15} > -16 \Rightarrow (a_1 + 9d)(a_1 + 15d) - (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) > -16$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 24d + 135d^2 - a_1^2 - 24d - 140d^2 > -16 \Rightarrow -5d^2 > -16$$

$$d^2 < \frac{16}{5} \Rightarrow d \in \left(-\frac{4}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right), \text{ но т.к } d > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d \in \left(0; \frac{4}{\sqrt{5}}\right) \quad \frac{4}{\sqrt{5}} < 2 \quad (\text{т.к } 4 < 2\sqrt{5} \text{ т.к } 16 < 20)$$

но мы доказали, что  $d$  - целое, а целых чисел от  
 $0$  до  $\frac{4}{\sqrt{5}}$  только одно - единица (т.к  $1 > 0$  и  $1 < \frac{4}{\sqrt{5}}$ )  
 $\Rightarrow$  разность прогрессии ( $d$ ) = 1. Сумма первых 6 членов

$$= \frac{(a_1 + a_6) \cdot 6}{2} = (2a_1 + 5) \cdot 3 = 6a_1 + 15. \text{ Поша: } \begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 40 < 0 \end{cases}$$

$$(1) = (a_1 + 9)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq -9$$

$$(2): \Delta = 324 - 4 \cdot 40 = 4(81 - 40) = 4 \cdot 41 \Rightarrow a_1 = \frac{-18 \pm 2\sqrt{41}}{2} = -9 \pm \sqrt{41}$$

как получится все целые  $a_1$  чл. прогрессии  
 Ответ:  $a_1 \in \{-12, -11, -10, -8, -7, -6, -3\}$

1

У И С Т О В Ч А К. Вар 23

3. I)  $-4a+4b < 0 \Rightarrow \min(-4a+4b; 8) = -4a+4b$   
 получаем, что  $a^2+b^2 < 0$  это невозможно (т.к.  $a^2 \geq 0$ ).

II)  $-4a+4b=0 \Rightarrow \min(-4a+4b; 8) = -4a+4b=0$   
 $\Rightarrow$  получаем:  $a^2+b^2 \leq 0 \Rightarrow a=b=0$  (т.к.  $a^2 \geq 0$ ). Подставим

в первое:  $x^2+y^2 \leq 8$  (это уравнение окр. включая границу и её внутреннюю часть с центром  $(0;0)$  и  $R=2\sqrt{2}$  её площадь  $=\pi R^2 = \pi \cdot 8$

III)  $0 < -4a+4b < 8 \Rightarrow \min(-4a+4b; 8) = -4a+4b$   
 $\Rightarrow \begin{cases} a < b \\ a > b-2 \end{cases}$  из 2-го уравнения исходной системы

получаем:  $a^2+b^2 \leq -4a+4b \Rightarrow (a+2)^2+(b-2)^2 \leq 8$  (внутренняя часть окр. включая границу с центром  $(-2;2)$  и  $R=2\sqrt{2}$ ).

получаем систему  $\begin{cases} a < b \\ a > b-2 \\ (a+2)^2+(b-2)^2 \leq 8 \end{cases}$

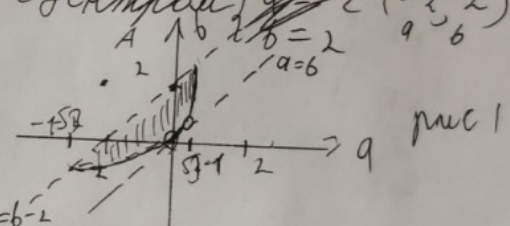


график  $a=b$  и  $a=b-2$  - это прямые. Нам подходит те  $a$  и  $b$ , которые лежат выше  $a=b$  и ниже  $a=b-2$  не включая границы. Пусть центр окр. =  $A$  тогда  $OA = 2\sqrt{2} = R$ .

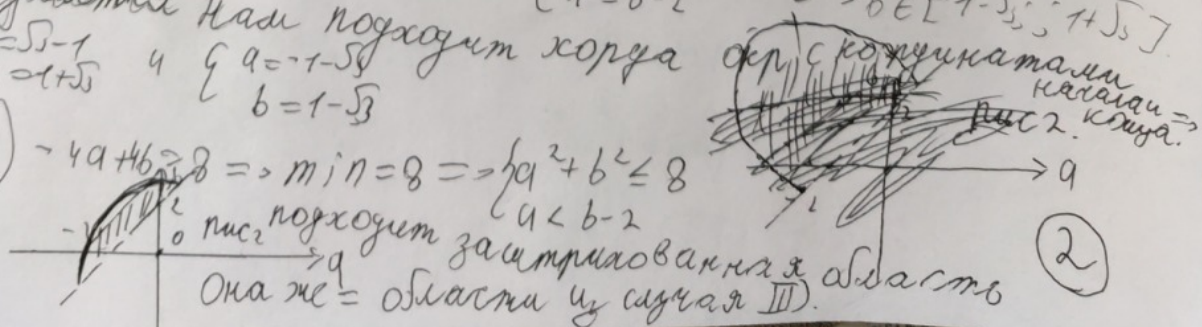
$\Rightarrow a=b$  - касательная к окр. с  $O(-2;2)$  и  $R=2\sqrt{2}$ . Найдём точку пересечения окр. и прямой  $a=b-2 \Rightarrow b^2-2b-2=0 \Rightarrow b=1 \pm \sqrt{3}$   
 $\Rightarrow$  точки  $P$ :  $\begin{cases} a = \sqrt{3}-1 \\ b = 1+\sqrt{3} \end{cases}$  и  $\begin{cases} a = -1-\sqrt{3} \\ b = 1-\sqrt{3} \end{cases}$ . Нам подходит множество указанных на рис. 1. III, исключая точку  $(0;0)$ .

IV)  $-4a+4b=8 \Rightarrow \min=8 \Rightarrow a^2+b^2 \leq 8 \Rightarrow b^2-2b-2 \leq 0$   
 $\Rightarrow \begin{cases} a < b-2 \\ a > b-2 \end{cases} \Rightarrow b \in [1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3}]$

получается. Нам подходит хорда окр. с концами  $(1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3})$  и  $(1+\sqrt{3}; 1-\sqrt{3})$ . Нам подходит хорда окр. с концами  $(1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3})$  и  $(1+\sqrt{3}; 1-\sqrt{3})$ .

V)  $-4a+4b \geq 8 \Rightarrow \min=8 \Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \leq 8 \\ a < b-2 \end{cases}$

нам подходит заштрихованная область. Она же = области из случая III.

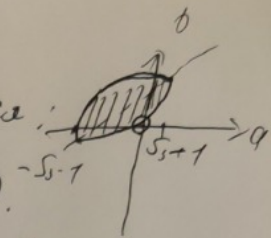


4 ЕДИН  
УЧСТОБЧК

3. Случаи  $\overline{III} + \overline{IV} + \overline{V}$  получаются:

весь "овал" с выколотой точкой  $(0; 0)$ .

Как получаем все ачб "эллипс, овал"



3

ЧЕРКОБ4Т

$$\text{IV) } -4a + 4b = 8 \Rightarrow a = b - 2$$

$$2b^2 + 4 - 4b \leq 8$$

$$b^2 - 2b - 7 \leq 0$$

$$(x - b + 2)^2 + (y - b)^2 \leq 8$$

$$-4a + 4b = 8 \Rightarrow a = b - 2$$

$$a^2 + b^2 \leq 8$$

$$2b^2 - 4b - 4 \leq 0$$

$$b^2 - 2b - 2 \leq 0$$

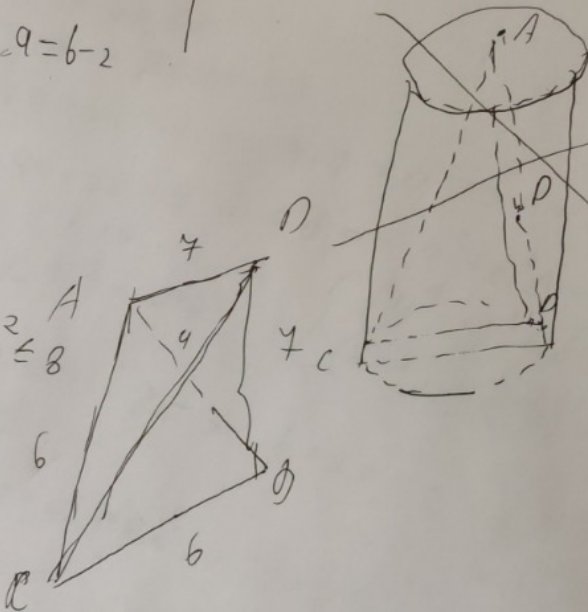
$$(x - b + 2)^2 + (y - b)^2 \leq 8$$

$$-4a + 4b = 8$$

$$a = b - 2$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$b = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$



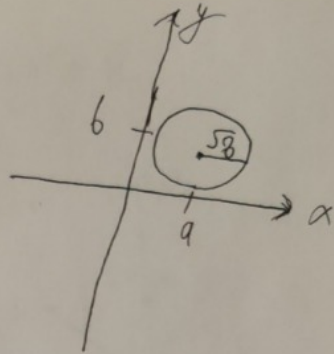
3

ЧЕРНОВЫК.

$$\min(-4a+4b; 8)$$

$$a^2+b^2 \leq -4a+4b+8$$

$$(a+2)^2+(b-2)^2 \leq 16$$



I) Если  $-4a+4b < 0 \Rightarrow$  реш нет

II) Если  $-4a+4b = 0 \Rightarrow \min = 0 \Rightarrow a=b=0 \Rightarrow x^2+y^2 \leq 8$

III) Если  $-4a+4b > 0, 0 < 8 \Rightarrow a^2+b^2 \leq -4a+4b$   
 $\begin{cases} b > a \\ b \neq 2+a \end{cases} \begin{cases} (a+2)^2+(b-2)^2 \leq 8 \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \leq 8 \end{cases}$

IV) Если  $-4a+4b = 8 \Rightarrow b = 2+a \Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \leq 8 \\ (x-a)^2+(y-a-2)^2 \leq 8 \end{cases}$

V) Если  $-4a+4b \geq 8 \Rightarrow \min = 8 \Rightarrow a^2+b^2 \leq 8$

$$a = b - 2$$

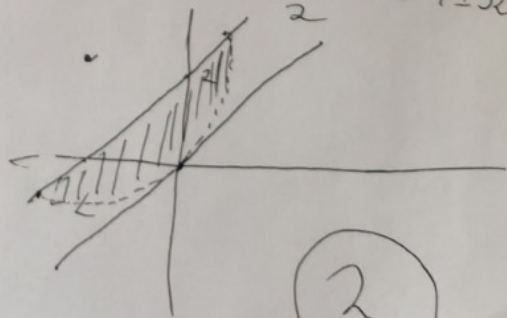
$$b^2 + b^2 + 4 - 4b = 8$$

$$2b^2 - 4b - 4 = 0 \quad b^2 - 2b - 1 = 0$$

$$\begin{cases} b = 1 + \sqrt{2} \\ a = \sqrt{2} - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 1 - \sqrt{2} \\ a = -1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$D = 4 + 4 = 8$$

$$b = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$



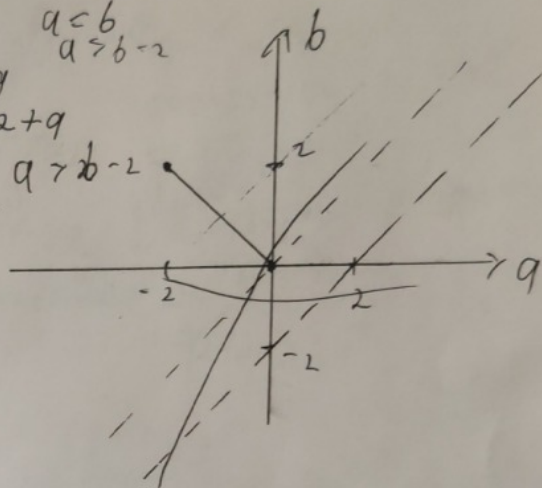
Черновик

I)  $-4a+4b < 0 \Rightarrow$  нет реш.

II)  $-4a+4b = 0 \Rightarrow a=b=0 \Rightarrow x^2+y^2 \le 8$

$S = \pi R^2 \Rightarrow \pi \cdot 4 \cdot 2 = 8\pi$

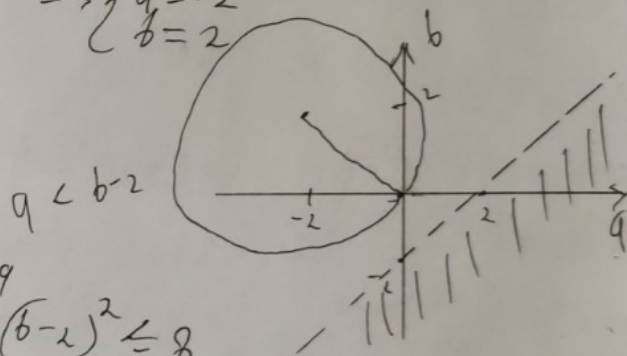
III)  $0 < -4a+4b < 8 \Rightarrow \begin{cases} b > a \\ b < 2+a \end{cases}$   
 $\begin{cases} (a+2)^2 + (b-2)^2 \le 8 \\ (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 8 \end{cases}$  нет реш.



IV)  $-4a+4b = 8 \Rightarrow b = 2+a$

$(a+2)^2 + (b-2)^2 \le 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases}$   
 $\Rightarrow (x+2)^2 + (y-2)^2 \le 0$

$S = 8\pi$



V)  $-4a+4b > 8 \Rightarrow \begin{cases} b > 2+a \\ (a+2)^2 + (b-2)^2 \le 8 \\ (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 8 \end{cases}$

3

# У П Р Н О В 4 К

$$S = (a_1 + a_6) \cdot 3 \cdot a_1 \cdot 9$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

$$a_{16} = a_1 + 15d$$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > S + 39 \\ a_{11} \cdot a_{15} < S + 55 \end{cases}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

$$a_{15} = a_1 + 14d$$

$$\times \frac{18}{18} \\ \frac{18}{18} \cdot \frac{18}{18} = 1.81$$

$$140 - 55 - 15 = 70$$

$$= 70 + 40 < 0$$

$$a_1 + 18d > 0$$

$$a_1 + 18d > 0$$

$$6 = \left( \frac{a_1 + a_6}{2} \right) \cdot 6 =$$

$$S = (2a_1 + 5) \cdot 3 = 2a_1 + 5$$

$$a_1 = -4 \quad a_1 = -5$$

$$25 + 64 - 42 - 18 < 0$$

$$15 \sqrt{9} + 5 \sqrt{11} \quad 4 \sqrt{511}$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 140 < 6a_1 + 58$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 135d^2 + 24a_1d > (2a_1 + 5d) \cdot 3 + 39$$

$$a_1^2 + 140d^2 + 24a_1d < (2a_1 + 5d) \cdot 3 + 55$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$(a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > (2a_1 + 5d) \cdot 3 + 39$$

$$(a_1 + 9d)(a_1 + 14d) < (2a_1 + 5d) \cdot 3 + 55$$

$$a_1^2 + 135d^2 + 24a_1d > (2a_1 + 5d) \cdot 3 + 39$$

$$a_1^2 + 140d^2 + 24a_1d < (2a_1 + 5d) \cdot 3 + 55$$

$$(1) \quad a_1^2 - 110d^2 - 24a_1d > -3(2a_1 + 5d) - 55$$

$$a_1^2 + 135d^2 + 24a_1d > 3(2a_1 + 5d) + 59$$

$$-5d^2 > -16$$

$$d^2 < \frac{16}{5} \Rightarrow d \in (0; \frac{4}{\sqrt{5}}]$$

$$D = 324 - 4 \cdot 61 = 4(81 - 61) = 20$$

$$a_1 = \frac{-18 \pm \sqrt{20}}{2} = -9 \pm \sqrt{5}$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 82 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 110 - 55 - 15 < 0$$



# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102983**

ID профиля: **841052**

Вариант 23

# ЧЕРНОВЫХ

$$a = 2^{d_1} \cdot 11^{d_2} \cdot A$$

$$b = 2^{d_1} \cdot 11^{d_2} \cdot M$$

$$c = 2^{d_1} \cdot 11^{d_2} \cdot P$$

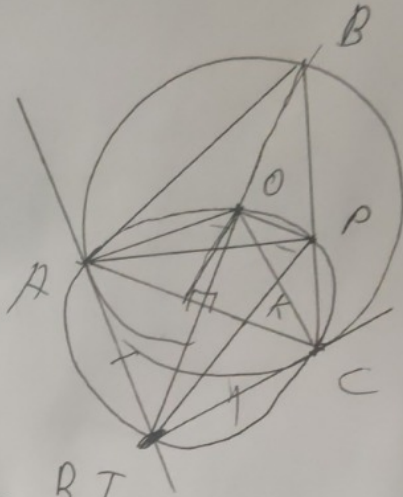
$$abc = 2^3 \cdot 11^3$$

$$a \cdot b \cdot c = 2^{d_1+d_1+d_1} \cdot 11^{d_2+d_2+d_2} \cdot \cancel{A \cdot M \cdot P}$$

$$a = 2^{16}$$

$$b = 2^{d_1}$$

$$c = 2^{d_1}$$

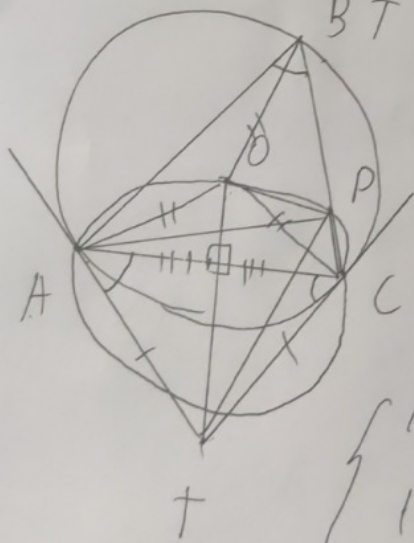


$$S_{APK} = 15$$

$$S_{CPK} = 15$$

$$S_{APC} = 28$$

$$S_{APC} = \cancel{S_{APC} = 28}$$



$$ODS: -x - 4 > 0$$

$$x \neq -5$$

$$x + 54 > 0$$

$$2x + 23 > 0$$

$$2x + 25 \neq 1$$

$$x + 54 \neq 1$$

$$\begin{cases} \log \sqrt{x+54} (2x+23) = -\log \sqrt{2x+25} (x+4) \quad (1) \\ \log \sqrt{x+54} - 1 = \log (x+4)^2 (x+54) \end{cases}$$

$$(1): \log_{\sqrt{x+54}} (2x+23) + \log_{2x+25} (x+4) = 0$$

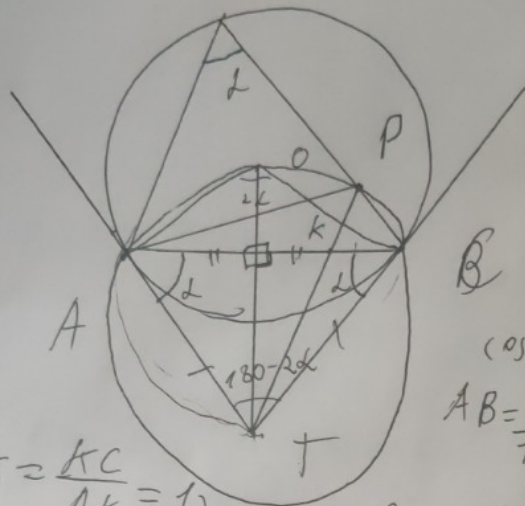
$$\frac{1}{\log_{2x+25} \sqrt{x+54}}$$

1

OH  $\neq$  MC  $\frac{1}{7}$  T $\neq$  4x

# УЕРНОУТ

$$\begin{array}{r} 169 \\ + 225 \\ \hline 394 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 43 \\ + 16 \\ \hline 59 \end{array}$$

$$S_{APC} = 28$$

$$\sqrt{65} \sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\cos \alpha = \frac{7}{\sqrt{65}} \quad 4$$

$$AB = \frac{28}{7} PK$$

$$\frac{KC}{AK} = \left(\frac{13}{15}\right)$$

$$\frac{PC}{AP} = \frac{KC}{AK} = \frac{13}{15}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - \cos \alpha \cdot AB \cdot AC$$

$$S = \frac{1}{4} abc$$

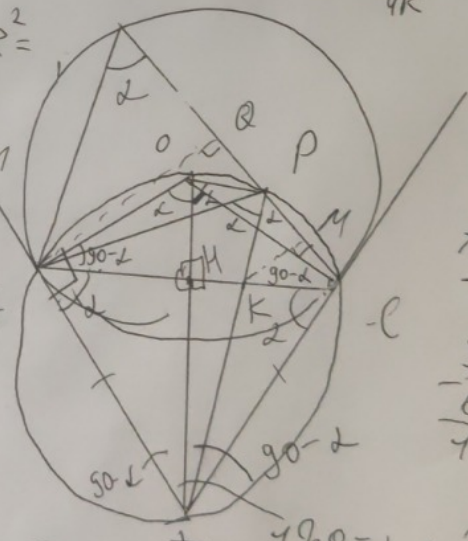
$$S_{HPC} = \frac{1}{2} AQ \cdot PC \quad \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cdot R^2$$

$$S_{KPC} = \frac{1}{2} \cdot KM \cdot PC \quad 65 - 14 = 51$$

$$\frac{28}{13} = \frac{AQ}{KM}$$

$$R = \frac{abc}{4S} \quad A$$

PK || AB.



$$\begin{array}{r} 484 \\ \hline 2 \\ \hline = 242 \\ \hline = 394 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 394 \\ \hline 2 \\ \hline = 197 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ \hline 6 \\ \hline 78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 394 \\ \hline 2 \\ \hline 197 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 28 \\ \times 28 \\ \hline 244 \\ 56 \\ \hline 704 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 28 \\ \times 28 \\ \hline \end{array}$$

$$(30-2)^2 = 900 + 4 - 120 = 784$$

$$C^2 = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cdot \left(\frac{abc}{4S}\right)^2$$

~~HC = 4x = AH~~ ~~AC = 4x = AT = AH~~  $pl \cdot AP = R^2$   $\frac{MC}{OH} = \frac{4}{7}$   $\frac{TH}{MC} = \frac{4}{7}$   $TAH = 4x$

# ЧЕРНОВИК

$$\begin{cases} x+3y = a \\ x+y = b \\ 2x+2z = c \end{cases}$$

$$2 \frac{1}{2} \log_a c, \frac{1}{2} \log_b a, -2 \log_c b$$

$$\text{I)} \begin{cases} 2 \log_a c = -2 \log_c b & \log_a c + \log_c b = 0 \\ \frac{1}{2} \log_b a - 1 = 2 \log_a c & \log_b a = 4 \log_a c + 2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{\log_c a} + \log_c b = 0 \begin{cases} -1 = \log_c a \cdot \log_c b \\ \log_c a \neq 0 \end{cases}$$

-2 всем перемножить все логики.

$$\log_a c + \log_c b = 0 \cdot \frac{1}{\log_c a} \neq \log_c b \quad -1 = \log_c a \cdot \log_c b$$

Будем рассматривать  $a \geq b \geq c$

$$\text{I)} a = 2 \cdot 11^{16} \cdot 11^{19}$$

$$b = 2 \cdot 11 \quad \Rightarrow \text{либо } b=2 \text{ и } c=2$$

$$c = 2 \cdot 11$$

либо  $b = 2^d$   $d \in [2; 16]$  - 15 вар.

$$3 (1 + 15 \cdot 15 \cdot 2 + 15 \cdot 15 \cdot 2^2)$$

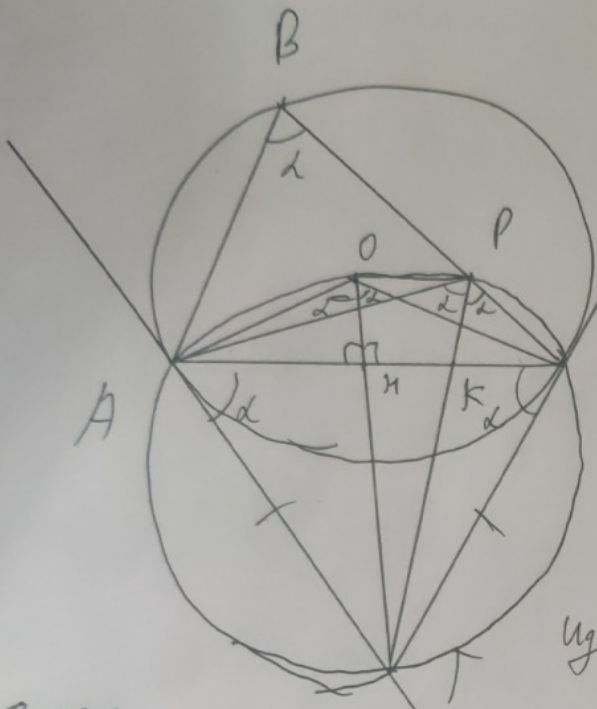
$$\text{II)} \begin{cases} a = 2^{16} \cdot 11 \\ b = 2 \cdot 11^{19} \\ c = 2 \cdot 11 \end{cases}$$

$$2 (15 \cdot 15 \cdot 2)$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ \times 16 \\ \hline 256 \\ \times 2 \\ \hline 512 \end{array}$$

2

Умножить



9)  $AT = TC$  (т.к. кас  
из одной точки  
Пусть  $\angle ACT = \alpha = \angle CAT$   
 $= \angle ABC$  (по свойству  
кас. и хорды).  
 $\Rightarrow \angle AOC = 2\alpha$  (т.к.  
 $\angle AOC$  - центральный,  
 $\angle ABC$  - вписанный  
 $\Rightarrow \angle AOC$  не содержащая  
 $B = 2\alpha = \angle AOC$ .  
Из  $\triangle ACT \angle ATC = 180 - 2\alpha$

Заметим, что  $\angle T + \angle AOC = 180^\circ \Rightarrow AOC \hat{T}$  - вписанный  
Пусть  $H$  - середина  $AC$ ; точки  $O, H, T$  лежат на  
одной прямой (т.к.  $ACT$  -  $\triangle$  и  $OT$  - высота и медиана  
и  $\triangle AOC$  -  $\triangle$  ( $AO = OC = R$ )  $\Rightarrow OH$  - высота и медиана  
 $\angle AOT = \angle TOC = \alpha$ ;  $\angle OPT = \angle TAC = \alpha$  (вписанные  
и опираются на  $ATC$ ). Заметим что  $\angle ABC = \angle KPC$   
 $\Rightarrow PK \parallel AB \Rightarrow \triangle PKC \sim \triangle ABC$   $K = \frac{KC}{AC}$

$$S_{APC} = S_{APK} + S_{PKC} = 28 \Rightarrow \frac{KC}{AC} = \frac{13}{28} = K$$

$$\frac{S_{\triangle PKC}}{S_{\triangle ABC}} = K^2 = \left(\frac{13}{28}\right)^2 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S_{\triangle PKC} \left(\frac{28}{13}\right)^2 = \frac{28^2}{13} = \frac{784}{13}$$

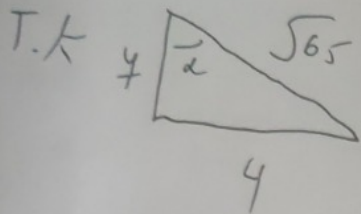
9)  $S_{ABC} = \frac{784}{13}$

прохождение на чет,

3

У УСТОВУК

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot AB \cdot BC = \frac{484}{13}; \sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{65}}$$



$$\sqrt{49+16} = \sqrt{65}$$

$$\cos \alpha = \frac{7}{\sqrt{65}}$$

$$\Rightarrow AB \cdot BC = \frac{484 \cdot 2 \cdot \sqrt{65}}{13 \cdot 4} = \frac{392 \sqrt{65}}{13}$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R} \Rightarrow \frac{484}{13} = \frac{392 \sqrt{65} \cdot AC}{13 \cdot 4R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{AC \cdot \sqrt{65}}{8} \quad \text{T.K.L } \angle AOC = 2\alpha \Rightarrow \text{NOT. COS } \angle AOC$$

$$\therefore AC^2 = 2R^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot R^2 \quad \text{T.K arc tg } \alpha > 0 \Rightarrow \alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$$

~~$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{14}{65} - 1 = -\frac{51}{65}$$~~

~~$$AC^2 = \frac{2 \cdot AC^2 \cdot 65}{16} + \frac{2 \cdot 51 \cdot AC^2 \cdot 65}{65 \cdot 16}$$~~

PK-бис LAPC  $\Rightarrow$  no совмещены бис:  $\frac{KC}{AK} = \frac{PC}{AP} = \frac{13}{15}$

Система  $PC = 15x; \Rightarrow AP = 15x; S_{APC} = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cdot PC \cdot AP = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cdot 13 \cdot 15x^2 = 28 \Rightarrow x^2 = \frac{28 \cdot 2}{13 \cdot 15 \cdot \sin 2\alpha}$

NOT. COS  $\angle APC$ :  $AP^2 + PC^2 - 2AP \cdot PC \cdot \cos 2\alpha = AC^2$   
 $AP \cdot PC = 13 \cdot 15x^2 = \frac{28 \cdot 2}{\sin 2\alpha}; \quad AP^2 + PC^2 = 225x^2 + 169x^2 = 394x^2$

$$AC^2 = 394x^2 - \frac{2 \cdot 28 \cdot 2 \cdot \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{394 \cdot 28 \cdot 2}{13 \cdot 15 \sin 2\alpha} - \frac{4 \cdot 28 \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = \frac{2 \cdot 65}{13 \cdot 15} \cdot \sqrt{\frac{65 \cdot 394 + 2 \cdot 51}{65}}$$

Объем: a)  $\frac{484}{13}$

4

ЧЕРНОВЫЙ  
ЧИСТОВЫЙ Вар. 23

4. Данная система говорит о том, что  $a, b, c$  раскладываются на простые множители только на 2 и 11, причём каждое хотя бы в 1 степени.

I)  $a = 2^{16} \cdot 11^{19}$  одно из чисел =  $2^{16} \cdot 11^{19}$  (пусть это  $a$  поделить просто умножим на 3 т.к. это может быть  $b$  или  $c$ )  
 $b = 2^{\alpha_1} \cdot 11^{\beta_1}$   
 $c = 2^{\alpha_2} \cdot 11^{\beta_2}$

Для  $\alpha_1 = 16$  вар. (1, 2, ..., 16)  $\Rightarrow \alpha_2$  получится однозначным  
 Т.е.  $\alpha_2 = 1$  т.к. НОД ( $2^{16}, 2^{\alpha_2}$ ) содержит 2 только в 1 степени  
 $\Rightarrow$  аналогично для  $\beta_1$  (16 вар.) т.к. 11 входит в НОД  $a, b, c$  в 1 степени  
 потом  $\beta_2$  — однозначно

Но т.к. мы можем сделать всё тоже самое вместе  
 для  $c \Rightarrow$  надо умножить на 2 и вычесть  
 случай когда  $\alpha_1 = 1$  мы его посчитали дважды.

$$\begin{cases} \alpha_2 = 1 \\ \beta_1 = \beta_2 = 1 \end{cases}$$

Получается  $2 \cdot 16 \cdot 19 - 1$ ; надо умножить на 3 (еже раз в начале)  $\Rightarrow 3(2 \cdot 16 \cdot 19 - 1) = 3 \cdot 519$

II) одно из чисел =  $2^{16} \cdot 11^{\alpha_3}$  (пусть это  $a$ , поделить просто умножим на 3).  
 $a = 2^{16} \cdot 11^{\alpha_3}$  пусть  $b = 2^{\beta_3} \cdot 11^{\beta_4}$  (если это  $c$  то потом просто умножим на 2).  
 $b = 2^{\beta_3} \cdot 11^{\beta_4}$   
 $c = 2^{\beta_4} \cdot 11^{\alpha_4}$

$\alpha_3$  выбрать 19 способов  $\alpha_4$  будет = 1 иначе НОД  $(a, b, c) \neq 1$   
 $\beta_3$  выбрать 16 способов  $\beta_4$  будет = 1

но т.к. вместо  $\alpha_3$  мы могли взять  $\alpha_4$ , а вместо  $\beta_3$  взять  $\beta_4$  надо умножить на 4 получаем:  $4 \cdot 16 \cdot 19$  и еще на продолжение на 2 ст. 1

ЧЕРНОВАТ

$$394x^2 - 2 \cos 2\alpha x^2$$

$$x^2 (394 - 2 \cos 2\alpha) = x^2 \left( 394 + \frac{2 \cdot 51}{65} \right)$$

$$AC = \frac{38 \cdot 2 \cdot 65}{13 \cdot 15 \cdot 38} = \frac{2 \cdot 65}{73 \cdot 15} \cdot \frac{\sqrt{65 \cdot 394 + 2 \cdot 51}}{565}$$

4



УЧСТОВЧ

II) получается:  $8 \cdot 16 \cdot 19$  и ещё надо умножить  
на 3:  $3 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 19$

Складывая I) + II) =  $3(2 \cdot 16 \cdot 19 - 1) + 3 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 19$   
~~от~~

2