Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102265**

ID профиля: **848671**

Вариант 23

Чистовик

1

№1. Пусть первый член $= a$, d — разность прогрессии

$\Rightarrow a_1 = a \quad a_2 = a + d \quad - \quad a_6 = a + 5d \Rightarrow S = a_1 + a_2 + \ldots + a_6 =$

$= a + (a+d) + \ldots + (a + 5d) = 6a + d \cdot \frac{5 \cdot 6}{2} = 6a + 15d$

$a_{10} = a + 9d \quad a_{16} = a + 15d \quad a_{11} = a + 10d \quad a_{15} = a + 14d$

$(a+9d)(a+15d) > S + 39 \Rightarrow a^2 + 24ad + 135d^2 > S + 39$

$(a+10d)(a+14d) < S + 55 \Rightarrow a^2 + 24ad + 140d^2 < S + 55$

$55 - 140d^2 > a^2 + 24ad - S > 39 - 135d^2$

$\Rightarrow \quad 16 > 5d^2 \Rightarrow d^2 < \frac{16}{5}$

Т.к. арифмет. прогр. возраст. $\Rightarrow d > 0$ и т.к. все члены — целые $\Rightarrow a$ — целое $\Rightarrow$ ~~$a_i = a + (i-1)d$ — целое~~ $\Rightarrow d$ — целое $\Rightarrow$

$d = 1$, т.к. если $d \geq 2$ $\quad d^2 \geq 4 \Rightarrow 4$ не $< \frac{16}{5} \Rightarrow$

т.к. возр. арифмет. прогр. $\Rightarrow a + d > a \Rightarrow d > 0$ $\quad$ 20 не < 16

и $d \neq 0$ $\Rightarrow d = 1 \Rightarrow$

$55 - 140 > a^2 + 24a - 6a - 15 > 39 - 135$

$$\begin{cases} a^2 + 18a + 81 > 0 \Rightarrow (a+9)^2 > 0 \Rightarrow a \neq -9 \\ a^2 + 18a + 70 < 0 \end{cases}$$

$a^2 + 18a + 70 = 0$

$a = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \cdot 70}}{2} = -9 \pm \frac{\sqrt{44}}{2} = -9 \pm \sqrt{11}$

$-9-\sqrt{11} \quad -9+\sqrt{11} \quad a$

a — целое $\Rightarrow -9 - \sqrt{11} < a < -9 + \sqrt{11}$

$-9 - \sqrt{11} < -9 - \sqrt{9} = -9-3 = -12 \leq a \leq -9 + \sqrt{9} = -9 + 3 = -6 < -9 + \sqrt{11}$

$\Rightarrow a_1 = a = -12, -11, -10, -8, -7, -6$, т.к. $a \neq -9$

Ответ: $a_1 = -12; -11; -10; -8; -7$ или -6.

Чистовик

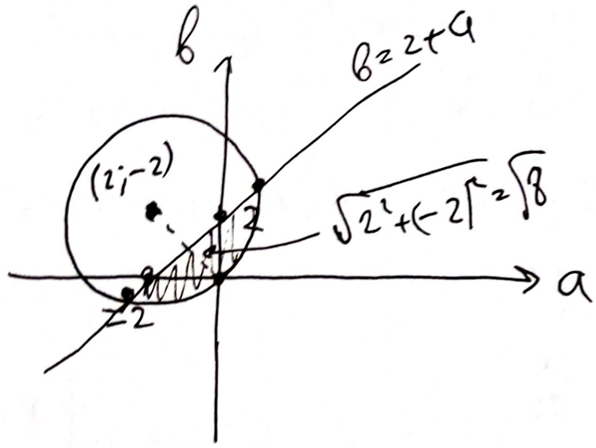
№3. Посмотрим на все такие точки (a, b), которые удовлетв.

$a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8)$

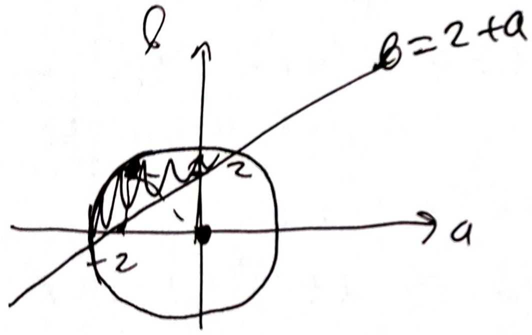
$-4a+4b \le 8 \quad b \le 2+a \Rightarrow a^2+b^2 \le -4a+4b$

$a^2+4a+b^2-4b \le 0$

$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8$

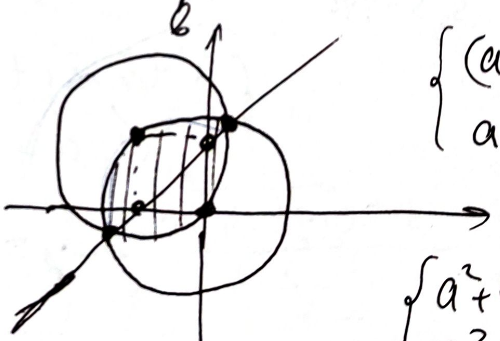


Далее при $-4a+4b \ge 8 \quad b \ge 2+a \Rightarrow a^2+b^2 \le 8$



2 окружности пересекаются, как раз в 2 точках, лежащих на прямой $b=2+a$, т.к.

$$\begin{cases} (a+2)^2+(b-2)^2=8 \\ a^2+b^2=8 \end{cases}$$



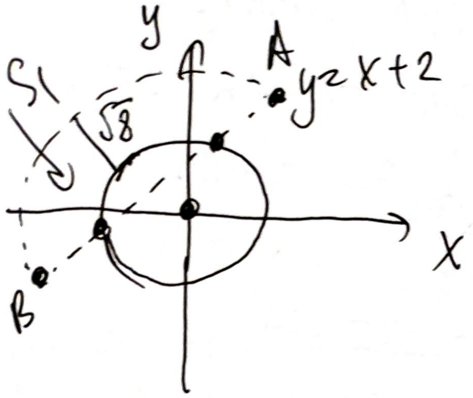
$$\begin{cases} a^2+4a+4+b^2-4b+4=8 \\ a^2+b^2=8 \end{cases}$$

$4a+4-4b+4+8=8$

$\Rightarrow a-b+2=0 \quad b=a+2 \Rightarrow$ область (a,b), подх. ~~подход~~ к уравнению - заштрих. на рисунке. Т.к. $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8$ - круг с центром (a,b), т.е. в точках, ~~как~~ заштрихованных на рисунке, то площ. M - это ~~к~~ площ. всех точек (x,y), в точности всех x, y, ~~лежащих~~ находящихся на расстоянии $\le\sqrt{8}$ от точек, ~~лежащих~~ в заштрих. части. Тогда если рассмотрим точки, лежащие на ~~р~~ расст. $=\sqrt{8}$ от точек в области над прямой $b=2+a$, то это будут все точки на расст. $=\sqrt{8}$ от ~~т~~ точек на окружности $a^2+b^2=8$ и все точки внутри $\Rightarrow$ это будет ~~в~~ часть круга с центром

№3 прод.

(0;0) на плоскости (x, y). Перейдем к плоскости в осях (x, y). ~~Тогда на~~ В этой плоскости — центры — это все точки в заштрих. части на плоск. (a, b), если центр по $x = a$, центр по $y = b$.



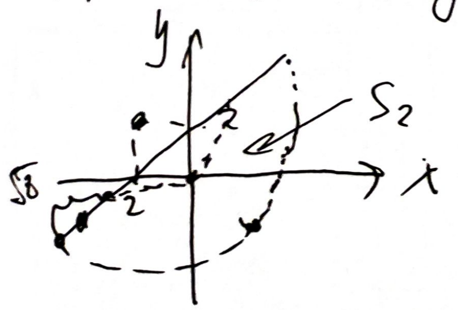
Тогда это часть круга с центром (0, 0) и радиусом $= \sqrt{8}+\sqrt{8}$ ⇒ $x^2+y^2 \le (2\sqrt{8})^2$, но часть отсечена прямой $y = x+2$. Точки пересечения окруж. $x^2+y^2=(2\sqrt{8})^2$ и $y=x+2$: $x^2+(x+2)^2 = 2x^2+4x+4 = 32 \Rightarrow 2x^2+4x-28=0$

$x^2+2x-14=0$

$$x_{1,2} = \frac{-2\pm\sqrt{4+14\cdot 4}}{2} = \frac{-2\pm\sqrt{60}}{2} = -1\pm\sqrt{15} \Rightarrow y_1 = 1+\sqrt{15}$$

$y_2 = 1-\sqrt{15}$ ⇒ длина $AB = \sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2} = \sqrt{(2\sqrt{15})^2+(2\sqrt{15})^2} = \sqrt{8\cdot 15}$

Далее ~~площадь части круга~~ фигуры точки, находящиеся от точек под заштрих. в плоск. (a, b) под прямой y: $b = 2+a$ на расст. $= \sqrt{8}$ — это часть круга с центром $(-2;2)$ и радиусом $= \sqrt{8}+\sqrt{8}$, т.к. это точки, удаленные от границы окр. $(a+2)^2+(b-2)^2=8$ ещё на расс. $= \sqrt{8}$ ⇒ в плоск. (x, y) это будут все точки в круге: $(x+2)^2+(y-2)^2 \le (\sqrt{8}+\sqrt{8})^2$, но под прямой $y=x+2$



Пересеч. прямой $y=x+2$ и окр.

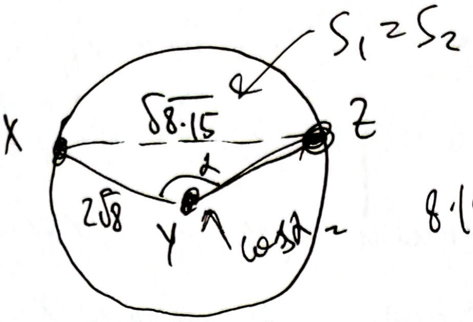
$(x+2)^2+(y-2)^2=(2\sqrt{8})^2$: $(x+2)^2+x^2=(2\sqrt{8})^2$

$2x^2+4x+4=32$ $\quad x^2+2x-14=0$

$x=-1\pm\sqrt{15}$ ⇒ нужно посчитать сумму площ. S_1+S_2. Это части 2 кругов с один. радиусами $= 2\sqrt{8}$ и отсеченных одинак. хордой с длиной $= \sqrt{8\cdot 15}$

$S_1 = S_2$, т.к. части 2 один. кругов с один. радиусами, и отсеч. одним. хордой

№3 (прод.) :



по теор. косин. в $\triangle XYZ$

$$8\cdot15 = \cancel{2}\, 32\cdot2 - 2\cdot\cos\alpha\cdot 32$$

$$\cos\alpha = \frac{32\cdot2 - 8\cdot15}{2\cdot32}$$

$$= \frac{64-120}{64} = 1 - \frac{120}{64} = -\frac{56}{64}$$

$S_{круга} = 2\pi R$ $\quad$ ~~cos~~ $360^\circ = 2\pi$

$$\alpha = \arccos\left(-\frac{56}{64}\right) \Rightarrow S_1 = \arccos\left(-\frac{\cancel{4}28}{32}\right)\cdot 2\sqrt8$$

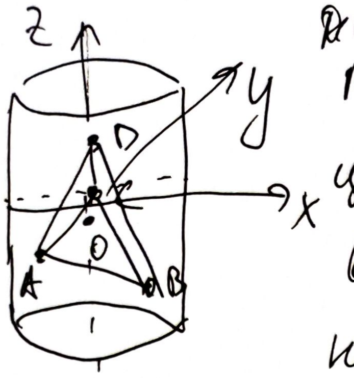
$$= \arccos\left(-\frac{7}{8}\right)\cdot \cancel{2}\, 2\sqrt8$$

$\Rightarrow$ S фигуры M $= 2\cdot\arccos\left(-\frac{7}{8}\right)\cdot 2\sqrt8$

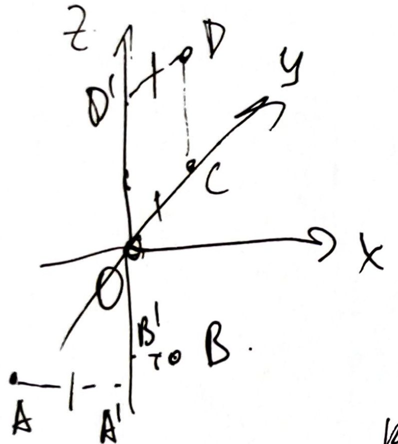
Ответ: $2\cdot\arccos\left(-\frac{7}{8}\right)\cdot 2\sqrt8$

Чистовик (5)

N2.



~~Д~~Возьмём какой-то тетраэдр $ABCD$ и цилиндр. Проведём плоскость ~~α~~, ~~...~~ $\parallel$ плоск. основан. цилиндра, и включающ. точку C, тогда возьмём на этой плоск. точку O, лежащую на оси цилиндра, тогда введём систему координат: оси OX, OY и OZ $\perp$ ~~друг~~ другу, с центром в O, и чтобы т. C лежала на OY и систем коор.



ось $OZ \parallel CD$. $\Rightarrow$ ~~OA=OB=OC=OD~~

Проведём перпенд. из A, B, C и D на ~~...~~ ось OZ $\Rightarrow$ т.к. точки A, B, C, D лежат на ~~б~~боков. поверх. цилинд. $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ до ~~...~~ оси OZ расст. $= R =$ рад. цилиндра $\Rightarrow$ $DD' = \underset{C'}{OC} = AA' = BB'$

DC ~~=~~ $-?$ $\quad AB = 4 = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2 + (Z_A - Z_B)^2}$

$Z_A - Z_B = Z_{A'} - Z_{B'}$

~~&~~ $X_A^2 + Y_A^2 = R^2$ и ~~y~~ $X_B + Y_B^2 = R^2$; ~~YB~~ $Y_C = R$; $Y_D = R$

$16 = (\sqrt{R^2 - Y_A^2} - \sqrt{R^2 - Y_B^2})^2 + (Y_A - Y_B)^2$

$* \; CD = \sqrt{(\underset{=0}{X_C} - \underset{=0}{X_D})^2 + (Y_C - Y_D)^2 + (Z_C - Z_D)^2} = \sqrt{0^2 + 0^2 + DD'} \Rightarrow DD' - ?$

$6 = AC$ ~~=CB~~ $= \sqrt{(X_A - \underset{=0}{X_C})^2 + (Y_A - Y_C)^2 + (Z_A - \underset{=0}{Z_C})^2} = \sqrt{X_A^2 + (Y_A - R)^2 + Z_A^2}$

$6 = CB = \sqrt{(X_C - X_B)^2 + (Y_C - Y_B)^2 + (Z_C - Z_B)^2} = \sqrt{X_B^2 + (R - Y_B)^2 + Z_B^2}$

$\Rightarrow \begin{cases} 36 = X_A^2 + Y_A^2 - 2Y_A \cdot R + \cancel{R^2} + Z_A^2 = X_B^2 + \cancel{R^2} - 2R \cdot Y_B + Y_B^2 + Z_B^2 \\ 16 = 2R^2 - \cancel{Y_A^2} - \cancel{Y_B^2} - 2\sqrt{(R^2 - Y_A^2)(R^2 - Y_B^2)} + \cancel{Y_A^2} - 2Y_AY_B + \cancel{Y_B^2} \end{cases}$

$16 = 2R^2 - 2\sqrt{(R^2 - Y_A)^2 (R^2 - Y_B)^2}$

Чистовик (6)

N2. $\cancel{3Q = X_A^2 A L}$

$$(2R^2-16)^2 = 4(R^4 - R^2(y_A+y_B) + y_A \cdot y_B)$$

$$(R^2-8)^2 = R^4 - R^2(y_A+y_B) + y_A \cdot y_B$$

$$\cancel{R^4} - 16R^2 + 64 = -R^2(y_A+y_B) + y_A \cdot y_B$$

$z_D - ?$

$$AD = \sqrt{(x_A-x_D)^2+(y_A-y_D)^2+(z_A-z_D)^2} =$$

$$= \sqrt{x_A^2+y_A^2+(z_A-z_D)^2} = 7 = DB =$$

$S = a_1 + \overset{=a_1+d}{a_2} + \dots + \overset{=a_1+5d}{a_6}$

$a_{10} \cdot a_{16} > S + 39$ $\qquad a_{10} = a + 9d$

$a_{11} \cdot a_{15} < S + 55$ $\qquad a_{16} = a + 15d$

15
$9 \cdot 15 =$
135

$(a+9d)(a+15d) > S+39$ $\qquad \begin{cases} a^2 + 24ad + 135d^2 > S + 39 \\ a^2 + 24ad + 140d^2 < S + 55 \end{cases}$

$(a+10d)(a+14d) < S+55$

$a + (a+d) + \dots + (a+5d) = 6a + d \cdot \frac{5 \cdot 6}{2} = 6a + 15d$

$a^2 + 24ad + 135d^2 > 6a + 15d + 39$

$a^2 + 24ad + 140d^2 < 6a + 15d + 55$

$55 - 140d^2 > a^2 + 24ad - 6a - 15d > 39 - 135d^2$

$16 > 5d^2 \qquad d^2 < \frac{16}{5} \dots = 3 \dots$

$d = 1$ $\qquad |d| < 2 = 2, 1, 0$

$55 - 140 > a^2 + 24a - 6a - 15 > 39 - 135$

$(a+9)^2 > 0$ $\qquad \begin{cases} a^2 + \cancel{24} 18a + 81 > 0 \\ a^2 + 18a + 70 < 0 \end{cases}$

120
39
81

$140 - 55 - 15 = 70$
-70

$a = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \cdot 81}}{2}$ $\qquad a = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \cdot 70}}{2}$

$= -9$

$-9 - \sqrt{11} = \frac{-18 - \sqrt{44}}{2} \qquad \frac{-18 + \sqrt{44}}{2} = -9 + \sqrt{11}$

$\sqrt{11}$: -3

$-9 - \sqrt{11} < -9 - 3 \leq k \leq -9 + 3 = -6$

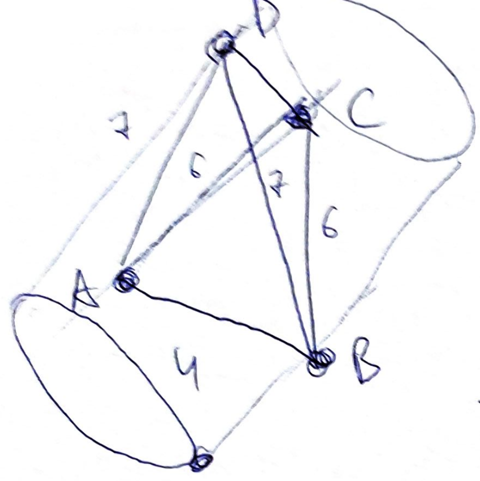
-12

6
18
18
144
18
324
280
44

81
4
324

120
39
81

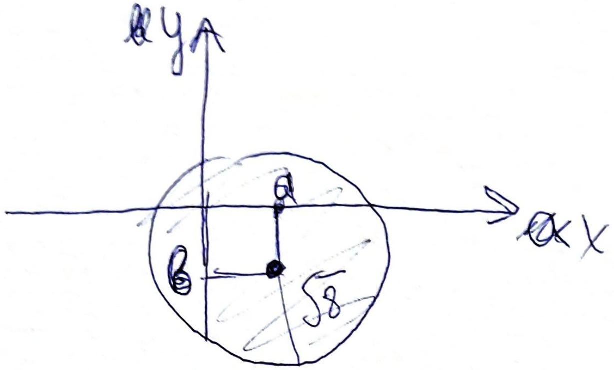
$140 -$
70



$\sqrt{4\cdot 15\cdot 2} = \sqrt{8\cdot 15}$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 \le 8$

$a^2 + b^2 \le \min(-4a + 4b, 8)$



$-4a + 4b \le 8$

$b - a \le 2$

$a^2 + b^2 \le 4b - 4a$

$(a+2)^2 + (b-2)^2 \le 8$

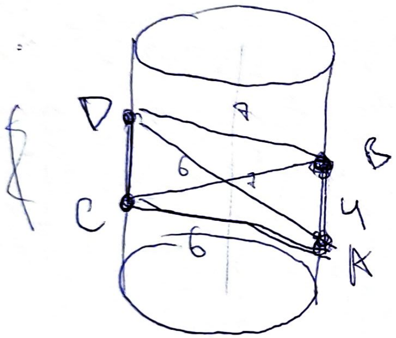
24
12

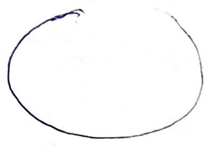
$144 - 24\cdot 12 + 135 > b - 72 + 15$

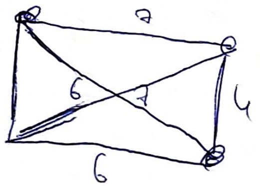
$-144 + 135 > -57$

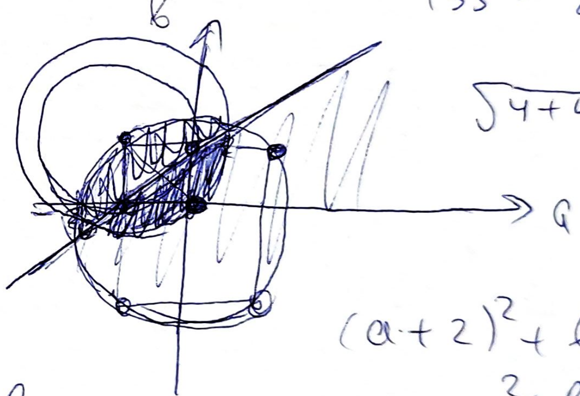
$135 > 87$

$$\begin{array}{r} 72 \\ 15 \\ \hline 57 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 144 \\ 57 \\ \hline 87 \end{array}$$









$\sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

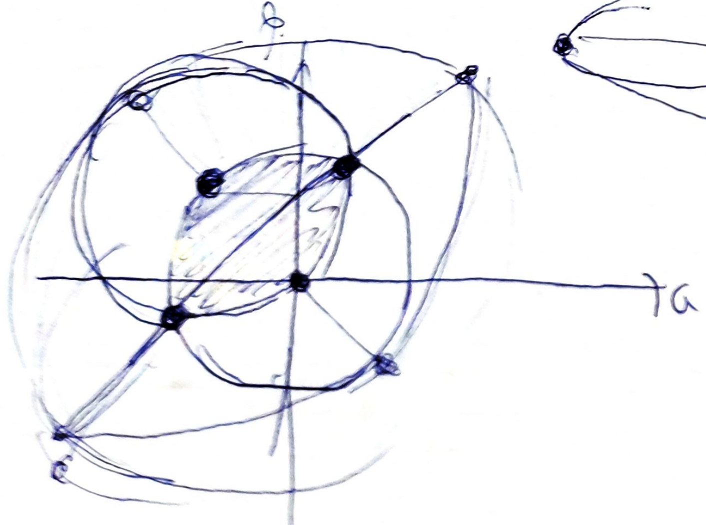
$(x-a)^2 + (y-b)^2 \le 8$

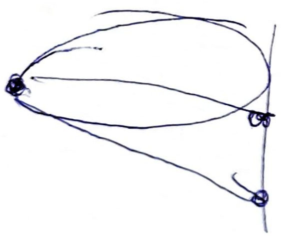
$(a+2)^2 + (b-2)^2 = 8$

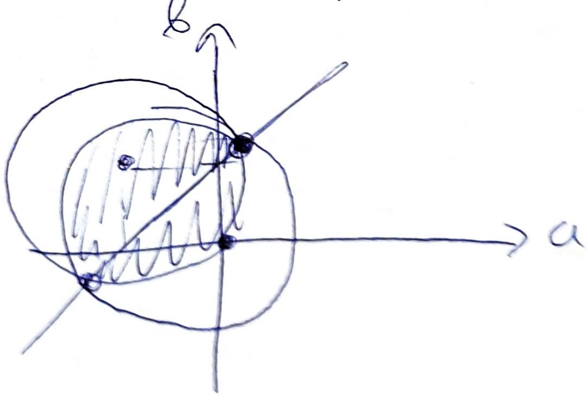
$a^2 + b^2 = 8$

$4a + 4 + -4b + 4 = 0$

$a - b + 2$







$a^2 + (a+2)^2 = 8$

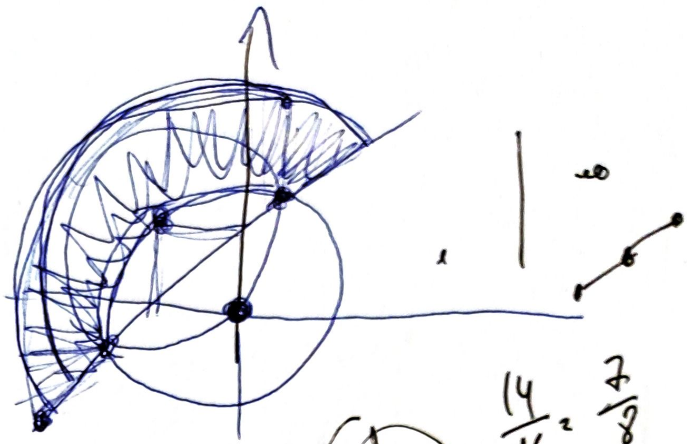
$2a^2 + 4a - 4 = 0$

$a^2 + 2a - 2 = 0$

$a = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$

$(a+2)^2+(b-2)^2=8$

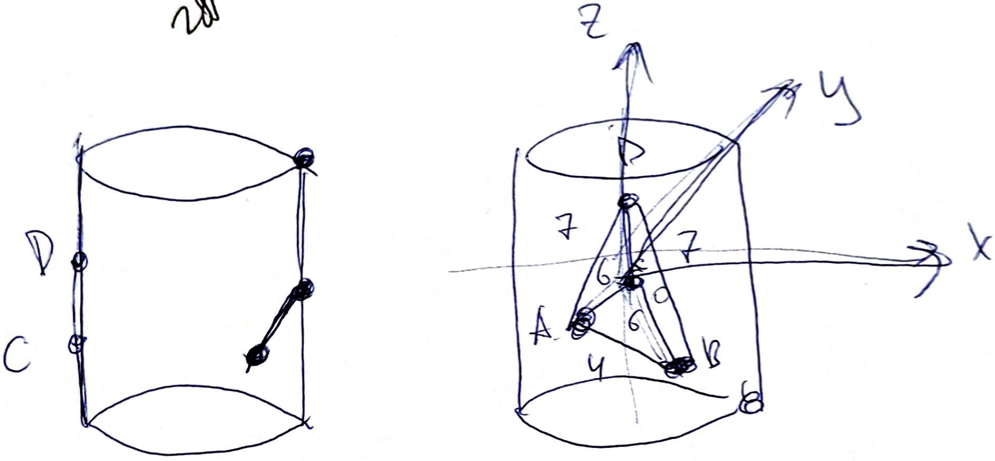
$(x-a)^2+(y-b)^2\le 8$



$2\pi R$

$2\pi\cdot$

$\frac{14}{16}=\frac{7}{8}$



Б $CA=CB=6$ $AD=DB=7$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102265**

ID профиля: **848671**

Вариант 23

Вариант 23

Чистовик

1

№4. ~~Пусть НОД~~ Т.к. НОД чисел $= 22 \Rightarrow$ пусть $a = 22\cdot a_1$

$b = 22\cdot b_1$ $c = 22\cdot c_1$, где a_1, b_1, c_1 – взаимнопросты

$\Rightarrow$ НОК $= a_1\cdot b_1\cdot c_1\cdot 22 \Rightarrow$, тогда это будет ~~наиб~~ наим. общее кратное, т.к. оно должно содержать в себе взаимнопростые a_1, b_1, c_1, тогда

$a_1\cdot b_1\cdot c_1\cdot 22 \vdots a = 22\cdot a_1$

$a_1\cdot b_1\cdot c_1\cdot 22 \vdots b = 22\cdot b_1$

$a_1\cdot b_1\cdot c_1\cdot 22 \vdots c = 22\cdot c_1$

$\Rightarrow abc = 22^3\cdot a_1\cdot b_1\cdot c_1$

$2^{16}\cdot 11^{19} = a_1\cdot b_1\cdot c_1\cdot 22 \Rightarrow abc = 22^3\cdot \frac{2^{16}\cdot 11^{19}}{22} = 22^2\cdot 2^{16}\cdot 11^{19} =$

$= 2^{18}\cdot 11^{21} \Rightarrow$ числа a, b, c включают в себя только простые делители: 2 и 11 в каких-то степенях x: $a = 2^{k_1}\cdot 11^{p_1}$

$b = 2^{k_2}\cdot 11^{p_2}$

$c = 2^{k_3}\cdot 11^{p_3}$

$$\begin{cases} k_1 + k_2 + k_3 = 18 \\ p_1 + p_2 + p_3 = 21 \end{cases}$$

Но т.к. $a = 2\cdot 11\cdot a_1$ $b = 2\cdot 11\cdot b_1$ $c = 2\cdot 11\cdot c_1$, то a_1, b_1, c_1 не содержат в себе одинак. делит. $\Rightarrow$ если $a_1 \vdots 2 \Rightarrow b_1$ и $c_1 \not\vdots 2 \Rightarrow$

т.к. $a_1 b_1 c_1 = \frac{22^2\cdot 2^{16}\cdot 11^{19}}{22^3} = \frac{2^{16}\cdot 11^{19}}{22} = 2^{15}\cdot 11^{18} \Rightarrow a_1 \vdots 2^{15}$, а если $a_1 \vdots 11 \Rightarrow$

b_1 и $c_1 \not\vdots 11 \Rightarrow a_1 = 2^{15}\cdot 11^{18}$ $b_1 = 1 = c_1$

$a_1 \not\vdots 11 \Rightarrow$ если $b_1 \vdots 11 \Rightarrow c_1 \not\vdots 11 \Rightarrow b_1 = 11^{18}$ $c_1 = 1$ $a_1 = 2^{15}$

$b_1 \not\vdots 11 \Rightarrow c_1 \vdots$ $b_1 = 1$ $a_1 = 2^{15}$ $c_1 = 11^{18}$

$\Rightarrow$ уже есть 3 варианта троек: $a = 22\cdot 2^{15}\cdot 11^{18}$ $b = 22$ $c = 22$;

$a = 2^{15}\cdot 22$ $b = 11^{18}\cdot 22$ $c = 22$; $a = 22\cdot 2^{15}$ $b = 22$ $c = 11^{18}\cdot 22$

Чистовик (2)

т.е. получается ~~в каждой из тро~~ каждая ~~тройка~~ тройка

либо состоит из чисел: $22 \cdot 2^{15} \cdot 11^{18}$ и 22, 22

либо $22 \cdot 2^{15}$, $22 \cdot 11^{18}$, 22

~~либо 22~~ У первой тройки вариантов может быть

3, т.к. 2 числа одинаковые => надо выбрать одно число из a, b, c,

которое = $22 \cdot 2^{15} \cdot 11^{18}$ => 3 тройки

Вариантов ~~в~~ 2-ой тройки может быть $3!$, т.к. выбираем

на число $22 \cdot 2^{15}$ – 3 числа из a, b, c, на число $22 \cdot 11^{18}$ –

одно из оставшихся 2 чисел, ~~и~~ и на число 22 – ~~п~~ последнее

оставшееся число => 6 троек = $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

=> всего троек = 9

Ответ: 9

Чистовик

N5. ~~1~~ Рассмотрим 3 варианта: когда 1 число ~~это~~ отличается на 1 от 2-ух других, когда 2-ое, и когда 3-е

1) ~~$\log_{(x+4)}$~~ $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=a$ $\log_{(x+4)^2}(x+34)=b$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=c$

ОДЗ:
$$\begin{cases} x+34>0 \\ \sqrt{x+34}\neq 1 \\ 2x+23>0 \\ (x+4)^2>0 \\ (x+4)^2\neq 1 \\ x+34>0 \\ 2x+23>0 \\ \sqrt{2x+23}\neq 1 \\ -x-4>0 \end{cases}$$

~~$x>-34$~~

$x>-34$

$x+34\neq 1 \Rightarrow x\neq -33$

$x>-\frac{23}{2}=-11,5$

$x\neq -4$

$x^2+8x+15\neq 0=(x+5)(x+3)$ $\begin{cases} x\neq -5 \\ x\neq -3 \end{cases}$

$x>-\frac{23}{2}$

$2x+23\neq 1$ $x\neq -\frac{22}{2}=-11$

$x<-4$

-34 -33 $-11,5$ -11 -5 -4 -3 x $\Rightarrow$ $-11,5$ -11 -5 -4 x

~~1) $\log_{(x+4)^2}(x+34)=\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$~~

~~$\frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34)=2\log_{2x+23}(-x-4)$~~

~~$\frac{1}{2}\cdot\log_{-x-4}(x+34)=2\cdot\frac{1}{\log_{-x-4}(2x+23)}$~~

~~$\log_{-x-4}(x+34)\cdot\log_{-x-4}(2x+23)=4$~~

~~$\log_{(x+4)^2}(x+34)+1=\log$~~

заметим:

$a\cdot b\cdot c=\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)\cdot\log_{(x+4)^2}(x+34)\cdot\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=$

$=2\cdot\log_{x+34}(2x+23)\cdot\frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34)\cdot 2\cdot\log_{2x+23}(-x-4)=$

$=2\cdot\frac{\log_2 2x+23}{\log_2 x+34}\cdot\frac{\log_2(x+34)}{\log_2(-x-4)}\cdot\frac{\log_2(-x-4)}{\log_2(x+23)}=2$

Шиповик (4)

№5. $a \cdot b \cdot c = \cancel{4}\,2$

1) $\cancel{a=}\, b = c \quad a = b+1$

$\Rightarrow (b+1)\cdot b\cdot b = 2\cancel{4} = b^3 + b^2$

$\cancel{b^3 + b^2 - 2 = 0 = (b^2+2b+2)(b-1)}$

$\cancel{b^3 + b^2 - 3b}$

$b^3 + b^2 - 2 = (b-1)(b^2+2b+2)$

$b^2+2b+2 = 0 \quad D = 4 - 8 < 0 \Rightarrow$ только $b-1=0$ может быть

$\Rightarrow b = 1 = c \Rightarrow a = 2$

$\log_{(x+4)^2}(x+34) = 1 \Rightarrow (x+4)^2 = x+34$

$x^2+8x+16 = x+34$

$x^2+7x-18 = 0 = (x+9)(x-2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = -9 \\ x = 2 \end{array}\right.$, но $x=2$ не в ОДЗ $\Rightarrow x = -9$

$c = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = \log_{\sqrt{23-18}} 5 = \log_{\sqrt5} 5 = 2 \cdot 1$, но

$b = c = 1 \Rightarrow$ не подх.

2) $b = a \quad c = b+1 \Rightarrow (b+1)\cdot b\cdot b = b^3+b^2 = 2 \Rightarrow b^3+b^2-2=0 =$

$= (b-1)(b^2+2b+2) \Rightarrow b = 1 \Rightarrow$ из случ. 1.

$\Rightarrow D \overset{4-8}{=} <0$

x может быть $= -9$ только $\Rightarrow c = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = \log_{\sqrt5} 5 = 2$

$= b+1 = 2$

$a = \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{\sqrt{25}}(23-2\cdot 9) = \log_5 5 = 1$

$\Rightarrow$ случ. подх. $\Rightarrow x = -9$

Чистовик ~~8~~ 5

~~2~~ N5 (прод) 3) ~~b~~ $c = a$ $b = c+1$

$(c+1)c \cdot c = 2 \Rightarrow c^3 + c^2 - 2 = 0 = (c-1)(c^2+2c+2)$

$\rightarrow D = ~~2~~ 4 - 8 < 0$

$\Rightarrow c = 1$ только $\Rightarrow \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = 1$

$\sqrt{2x+23} = -x-4 \Rightarrow 2x+23 = x^2 + 8x + 16$ $\quad -x-4 \geq 0$

$x^2 + 6x - 7 = 0 = (x+7)(x-1) = 0$ $\quad x \leq -4$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -7 \\ x = 1 \end{array}\right.$, но $x = 1$ не в ОДЗ $\Rightarrow x = -7$ только ($-7 \leq -4$)

$a = ~~42~~ \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{\sqrt{27}} ~~2~~ 9 = \log_{3^{3/2}} 3^2 = \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot \log_3 3 =$

$= \frac{4}{3} \neq 1 \Rightarrow$ ~~а~~ не подх.

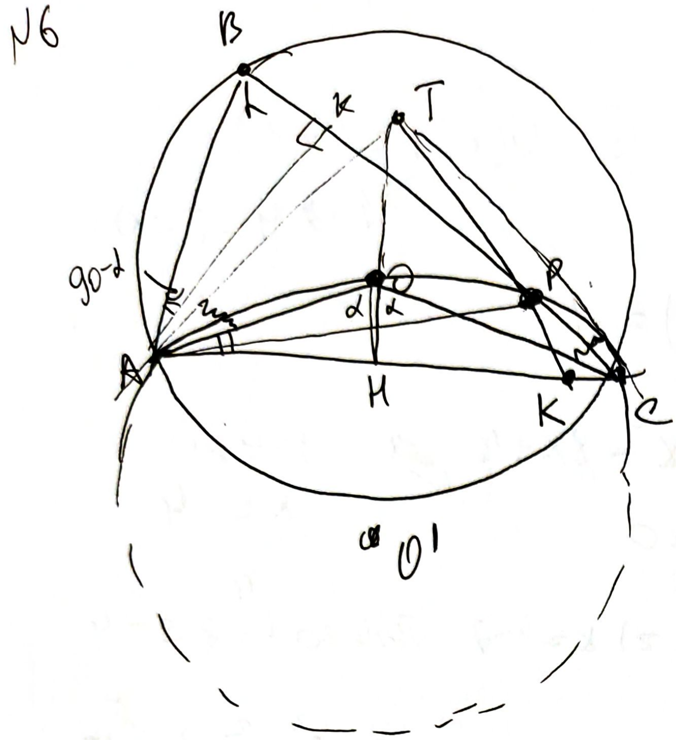
$b = ~~a~~ = \log_{(x+4)^2}(x+34) = ~~(x+4)~~ \log_{3^2} 27 = \frac{1}{2} \cdot \log_3 3^3 = \frac{3}{2} \cdot 1 \neq 2$

$\Rightarrow$ не подх. случай

Ответ: $x = -9$

Чистовик (6)

№6



Проведем перпенд. из O на AC : OH. т.к. AT и TC - отрезки касат. => AT = TC => △ATC - равноб. => ∠TAC = ∠TCA

O - центр. окр. => AO = OC = R

=> △AOC - равноб. => ∠~~OAC~~ = ∠

если OH - высота => OH - биссектр. =>

∠AOH = α = ∠HOC

т.к. O - центр окр. => $\angle AOC = 2\angle ABC \Rightarrow \angle ABC = \frac{2\alpha}{2} = \alpha$ ($2\alpha = \alpha+\alpha$)

P лежит на окружн., опис. около △AOC => AOPC - впис. четыр.

=> ∠AOC = ∠A~~BC~~PC, т.к. опир. на одну и ту же дугу в окр. =>

∠APC = 2α => ∠APB = 180 − 2α => ∠BAP = 180 − (180 − 2α) − α = α

=> ∠BAP = ∠ABP = α => △ABP - равноб. => AP = BP

Пусть AK - высота из A на BC => $S_{\triangle APC} = AK \cdot \frac{PC}{2} = 15+13 = 28$

$S_{ABC} = \frac{AK \cdot BC}{2}$; ~~BC = 2PC~~ BC = BP + PC = AP + PC

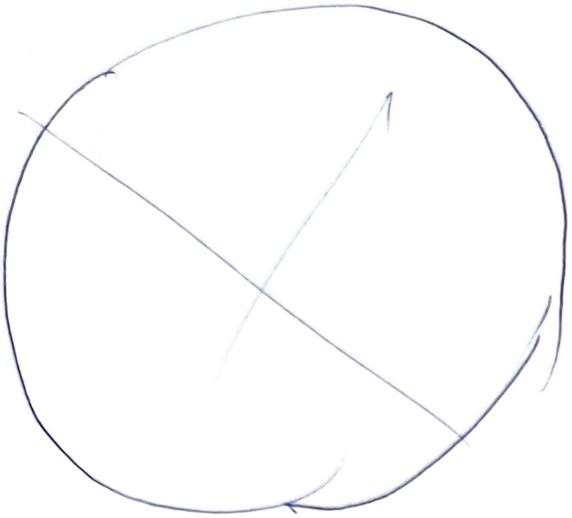
в △ABC

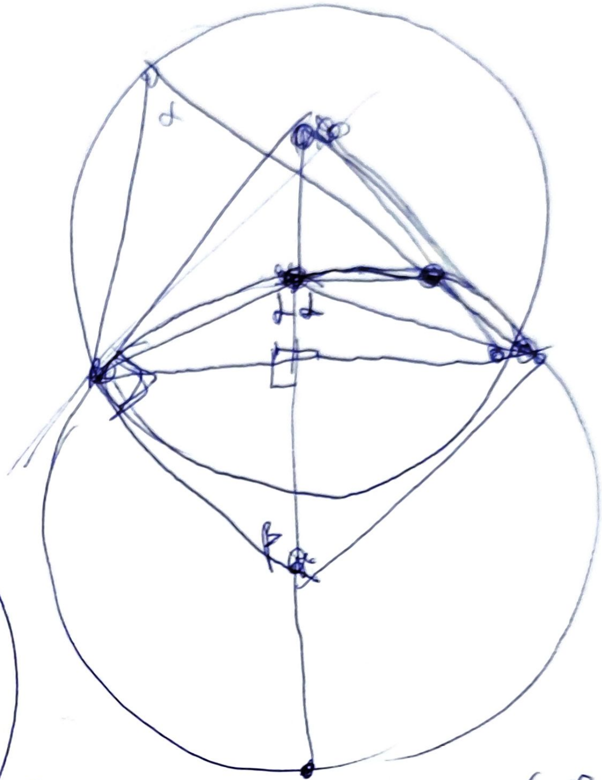
∠APC = 2α. По теор. синус. $\frac{AC}{\sin\alpha} = 2R$; в △AOH:

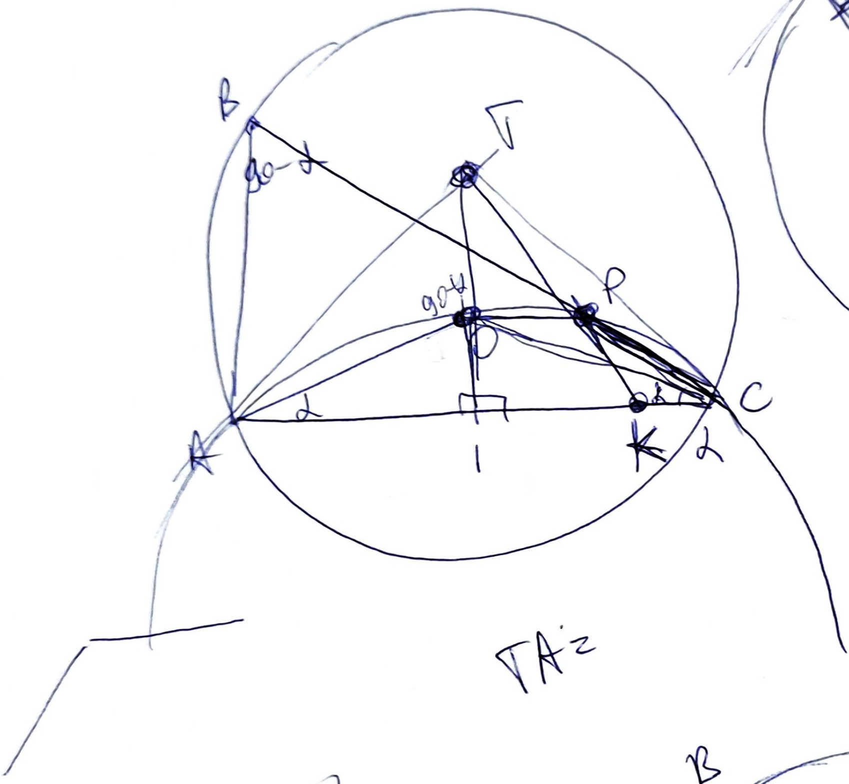
$\sin\alpha = \frac{AH}{R} = \frac{AH}{AO} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{AC}{2R} = \frac{AH}{R} \Rightarrow \frac{AC}{AH} = 2$

$\frac{BC}{PC}$ - ? Пусть R_1 - радиус 2-ой окр., опис. около △AOC

$\Rightarrow AT^2 = TO \cdot TO' = TO \cdot (TO + 2R_1)$ ($+R_1$)





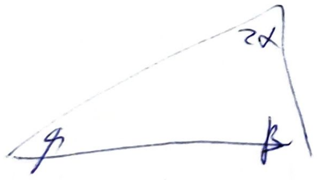


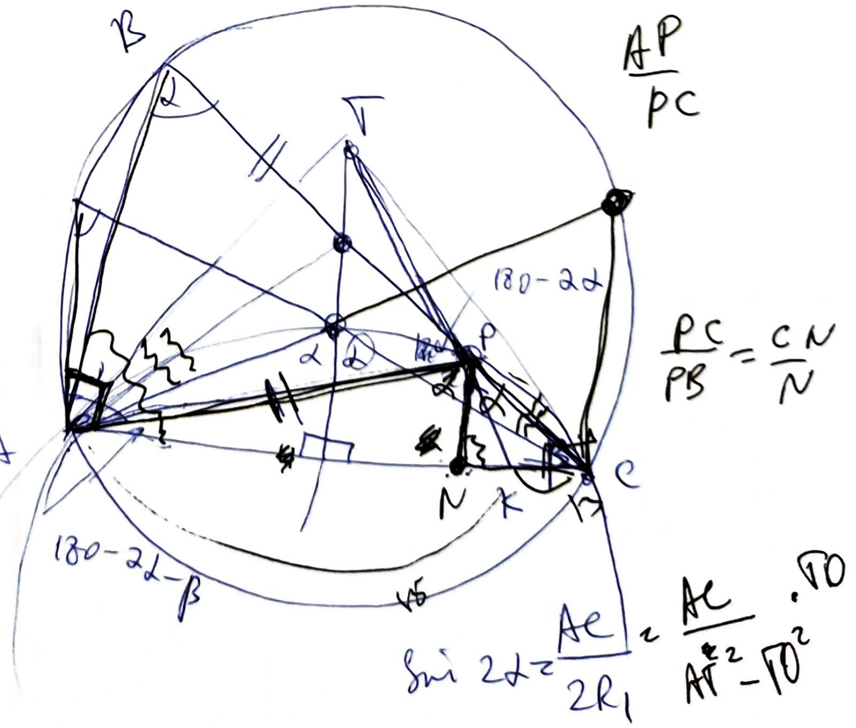
$$TA^2 = TO \cdot (2R + TO)$$

$$\frac{AT^2}{TO} - TO = 2R$$

$$\frac{BC}{BK}$$

$TA =$





$$\frac{AP}{PC}$$

$$\frac{PC}{PB} = \frac{CN}{N}$$

$$\sin\alpha = \frac{AK}{2R} = \frac{AN}{R}$$

$$\frac{AK}{AN}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{AC}{2R_1} = \frac{AC}{AT^2 - TO^2} \cdot TO$$

a, b, c $\qquad a = 22 \cdot a_1$ $\qquad$ a ~~16~~

$b = 22 \cdot b_1$ $\qquad 2^{16} \cdot 11^{19} = a \cdot k$

$2 \cdot 11$ $\qquad c = 22 \cdot c_1$ $\qquad 22 \cdot 2^{16} \cdot 11^{19} = abc$

$2^{16} \cdot 11^{19}$

$= d \quad = k \quad dk = a \cdot b$ $\qquad 2^{16} \cdot 11^{19} = \underbrace{a_1 \cdot b_1 \cdot c_1}_{\frac{abc}{22^3}} \cdot 22$

$12 \qquad НОД = 12 \quad НОК = 60$

420

$32 \qquad 12 \cdot 20 = 60 \cdot 4 = 12 \cdot 5 \cdot 4$

$abc = 2^{16} \cdot 11^{19} \cdot 22^2$ $\qquad abc = НОК \cdot НОД^2$

$12 \cdot 20 \cdot 2 = 6 \cdot 20 \cdot 4$

$12 \cdot 20 \cdot 2 = 60 \cdot 4$

$20 \cdot (2 \cdot 2) \cdot 3$ $\qquad 2^{18} \cdot 11^{21}$

$x + 34 = 4x^2 + 4 \cdot 23x + 23^2$

$4x^2 + x(91) + 23^2 - 34 = 0$

$22 \qquad 22 \cdot 2^{15} \cdot 11^{18} = 2^{16} \cdot 11^{19}$

$\frac{23}{4}$

9^2

$22 \qquad 22 \cdot 2^{15} \cdot 11^{18} = (ab^2 + cb + d)(kb + p)$

$\log_{\sqrt{x+34}} (2x+23)$ $\qquad (b^2 + cb + d)(b + p)$

$$\begin{cases} p + c = 1 \\ pc + d = 0 \\ dp = -2 \end{cases}$$

$a, a, a+1$

$2 \log_{x+34} (2x+23) \cdot \frac{1}{2} \log_{x+4} (x+34) \cdot 2 \log_{2x+23} (-x-4)$

$cp + \frac{-2}{d}$

$= 2 \cdot \log_{x+34} (2x+23) \cdot$

$d = 2 \quad p = -1$

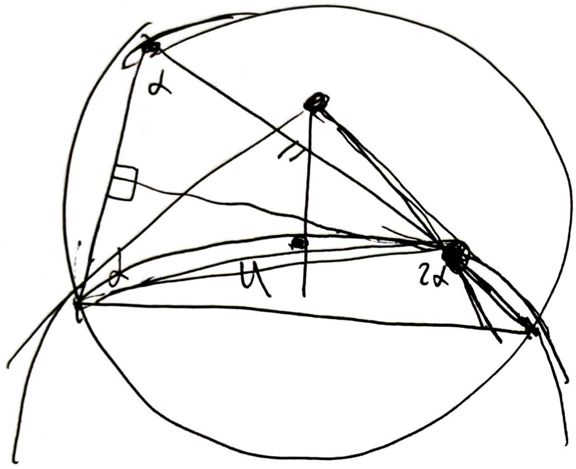
$c = 2$

$\frac{\log_2 (2x+23)}{\log_2 (x+34)} \cdot \log_2 x + 34$

p

$(b^2 + 2b + 2)(b - 1) =$

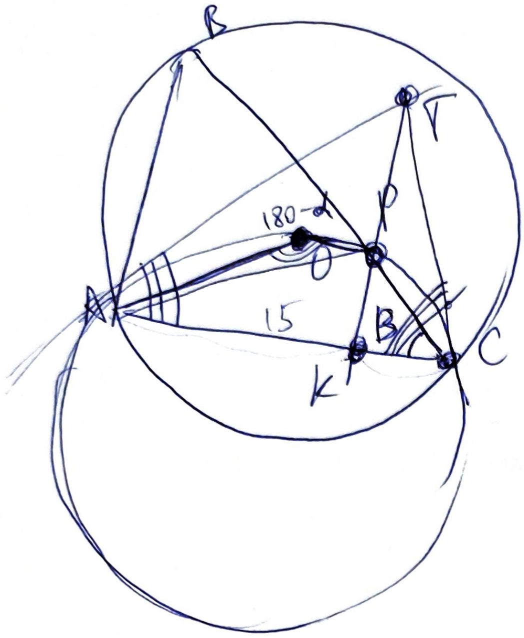
$= b^3 + b^2 (2 - 1) + b(-2 + 2) - 2$



AB

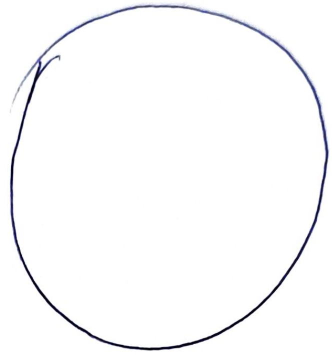
AB

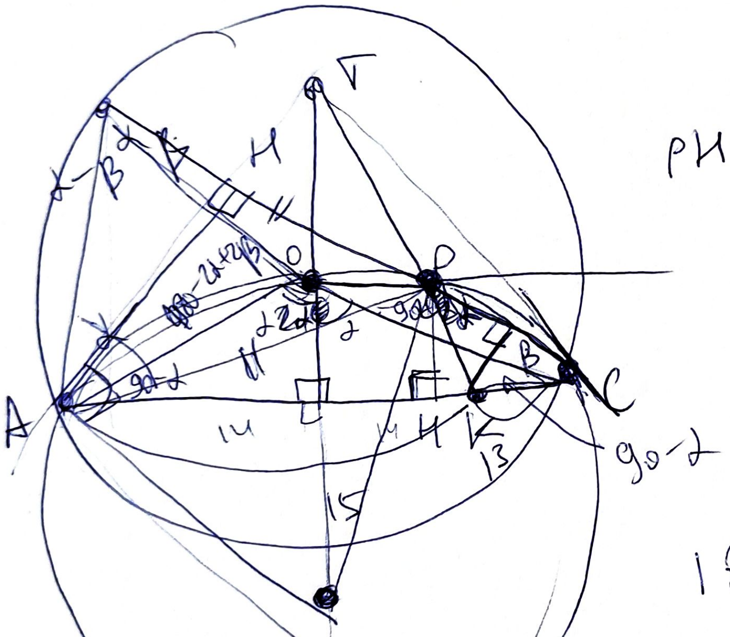
Вариант 22



APK

$$\frac{AK}{KC} = \frac{15}{13}$$





$S = \sin\alpha \cdot \frac{1}{2}$

PH

$180 - (90+\alpha) - \beta =$

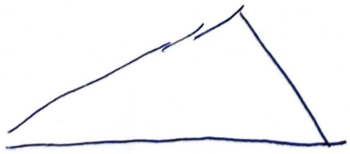
$= 90 - \alpha - \beta$

$180 - 90 - \alpha - \beta + \alpha =$

$= 90 - \beta$

$$\frac{PC \cdot AH}{2} = 28$$

$$\frac{AH \cdot AP}{2} = S - ?$$



$$\frac{AP}{AH}$$