# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

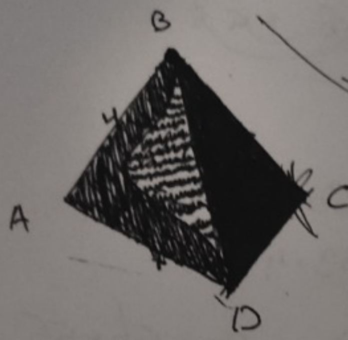
Шифр: **21102445**

ID профиля: **282416**

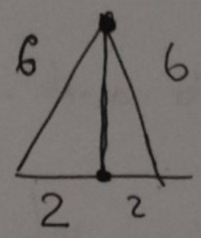
Вариант 23

Черновик

$\frac{abc}{4R} =$

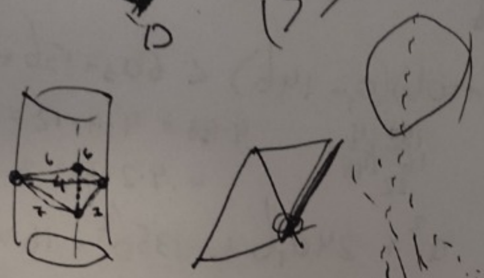



$R = \frac{abc}{4S}$




$\sqrt{3} >$

$36 - 4 = \sqrt{32} \cdot 2$



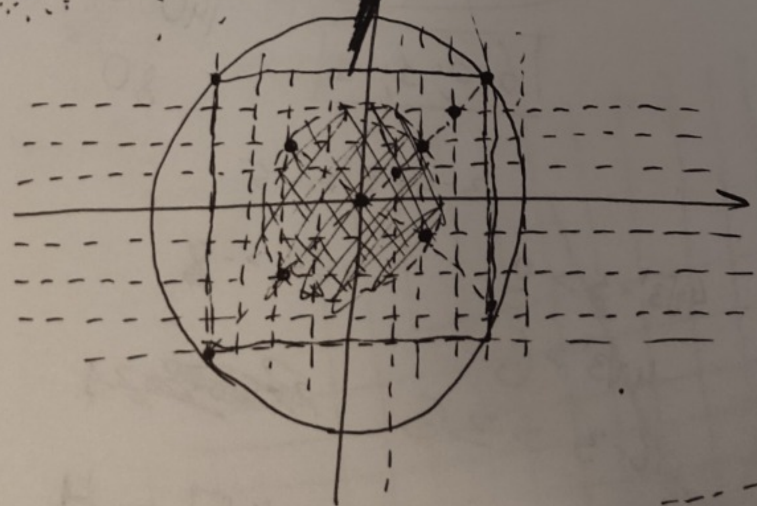
$\frac{4\cdot 6\cdot 6}{4\cdot 2\cdot\sqrt{32}} = \frac{18}{2\sqrt{8}} = \boxed{\frac{9}{\sqrt{8}}}$

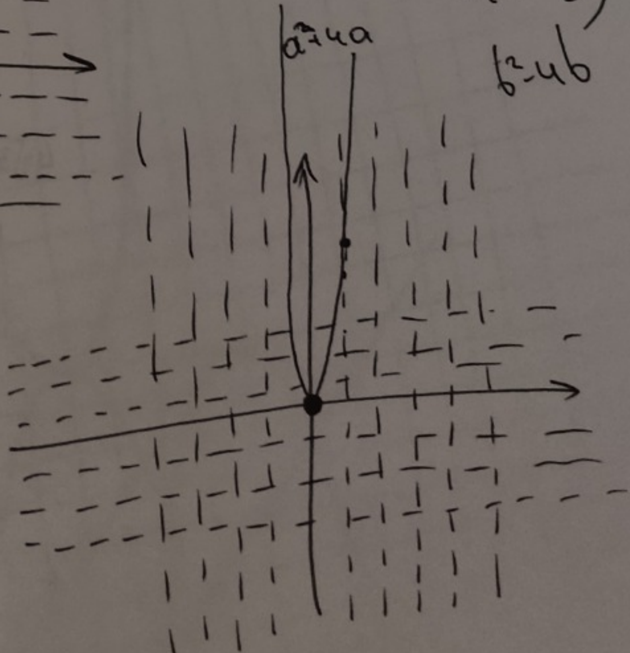
ЦДМО — $a^2+b^2<8$ 2 140 − 70

$8 < a^2+b^2 \le -4a+4b$

$a^2+4a \le 4b-b^2$

$a(a+4) \le b(4-b)$





Черновик

2 3 4 5

$a_1 \quad a_1+b \quad a_1+2b \ldots\ldots$

$S = 6a_1 + 15b$

$\begin{array}{r} 120+ \\ 156 \\ 36 \\ \hline 192 \end{array}$

$(a_1+9b)(a_1+15b) > 6a_1 + 15b + 39$

$36 + 39 \cdot 4$

$\begin{array}{r} 15 \\ 9 \\ \hline \end{array}$

$2 \cdot 81$

$(a_1+10b)(a_1+14b) < 6a_1 + 15b + 55$

$192 \mid 4$
$16 \quad 48$
$32$

$4 \cdot 48 = 4 \cdot 4 \cdot 12 =$
$= 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3$

[redacted]

$a_1^2 + 24a_1b + 135b^2 + 16 > a_1^2 + 24a_1b +$
$+ 140b^2$

$S = 6a_1$

$\begin{array}{r} 135 \\ 54 \\ \hline 13 \\ 50 \\ \hline 81 \end{array}$

$a_1^2 > 6a_1 + 39$

$\boxed{16 > 5b^2}$

140

-1 0 1

140-60

$\boxed{b = 0;\ 1;\ -1}$

80

$3 - 4\sqrt{3} > -5$

$4\sqrt{3} + 3 > 9$

$-4\sqrt{3} > -8$

$4\sqrt{3} > 6$

$16 \cdot 3 > 36$

48

$-4\sqrt{3} > -7$

$-4\sqrt{3} > -5$

$5 > 4\sqrt{3}$

$7 > 4\sqrt{3} > 6$

$-7 < -4\sqrt{3} < -6$

25

$-4 <$

Чистовик математика 11

№1 $a_1$ ; $a_1+b$; $a_1+2b$...

$S = 6a_1 + 15b$

$(a_1+9b)(a_1+15b) > 6a_1 + 15b + 39$

$(a_1+10b)(a_1+14b) < 6a_1 + 15b + 55$

$\Downarrow$

$(a_1+9b)(a_1+15b) + 6a_1 + 15b + 55 > 6a_1 + 15b + 39 + (a_1+10b)(a_1+14b)$

$\Downarrow$

$135b^2 + 55 > 39 + 140b^2$

$\Downarrow$

$16 > 5b^2$ (т.к. все числа $a_i$ целые, то $4b$ - целое).

$\Downarrow$

$\boxed{b = 0; 1; -1}$

1. $b=0$

$S = 6a_1$

$\begin{cases} a_1^2 > 6a_1 + 39 \\ a_1^2 < 6a_1 + 55 \end{cases}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} a_1^2 - 6a_1 - 39 > 0 \\ a_1^2 - 6a_1 - 55 < 0 \end{cases}$

$D_1 = 6^2 + 39 \cdot 4 = 36 + 156 = 192 = 2^6 \cdot 3$

$D_2 = 6^2 + 55 \cdot 4 = 36 + 220 = 256 = 2^8$

$\Downarrow$

$\begin{cases} a_1 > \frac{8\sqrt{3}+6}{2};\ a_1 < \frac{-8\sqrt{3}+6}{2} \\ a_1 > \frac{-16+6}{2};\ a_1 < \frac{16+6}{2} \end{cases} = \begin{cases} a_1 > 4\sqrt{3}+3;\ a_1 < 3-4\sqrt{3} \\ 11 > a_1 > -5 \end{cases} \Rightarrow a_1 = 10;\ a_1 = -4$

$10 > 4\sqrt{3}+3 > 9$

$49 > 48 > 36$

$-3 > 3 - 4\sqrt{3} > -4$

2. $b = 1$ $S = 6a_1 + 15$

$\begin{cases} (a_1+9)(a_1+15) > 6a_1 + 15 + 39 \\ (a_1+10)(a_1+14) < 6a_1 + 15 + 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases}$

$\Downarrow$

$0 < a_1^2 + 18a_1 + 81 < 11$

$0 < (a_1+9)^2 < 11$

$\Downarrow$

$-4 < a_1 + 9 < 4$

$\Downarrow$

$-13 < a_1 < -5$

$\Downarrow$

$a_1 = -12, -11, -10; -9; -8; -7; -6$

3. $b=-1$ Невозможно, т.к. последовательность возрастающая значит, что $b>0$.

Ответ: $a_1 = 10; -4; -12; -11; -10; -9; -8; -7; -6.$

1

21102445 (U282416 M1304874)

Йстовик математика 11

№3 $a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8)$ a - по x b - по y

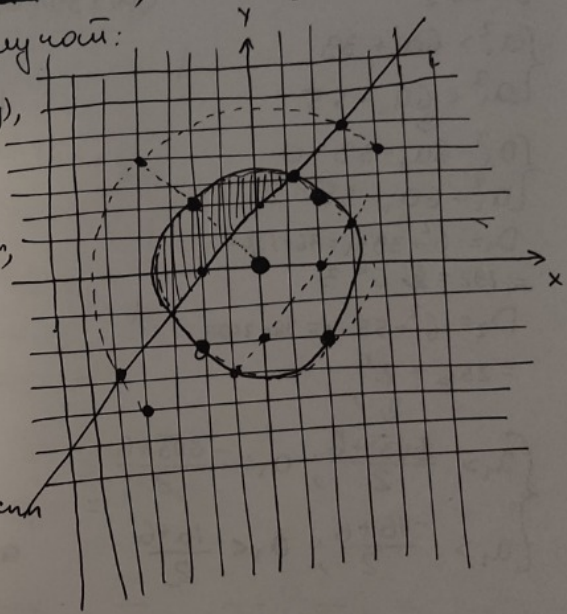
1). $-4a+4b \ge 8$ $a^2+b^2 \le 8$

$4b \ge 8+4a$ окружность с центром в (0;0) и радиусом $= 2\sqrt{2}$

$b \ge a+2$

всё что находится выше и на прямой $y=2+x$

тогда множество точек [redacted], с координатами (a;b), которые подходят в 1) случай:




Теперь посмотрим на точки (x;y), которые нам подходят. Это все точки, которые лежат внутри или на границе окружности, с радиусом $2\sqrt{2}$ и центром в одной из отмеченных точек.

Нарисуем эту фигуру. Это часть окружности с центром О и радиусом $2\sqrt{2}+2\sqrt{2}$, 2 части окружности с радиусом $2\sqrt{2}$ и отрезок.

2). $8 > 4b-4a$ $a^2+b^2 \le 4b-4a$

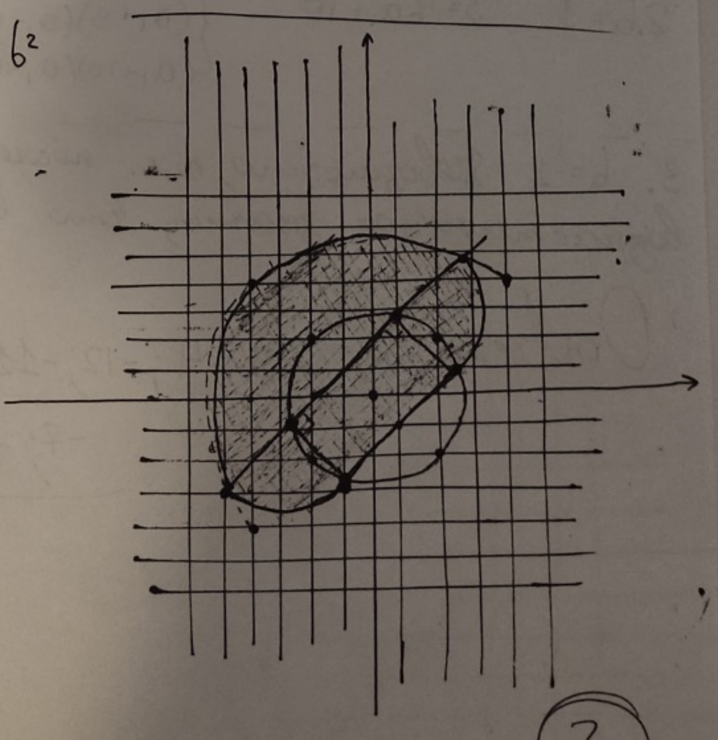
$a^2+4a \le 4b-b^2$

$a^2+4a+4 \ge 0$

$a^2+4a \ge -4$

$-b^2+4b-4 \le 0$

$-b^2+4b \le 4$



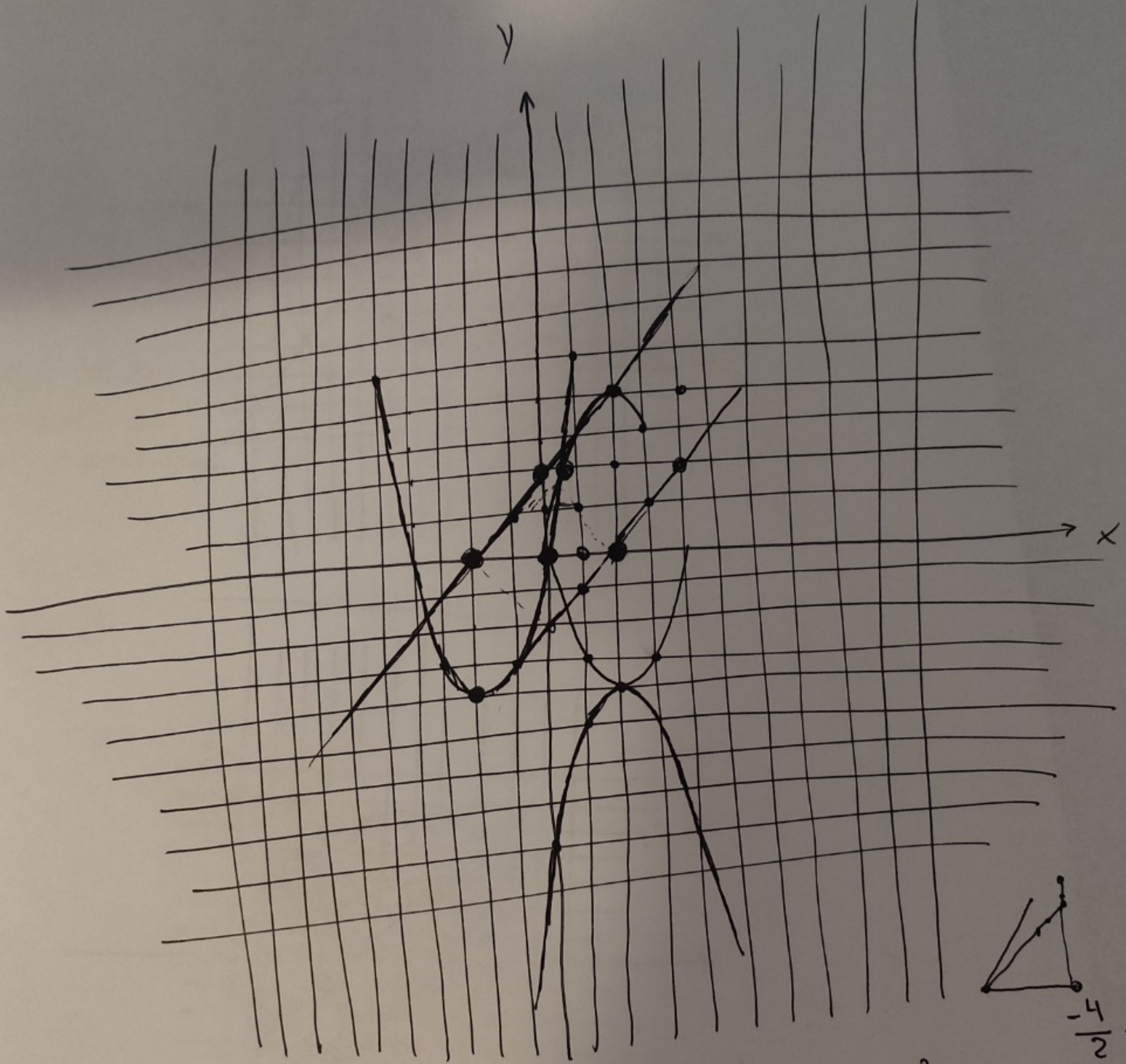
$a^2+b^2 \le 8$

окружность с центром в $(0;0)$ и радиусом $= 2\sqrt{2}$

Черновик

$-4a+4b>8$

$b>a+2$



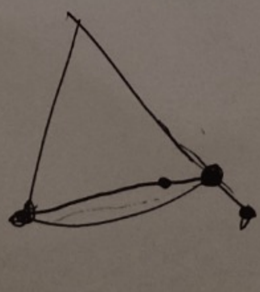

$\frac{-4}{2}=-2$

$a^2+4a$

$4b-b^2$

$\frac{-4}{2}$

$(x-1)^2+y^2=0$



21102445 (U282416 M1304874)

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102445**

ID профиля: **282416**

Вариант 23

№4 $a = 2^x \cdot 11^y$
$b = 2^z \cdot 11^n$
$c = 2^m \cdot 11^t$

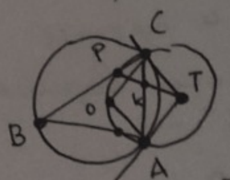
Среди чисел $x, z, m$ есть 1, 16 и третье число, $1 \le \ldots \le 16$. Посчитаем сколько вариантов. Выбираем куда поставить "1" – 3, выбераем куда поставить "16" – 2, и выбераем оставшееся число – 16, всего $2 \cdot 3 \cdot 16$, но вариант 1; 1; 16 мы посчитали два раза, 1 ~~когда~~ когда "1" на первом и выбрали 1, и когда "1" на втором и выбрали 1. Посмотрим на все, что посчитали 2 раза: (1, 1, 16), (1, 16, 1), (16, 1, 1), (1, 16, 16), (16, 1, 16), (16, 16, 16), их 6, значит кол-во вариантов $(x, z, m) = 2 \cdot 3 \cdot 16 - 6 = 6 \cdot 15$.
Аналогично для $(y, n, t)$ получаете $6 \cdot 18$, тогда всего,
$6 \cdot 15 \cdot 18 \cdot 6 = 6^2 \cdot 15 \cdot 18 = 36 \cdot 15 \cdot 18 = 9720$

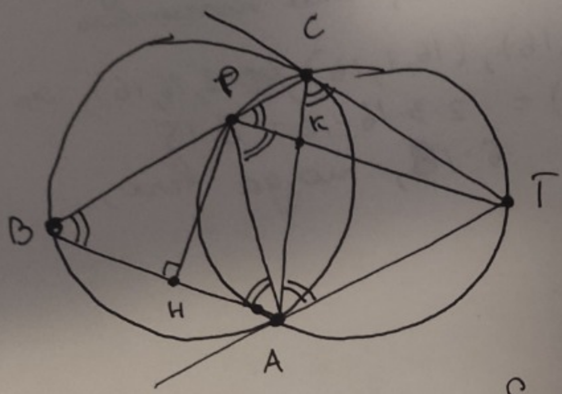
Ответ: 9720

№6 а) $\angle TAC=\alpha \Rightarrow \angle ABC=\alpha$ т.к. 1 угол между касательной и хордой, а 2 опирается на ту же дугу.

$\angle TCA=\angle ABC=\alpha$ по тем же причинам.

$\angle COA=2\angle ABC=2\alpha \Rightarrow$ дуга $AC$ (без $P$) 2 окружности $=4\alpha$, с другой стороны, если $T$ не лежит на этой окружности, то дуга $AC$ (без $P$) не равна $2(\angle CAT+\angle ACT)=4\alpha$, значит $T$ лежит, переделаем рисунок.




$\angle CPT=\angle CAT$ (на дугу $CT$ без $P$) $=\alpha$

$\angle APT=\angle ACT$ (на дугу $AT$ без $P$) $=\alpha$

$\Downarrow$

$\angle BPA=180-2\alpha \Rightarrow \angle BAP=180-(180-2\alpha+\alpha)=\alpha$

$\Downarrow$

$PB=PA$

$$\frac{S_{PKC}}{S_{PKA}}=\frac{13}{15}=\frac{\sin\alpha\cdot PC\cdot PK/2}{\sin\alpha\cdot PA\cdot PK/2}=\frac{PC}{PA}=\frac{PC}{PB}$$

$$S_{\Delta APC}=S_{\Delta PKC}+S_{\Delta PKA}=13+15=28$$

$$\frac{S_{APC}}{S_{BPA}}=\frac{PC}{PB}=\frac{13}{15}\Rightarrow S_{BPA}=\frac{15}{13}S_{APC}=\frac{15\cdot 28}{13}$$

$$S_{ABC}=S_{BPA}+S_{APC}=\frac{15\cdot 28}{13}+28\approx 60{,}308$$

Ответ: $\frac{420}{13}+28\approx 60{,}308=\frac{784}{13}$

б) $PH$ – высота $\Delta BPA$. $tg\,\alpha=\frac{4}{7}\Rightarrow$ если $PH=12\sqrt{5}x$, то

$$BH=\frac{PH}{tg\,\alpha}=21\sqrt{5}x.\quad BP=\sqrt{BH^2+PH^2}=15\sqrt{13}x$$

$$\frac{BP}{PC}=\frac{15}{13}\Rightarrow PC=\frac{13}{15}\cdot BP=13\sqrt{13}x$$

$\boxed{BA=2BH=42\sqrt{5}x}$ $\boxed{BC=BP+PC=28\sqrt{13}x.}$

$$S_{BPA}=\frac{15\cdot 28}{13}=\frac{PH\cdot BA}{2}=12\sqrt{5}x\cdot 21\sqrt{5}x=12\cdot 5\cdot 21\cdot x^2$$

$$x^2=\frac{\cancel{15}^{3}\cdot\cancel{28}^{4}}{13\cdot\cancel{5}\cdot 12\cdot\cancel{21}_{3}}=\frac{\cancel{3\cdot 4}}{13\cdot\cancel{12}\cdot 3}=\frac{1}{39}\Rightarrow x=\frac{1}{\sqrt{39}}$$

$BA=\frac{42\sqrt{5}}{\sqrt{39}}$ $BC=\frac{28}{\sqrt{3}}$ [redacted] $\cos\alpha=\frac{BH}{BP}=\frac{21\sqrt{5}x}{15\sqrt{13}x}=\frac{7\sqrt{5}}{5\sqrt{13}}$

$$AC=\sqrt{BA^2+BC^2-2\cos\alpha\cdot BA\cdot BC}=\sqrt{\frac{42^2\cdot 5}{39}+\frac{28^2}{3}-\frac{2\cdot 7\sqrt{5}\cdot 42\sqrt{5}\cdot 28}{5\sqrt{13}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{39}}}=$$

$$=\left(\frac{42^2\cdot 5+28^2\cdot 13-14\cdot 28\cdot 42}{39}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{14}{\sqrt{3}}$$

Ответ: $\frac{14}{\sqrt{3}}$

2

$a^k$

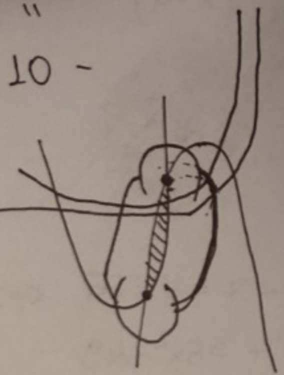
$a^{1/k}$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 28 \\ 14 \\ \hline 280 \\ 112 \\ \hline 392 \end{array}$$

$42(42\cdot 5 - 28\cdot 14)$

"

$210 -$



$$\begin{array}{r} 392 \\ 210 \\ \hline 182 \end{array} \cdot 42 - 28\cdot 28\cdot 13 =$$

13

$= 14\cdot 13\cdot 42 - 14\cdot 13\cdot 56 =$

$= 13\cdot 14\cdot 14$

$\frac{14^2}{3}$

Математика 11

[redacted]

№5 1) $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{(x+4)^2}(x+34) = \dfrac{1}{\log_{x+34}(x+4)^2} = \dfrac{1}{\log_{\sqrt{x+34}}(-x-4)}$

$\Updownarrow$

$\log_{\sqrt{x+34}}\left(2x+23+(-x-4)\right) = 1$

$\Updownarrow$

$\sqrt{x+34} = x+19 \iff x+34 = x^2+38x+361 \iff x^2+37x+327=0$

$x = \dfrac{\pm\sqrt{37^2-4\cdot 327}+37}{4} = \dfrac{\pm\sqrt{61}+37}{4} > 4$, но т.к. $-x-4 \geq 0$, $x \leq -4$,

нет подходящих решений.

2). $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = \dfrac{1}{\log_{2x+23}\sqrt{x+37}}$

$\parallel$

$\log_{2x+23}(x+4)^2$

$\log_{2x+23}\left((x+4)^2+\sqrt{x+37}\right) = 1$

$\Updownarrow$

$(x+4)^2+\sqrt{x+37} = 2x+23 \iff x^2+6x-7 = \sqrt{x+37} \iff$

$x+37 = (x^2+6x-7)^2 = x^4+12x^3-84x-14x^2+36x^2+49$

$x^4+12x^3+22x^2-84x+12=0$

log

$\dfrac{1}{1\cdot 2} + \dfrac{1}{2\cdot 3} + \log_a b = C + \dfrac{1}{2020\cdot 2021}$ ~~$a^c$~~ $6$

$a^{\frac{b}{c}} =$

$\boxed{\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}}$

cos~~x cos2x cos8x~~

$\dfrac{\sin x\ 2^4\ \cos x\cdot\cos 2x\cos 4x\cdot\cos 8x}{\sin x} = 1$

$2^3 \sin 2x \cos 2x$

$2^2 \sin 4x \cos 4x$

$\sin 16x = \sin x$ $\qquad 2\sin 8x\cos 8x$

$\dfrac{\sin 16x}{\sin x} = 1$

НОК $(a; b; c) = 22$

НОК $(a; b; c) = 2^{x} \cdot 11^{y}$

$a = 2^{x} \cdot 11^{y}$

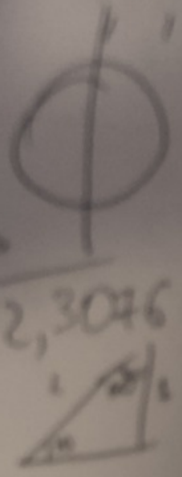
$b = 2^{z} \cdot 11^{m}$

$c = 2^{n} \cdot 11^{k}$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times\ 15 \\ \hline 140 \\ 28 \\ \hline 420 \end{array}$$

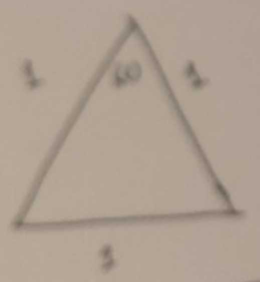
$420 : 13 = 32{,}3076$

39, 30, 26, 40, 39, 100, 91, 90

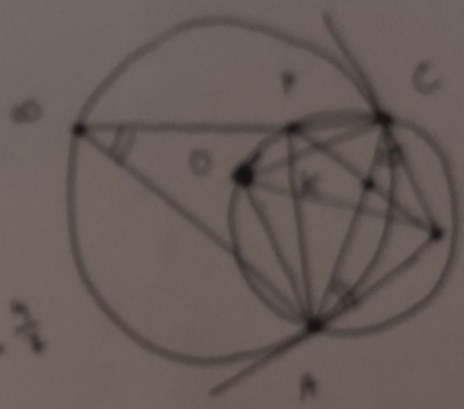


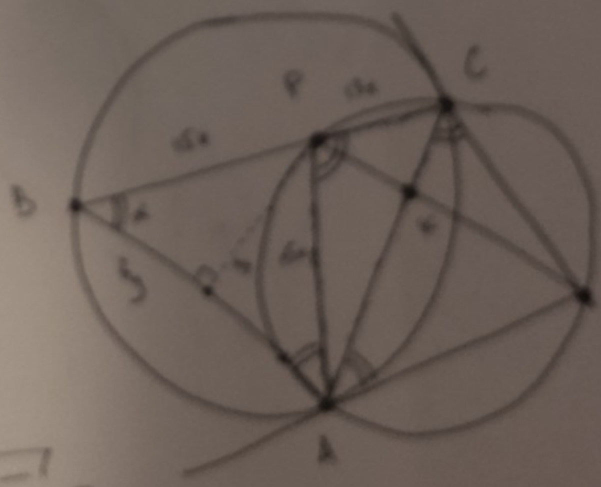
$3 \cdot 2 \cdot 16 - 6 =$

$= \boxed{615}$



tg $\alpha = \frac{4}{7}$





12

$1 = \sqrt{2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1}$

$49 + 16 = \sqrt{65} =$

$\sqrt{13 \cdot 5}$

$3\sqrt{5}\sqrt{(49+16)} =$

$3\sqrt{5} \cdot \sqrt{65} =$

$= 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{13} = 15\sqrt{13}\,x$

$12\sqrt{5}\,x$

$21\sqrt{5}\,x$

угол между касательной
ту же дуги
же при
нка 11

$\frac{1}{\log_{\frac{-x-}{\sqrt{x+34}}}}$

$> x^2+37x$

$\geq 0, \ x \geq$

$\frac{1}{3\sqrt{x+37}}$

$\sqrt{5}$

# Черновик

$$\frac{42^2 \cdot 5 + 28^2 \cdot 13 - 14 \cdot 28 \cdot 42}{39}$$

$(28 \cdot 13 - 42 \cdot 5)(28 - 42)$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 15 \\ \hline 360 \\ 180 \\ \hline 540 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 540 \\ 18 \\ \hline 540 \\ 432 \\ \hline 9720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ 42 \\ \hline 84 \\ 168 \\ \hline 1764 \\ 5 \\ \hline 8820 \end{array} \qquad \cancel{8820} \qquad \begin{array}{r} 28 \\ 13 \\ \hline 84 \\ 28 \\ \hline 364 \end{array}$$