Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102224**

ID профиля: **376001**

Вариант 23

Чистовик

Вариант 23
(Часть 1)

5-1

$S = 6a_1 + 15d$ (d - разность прогрессии)

По условию:

$$\begin{cases}(a_1+9d)(a_1+15d) > 6a_1+15d+39 \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < 6a_1+15d+55 = 6a_1+15d+39+16\end{cases}$$

$$\underline{a_1^2} + \underbrace{24a_1d} + 135d^2 > 6a_1+15d+39 > \overline{a_1^2} + \underbrace{24a_1d} + 140d^2 - 16$$

$$16 > 5d^2 \Rightarrow d^2 < \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

Т.к. прогрессия состоит из целых, то $a_1 \in \mathbb{Z}$ и $d \in \mathbb{Z}$

Значит $d \le 1$. А т.к. прогрессия возрастающая, то $d > 0$

Значит, $d = 1$.

$$\begin{cases}(a_1+9)(a_1+15) > 6a_1+54 \\ (a_1+10)(a_1+14) < 6a_1+70\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(a_1+9)^2 > 0 \Leftrightarrow a_1 \ne -9 \\ (a_1+9)^2 < 11\end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$(a_1+9)^2 \le 9$ (т.к. целые)

$$(a_1+9)^2 \le 9$$

$$\Updownarrow$$

$$-3 \le a_1+9 \le 3$$

$$-12 \le a_1 \le -6$$

(Т.к. при полученных вариантах верны оба неравенства и прогрессия возрастает, то они все подходят)

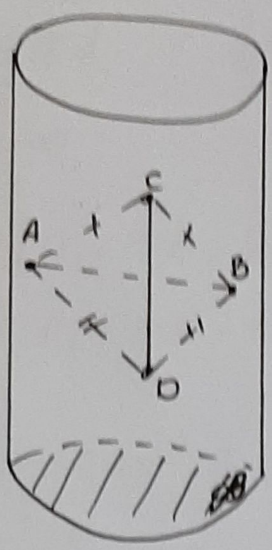
Итого, возможные варианты это:

Ответ: $-12, -11, -10, -8, -7, -6$.

Чистовик

Вариант 23
(Часть 1)

5-2



Дано:

$AB = 4$

$AC = CB = 6$

$AD = DB = 7$

β - плоскость основания цилиндра

1) Т.к. ~~~~ $CD \parallel$ оси ~~тетраэдра~~ цилиндра и точки C и D принадлежат боковой поверхности, то все точки CD принадлежат боковой поверхности цилиндра.

2) Т.к. равнобедренные $\triangle ACB$ и $\triangle ADB$ имеют общее основание, в середине которого ~~~~ пересекаются их высоты из точек ~~~~ C и D, то по теореме о трёх перпендикулярах $CD \perp AB$. (Т.к. проекция C на плоскость ABD будет лежать на срединном $\perp$ к AB, т.е. на высоте $\triangle ABD$ из точки D)

4) При проекции A, B, C, D на основание цилиндра, все эти точки попадут на окружность его основания, причём точки C и D совпадут.

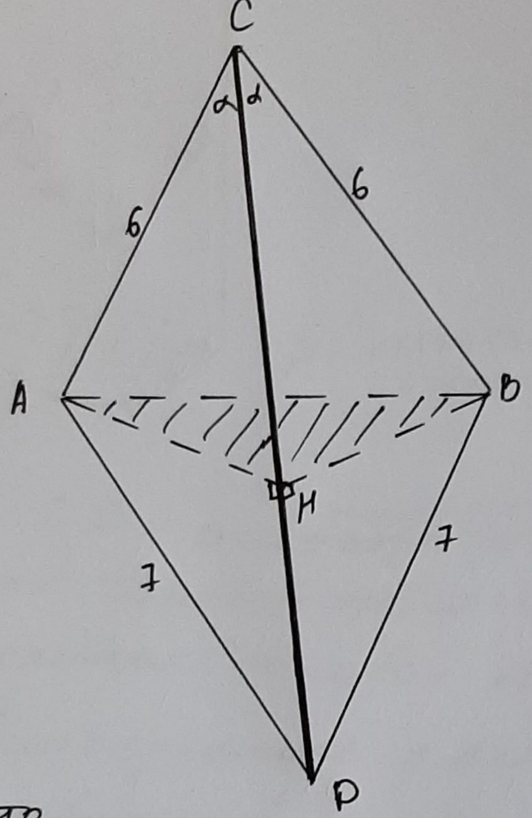
Заметим также, что $AB \perp CD \Rightarrow AB \parallel \beta$.

5) Проведём через AB плоскость $\theta \parallel \beta$ (Она же будет перпендикулярна CD). Тогда радиус окружности, описанной около полученного сечения - есть радиус основания цилиндра.

Чистовик

Вариант 23
(Часть 1)

Д-2 (продолжение)



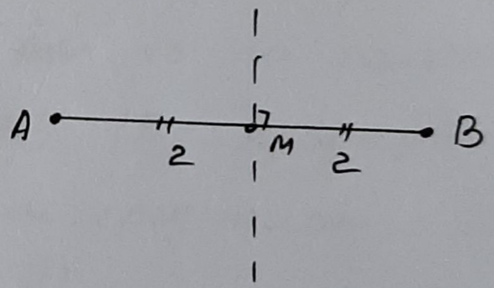
AHB - плоскость Θ

6) Пусть $\angle DCB = \alpha$

7) Т.к. $\Delta ACD = \Delta BCD$ (по трём сторонам), то $\angle ACD = \alpha$.

8) Т.к. $\angle AHC = \angle CHB = 90°$, то $AH = HB = 6\sin\alpha$

9) Нужно найти минимум радиуса окр., опис. около ΔHAB:



10) Понятно, что Θ - центр опис. около ΔAHB окр. — лежит на ср. ⊥ к AB. Тогда по неравенству Δ $R \geq 2$. Значит 2 минимум, причём достигается в следующем случае: $\angle AHB = 90° \Rightarrow$

$$\Rightarrow 36\sin^2\alpha + 36\sin^2\alpha = 16$$

$$\sin^2\alpha = \frac{16}{72} = \frac{2}{9}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{7}{9} \Rightarrow CH = 6\cdot\frac{\sqrt{7}}{3} = 2\sqrt{7}$$

11) Аналогично, если $\angle CDB = \beta$, то $49\sin^2\beta + 49\sin^2\beta = 16 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sin^2\beta = \frac{8}{49} \Rightarrow \cos^2\beta = \frac{41}{49} \Rightarrow HD = 7\cdot\frac{\sqrt{41}}{7} = \sqrt{41}$$

Ответ: $CD = 2\sqrt{7} + \sqrt{41}$

Чистовик

Вариант 23

(Часть 1)

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 8 & (1)\\ a^2+b^2\le \min(-4a+4b;8) & (2)\end{cases}$$

(1) – уравнение ~~окружности~~ круга с центром $(a;b)$ и радиусом $2\sqrt{2}$. Достаточно найти все a и b, удовлетворяющие условию (2), и тогда M – объединение всех таких ~~окружностей~~ кругов.

1) Числа a и b, где $4b-4a<0$ (т.е. $b<a$) не подходят, т.к. $a^2+b^2\ge 0$

2) Чтобы $-4a+4b$ было min нужно:

$b-a\le 2$

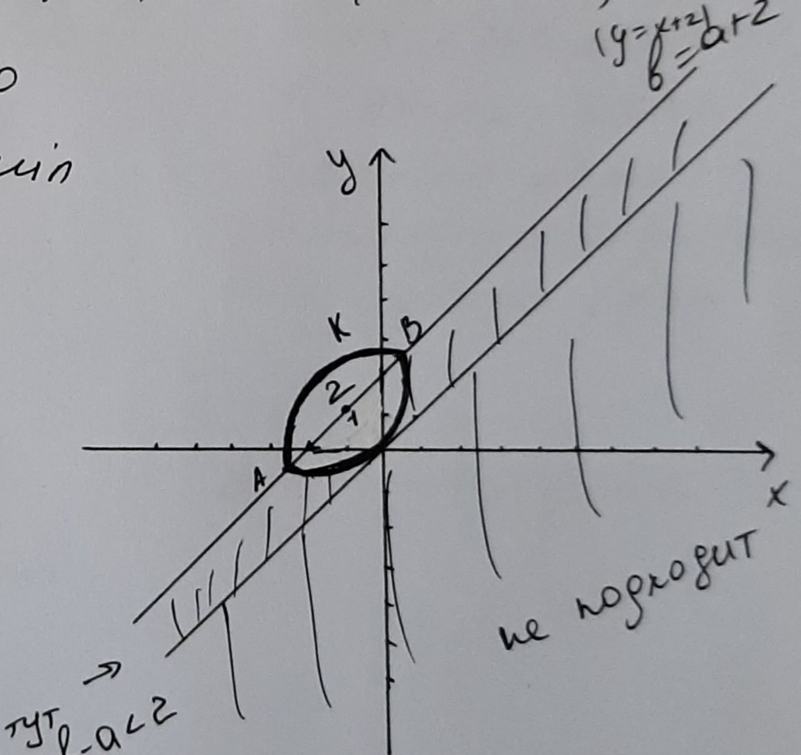
$b\le a+2$

Тогда на этом участке

$a^2+b^2+4a-4b\le 0$

$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8$

Это круг с радиусом $2\sqrt{2}$ и центром $(-2;2)$



Т.е. подойдут лишь точки $(a;b)$ лежащие внутри площади, отмеченной 1.

3) Над прямой $y=x+2$ ~~макси~~ минимумом будет 8: $a^2+b^2\le 8$ → это круг радиуса $2\sqrt{2}$ и центром $(0,0)$. Подходящую плоскость отметим как 2.

4

Чистовик

Вариант 23 (Часть 1)

Теперь, чтобы найти M, достаточно построить окружность радиусом $2\sqrt{2}$ и с центром на границе K. Таким образом получится граница M (т.к. все круги с центрами внутри K будут лежать внутри получившейся фигуры).

Заметим, что M будет эллипсом - по построению.
Тогда $S = \pi r_1 r_2$, где r_1 = расстояние от $(1;1)$ до $A + 2\sqrt{2}$, а $r_2 = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

Найдём координату A:

$(t;\ t+2)$: $t^2 + (t+2)^2 = 8$

$2t^2 + 4t + 4 = 8$

$t^2 + 2t + 2 = 4$ $\quad D = 4 + 8 = 12$

$t = 1 \pm \sqrt{3}$ (это координаты A и B, нам не важно, что выбрать)

$t + 2 = 3 \pm \sqrt{3}$

$AB = \sqrt{(1 + \sqrt{3} - 1)^2 + (\underbrace{3 + \sqrt{3} - 1}_{2+\sqrt{3}})^2} =$

$= \sqrt{3 + 4 + 3 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{10 + 4\sqrt{3}}$

Итого:

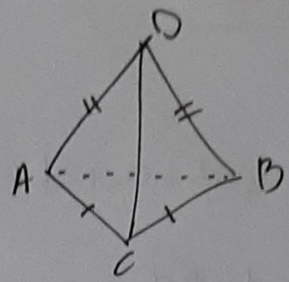
$S_M = \pi \cdot 3\sqrt{2} \cdot (\sqrt{10 + 4\sqrt{3}} + 2\sqrt{2})$.

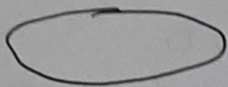
Ответ: $S_M = \pi \cdot 3\sqrt{2}\,(\sqrt{10 + 4\sqrt{3}} + 2\sqrt{2})$

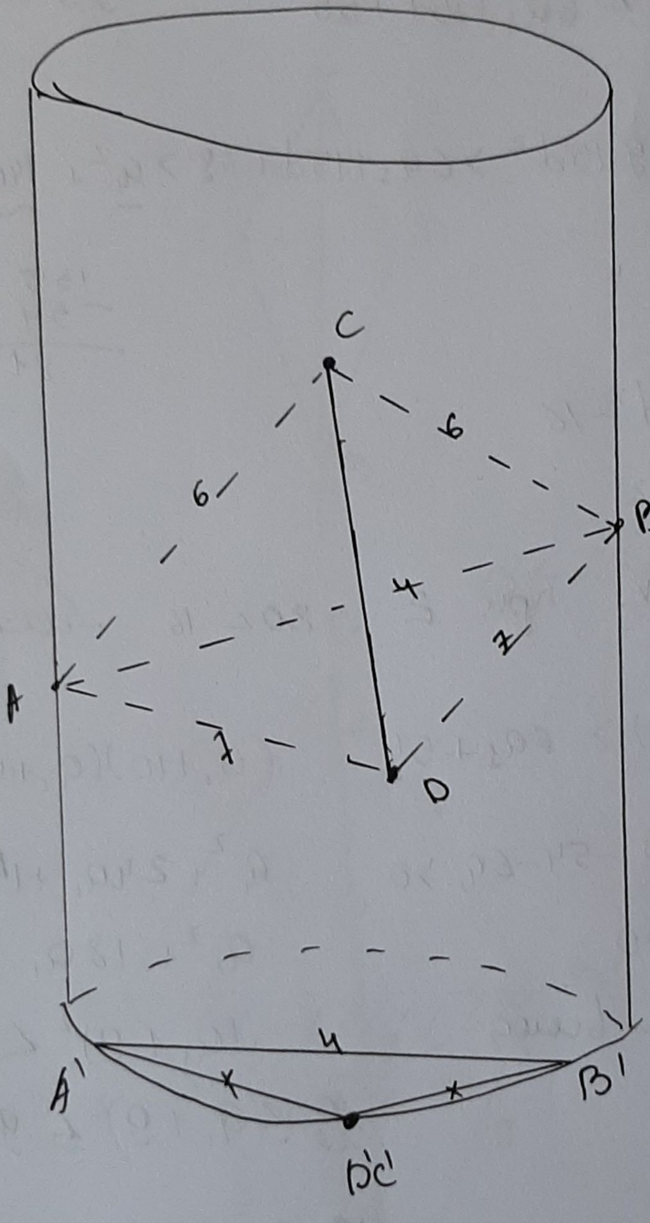
5

Черновик

Б-2







Если CD ∥ оси, то все точки CD принадлежат боковой поверхности

1) AB ⊥ CD (т.к. основания высот совпадают)

2) Значит при проекции на основание, AB сохраняет длину.

черновик

Б-1

$S = a_1 + a_1+d + a_1+2d + a_1+3d + a_1+4d + a_1+5d =$

$= 6a_1 + 15d$

$d > 0$

a_1 и d_1 - целые

$(a_1+9d)(a_1+15d) > 6a_1+15d+39$

$(a_1+10d)(a_1+14d) < 6a_1+15d+55$

$55 = 39+16$

$a_1^2 + 15a_1d + 9a_1d + 9\cdot15d^2 > 6a_1+15d+39 > a_1^2 + 14a_1d + 10a_1d + 140d^2 - 16$

9

$15 \times 9 = 135$

$135 - 54 = 81$

$135d^2 > 140d^2 - 16$

$\cancel{5d^2}\ 16 > 5d^2$

$d = 1$ т.к. при 2 $20 < 16$ - нет

$(a_1+9)(a_1+15) > 6a_1+54$

$a_1^2 + 24a_1 + 135 - 54 - 6a_1 > 0$

$a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0$

$(a_1+9)^2 > 0$ - всегда

$a_1 \neq -9$

$(a_1+10)(a_1+14) < 6a_1 + \overbrace{15+55}^{70}$

$a_1^2 + 24a_1 + 140 - 6a_1 - 70 < 0$

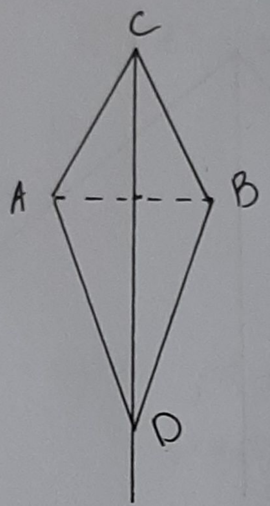
$a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0$

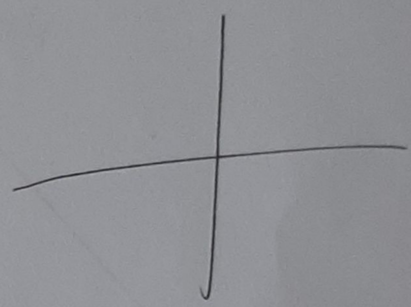
$(a_1+9)^2 < 11$

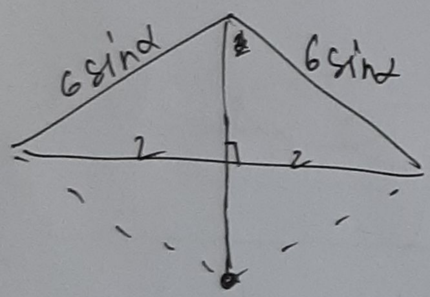
$\cancel{-18} \le (a_1+9)^2 \le 9$

$\cancel{-18 \le a_1 \le 0}$ $a_1 \neq -9$

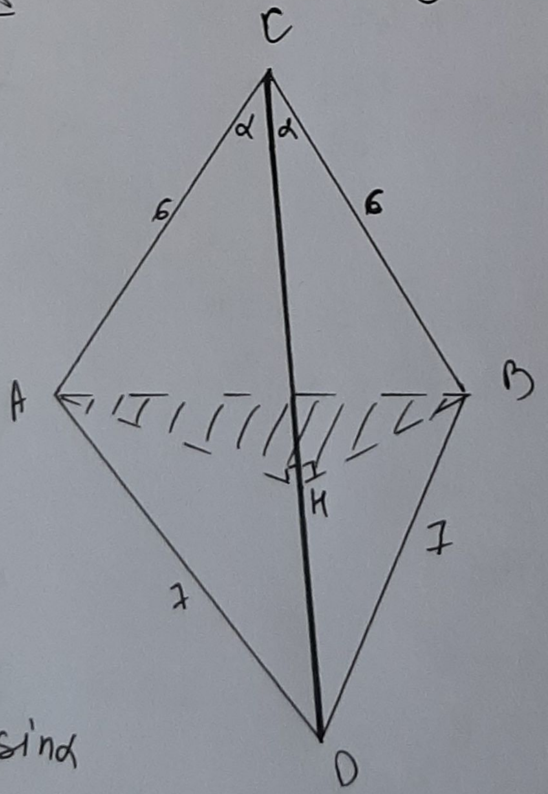
Черновик







$0 < \alpha < 90$



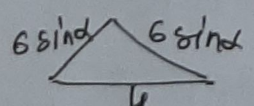
1) $(ABH) \perp CD$

2) Δ ABH будет равен проекции их всех на основание цилиндра. Его радиус мы и хотим минимизировать.

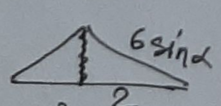
3) $AH = HB$

Пусть $\angle DCB = \alpha$

$AH = HB = CB \sin\alpha = 6\sin\alpha$

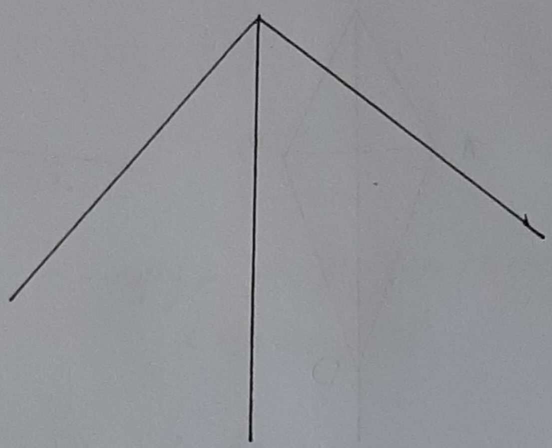


$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{36\sin^2\alpha \cdot \cancel{4}}{\cancel{4} \cdot 2\sqrt{9\sin^2\alpha - 1}}$$



$h^2 = 36\sin^2\alpha - 4 = 4(9\sin^2\alpha - 1)$

5-



Б-3 Черновик

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b;\ 8)\end{cases}$$

← круг радиусом $2\sqrt{2}$ с центром a, b

Бывает ли:

$-4a+4b<8$

$b-a<2$

$a^2+b^2<4(b-a)$

1) $a^2+b^2 \le 8$ т.е. $-4a+4b>8$

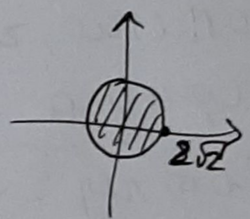
$b-a>2$

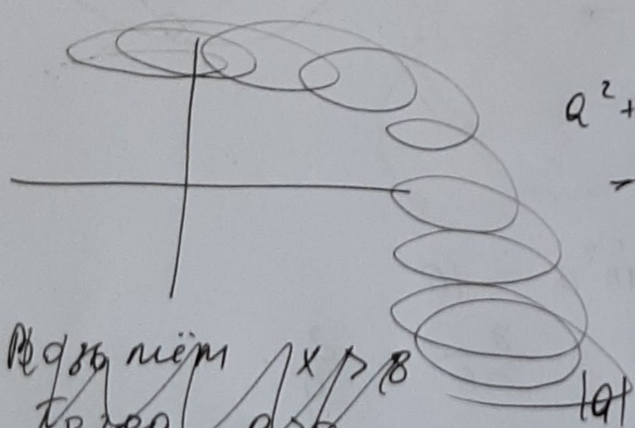
$a^2+b^2-2ab>4$

1) $a-b=0$

$a^2+b^2=0\le 0$ — Ok.

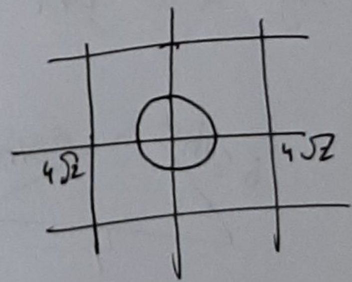
~~т.к.~~ $x^2+y^2\le 0$ — круг радиуса $2\sqrt{2}$ с центром в 0.





$a^2+b^2\le 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{matrix}|a|\\|b|\end{matrix} \le 2\sqrt{2}$



~~Подъём $x>8$ тогда $a>b$~~

~~$x\ge 10$ $y\ge 10$ $a\ge 2$ $b\ge 2$~~

$|a|\le 2\sqrt{2} < 3$

$|b|\le 2\sqrt{2} < 3$

При $x\ge 4\sqrt{2}$ и $y\ge 4\sqrt{2}$ сразу противоречие.

~~$x\ge 4\sqrt{2}$~~

$x=2\sqrt{2}+\varepsilon_1$ $a\ge\varepsilon$

~~$y\ge 2\sqrt{2}+\varepsilon$~~

$x=2\sqrt{2}+\varepsilon_1$

$y=2\sqrt{2}+\varepsilon_2$

$a^2+b^2\le 8 \rightarrow 2ab\le 2\sqrt{2}$

$ab\le\sqrt{2}$

$4\sqrt{3}$

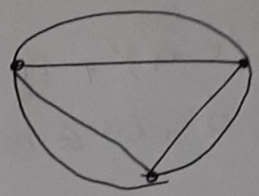
k $n-k$

$k^2+n^2+k^2-2kn$

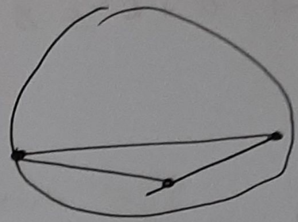
$1+4\cdot 3$

2 8

Черновик



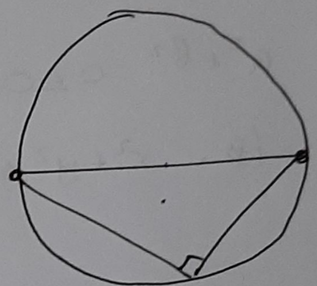
$$R = \frac{18 \sin^2\alpha}{\sqrt{9\sin^2\alpha - 1}}$$



$$R^2 = \frac{324 \sin^4\alpha}{9\sin^2\alpha - 1}$$

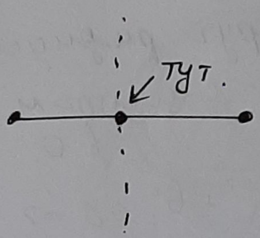
Найдём min $\quad a = \dfrac{\sin^4\alpha}{9\sin^2\alpha - 1}$

$$a' = \left(\sin^4\alpha \cdot (9\sin^2\alpha - 1)^{-1}\right)' = 4\sin$$

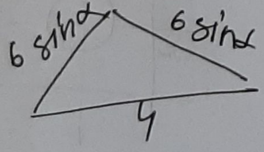


Понятно, что минимум радиуса $\to R = 2$

Потому, что



Ну и тогда



$$2 \cdot 36 \sin^2\alpha = 16$$

$$\sin^2\alpha = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

~~Ну и тогда~~ Дальше понятно.

Черновик:

смотрим полосочку, где $-4a+4b$ _ min.

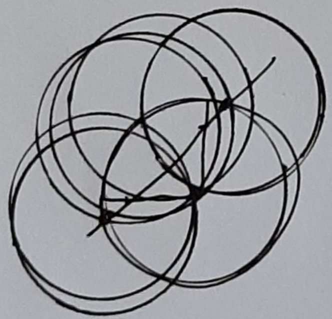
$a^2+b^2+4a \mp 4b \le 0$

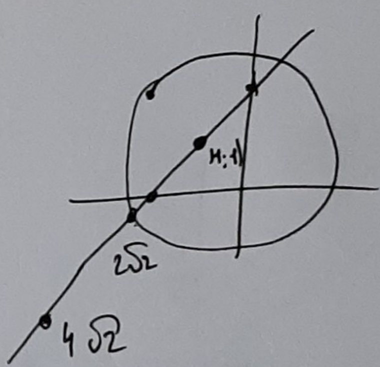
$(a^2+4a+4)+(b^2-4b+4)\le 8$

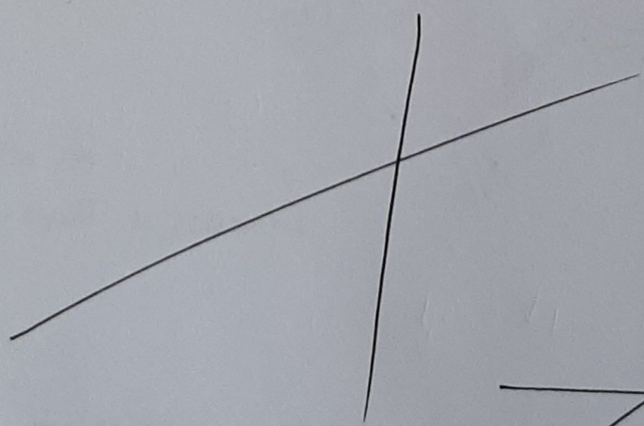
$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8$

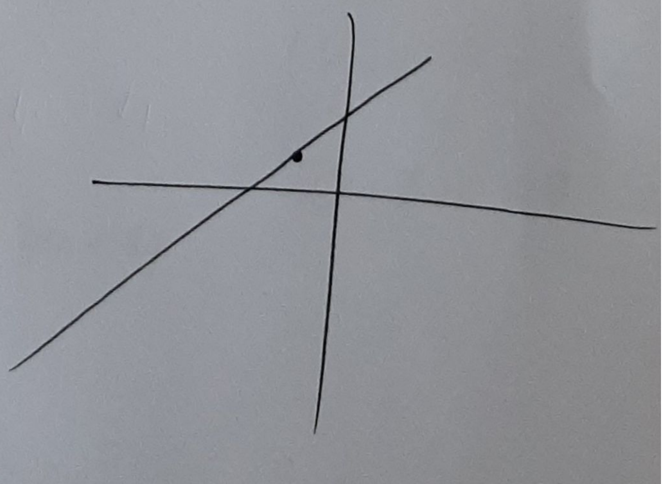
↑

окружность радиусом $2\sqrt{2}$









черновик:

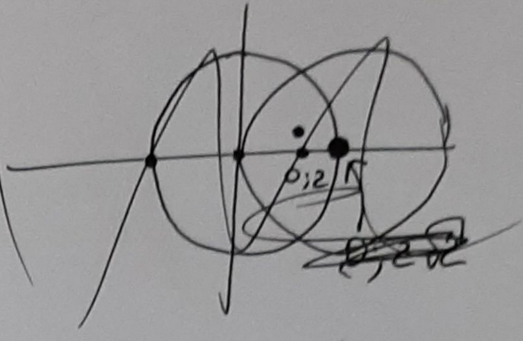
все a и b находятся внутри

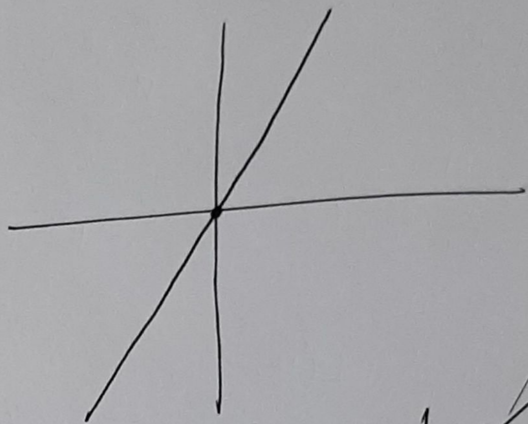
$a = 0$; $b = 2\sqrt{2}$

$-4a + 4b = 4(b-a) = 8\sqrt{2} \geq 8$

~~не подходит~~

$b - a \leq 2$



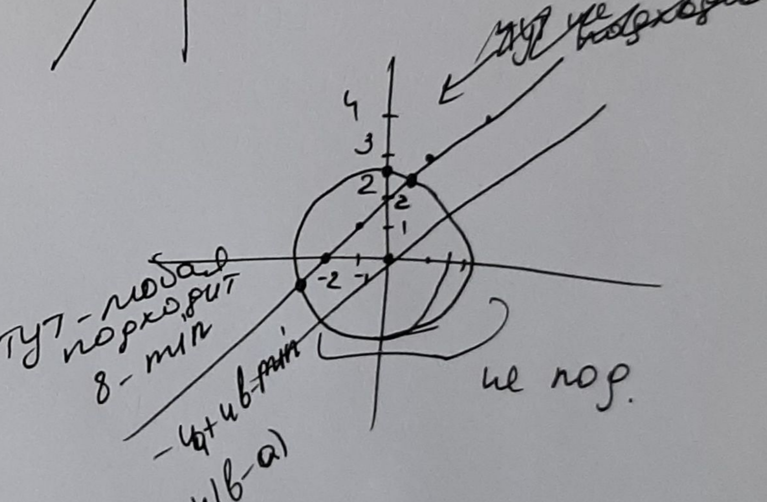


$-4a + 4b \leq 8$

$b - a \leq 2$

$b = a + 2$

$b \leq a + 2$



$-4a + 4b \geq 0$

$b \geq a$

8 - min (смотрим верхний кусочек)

$(0; 2\sqrt{2})$
$a \quad b$

$-0 + 8\sqrt{2} > 8$

$a^2 + b^2 \leq 8$

$8 \geq a^2 + b^2 \geq a^2 + (a+2)^2 = 2a^2 + 4a + 4$

$4 \geq a^2 + 2a + 2$

$a^2 + 2a - 2 \leq 0 \qquad D = 4 + 8$

$a \quad \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$

$1 - \sqrt{3}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102224**

ID профиля: **376001**

Вариант 23

Чистовик

Вариант 23
(Часть 2)

№-4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a,b,c)=22 & (1) \\ \text{НОК}(a,b,c)=2^{16}\cdot 2^{19} & (2) \end{cases}$$

(2): У a, b, c нет других простых делителей, кроме 2 и 11.
(1): каждое из них делится на 22, но есть число $\vdots\, 4$ и есть число $\vdots\, 11^2$.

a: $2^{1+x_a} 11^{1+y_a}$ b: $2^{1+x_b} 11^{1+y_b}$ c: $2^{1+x_c} 11^{1+y_c}$

$15 \geq x_i \geq 0$; $x_i \in \mathbb{Z}$

$18 \geq y_i \geq 0$; $y_i \in \mathbb{Z}$

Тогда тройка чисел (a,b,c) задаётся наборами: $(x_a; x_b; x_c)$ $(y_a; y_b; y_c)$

В каждом наборе хоть одно число $=0$ из-за первого уравнения. (Также хоть одно из x_i будет $=15$ и хоть одно из y_i будет $=18$)

1) Найдём кол-во наборов x_i, где есть ровно один 0.
Такой набор будет выглядеть так $(0; 15; k)$, где k - любое целое число, ~~не равное 0~~ т.ч. $0 < k \leq 15$

- пусть $k < 15$. Тогда это 14 вариантов и в этом случае для каждого набора существует 6 перестановок, т.е. всего $\underline{\underline{84}}$ набора
- $k=15$ $(0;15;15)$. Для этого набора всего $\underline{\underline{3}}$ перестановки.

2) Наборы x_i, где 2 нуля (заметим, что трёх нулей не бывает, т.к. хоть одно x_i будет равно 15) выглядят так: $(0;0;15)$ (и все его перестановки, которых 3.
Итого для x_i есть $84+3+3=90$ наборов

1

Чистовик

Вариант 23
(Часть 2)

Аналогично кол-во наборов в y_i:

1) Где один 0:

- 18 один раз: $17 \cdot 6 = 102$
- 18 два раза: 3

2) Где есть два 0: 3

Итого $102 + 3 + 3 = 108$.

А всего получили $90 \cdot 108$ троек (~~…~~ упорядоченных, т.е. если (1,1,2) и (1,2,1) это разл. тройки).

Ответ: $90 \cdot 108 = 9720$

2

Чистовик

Вариант 23

(Часть 2)

Б-5

$A = \log_{\sqrt{x+34}} (2x+23)$

$B = \log_{(x+4)^2} (x+34)$

$C = \log_{\sqrt{2x+23}} (-x-4)$

ОДЗ

$$\begin{cases} 2x+23>0 & x>-11{,}5 \\ x+34>0 & x>-34 \\ -x-4>0 & x<-4 \\ \sqrt{x+34} \neq 1 & x \neq -33 \\ (x+4)^2 \neq 1 & x \neq -3,\ -5 \\ \sqrt{2x+23} \neq 1 & x \neq -11 \end{cases}$$

$-11{,}5 \quad -11 \quad -5 \quad -4$

////// – подходит

Преобразования:

$A = 2\log_{x+34} (2x+23)$

$B = \frac{1}{2}\log_{-x-4} (x+34) = \frac{1}{2} \frac{\log_{x+34}(x+34)}{\log_{x+4}(-x-4)} = \frac{1}{2\log_{(x+34)}(-x-4)}$

$C = 2\log_{2x+23} (-x-4) = 2\frac{\log_{(x+34)}(-x-4)}{\log_{(x+34)}(2x+23)} = \frac{2}{BA}$

1) $A = B = \frac{2}{AB} - 1$

$\frac{2}{A^2} - 1 = A$

$2 - A^2 = A^3$

$A^3 + A^2 - 2 = 0$

$(A-1)(A^2+2A+2) = 0$

↑ корней нет.

$$\begin{array}{r|l} A^3+A^2-2 & A-1 \\ -\underline{A^3-A^2} & A^2+2A+2 \\ 2A^2-2 & \\ -\underline{2A^2-2A} & \\ 2A-2 & \\ -\underline{2A-2} & \\ 0 & \end{array}$$

$D = 4 - 8 < 0$

$\log_{x+34} (2x+23) = \frac{1}{2}$

$2x+23 = \sqrt{x+34}$

~~2x+23~~

$4x^2 + 529 + 92x = x + 34$

$4x^2 + 91x + 495 = 0$

$D = 8281 - 4\cdot 1980 =$

$= 8281 - \cancel{6300}\ 7920 = \cancel{1981}\ 361 = 19^2$

$x = \frac{-91 \pm 19}{8} = -\frac{55}{4}$ – не подх по ОДЗ

-9

$x = -9$:

$A = 2\log_{25} 5 = 1$

$B = \frac{1}{2\log_{25} 5} = 1$

$C = 2\log_5 (5) = 2$

↑ подходит

3

Вариант (23)
(часть 2)

<u>Чистовик</u>

№ 5 (Продолжение)

2) $A = \frac{2}{BA} = B - 1$

$B = A + 1$

$A = \frac{2}{A(A+1)}$

$A^2(A+1) = 2$

$A^3 + A^2 - 2 = 0$ (это такое же уравнение)

У этого уравнения такие же корни, как и у уравнения из п.1. (см *) ~~но это невозможно, значит~~ ~~в этих двух случаях~~ подходящих ~~корней нет~~.

*

$A = 1 \quad B = 2$

$\frac{2}{AB} = 1$ - подходит,

но при $A = 1$ $x = -9$, но тогда по условию $B = 1$, т.е. решений в этом случае нет

3) $B = \frac{2}{BA} = A - 1$

$A = B + 1$

получим, что $B^3 + B^2 - 2 = 0 \Rightarrow B = 1$.

$2 \log_{(x+34)}(-x-4) = 1$

$(-x-4) = \sqrt{x+34}$

$x^2 + 16 + 8x = x + 34$

$x^2 + 7x - 18 = 0$

$D = 49 + 4 \cdot 18 = 121$

$x = \frac{7 \pm 11}{2} = \begin{matrix} 9 \\ -2 \end{matrix}$ не подходит по ОДЗ.

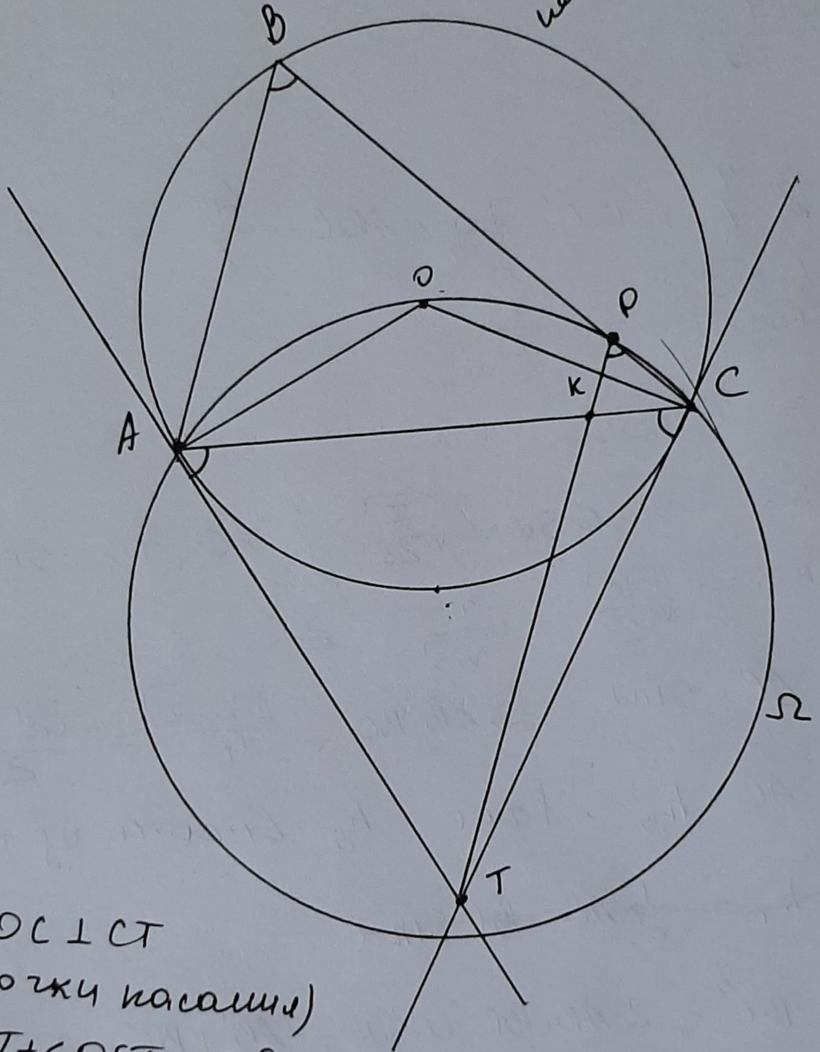
Ответ: ~~корней нет~~. $x = 9$

Чистовик

Вариант 23
(Часть 2)

Б-6

Дано:
$S_{APK} = 15$
$S_{CPK} = 13$



$\angle TAC = \angle TCA$ т.к. $AT = TC$ как отрезки кас.

Решение:

1) $OA \perp AT$ и $OC \perp CT$
(т.к. это точки касания)
Тогда $\angle OAT + \angle OCT = 180°$ => $OATC$ - вписанный =>
=> $T \in \Omega$.

2) получается, что $ATCP$ - впис => $\angle TAC = \angle TPC$ =>
=> (т.к. $\angle TAC = \angle ABC$) => $PK \parallel AB$ => $\frac{S_{ABC}}{S_{PKC}} = \left(\frac{BA}{PK}\right)^2$

3) Получилось, что $\triangle CBA \sim \triangle CPK$:
$\frac{BA}{PK} = \frac{AC}{KC} = \frac{AK+KC}{KC}$. т.к. у $\triangle APK$ и $\triangle CPK$ общая высота из точки P, то $\frac{KC}{AK} = \frac{S_{CPK}}{S_{APK}} = \frac{13}{15}$ => $AK = \frac{15 KC}{13}$

$\frac{BA}{PK} = \frac{\frac{15}{13}KC + KC}{\frac{15}{13}KC} = \frac{28}{13} \cdot \frac{13}{15} = \frac{28}{15}$ =>

5

Чистовик

Вариант 23
(Часть 2)

5–6 (продолжение)

$S_{ABC} = S_{PKC} \cdot \frac{28^2}{15^2} = \frac{13 \cdot 28^2}{15^2} = \frac{10192}{225}$ (далее это число обозначим как S)

а) Ответ: $\frac{10192}{225}$

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{4}{7}$, т.е. $\operatorname{tg} \angle ABC = \frac{4}{7}$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \sqrt{\frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}} = \frac{4}{7}$

$7(1-\cos^2\alpha) = 16\cos^2\alpha$

$7 = 23\cos^2\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\frac{7}{23}}$ (>0, т.к. это острый угол)

~~S_{ABC}~~ $\sin\alpha = \sqrt{\frac{16}{23}} = \frac{4}{\sqrt{23}}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \sin\alpha \Rightarrow AB \cdot BC = \frac{2S\sqrt{23}}{4} = \frac{\sqrt{23}\,S}{2}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot h_B$ (где h_B – высота из точки B)

~~$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot h_C = \frac{1}{2} AB \cdot BC \sin\alpha$~~

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos\alpha = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{23}\,S}{2} \cdot \sqrt{\frac{7}{23}} =$

$= AB^2 + BC^2 - S\sqrt{7}$

$AB = \frac{\sqrt{23}\,S}{2BC}$

$AC^2 = \frac{23S^2}{4BC^2} + BC^2 - S\sqrt{7}$ Пусть $AC = b$, $BC = a$, $AB = c$

$b^2 = \frac{23S^2}{4a^2} + a^2 - S\sqrt{7}$

$c = \frac{\sqrt{23}\,S}{2a}$

S-6 (продолжение) чистовик Вар. 23 (4.2)

По формуле Герона:

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $S^2 = p(p-a)(p-b)(p-c)$

где p – полупериметр.

Если сюда подставить все стороны, выраженные через a, то получится уравнение отн. a.
А найдя a, можно будет рассчитать $AC = b$.

Ответ: а) $S = \frac{10192}{225} = \frac{13 \cdot 28^2}{15^2}$

б) $AC^2 = \frac{23S}{4a^2} + a^2 - S\sqrt{7}$

Б-5 Черновик

$$\begin{array}{r} -\,34 \\ 17 \\ \hline 23 \end{array}$$

$2\log_{x+34}(2x+23)$

$\frac{1}{2}\log_{(4+x)}(x+34)$

$2\log_{2x+23} -(x+4)$

$-12,5 < x < -4$

$-23 < 2x < -8$

$$\boxed{\begin{array}{l} 0 < 2x+23 < 15 \\ 22,5 < x+34 < 30 \\ 0 < -x-4 < 8,5 \end{array}}$$

$-12,5 \cancel{< x <} -4$

$-23 < 2x < -8$

$21,5 < x+34 < 30$

$0 < 2x+23 < 31$

только маленькое пересечение, но оно есть.

$4 < -x < 12,5$

$0 < -x-4 < 8,5$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23 \\ \times 4 \\ \hline 92 \end{array}$$

т.е. $\frac{1}{2}\log_{-(4+x)}(x+34) > \frac{1}{2}$

$2\log_{2x+23} -(x+4) < 2$

$\log_{x+34}(2x+23) > \frac{1}{2}$

$< \frac{3}{2}$

$2\log_{x+34}(2x+23) < 2$

$\frac{1}{2}\log_{-(4+x)}(x+34) > \frac{1}{2}$

$2\log_{2x+23} -(x+4)$

хочу:

$\log_{-(4+x)}(x+34) > 4$

т.е.

$(x+34) \geq (4+x)^4$

$$\frac{\log_{2x+23} -(x+4)}{\log_{2x+23}(x+34)} = \log_{x+34} -(x+4)$$

чтобы $\log_{2x+23} -(x+4) = \log_{x+34} -(x+4)$

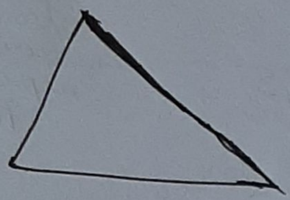
нужно $2x+23 = x+34$ $\quad x = 11$ невозможно.

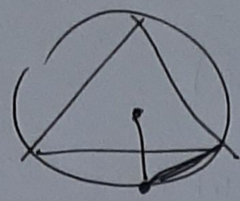
$$2\frac{\log_{-(4+x)}(x+34)}{\log_{-(4+x)}(2x+23)} = 2\log_{2x+23}(x+34)$$

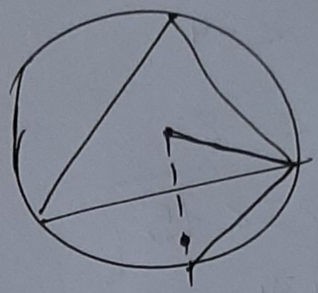
чтобы $2\log_{2x+23}(x+34) = \frac{1}{2}\log_{-(4+x)}(x+34)$ нужно:

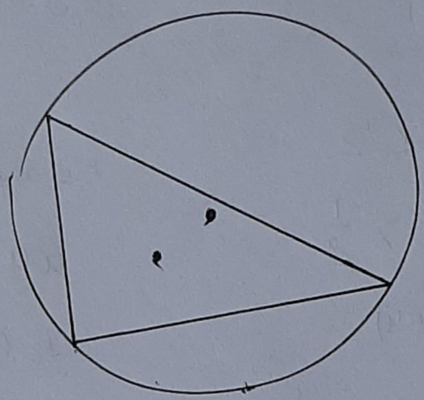
$\log_{-(4+x)}(2x+23) = 4$

$(4+x)^4 = 2x+23$









28
× 28 6
224
56
784
× 13 2
2352
784
10192

Черновик

$$2\log_{x+34}(2x+23) = 2\log_{2x+23}(-x-4) + 1 =$$

$$= \log_{2x+23}(x+4)^2(2x+23)$$

$$\log_{x+34}(2x+23)^2 = \log_{2x+23}(x+4)^2(2x+23)$$

$$\parallel$$

$$\frac{\log_{(2x+23)}(2x+23)^2}{\log_{2x+23}(x+34)}$$

$$\cancel{2\ 2\ \log_{2x+23}}$$

Б-5 Черновик $34+9=43$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$

$\log_{(x+4)^2}(x+34)$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

1) ОДЗ

$2x+23 \geqslant 0$ $\quad x \geqslant -\frac{23}{2} = -12{,}5$

$x+34 \geqslant 0$ $\quad x \geqslant -34$

$-x-4 \geqslant 0$ $\quad x \leqslant -4$

-11, -5, $-12{,}5$, -4

1) $\cancel{\log}$ $\log_{(x+4)^2}(x+34) =$

$= \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$

$\sqrt{x+34} \neq 1$ — верно

$(x+4)^2 = 1$

$\log_{(x+4)^2}(x+34) = \dfrac{\log_{\sqrt{x+34}}(x+34)}{\log_{\sqrt{x+34}}(x+4)^2}$

$x+4 \neq 1$ $\quad x \neq -3$ - ок

$x+4 \neq -1$ $\quad x \neq -5$

$\frac{1}{2}\log_{4-x}(x+34) \cdot \cancel{4}\log_{(x+34)} \cancel{(x+34)}^{4-x} = 2$

$2x+23 \neq 1$

$\cancel{2x}$ $\quad x \neq -11$

23 +18 = 41 тождество.

-31

$\cancel{2} = 4\log_{x+34}(4-x) \cdot \cancel{2}\log_{x+34}(2x+23)$

$x \neq -12{,}5$

$x \neq -4$

(т.к. в основаниях не 0)

45

$A = 2\log_{13}(x_1)$ $\quad 9$

$B = \frac{1}{2\log}$ $\quad 1$

$41 \times 41 = 41 + 164 = 1681$

$1580 \times 4 = 6320$ $\quad 2$

$A = 2\log_{25}(5) = 1$

$B = \frac{1}{2\log_{25}(5)} = 1$

$8281 - 6320 = 1961$

$91 \times 91 = 91 + 819 = 8281$

$8281 - 1580$

C =

$43 \times 43 = 129 + 172 = 1849$

$44 \times 44 = 176 + 176 = 1936$

$495 \times 4 = 1580$ $\quad 3$

-45, 8

$91 - 44 = 47$

Черновик

$(a, b, c) \in N$

$$\begin{cases} НОД(a, b, c) = 22 & (1) \\ НОК(a, b, c) = 2^{16} \cdot 11^{19} & (2) \end{cases}$$

(1): есть число $\vdots 11$ и не кратное 11^2 и $\vdots 2$, но $\not\vdots 2^2$
Нет числа $\not\vdots 22$

(2): Делителей, кроме 2 и 11 у них нет

a: $2^{1+x_a} 11^{1+y_a}$ b: $2^{1+x_b} 11^{1+y_b}$ c: $2^{1+x_c} 11^{1+y_c}$

$x_i \leq 15$ $y_i \leq 19$

Пары задаются наборами: $(x_a; x_b; x_c)$
$(y_a; y_b; y_c)$

В обоих наборах хоть одно число $= 0$, а остальные ограничены сверху.

1) С одним

$\frac{2}{A^2} - 1 = A$ $\frac{2}{A(A+1)} = A$

$2 - A^2 = A^3$ $2 = A^3 + A^2$

$\frac{2}{A^2} - 1 = \frac{2}{A(A+1)}$

$91 + 19 = 110$; $\frac{110}{8} = \frac{55}{4}$; $-\frac{55}{4} = -13$; $55 : 4 = 13$ (ост. 3); $34 - 16 = 18$; $18 \times 4 = 72$; $72 + 49 = 121$; $81 - 79 = 72$

$19 \times 19 = 171 + 19 = 1$; $23 \times 23 = 529$; $529 - 34 = 495$; $23, 46, 92$

$21 \times 21 = 21$; $91 \times 91 = 8281$; $14 \times 6 = 84$; $17 \times 6 = 102$; 108×90; $108 \times 9 = 972$

123, 132, 112, 121, 211

$495 \times 16 = 7920$; $495 \times 4 = 1980$; $1980 \times 4 = 7920$; $8281 - 7920 = 361$