

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102873**

ID профиля: **320656**

Вариант 23

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 135 \\ + 40 \\ \hline 5400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5400 \\ - 135 \\ \hline 5265 \\ + 225 \\ \hline 5490 \end{array}$$

$$S = 3 \cdot a_1 + 3a_2 = 3 \cdot a_1 + 3 \cdot a_1 + 5 \cdot 3 \cdot d = 6a_1 + 15d$$

$$a_{10}a_{16} = (a_1 + 9d)(a_1 + 15d) = a_1^2 + 9a_1d + 15a_1d + 135d^2 = a_1^2 + 24a_1d + 135d^2$$

$$a_{11}a_{15} = (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) = a_1^2 + 10a_1d + 14a_1d + 140d^2 = a_1^2 + 24a_1d + 140d^2$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > S + 39 \quad (1) \\ a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < S + 55 \\ 6a_1 + 15d = S \end{cases}$$

~~Handwritten scribbles and crossed-out equations.~~

$$\begin{array}{r} \times 9 \\ 108 \\ \hline \times 36 \\ 9 \\ \hline 54 \\ + 27 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$6a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > S + 39$$

$$(1) 0 + 24 \cdot 0 \cdot d + 135d^2 = 15d + 39$$

$$135d^2 - 15d - 39 = 0$$

$$D = 225 + 5265$$

$$\begin{array}{r} \times 28 \\ 112 \\ \hline 56 \\ 28 \\ \hline 336 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 39 \\ \hline 135 \\ 45 \\ \hline 585 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1008 \\ - 532 \\ \hline 476 \\ + 45 \\ \hline 521 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 44 \\ 3 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 132 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 336 \\ 72 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 28 \\ 36 \\ \hline 168 \\ 84 \\ \hline 1008 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 15 \\ 55 \\ \hline 825 \\ \hline 75 \\ \hline 825 \end{array}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > S + 39 \\ a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 - 16 < S + 39 \end{cases} \quad | \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 - 16$$

$$5d^2 < 16$$

$$d^2 < \frac{16}{5}$$

$$(d - \frac{4}{\sqrt{5}})(d + \frac{4}{\sqrt{5}}) < 0$$


НОЧЛ - бозр., зана - уеае $\Rightarrow d \in \mathbb{N} \Rightarrow d = 1$

$$S = 6a_1 + 15d = 6a_1 + 15$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 135 > S + 39 \\ a_1^2 + 24a_1 + 140 < S + 55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 135 > 6a_1 + 15 + 39 \\ a_1^2 + 24a_1 + 140 < 6a_1 + 15 + 55 \end{cases}$$

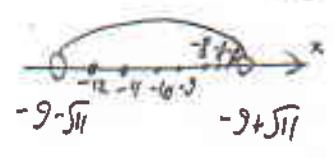
$$\begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 120 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1 + 9)^2 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1 + 9)^2 > 0 \\ (a_1 + 9 + \sqrt{11})(a_1 + 9 - \sqrt{11}) < 0 \end{cases}$$

$$D = 4 \cdot 81 - 4 \cdot 70 = 4 \cdot 11$$

$$a_{1,2} = \frac{-18 \pm \sqrt{44}}{2} = -9 \pm \sqrt{11}$$


Омбем: -12; -11; -10; -8; -7; -6.

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > S + 39 \\ a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < S + 55 \\ 6a + 15d = S \Rightarrow d = \frac{S - 6a}{15} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 12345 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + \frac{24(S-6a)}{15} + \frac{135(S-6a)^2}{15^2} > S + 39 \\ a_1^2 + \frac{24(S-6a)}{15} + \frac{140(S-6a)^2}{15^2} < S + 55 \end{cases}$$

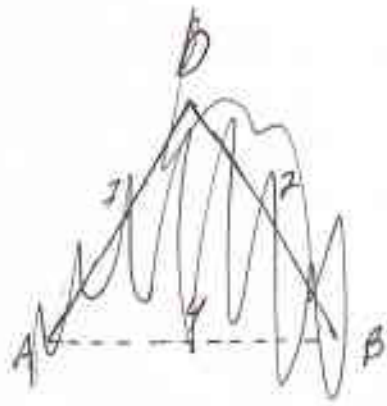
$$\begin{cases} 15a_1^2 + 24a_1S - 144a_1^2 + 9(S^2 - 12a_1S + 36a_1^2) > 15S + 585 \\ 15a_1^2 + 24a_1S - 144a_1^2 + \frac{28(S^2 - 12a_1S + 36a_1^2)}{3} < 15S + 825 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15a_1^2 + 24a_1S - 144a_1^2 + 9S^2 - 108a_1S + 324a_1^2 > S + 585 \\ 15a_1^2 + 24a_1S - 144a_1^2 + \frac{28S^2 - 336a_1S + 1008a_1^2}{3} < 15S + 825 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 195a_1^2 - 84a_1S + 9S^2 - S - 585 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 95a_1^2 + 72a_1S - 532a_1^2 + 28S^2 - 336a_1S + 1008a_1^2 < 45S + 2475 \\ 195a_1^2 - 84a_1S + 9S^2 - S - 585 \\ 521a_1^2 - 264a_1S + 28S^2 - 45S - 2475 \end{cases}$$

10-12



H - сеп - на АВ

МН сеп - на АВ

изм. и на CD

или больше или, там больше

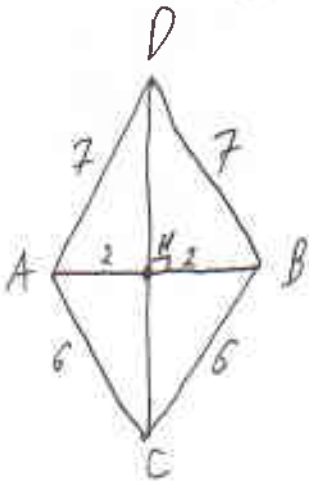
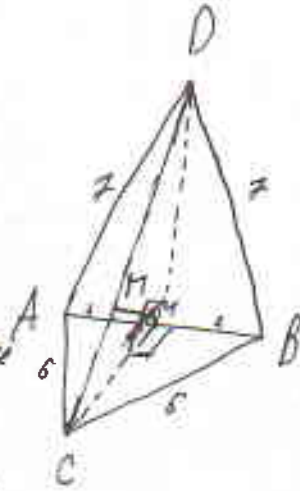
R => R на мн при H на мн =>

-> когда CD и АВ в 1 пл - та, H - нбана =>

=> Найти радиус тора, когда

сеп на CD - тора, и тора

касаясь A, B, C, D и тора в 1 пл - та



$$DC = \sqrt{49-4} + \sqrt{36-4} \text{ когда } = \sqrt{45} + \sqrt{32}$$

$$DC = \sqrt{49-4} - \sqrt{36-4} = \sqrt{45} - \sqrt{32}$$

Ответ: $\sqrt{45} - \sqrt{32}; \sqrt{45} + \sqrt{32}$

Умножение

N1

$$S = a_n(a_1 + a_d) \cdot 3 = (2a_1 + 5d) \cdot 3 = 6a_1 + 15d$$

$$\begin{cases} a_{10} a_{16} > S + 39 \Rightarrow (a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > S + 39 \Rightarrow a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > S + 39 \\ a_{11} a_{15} < S + 55 \Rightarrow (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < S + 55 \Rightarrow a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 - 16 < S + 39 \end{cases}$$

$$a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 - 16$$

$$5d^2 < 16 \Rightarrow d^2 - \frac{16}{5} < 0 \Rightarrow (d - \frac{4}{\sqrt{5}})(d + \frac{4}{\sqrt{5}}) < 0$$



Учтя б покл. - му условие, поч-мо записуем =)

$$\begin{cases} d \in \mathbb{Z} \\ d > 0 \end{cases} \Rightarrow d \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} d > 0 \\ d < \frac{4}{\sqrt{5}} \end{cases} \Rightarrow d = 1$$

$$S = 6a_1 + 15d \Rightarrow S + 39 = 6a_1 + 54$$

$$\Rightarrow S + 55 = 6a_1 + 70$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 \cdot 1 + 135 \cdot 1^2 > S + 39 \\ a_1^2 + 24a_1 \cdot 1 + 140 \cdot 1^2 < S + 55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 135 > 6a_1 + 54 \\ a_1^2 + 24a_1 + 140 < 6a_1 + 70 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0 \Rightarrow (a_1 + 9)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq -9 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases}$$

$$D = 214 \cdot 81 - 4 \cdot 70 = 7111 \Rightarrow (a_1 - \frac{-18 + 2\sqrt{7111}}{2})(a_1 - \frac{-18 - 2\sqrt{7111}}{2}) < 0 \Rightarrow (a_1 + 9 + \sqrt{7111})(a_1 + 9 - \sqrt{7111}) < 0$$

$$a_1 \in \{-12; -11; -10; -9; -8; -7; -6\}$$

$$a_1 \neq -9 \Rightarrow a_1 \in \{-12; -11; -10; -8; -7; -6\}$$

Ответ: -12, -11, -10, -8, -7, -6.

①



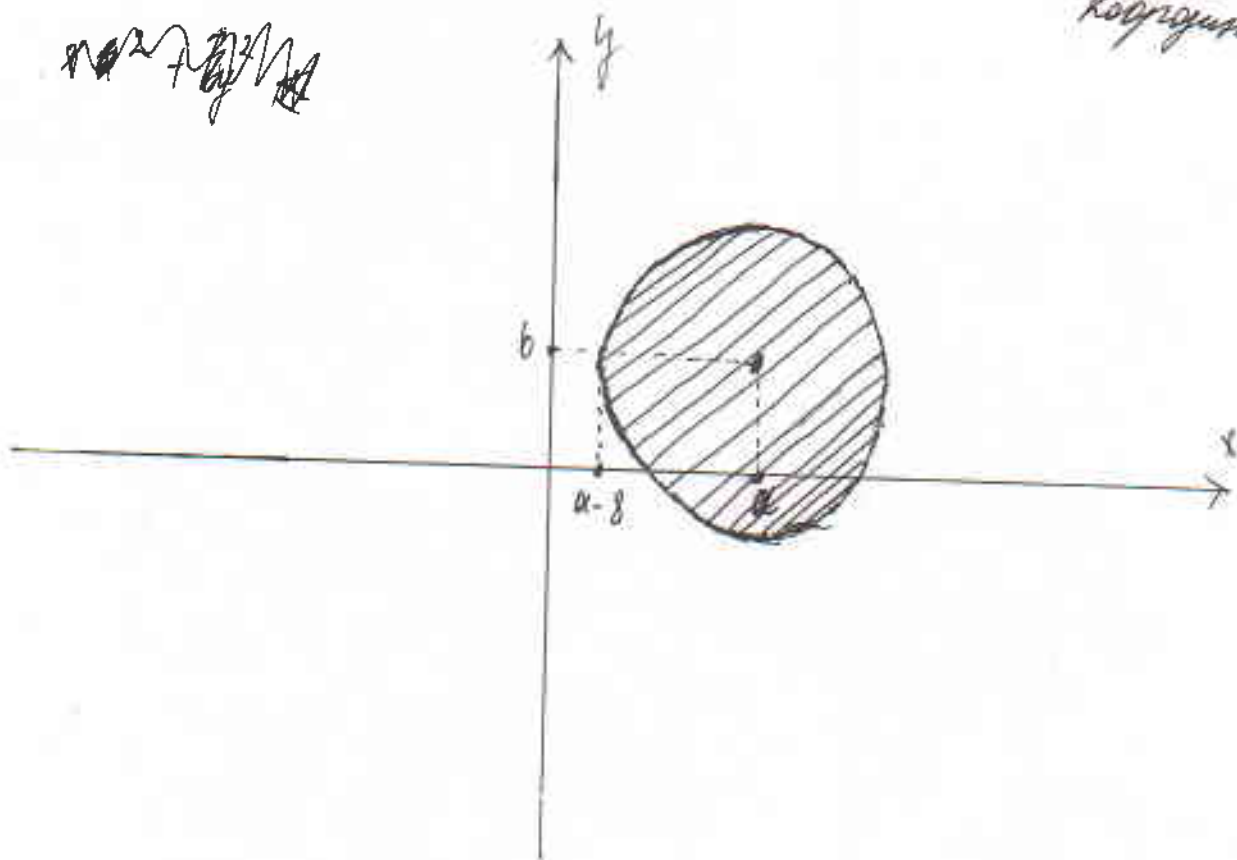
Умножение

№ 3

~~Умножение~~ $(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 8$ - ~~окр.~~ ~~радиус~~ $r = \sqrt{8}$

координаты центра $(a; b)$

~~Умножение~~



Числовик

№ 2

M - сер-ка AB

MH - перп-р из M на DC



~~Числовик~~

расск-рм Δ PAB:

$$\frac{MH \cdot AB}{2} = S$$

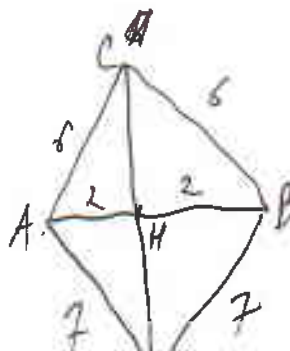
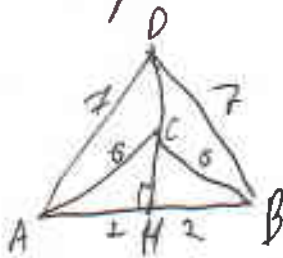
$$S \sim R_0 = R_{\text{треуго-ка}}$$

$$\Rightarrow \frac{MH \cdot AB}{2} \sim R_0 \Rightarrow MH \sim R_0 \Rightarrow \text{чем больше } MH, \text{ тем больше } R_0$$

$$CD \perp MH$$

$$CD \parallel \text{оси цилиндра} \Rightarrow R = R_0$$

MH = 0 при ABCP леж. в 1 пл-ти



(3)

$$CD = \sqrt{49-4} + \sqrt{36-4}$$

$$CD = \sqrt{49-4} - \sqrt{36-4} \Rightarrow CD = \sqrt{45} \pm \sqrt{32}$$

Ответ: $\sqrt{45} + \sqrt{32}$; $\sqrt{45} - \sqrt{32}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102873**

ID профиля: **320656**

Вариант 23

~~$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{(x+4)^2}(x+34) = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) - 1$$~~

~~$$DA: x+34 > 0 \Rightarrow x > -34$$~~

~~$$x+34 \neq 1 \Rightarrow x \neq -34+1 = -33$$~~

~~$$2x+23 > 0 \Rightarrow x > -\frac{23}{2}$$~~

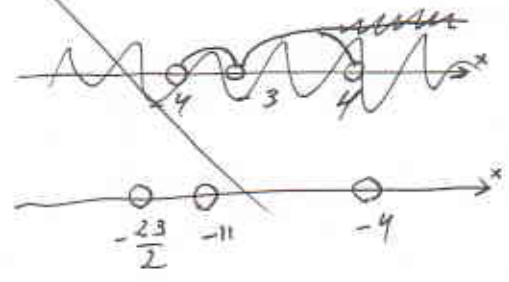
~~$$2x+23 \neq 1 \Rightarrow x \neq -11$$~~

~~$$(x+4)^2 > 0 \Rightarrow x \neq -4$$~~

~~$$x+4 \neq 1 \Rightarrow x \neq -3$$~~

~~$$-x-4 > 0 \Rightarrow x < -4$$~~

~~$$2 \log_{x+34}(2x+23) = 2 \log_2$$~~



Handwritten scribble

Handwritten scribble

$$a = 11^{n_1} \cdot 2^{m_1}$$

$$b = 11^{n_2} \cdot 2^{m_2}$$

$$c = 11^{n_3} \cdot 2^{m_3}$$

$$(3 \cdot 2 \cdot 17 + 6) \cdot (3 \cdot 2 \cdot 14 + 6)$$

Handwritten scribbles

Handwritten scribble

$$\begin{array}{r} \neq \\ 108 \\ \times 90 \\ \hline 9720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1080 \\ - 108 \\ \hline 9692 \end{array}$$

$$2 \log_{x+34} (2x+23) = 2 \log_{2x+23} \frac{-x-4}{\sqrt{2x+23}}$$

$$2 \log_{x+34} (2x+23) = \frac{1}{2} \log_{2x+23} (x+34)$$

$$4 \log_{x+34} (2x+23) = \frac{1}{\log_{x+34} (x+4)}$$

$$\frac{4 \log_{x+34} (2x+23)}{(x+34)} = \frac{1}{\log_{x+34} (x+4)}$$

√4

$$\text{НОК}(a; b; c) = 2^{16} \cdot 11^{19}$$

так как 2 и 11, ну и еще там еще в одном месте есть 2^{15} и

~~НОД~~ $\text{НОД} = 22 = 11 \cdot 2 \Rightarrow$ в каком-то месте есть и 11, и 2, там же еще в 1 месте есть 11¹⁹.

~~НОД~~ $\text{НОД} = 22 = 11 \cdot 2 \Rightarrow$ в каком-то месте

\Rightarrow в каком-то месте есть и 11, и 2, есть число с одной 2, есть с одной 11

Рассмотрим все случаи когда $a = 2^{16} \cdot 11^{19}$:

$$b = 11 \cdot 2$$

$$c = 11^n \cdot 2^k$$

$$18 \cdot 15$$

+

$$15 \cdot 108$$

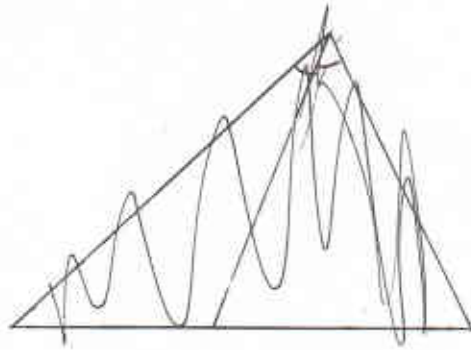
+

$$15 \cdot 108$$

+

$$18 \cdot 15 =$$

$$\Rightarrow 15 \cdot (18 + 18 + 18 + 18) = 30 \cdot 37 = 60 \cdot 18$$



$$\frac{91}{-19} \\ \hline 22$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}^{(2x+23)} = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$$

$$\frac{1}{\log_{2x+23}^{x+34}} = \log_{2x+23}(-x-4)$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) \cdot \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) \cdot \log_{(x+4)^2(x+34)} =$$

$$= 2 \cdot \log_{2x+23}(2x+23) \cdot \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) \cdot \log_{-x+4}(x+34) =$$

$$= 2 \cdot \log_{x+34}(-x-4) \cdot \log_{-x-4}(x+34) = 2 \cdot \log_{x+34}(x+34) = 2$$

2 log a - на патне a, а премуи - a+1

$$a \cdot a \cdot (a+1) = 2 \Rightarrow a^2(a+1) = 2 \Rightarrow a^3 + a^2 - 2 = 0 \Rightarrow a^3 - a^2 + 2a^2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow a^2(a-1)(a^2+2a+2) = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a + 2a - 2 = 0 \Rightarrow (a-1)(a^2+2a+2) = 0 \Rightarrow a = 1, \quad D < 0$$

Пример

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2$$

Условие

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 1 \Rightarrow \log_{\sqrt{x+34}}$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 91 \\ 91 \\ \hline 819 \\ 8281 \end{array}$$

$$\begin{cases} \text{НОД}(a, b, c) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \\ \text{НОК}(a, b, c) = 2^{16} \cdot 11^{19} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2^{n_1} \cdot 11^{m_1} \\ b = 2^{n_2} \cdot 11^{m_2} \\ c = 2^{n_3} \cdot 11^{m_3} \end{cases}$$

$$\text{НОД} = 2 \cdot 11 \Rightarrow n_1, n_2, n_3 \text{ или } n_3 = 1 \\ m_1, m_2 \text{ или } m_3 = 1$$

$$\text{НОК} = 2^{16} \cdot 11^{19} \Rightarrow n_1, n_2, n_3 = 16 \\ m_1, m_2 \text{ или } m_3 = 19$$

Из n выбрать того, кто равен 1 - 3 сл-ба, затем того, кто равен 16 - 2 сл-ба, наконец последний n может принимать любые зн-я от 2 до 15 (кроме 1 и 16 отдельно) \Rightarrow

\Rightarrow всего способов - $3 \cdot 2 \cdot 14 +$ ситуации, когда $n_1 = n_2 = 1$

$$\begin{aligned} n_1 = n_2 = 16 \\ n_2 = n_3 = 1 \\ n_2 = n_3 = 16 \\ n_1 = n_3 = 1 \\ n_1 = n_3 = 16 \end{aligned}$$

$$\text{Итого } 3 \cdot 2 \cdot 14 + 6 = 6 \cdot 15 = 90 \text{ сл-б}$$

Из m выбрать равною 1 - 3 сл-ба, равною 19 - 2 сл-ба, а остальные выбрать от 2 до 18 - 17 сл-б (кроме 1 и 19 отдельно) \Rightarrow

\Rightarrow всего сл-б $3 \cdot 2 \cdot 17 +$ ситуации, когда $m_1 = m_2 = 1$

$$\begin{aligned} m_1 = m_2 = 19 \\ m_2 = m_3 = 1 \\ m_2 = m_3 = 19 \\ m_1 = m_3 = 1 \\ m_1 = m_3 = 19 \end{aligned}$$

$$\text{Итого } 3 \cdot 2 \cdot 17 + 6 = 6 \cdot 18 = 108$$

①

Выбор n независим от выбора $m \Rightarrow$ всего сл-б - $90 \cdot 108 = 9720$

Ответ: 9720

0.43:

$$x + 34 > 0 \Rightarrow x > -34$$

$$x + 34 \neq 1 \Rightarrow x \neq -33$$

$$(x + 4)^2 > 0 \Rightarrow x \neq -4$$

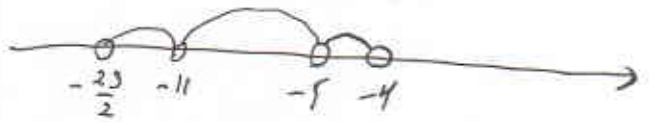
$$(x + 4)^2 \neq 1 \Rightarrow x \neq -5$$

$$-x - 4 \neq 1 \Rightarrow x \neq -5$$

$$-x - 4 > 0 \Rightarrow x < -4$$

$$2x + 23 > 0 \Rightarrow x > -\frac{23}{2}$$

$$2x + 23 \neq 1 \Rightarrow x \neq -11$$



Пусть x в кор. направление a , а переменный $-(a+1)$

Потому: $a \cdot a \cdot (a+1) = \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) \cdot \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) \cdot \log_{x(x-4)^2}(x+34) =$

$$= 2 \cdot \log_{x+34}(2x+23) \cdot \log_{2x+23}(-x-4) \cdot \log_{-x-4}(x+34) =$$

$$= 2 \Rightarrow a^3 + a^2 = 2 \Rightarrow a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a + 2a - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a-1)(a^2 + 2a + 2) = 0 \Rightarrow a = 1$$

Рассмотрим уравнение x или $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 1$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 1 \Rightarrow 2x+23 = \sqrt{x+34} \Rightarrow 4x^2 + 92x + 529 = x+34 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 91x + 495 = 0$$

$$D = 8281 - (8000 - 80) = 361 = 19^2$$

②

$$x = \frac{-91 \pm 19}{8}$$

~~и $x = -11$ не подходит по 0.43. $\Rightarrow \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = x$~~

~~$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2 \Rightarrow \log_{2x+34}(2x+23) = 1 \Rightarrow 2x+23 = x+34 \Rightarrow$~~

~~$x = 11$~~

Умножить

$$x_1 = -\frac{110}{8} = -\frac{55}{4} \quad x_2 = -\frac{72}{8} = -9$$

если $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2$, то $\log_{x+34}(2x+23) = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x+23 = x+34 \Rightarrow x = 11 - \text{не подходит. но } 0 \neq 3$$

если $\log_{\sqrt{x+34}}$

подставляем x_2 в $\log_{(x+4)^2}(x+34)$.

$$\log_{5^2}(25) = \log_{25} 25 = 1$$

$$x_1 \rightarrow \log_{(x+4)^2}(x+34):$$

$$\log_{\left(\frac{39}{4}\right)^2}\left(\frac{102-55}{4}\right) = \log_{\left(\frac{39}{4}\right)^2}\left(\frac{47}{4}\right) \neq 1 \neq 2 \Rightarrow x_1 \text{ не подходит.}$$

подставляем x_2 в $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

$$\log_{\sqrt{-18+23}}(+9-4) = 2 \log_5 5 = 2$$

Ответ: -9

