# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102476**

ID профиля: **844145**

Вариант 23

Чистовик. Лист №1. Математика 11 кл.

№1.

S - сумма первых 6 членов ар. прогрессии $\Rightarrow S = \frac{2a_1+5d}{2}\cdot 6 = 6a_1+15d$.

$$\begin{cases} a_{10}\cdot a_{16} > S+39 \\ a_{11}a_{15} < S+55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+9d)(a_1+15d) > 6a_1+15d+39 \\ 6a_1+15d+55 > (a_1+10d)(a_1+14d) \end{cases} \quad (1).$$

Сложим два неравенства

$$a_1^2+24a_1d+135d^2+6a_1+15d+55 > 6a_1+15d+39+a_1^2+24a_1d+140d^2$$

$$16 > 5d^2$$

$$d^2 - \frac{16}{5} < 0$$

$$d \in \left(\frac{-4\sqrt5}{5}; \frac{4\sqrt5}{5}\right).$$

$2<\sqrt5<3$, т.к. $4<5<9$

$8<4\sqrt5<12$

$1<\frac{8}{5}<\frac{4\sqrt5}{5}<2<\frac{12}{5}$; $-2<\frac{-4\sqrt5}{5}<-1$.

По условию $d>0$, $a_1\in\mathbb{Z}$, $a_2\in\mathbb{Z}$, $a_1+d=a_2 \Rightarrow d\in\mathbb{Z}$. Отсюда, и из оценок $\frac{-4\sqrt5}{5}$ и $\frac{4\sqrt5}{5}$, получаем, что $d=1$. Подставим это значение в систему (1).

$$\begin{cases} (a_1+9)(a_1+15) > 6a_1+15+39 \\ (a_1+10)(a_1+14) < 6a_1+15+55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1+135-6a_1-15-39>0 \\ a_1^2+24a_1+140-6a_1-15-55<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+18a_1+81>0 \\ a_1^2+18a_1+70<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+9)^2>0 \\ (a_1+9+\sqrt{11})(a_1+9-\sqrt{11})<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1\neq -9 \\ -9-\sqrt{11}<a_1<-9+\sqrt{11} \end{cases}$$

$3<\sqrt{11}<4$, т.к. $9<11<16$

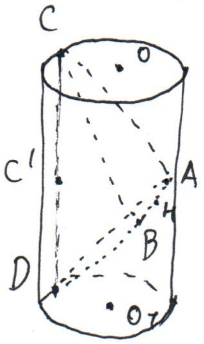
Учитывая, что $a_1\in\mathbb{Z}$ по условию и что $3<\sqrt{11}<4$, получаем, что $a_1\in\{-12; -11; -10; -8; -7; -6\}$

Ответ: $-12; -11; -10; -8; -7; -6$.

Чистовик. Лист №2. Математика 11 кл.

№2.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $AB=4$ | $H$ - середина $AB$ |
| $AC=CB=6$ | $O, O_1$ - центры оснований цилиндра |
| $AD=DB=7$ | $C' \in CD$. |
| $CD$ - ? | |




~~Если A и B обе лежат на разных основаниях~~

Если $A$ и $B$ не лежат на основаниях цилиндра:

$AB \perp CH$

$AB \perp DH$, т.к. $AC=CB$ и $AD=DB$

$\Downarrow$

$AB \perp (CDH)$; $OO_1 \parallel CD$ по условию $\Rightarrow OO_1 \parallel (CDH) \Rightarrow AB \perp OO_1$.

Рассмотрим ~~сече~~ проекцию на сечение, содержащее $AB$. Точки $C$ и $D$ проецируются в $C'$. Если $AB$ - не диаметр, то существует $O_2$ - центр сечения, не лежащий $AB$. Тогда $BO_2+O_2A>AB$, $2R_{O_2}>AB$. Следовательно $AB$ - наименьший диаметр. $\angle AC'B=90°$, т.к. опирается на диаметр $\Rightarrow C'H=HB=\frac{AB}{2}=2$. По теореме Пифагора $C'B=2\sqrt{2}$. По построению $C'B \perp CD$. По теореме Пифагора $CC'=\sqrt{CB^2-C'B^2}$ и $DC'=\sqrt{DB^2-C'B^2}$,

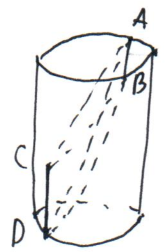
$CC'=\sqrt{36-8}=2\sqrt{7}$

$DC'=\sqrt{49-8}=\sqrt{41}$

$CD=CC'+DC'=2\sqrt{7}+\sqrt{41}$.

Если $A$ и $B$ лежат на одном основании, то рассуждения аналогичные. Кроме этого $AD>AC$, следовательно

$CD=C'D-CC'=\sqrt{41}-2\sqrt{7}$




~~Если A и B лежат на разных основаниях~~, то

$A$ и $B$ не могут лежать на разных основаниях, т.к. $AB \perp OO_1$

Ответ: $\sqrt{41}-2\sqrt{7}$; $\sqrt{41}+2\sqrt{7}$.

Черновик, лист №1

№ 23

$S = a_1 + a_2 + \dots + a_6$

$a_{10} a_{16} > S + 39$

$a_{11} a_{15} < S + 55$

$a_1 - ?$

$a_6 = a_1 + 5d$

$S = \frac{2a_1 + 5d}{2} \cdot 6 = 6a_1 + 15d$

$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6$
$21$

$\frac{2+5}{2} \cdot 6 = 21$

$a_{10} = a_1 + 9d \qquad a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{16} = a_1 + 15d \qquad a_{15} = a_1 + 14d$

$150 - 15 = 135$

$55 - 39 = 16$

$$\begin{cases} (a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > 6a_1 + 15d + 39 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1 d + 9a_1 d + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ a_1^2 + 14a_1 d + 10a_1 d + 140d^2 < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2 < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ 6a_1 + 15d + 55 > a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2 \end{cases} \quad (+)$$

$a_1^2 + 24a_1 d + 135d^2 + 6a_1 + 15d + 55 > 6a_1 + 15d + 39 + a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2$

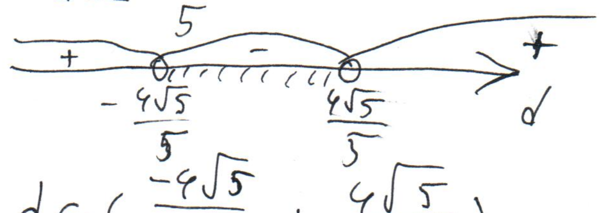
$135d^2 + 55 > 140d^2 + 39$

$16 > 5d^2$

$d^2 < \frac{16}{5}$

$d^2 = \frac{16}{5}$

$d = \pm\frac{4\sqrt{5}}{5}$




$d \in \left(\frac{-4\sqrt{5}}{5}; \frac{4\sqrt{5}}{5}\right)$

Если $a_1 \in \mathbb{Z}$, $a_2 \in \mathbb{Z}$ и $a_1 + d = a_2$, то $d = a_2 - a_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow d \in \mathbb{Z}$. В $\left(-\frac{4\sqrt{5}}{5}; \frac{4\sqrt{5}}{5}\right)$ содержится только три целых числа: $-1; 0; 1$. $\Rightarrow d \in \{-1; 0; 1\}$.

$1 \vee \frac{4\sqrt{5}}{5}$

$5 \vee 4\sqrt{5}$

$25 \vee 16 \cdot 5$

$25 < 80 \qquad 1 < \frac{4\sqrt{5}}{5}$;

$16 \cdot 5 = 80$

$2 \vee \frac{4\sqrt{5}}{5}$; $100 > 80$; $2 > \frac{4\sqrt{5}}{5}$. Аналог. (записать) $-2 < -\frac{4\sqrt{5}}{5} < -1$

Черновик, лист 2

Р-м. случай $d=0$. Подставим $d=0$ в систему (*):

$$\begin{cases}(a_1+9\cdot 0)(a_1+15\cdot 0) > 6a_1+15\cdot 0+39\\ (a_1+10\cdot 0)(a_1+14\cdot 0) < 6a_1+15\cdot 0+55\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1\cdot a_1 > 6a_1+39\\ a_1\cdot a_1 < 6a_1+55\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2-6a_1-39>0; \quad D=36+4\cdot 39=192=(8\sqrt{3})^2\\ a_1^2-6a_1-55<0; \quad D=36+4\cdot 55=256=16^2\end{cases}$$

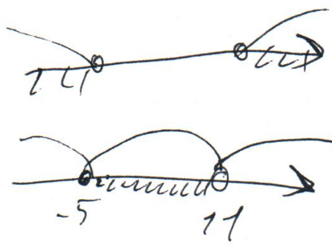
$a_1=\frac{6+16}{2}=11$

$a_1=\frac{6-16}{2}=-5$

$a_1=\frac{6+8\sqrt3}{2}=3+4\sqrt3$

$a_1=\frac{6-8\sqrt3}{2}=3-4\sqrt3$

$$\begin{cases}(a_1-3-4\sqrt3)(a_1-3+4\sqrt3)>0\\ (a_1-11)(a_1+5)<0\end{cases}$$




$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a_1<3-4\sqrt3\\ a_1>3+4\sqrt3\end{array}\right.\\ \begin{cases}a_1>-5\\ a_1<11\end{cases}\end{cases}$$

$a_1\in\{-4;10\}$

$3-4\sqrt3 \vee -5$

$-4\sqrt3 \vee -8$

$8 \vee 4\sqrt3$

$64 \vee 16\cdot 3$

$64>48$

$3-4\sqrt3>-5$

$3-4\sqrt3 \vee -4$

$7 \vee 4\sqrt3$

$49 \vee 48$

$3-4\sqrt3>-4$

$3-4\sqrt3<-3$

$3+4\sqrt3 \vee 11$

$48<64$

$49$

$9<3+4\sqrt3<10$

случай $d=1$:

$(a_1+9)(a_1+15)>6a_1+15+39$

$(a_1+10)(a_1+14)<6a_1+15+55$

$$\begin{cases}a_1^2+24a_1+135-6a_1-15-39>0\\ a_1^2+24a_1+140-6a_1-15-55<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+18a_1+81>0\\ a_1^2+18a_1+70<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a_1+9)^2>0\\ (a_1+9+\sqrt{11})(a_1+9-\sqrt{11})<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1\neq -9\\ -9-\sqrt{11}<a_1<-9+\sqrt{11}\end{cases} \to \{-12;-11;-10;-8;-7;-6\}$$

$\frac{-18+2\sqrt{11}}{2}=-9+\sqrt{11}$

$\boxed{3<\sqrt{11}<4}$

$-9-\sqrt{11}$

$5\cdot 100=25\cdot 20=25\cdot 4\cdot 5$

$120-39=81$; $39\cdot 4=156$; $39+39=78$; $78+78=156$; $36+156=192$; $55+55=110$; $256-16=96$; $36\cdot 5=180$; $64\cdot 3=192$; $220$

| | |
|---|---|
| 192 | 2 |
| 96 | 2 |
| 48 | 2 |
| 24 | 2 |
| 12 | 2 |
| 6 | 2 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$-160-39=111$ (?); $900-444=456$

| | |
|---|---|
| 456 | 2 |
| 228 | 2 |
| 114 | 2 |
| 57 | 3 |
| 19 | 19 |

$18\cdot 18=324$; $324-280=44$

Черновик, лист №3

$d=-1$:

$\begin{cases}(a_1-9)(a_1-15)>6a_1-15+39\\(a_1-10)(a_1-14)<6a_1-15+55\end{cases}$

$\begin{cases}a_1^2-24a_1+135-6a_1+15-39>0\\a_1^2-24a_1+140-6a_1+15-55<0\end{cases}$

$\begin{cases}a_1^2-30a_1+111>0 & D=900-444=456=(2\sqrt{114})^2\\a_1^2-30a_1+100<0 & D=900-400=500=(10\sqrt5)^2\end{cases}$

$\begin{cases}(a_1-15-\sqrt{114})(a_1-15+\sqrt{114})>0\\(a_1-15-5\sqrt5)(a_1-15+5\sqrt5)<0\end{cases}$

$\left[\begin{array}{l}a_1>15+\sqrt{114}\\a_1<15-\sqrt{114}\end{array}\right.$ $a>25$ $a_1<27$ $10<\sqrt{114}<11$

$15-5\sqrt5<a_1<15+5\sqrt5$ $\quad 11<\underset{5\sqrt5}{\sqrt{125}}<12$

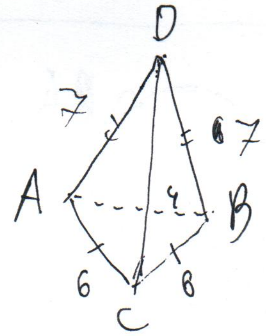
$\Downarrow$

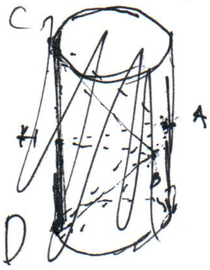
$a_1\in\{26;4\}$

$AB=4$

$AC=CB=6$

$AD=DB=7$



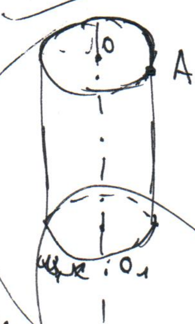

~~A и B на сер. ⊥ к CD.~~ !

$CD \parallel OO_1$

$AB$ ~~скрещ.~~ и $CD$ – скрещ.

$\Downarrow$

$AB$ не пар. $OO_1$




Если A или B на основ. цил. и A и B лежат на ср. перп. к CD, $CD \parallel OO_1$, то ср. перп. к CD лежат в основ. цил. и C или D не принад. цил. – против.

H – сер. CD, тогда $AH \perp CD$, $BH \perp CD$, $CD \parallel OO_1$ $\perp \omega_1$ (основание) $OO_1 \perp \omega_1$

$\Downarrow$

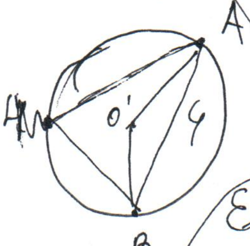
$BH \parallel \omega_1$

$AH \parallel \omega_1$

$\Downarrow$

$AB \parallel \omega_1$

Р-м ~~вид сверху~~ проекцию на плоск. $\parallel$ основ. и содер. A, B и H.



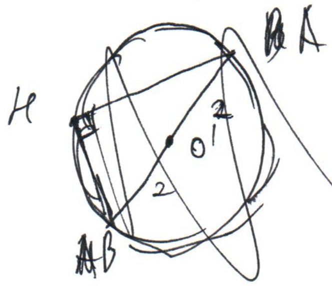

~~$BH=6\cdot\overset{\cos}{\sin}\angle=6\cdot$~~ $=6\cdot\sqrt{1-\sin^2\angle}=$

$=6\cdot\sqrt{7-\left(\frac{CD}{2}\cdot\frac16\right)^2}=$

$=6\cdot\sqrt{7-\frac{CD^2}{144}}$

Если AB – не диаметр, то $O'B+O'A>AB>4$, след. AB – диаметр, $R=2$

Черновик, лист 14.

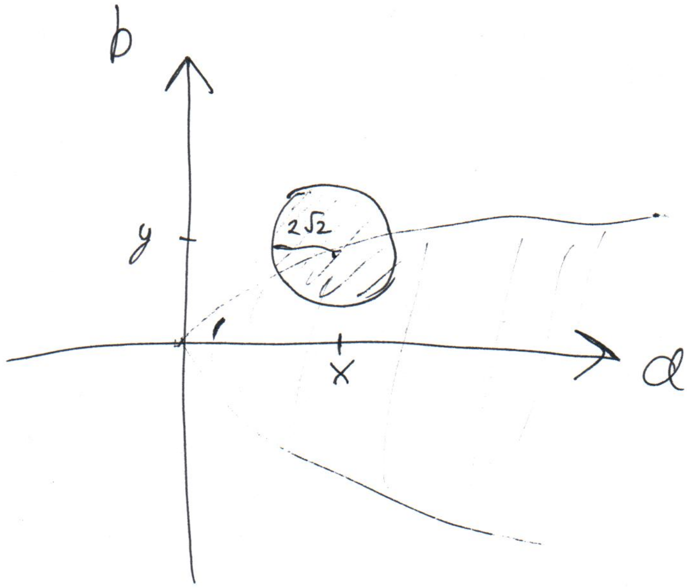


$BH = 6\sqrt{1-\frac{CD^2}{144}}$

$AH = 7\sqrt{1-\frac{CD^2}{196}}$

$AH^2 + BH^2 = AB^2$

$36(1-\frac{CD^2}{144}) + 49(1-\frac{CD^2}{196}) = 16$



$a^2+b^2 \le 8$

$b^2 \le$

$8 < -4a+4b$

$b > \frac{8+4a}{4} =$

$= 2+a$

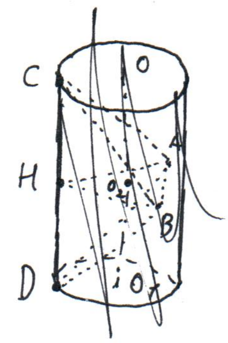
$\begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2 \le 8 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8)\end{cases}$

~~Чистовик. Лист №2. Математика~~ 11 кл.

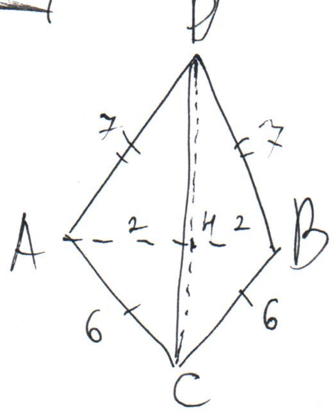
~~№2.~~

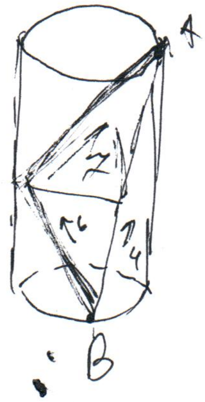
~~Дано:~~
~~AB = 4~~
~~AC = CB = 6~~
~~AD = DB = 7~~
~~CD - ?~~

~~Решение:~~
~~H - середина CD~~
~~AC = CB~~
~~AD = DB = 7~~

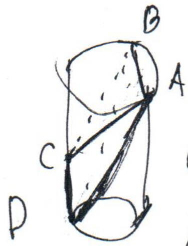


~~Черновик. Лист №5~~





A и B одн. не лет. на ~~ее~~ осн.



~~A и B и C и D не лежат.~~

A и B не лежат на осн.

$CD \parallel OO_1$

$CD \perp \omega_1$

$CH \perp AB$

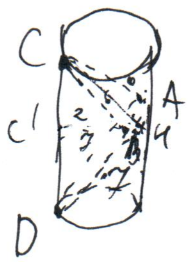
$AB \perp (CDH)$

$OO_1 \parallel (CDH)$

$AB \perp OO_1$

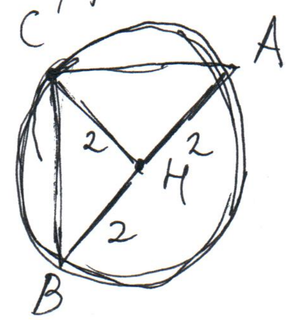
$\omega_1 \parallel AB$

AB - диаметр (лист №3) →



$C'B = 2\sqrt{2}$

↑



# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102476**

ID профиля: **844145**

Вариант 23

Чистовик. Лист №1. Математика 11 кл.

№5

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2\log_{x+34}(2x+23)$

$\log_{(x+4)^2}(x+34) = \frac{1}{2}\log_{|x+4|}(x+34) = \frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34)$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = 2\log_{2x+23}(-x-4)$.

Пусть $x+34=a$

$2x+23=b$

$-x-4=c$

Тогда имеем 3 случая!

1) $\begin{cases} 2\log_a b = 2\log_b c \\ \frac{1}{2}\log_c a = 2\log_b c+1 \end{cases}$

$\begin{cases} \log_a b = \log_b c \\ \log_c a = 4\log_b c+2 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{1}{\log_c b} \\ \log_c a = 4\log_b c+2 \end{cases}$

$\log_c^2 b = 4\log_b c+2$

$\log_c^3 b - 2\log_c b - 4 = 0$

$(\log_c b-2)(\log_c^2 b+2\log_c b+2)=0$

$\Downarrow$

$\log_c b = 2$

$c^2 = b$

$(-x-4)^2 = 2x+23$

$x^2+8x+16=2x+23$

$\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-7 \end{array}\right.$

$\Downarrow$ ОДЗ

$x=-7$

2) $\begin{cases} 2\log_a b = \frac{1}{2}\log_c a \\ 2\log_b c = 2\log_a b+1 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{2}{\log_b a} = \frac{\log_b a}{2\log_b c} \\ 2\log_b c = 2\log_a b+1 \end{cases}$

$\log_b^2 a = 4\log_a b+2$

Аналогично случаю 1)!

~~один~~

$\log_b a = 2$

$b^2 = a$

$(2x+23)^2 = x+34$

$4x^2+92x+23^2=x+34$

$\left[\begin{array}{l} x=-9 \\ x=-13,75 \end{array}\right.$

$\Downarrow$ ОДЗ

$x=-9$

ОДЗ:

$\begin{cases} x+34 \geq 0 \\ x+34 > 0 \\ \sqrt{x+34} \neq 1 \\ (x+4)^2 \neq 1 \\ 2x+23 > 0 \\ -x-4 > 0 \\ \sqrt{2x+23} \neq 1 \\ (x+4)^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq -5 \\ x \neq -11 \\ -11,5 < x \\ x < -4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2\log_b c = \frac{1}{2}\log_c a \\ 2\log_a b = 2\log_b c+1 \end{cases}$

$\frac{2\log_a c}{\log_a b} = \frac{1}{2\log_a c}$

$\log_a b = \frac{1}{4}\log_c a + \frac{1}{2}$

$4\log_a^2 c = \frac{1}{4}\log_c a + \frac{1}{2}$

$16\log_a^3 c - 2\log_a c - 1 = 0$

$(\log_a c - \frac{1}{2})(16\log_a^2 c + 8\log_a c + 2) = 0$

$\Downarrow$

$\log_a c = \frac{1}{2}$

$c^2 = a$

$(-x-4)^2 = x+34$

$x^2+8x+16=x+34$

$\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-9 \end{array}\right. \overset{\text{ОДЗ}}{\Rightarrow} x=-9$

Ответ: $-9; -7$.

Чистовик. Лист №2. Математика. 11 кл.

№4.

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 22 \\ НОК(a;b;c) = 2^{16} \cdot 11^{19} \end{cases}$$

Из первой строки получаем, что $a = 22 \cdot \alpha$, $\alpha \in N$
$b = 22 \cdot \beta$, $\beta \in N$
$c = 22 \cdot \gamma$, $\gamma \in N$

где $НОД(\alpha;\beta;\gamma) = 1$. Подставив во 2-ую строку, получаем

$$\frac{22 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \gamma}{w} = 2^{16} \cdot 11^{19},$$ где $w$ – общие множители $\alpha$, $\beta$ и $\gamma$.

Но $НОД(\alpha;\beta;\gamma) = 1 \Rightarrow w = 1$

$$22 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 2^{16} \cdot 11^{19} \Rightarrow \alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 2^{15} \cdot 11^{18}$$

$\cancel{a \cdot b \cdot c = 2^{18} \cdot 11^{21}}$ $НОД(\alpha;\beta;\gamma) = 1 \Rightarrow$ один множитель в разложении содержит только двойку, другой только 11, а третий ~~может~~ содержит хотя бы по одному каждого.

Пусть $$\begin{cases} \alpha = 2^{n} \\ \beta = 11^{k} \\ \gamma = 2^{15-n} \cdot 11^{19-k} \end{cases}$$ ~~Тогда пар n и k~~ , где $n \in N$, $k \in N$, $n \in (0;14)$, $k \in (0;18)$

Тогда пар $n$ и $k$, а следовательно и троек чисел:
$(14-0+1)(18-0+1) = 285$.

Всего было $3!$ способов выбрать ~~распределить~~ $2^{n}$, $11^{k}$ и $2^{15-n} \cdot 11^{19-k}$ в соответствие $\alpha$, $\beta$ и $\gamma$.

Следовательно существует $3! \cdot 285 = 6 \cdot 285 = 1710$ троек чисел, удовлетворяющих условию.

Ответ: 1710 троек.

Черновик. Лист 1

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$; $\log_{(x+4)^2}(x+34)$; $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

ОДЗ:

~~$x+34\ge 0$~~

$$\begin{cases} x+34>0 & ; \cancel{x>-34} \\ \sqrt{x+34}\ne 1 & \cancel{x\ne -33} \\ (x+4)^2\ne 1 & \cancel{x\ne -3};\ x\ne -5 \\ 2x+23>0 & x>-\frac{23}{2} \\ -x-4>0 & ; x<-4 \\ \sqrt{2x+23}\ne 1 & x\ne -11 \\ \cancel{(x+4)^2>0} & ; \cancel{x\ne -4} \\ (x+4)^2>0 & \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} x\ne -5 \\ x\ne -11 \\ -11{,}5<x<-4 \end{cases}$$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=2\log_{x+34}(2x+23)$

$\log_{(x+4)^2}(x+34)=\frac{1}{2}\log_{|x+4|}(x+34)$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=2\log_{2x+23}(-x-4)$

$2\log_a b$

$\frac{1}{2}\log_{|c|} a$

$2\log_b c$

$c>0$

$-c<0$

1) $\begin{cases} 2\log_a b=2\log_b c \\ \frac{1}{2}\log_{|c|} a=2\log_b c+1 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} 7 \\ +56 \\ 8 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{cases} \log_a b=\log_b c \\ \log_{|c|} a=4\log_b c+2 \end{cases}$$

$x^2+6x-7=0$

$D=36+28=64$

$x_1=\frac{-6+8}{2}=1$

$x_2=\frac{-6-8}{2}=-7$

$$\begin{cases} \log_a b=\log_b c \\ \log_{|c|} a=\log_b c^4b^2=\log_a b^4a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_a b=\log_b c \\ \log_c a=4\log_b c+2 \end{cases}$$

$1=\log_b c\cdot\log_b a$

$\log_{|c|} a=\log_b c^4b^2$

$\log_b a=\frac{\log_c a}{\log_c b}$

$\pm1\ \pm2\ \pm4$

$\frac{\log_c b}{\log_c a}=\frac{1}{\log_c b}$

$\log_c^2 b=4\log_b c+2$

$\log_c^3 b=4+2\log_c b$

$y^3-2y-4=0$

$(y-2)(y^2+2y+2)=0$

$y=2$ ~~$D=4-4\cdot 8=0$~~

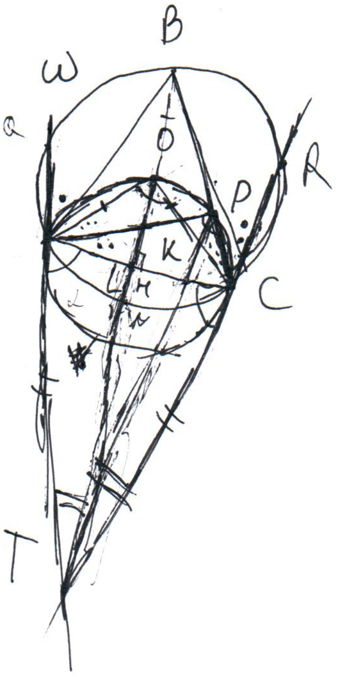
Черновик. Лист 1/2.

$S_{APK} = 15$

$S_{CPK} = 13$

$S_{ABC} - ?$

$S_{APC} = S_{APK} + S_{CPK} = 28$




$\frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{AK}{KC} = \frac{15}{13}$

O - центр. оп. окр. => $OA = OC = OB$

$AT = TC$ как отр. кас. из одной точки

$\angle ACP = \angle QAP$

$\angle AOC = \angle APC$

$\angle PAC = \angle RCP$

~~$\angle \ldots = \angle \ldots + \angle \ldots = 180° - \angle$~~

$\angle OCA = \angle APO = \angle CAP + \angle PAO =$ OCP

$= \frac{180° - \angle AOC}{2} = \frac{180° - \angle APC}{2}$

$\angle AOC = \alpha$

$\angle ATC = 180° - 2\alpha$

$\angle ATH = 90 - \alpha$

⇓

$TH \perp AC$

TH - сер. пер.

⇓

$H \in TO$

$\angle ABC = \frac{\alpha}{2}$

~~$\frac{180 - \alpha}{2} + \alpha + \gamma = 90$~~

~~$180 - \alpha + \alpha + \gamma = 90$~~

$90 - \frac{\alpha}{2}$ $\frac{\alpha}{2}$

~~$a = 22 \cdot \alpha$~~

~~$b = 22 \cdot \beta$~~

~~$c = 22 \cdot \gamma$~~

~~НОД$(\alpha, \beta, \gamma) = 1$~~

$a = 22 \cdot \alpha$

$b = 22 \cdot \beta$

$c = 22 \cdot \gamma$

~~3 36~~

НОД$(\alpha; \beta; \gamma) = 1$

⇓

~~α~~ один мн. ~~сод.~~ сод. 2

только 2

др. только 11

тр. может. и 2, и 11, и другое

~~118~~ 20

6 12 18

1 2 3

6

36

$\boxed{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 2^{15} \cdot 11^{18}}$

$\boxed{a \cdot b \cdot c = 2^{18} \cdot 11^{21}}$

$w = 1$

$\frac{22 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \gamma}{w} = 2^{16} \cdot 11^{19}$

$\frac{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma}{w} = 2^{15} \cdot 11^{18}$

$\frac{abc}{w} = 2^{18} \cdot 11^{21}$

Черновик, лист №3

$y^3 + 0y^2 - 2y - 4 = 0 \;\Big|\; y-2$

$y^3 - 2y^2 \qquad y^2 + 2y + 2$

$2y^2 - 2y$

$2y^2 - 4y$

$2y - 4$

$\log_c b = 2$

$c^2 = b$

$(-x+4)^2 = 2x + 23$

$23 \cdot 23 = 529$, $529 - 34 = 495$

$22 \cdot 22 = 484$

$495 \cdot 16 = 7920$

$91 \cdot 91 = 8281$, $8281 - 7920 = 361$

$19 \cdot 19 = 361$

$4\log_a b = \frac{1}{2}\log_c a \Longrightarrow \frac{\log_b a}{2\log_b c}$

$2\log_b c = 2\log_a b + 1$

$\frac{2}{\log_b a} = \frac{\log_b a}{2\log_b c}$

$4\log_a b + 2 = \log_b^2 a$

$4x^2 + 91x + 495 = 0$

$D = 91^2 - 4^2 \cdot 495 = 361 = 19^2$

$x = \frac{-91+19}{8} = -9$

$x = \frac{-91-19}{8}$

$91 + 19 = 110$

$110 - 91 - 19$; $91 - 19 = 72$

$110$

$55 : 4 = 13{,}75$

$\frac{55}{4}$

$2\log_b c = \frac{1}{2}\log_c a$

$2\log_a b = \frac{1}{2}\log_c a + 1$

$16\log_a^2 c = 2 + \frac{1}{\log_a c}$

$16\log_a^3 c - 2\log_a c - 1 = 0$

$16y^3 - 2y - 1 = 0$

$18, 36$

$16y^3 - 2y - 1 \;\Big|\; y - \frac{1}{2}$

$16y^3 - 8y^2 \qquad 16y^2 + 8y + 2$

$8y^2 - 2y$

$8y^2 - 4y$

$2y - 1$

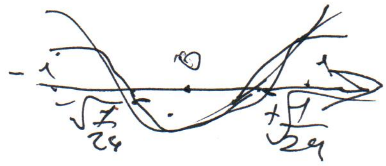
$x^2 + 7x - 18 = 0$

$D = 49 + 72 = 121$

$x = \frac{-7+11}{2}$, $\frac{-7-11}{2} = -9$

$48y^2 - 2 = 0$

$y = \pm\sqrt{\frac{1}{24}}$



Черновик. Лист № 4.

$$\begin{cases} \alpha = 2^n \\ \beta = 11^k \\ \gamma = 2^{15-n} \cdot 11^{19-k} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ -15 \\ \hline 285 \\ \times\ 6 \\ \hline 1710 \end{array}$$

$n \in (0; 14)$

$k \in (0; 18)$

Всего пар $n$ и $k$, удовлетв. услов.: $15 \cdot 19 = 285$