Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101954**

ID профиля: **356424**

Вариант 23

Чистовик.

№1.

Пусть d – разность арифметической прогрессии из условия. Тогда, по определению арифметической прогрессии:

$a_{10} = a_1 + 9d$; $a_{16} = a_1 + 15d$; $a_{11} = a_1 + 10d$; $a_{15} = a_1 + 14d$.

Сумма первых шести элементов прогрессии будет равна:

$S = \frac{a_1 + a_6}{2} \cdot 6 = 3(a_1 + a_1 + 5d) = 6a_1 + 15d$.

Запишем неравенства из условия, учитывая это:

$$\begin{cases} a_{10}a_{16} > S + 39 \\ a_{11}a_{15} < S + 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1+9d)(a_1+15d) > 6a_1 + 15d + 39 \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ 6a_1 + 15d + 55 > a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 \end{cases}$$

Сложим эти неравенства:

$a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 + 6a_1 + 15d + 55 > a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 + 6a_1 + 15d + 39$

$135d^2 + 55 > 140d^2 + 39$

$5d^2 < 16$

$d^2 < \frac{16}{5} = 3{,}2$

Так как прогрессия возрастающая, то $d > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 < d < \sqrt{\frac{16}{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$.

Но $\sqrt{3{,}2} < \sqrt{4} = 2 \Rightarrow 0 < d < 2$. Но арифметическая прогрессия, по условию, состоит из целых чисел. Значит $d \in \mathbb{Z} \Rightarrow d = 1$ – единственное возможное значение. Запишем неравенства, учитывая, что $d = 1$.

$$\begin{cases} (a_1+9)(a_1+15) > 6a_1 + 15 + 39 \\ (a_1+10)(a_1+14) < 6a_1 + 15 + 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 135 > 6a_1 + 54 \\ a_1^2 + 24a + 140 < 6a_1 + 70 \end{cases} \Rightarrow$$

Чистовик.

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2+18a_1+81>0 \ (1) \\ a_1^2+18a_1+70<0 \ (2) \end{cases}$$

(1): $a_1^2+18a_1+81>0 \Rightarrow (a_1+9)^2>0$ $\quad + \quad -9 \quad + \quad$ $\Rightarrow \boxed{a_1 \in (-\infty; -9) \cup (-9; +\infty)}$

(2) $a_1^2+18a_1+70<0$

$D_1 = 81-70 = 11$

$a_1 = -9 \pm \sqrt{11}$ $\quad + \quad -9-\sqrt{11} \quad - \quad -9+\sqrt{11} \quad + \quad \Rightarrow$

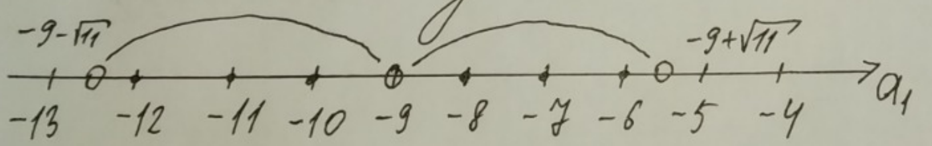
$\Rightarrow \boxed{a_1 \in (-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11})}$

Итого:

$$\begin{cases} a_1 \in (-\infty; -9) \cup (-9; +\infty) \\ a_1 \in (-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11}) \end{cases} \Rightarrow a_1 \in (-9-\sqrt{11}; -9) \cup (-9; -9+\sqrt{11}).$$

Определим все целые числа, принадлежащие этому промежутку:

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16} = 4 \Rightarrow 3 < \sqrt{11} < 4 \Rightarrow -13 < -9-\sqrt{11} < -12$, а также $-6 < -9+\sqrt{11} < -5$. Тогда



Значит $a_1 \in \{-12; -11; -10; -8; -7; -6\}$.

Ответ: $a_1 \in \{-12; -11; -10; -8; -7; -6\}$.

Чистовик.

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 8 & (1)\\ a^2+b^2\le \min(-4a+4b,8) & (2).\end{cases}$$

Рассмотрим неравенство (2):

• если $-4a+4b\le 8$, то

$a^2+b^2\le -4a+4b$

$a^2+4a+b^2-4b\le 0$

$a^2+4a+4+b^2-4b+4\le 8$

$(a+2)^2+(b-2)\le \cancel{8}(2\sqrt{2})^2$

Графиком этого неравенства будет являться круг с центром в точке $(-2;2)$ и радиусом $2\sqrt{2}$ в осях a,b.

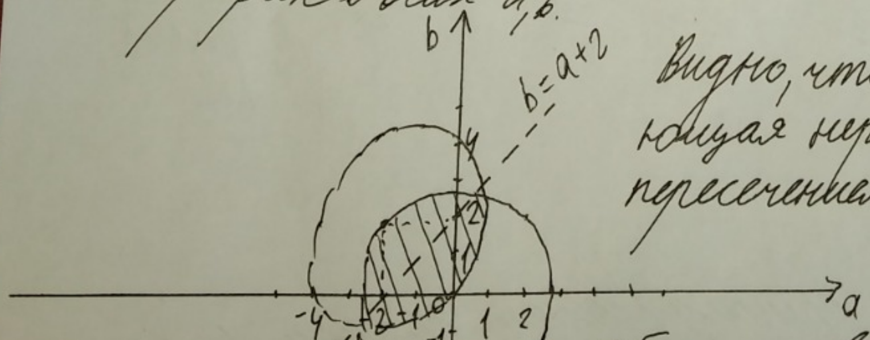
• если $-4a+4b>8$, то

$a^2+b^2\le 8=(2\sqrt{2})^2$

Графиком этого неравенства будет являться круг с центром в точке $(0;0)$ и радиусом $2\sqrt{2}$ в осях a,b.

~~Заметим, что~~

Также $-4a+4b\le 8 \Rightarrow 4b\le 4a+8 \Rightarrow b\le a+2$, ~~то~~ то есть первый круг на графике будет существовать только ниже прямой $b=a+2$, а второй — только выше этой прямой. Построим этот график в осях a,b.



Видно, что фигура, соответствующая неравенству (2), является пересечением двух кругов.

рис. 1

Обратим внимание на неравенство (1). Оно означает, что для каждой точки (x,y), принадлежащей фигуре, существует точка в фигуре (2), удалённая на не более, чем $2\sqrt{2}$ от точки $(x;y)$.

3

чистовик.

Но тогда графиком уравнения (1), а значит, и всей системы, будет являться пересечение двух окружностей радиусом $2\sqrt{2}+2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$, как показано на графике в осях x,y:

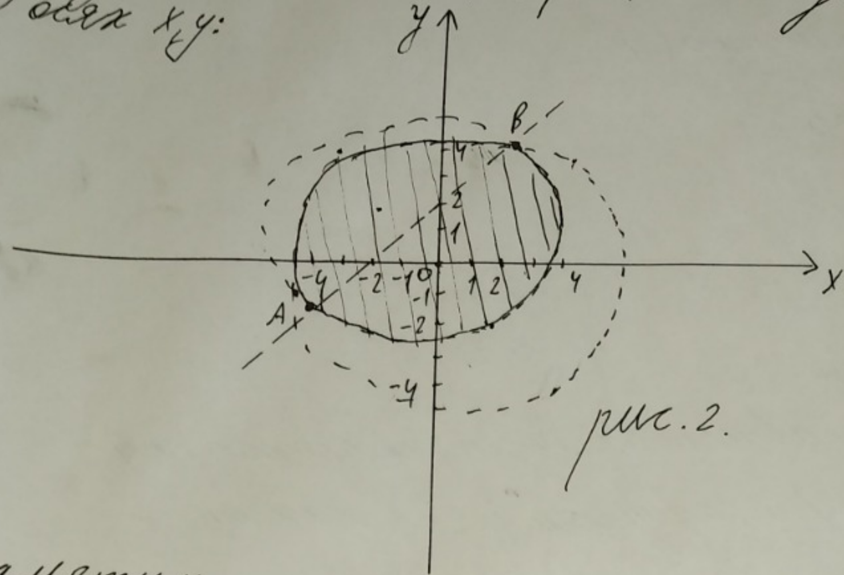


рис. 2.

Заметим, что окружности симметричны относительно прямой $y=x+2$. Значит площадью фигуры является сумма двух одинаковых частей ~~окруж~~ круга. Найдём площадь одного такого сегмента:

Найдём расстояние между точками пересечения окружностей:

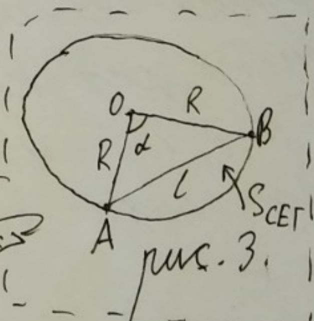


рис. 3.

$\cancel{\begin{cases}(x+2)^2+(y-2)^2=(4\sqrt{2})^2\\ x^2+y^2=(4\sqrt{2})^2\end{cases}} \Rightarrow \cancel{\begin{cases}x^2+2x+4+y^2-2y+4=32\\ x^2+y^2=32\end{cases}} \Rightarrow$

$\cancel{\Rightarrow 2x+4-2y+4=0}$

$\cancel{2x-2y=} \Rightarrow \cancel{y=}$

Обе точки пересечения принадлежат прямой $y=x+2 \Rightarrow$

$\Rightarrow (x+2)^2+x^2=32 \Rightarrow x^2+4x+4+x^2=32 \Rightarrow 2x^2+4x-28=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+2x-14=0$

$D_1=1+14=15$

$x=-1\pm\sqrt{15}$. Тогда искомое расстояние l равно:

Чистовик.

$$l=\sqrt{\left(-1+\sqrt{15}-(-1-\sqrt{15})\right)^2+\left(2-1+\sqrt{15}-(2-1-\sqrt{15})\right)^2}=\sqrt{(2\sqrt{15})^2+(2\sqrt{15})^2}=$$

$$=\sqrt{60+60}=\sqrt{120}=2\sqrt{30}$$ (см. рис. 2)

По т. косинусов:

$$\cos\alpha=\frac{R^2+R^2-l^2}{2\cdot R\cdot R}=\frac{2\cdot(4\sqrt{2})^2-120}{2\cdot(4\sqrt{2})^2}=\frac{64-120}{64}=\frac{-56}{64}=-\frac{7}{8},$$ где

α — угол $\angle AOB$ (см. рис. 3).

Тогда $S=2S_{\text{сег}}=2\cdot\left(S_{\breve{AB}}-S_{\triangle AOB}\right)=2\cdot\left(\frac{\alpha}{2\pi}\cdot\pi R^2-\sqrt{R^2-\left(\frac{l}{2}\right)^2}\cdot\frac{l}{2}\right)=$

$$=2\left(\frac{\arccos(-\frac{7}{8})}{2}\cdot 32-\sqrt{32-30}\cdot\frac{4\sqrt{2}}{2}\right)=2\left(16\arccos\left(-\frac{7}{8}\right)-4\right)=$$

$$=32\arccos\left(-\frac{7}{8}\right)-8$$ (см. рис. 3)

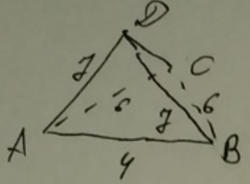
~~Ответ~~ Значит площадь искомой фигуры равна $32\arccos(-\frac{7}{8})-8$.

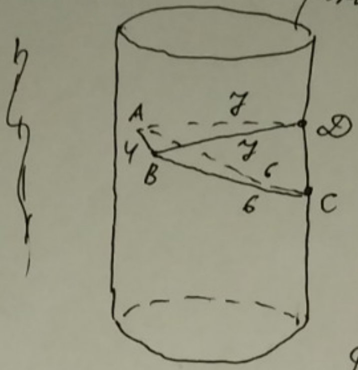
Ответ: $32\arccos(-\frac{7}{8})-8$.

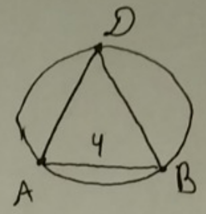
5

21101954 (U356424 M1298311)

Черновик.







$DH \perp AB$

$DH = \sqrt{49-4} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$CH \perp AB$

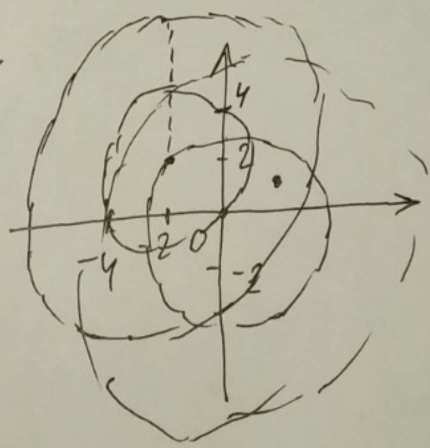
$CH = \sqrt{36-4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$$\begin{cases}(a_1+9)(a_1+15) > 6a_1+15+39 \\ (a_1+10)(a_1+14) < 6a_1+15+55\end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r} -\,135 \\ 54 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}a_1^2+24a_1+135 > 6a_1+54 \\ a_1^2+24a_1+140 < 6a_1+70\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a_1^2+18a_1+81>0 \\ a_1^2+18a_1+70<0\end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases}(a_1+9)^2>0 \\ D_1 = 81-70 = 11 \Rightarrow a_1 = -9 \pm \sqrt{11}\end{cases}$$



$a^2+b^2 \le -4a+4b$

$a^2+4a+b^2-4b \le 0$

$a^2+4a+4+b^2-4b+4 \le 8$

$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8$

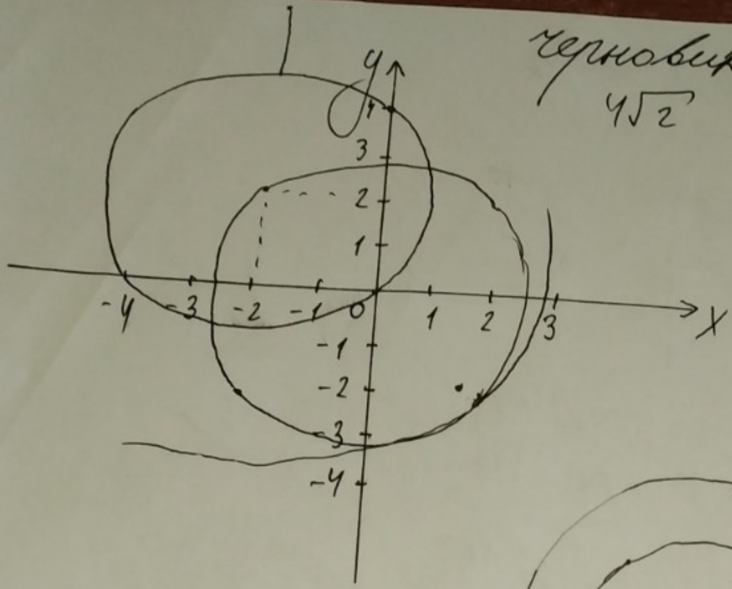
$(2\sqrt{2})^2$

$a^2+b^2 \le 8$

21101954 (U356424 M1298311)

черновик.

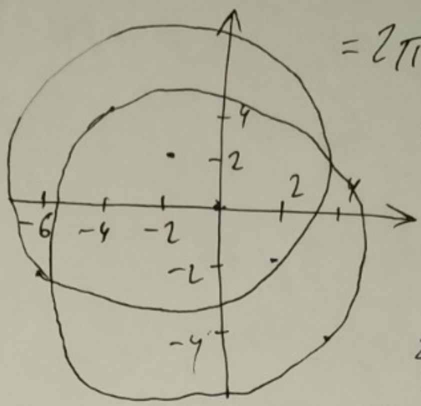
$4\sqrt{2}$

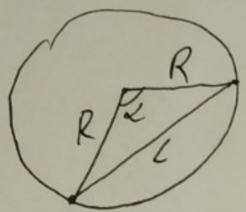


$S=2\cdot(\pi\cdot(4\sqrt{2})^2)-?=$

$=2\pi\cdot16\cdot\cancel{2}-?=$

$=64\pi-?$





$\sqrt{R^2-\left(\frac{l}{2}\right)^2}=$

$=\sqrt{\frac{4R^2-l^2}{4}}$

$\cos\alpha=\frac{R^2+R^2-l^2}{2\cdot R\cdot R}=$

$=\frac{2R^2-l^2}{2R^2}=$

$\alpha=\arccos\left(\frac{2R^2-l^2}{2R^2}\right)$

$\frac{\alpha}{2\pi}\cdot\pi R^2=\frac{R^2}{2}\cdot\alpha$

$(x+2)^2+(y-2)^2=\cancel{4\sqrt{2}}\ 4\sqrt{2}\ \cancel{x^2+y^2}$

$\cancel{x^2}\ x^2+y^2=4\sqrt{2}$

$x^2+4x+4+y^2-4y+4=4\sqrt{2}$

$x^2+y^2=4\sqrt{2}$

$\frac{R^2}{2}\cdot\alpha-\frac{\sqrt{4R^2-l^2}}{2}\cdot\frac{l}{2}=$

$=$

$4\sqrt{2}+4x-4y+8=4\sqrt{2}$

$4x=4y+8$

$x=y+2$

$(y+2)^2+y^2=4\sqrt{2}$

$y^2+4y+4+y^2=4\sqrt{2}$

$2y^2+4y+4(1-\sqrt{2})=0$

$y^2+2y-2(\sqrt{2}-1)=0$

$D_1=1+2(\sqrt{2}-1)=1+2\sqrt{2}-2=2\sqrt{2}-1$

$y=-1\pm\sqrt{2\sqrt{2}-1}$

Черновик.

1. $a_1, a_2, a_3 \ldots$; $a_{10} a_{16} > S + 36$ $\quad S = \frac{a_1 + a_6}{2} \cdot 6 = 3(2a_1 + 5d)$

$a_{11} a_{15} < S + 55$

$a_{10} = a_1 + 9d$

$a_{16} = a_1 + 15d$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{15} = a_1 + 14d$

$(a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > S + 36$

$(a_1 + 10d)(a_1 + 14d) \leq S + 55$

$\begin{array}{r} \times 15 \\ 9 \\ \hline 135 \end{array}$

$$\begin{cases} (a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > 6a_1 + 15d + 36 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) \leq 6a_1 + 15d + 55 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 36 \\ a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2 \leq 6a_1 + 15d + 55 \end{cases}$$

Но ар. прогр. сост. из $Z \Rightarrow$

$\cancel{5d^2 > 55 - 36}$

$\cancel{5d^2 > 19}$

$\cancel{d^2 > \frac{19}{5} = 3{,}8}$

$\cancel{d > 0}$

$\cancel{d > \sqrt{\frac{19}{5}}}$

$\Rightarrow d = 1$

$0 < d < 2$ $\quad d < 2$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 36 \\ 6a_1 + 15d + 55 > a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \cancel{a_1^2} + \cancel{24a_1 d} + 135d^2 + \cancel{6a_1} + \cancel{15d} + 55 > \cancel{a_1^2} + \cancel{24a_1 d} + 140d^2 + \cancel{6a_1} + \cancel{15d} + 36$

$135d^2 + 55 > 140d^2 + 36$

$5d^2 < 55 - 36 = 19$

$0 < d^2 < \frac{19}{5}$

$0 < d < \sqrt{\frac{19}{5}}$

21101954 (U356424 M1298311)

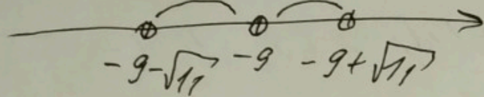
черновик.

$$\begin{array}{r} 135 \\ -\ 54 \\ \hline 81 \end{array} \qquad 70$$

$$\begin{cases}(a_1+9)(a_1+15) > S+39 \\ (a_1+10)(a_1+\cancel{44}14) < S+55\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2+24a_1+135 > 6a_1+15+39 \\ a_1^2+24a_1+140 < 6a_1+15+55\end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2+18a_1+81>0 \Rightarrow \cancel{D_1 = 81} \\ a_1^2+18a_1+70<0 \end{cases} \quad \begin{cases}(a_1+9)^2>0 \\ D_1 = 81-70=11\end{cases} \quad a_1 \ne -9$$

$$a_1 = -9 \pm \sqrt{11}$$

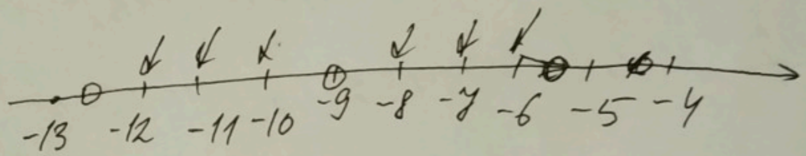


$$a_1 \in (-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11})$$

$3<\sqrt{11}<4$

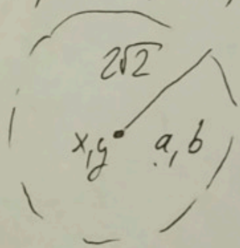
$-13 < -9-\sqrt{11} < -12$

$-6 < -9+\sqrt{11} < -5$



$$a_1 \in \{-12; -11; -10; -8; -7; -6\}.$$

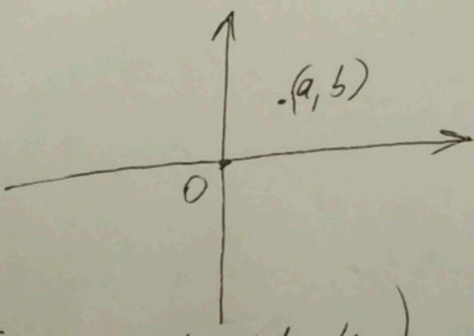
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8)\end{cases}$$



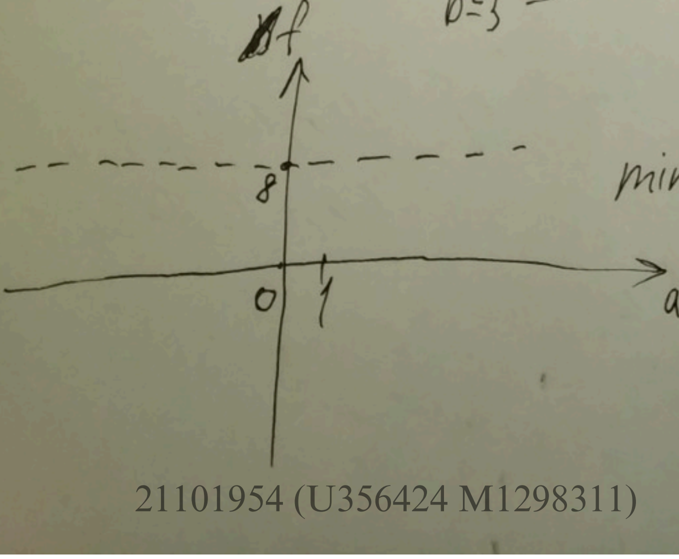
$4b-4\le 8$

$4b \le 12$

$b \le 3$



$$\begin{array}{r} 120 \\ -\ 64 \\ \hline 56 \end{array}$$



$\min(8; 4b-4a)$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101954**

ID профиля: **356424**

Вариант 23

Чистовик.
№4.

$\begin{cases} НОД(a;b;c)=22=2^1\cdot 11^1 \\ НОК(a;b;c)=2^{16}\cdot 11^{19} \end{cases}$

Так как НОД и НОК чисел a, b и c имеют в своём разложении на простые множители только ~~числа~~ множители 2 и 11, то каждое из чисел a, b и c имеет в своём разложении на простые множители только множители 2 и 11 в некоторых степенях. Пусть тогда $a=2^x\cdot 11^y$; $b=2^k\cdot 11^l$; $c=2^n\cdot 11^m$, где x,y,k,l,n,m — натуральные числа.

Так как $НОД(2^x\cdot 11^y, 2^k\cdot 11^l, 2^n\cdot 11^m)=2^1\cdot 11^1$, то $\min(x,k,n)=1$, а $\min(y,l,m)=1$, где min — минимальное число.

Также, так как $НОД(2^x\cdot 11^y, 2^k\cdot 11^l, 2^n\cdot 11^m)=2^{16}\cdot 11^{19}$, то ~~то~~ $\max(x,k,n)=16$ и $\max(y,l,m)=19$, где max — максимальное число (то есть максимальная степень двойки ~~на~~ равна 16, а максимальная ~~ст~~ степень 11-ти равна 19).

То есть $1\leq x,k,n\leq 16$, и $x=1$, или $k=1$, или $n=1$, а также $x=16$, или $k=16$, или $n=16$. А также $1\leq y,l,m\leq 19$, и $y=1$, или ~~k~~ $l=1$, или $m=1$, а также $y=19$, или $l=19$, или $m=19$.

Сначала найдём количество способов выбрать x, k и n.

Рассмотрим 3 случая:

1) Пусть среди x,k,n есть 2 единицы и ~~1~~ одно число 16. Тогда есть 3 тройки: 1, 1, 16; 1, 16, 1; 16, 1, 1.

2) Пусть среди x,k,n есть 1 единица и 2 числа 16. Тогда есть 3 тройки: 1, 16, 16; 16, 1, 16; 16, 16, 1.

3) Пусть среди x,k,n есть 1 единица и ~~1~~ одно число 16, а третье число не равно ни 1, ни 16. Число, равное единице, можно выбрать тремя способами, число, равное 16, двумя способами (из двух оставшихся чисел), а третье число может быть числом от 2 до 15, то есть одним из 14-ти чисел. Всего имеется

Чистовик.

$3 \cdot 2 \cdot 14 = 84$ троек.

Других троек x, k, n не существует, так как одно из чисел x, k, n равно 1, а одно равно 16.

Всего есть 90 вариантов чисел x, k, n $(84+3+3)$.

Рассмотрим теперь возможные тройки чисел y, l, m. Есть 3 случая:

1) Одно из чисел y, l, m равно 1, другие 2 равны 19. Тогда есть 3 тройки чисел y, l, m: 1, 19, 19; 19, 1, 19; 19, 19, 1.

2) Одно из чисел y, l, m равно 19, другие 2 равны 1. Тогда есть 3 тройки чисел y, l, m: 1, 1, 19; 1, 19, 1; 19, 1, 1.

3) Одно из чисел y, l, m равно 1, другое равно 19, а третье не равно ни 1, ни 19. Число, равное 1, можно выбрать 3 способами, число, равное 19, двумя способами (из двух оставшихся чисел), а третье число может равняться от 2 до 18, т.е. есть 17 вариантов его выбора. Значит имеется $3 \cdot 2 \cdot 17 = 102$ варианта.

Других троек y, l, m не существует, так как одно из чисел y, l, m равно 1, а одно равно 19. Всего есть $3+3+102 = 108$ вариантов.

Для каждой тройки из чисел x, k, n можно взять тройку чисел y, l, m и получить уникальную тройку чисел a, b, c. Значит всего есть $90 \cdot 108 = 9720$ троек чисел a, b, c, подходящих по условию задачи.

Ответ: 9720.

чистовик.

№5.

Определим ОДЗ:

$\sqrt{x+34}>0$ $x\neq-34$	$x+34\geq0$ $x\geq-34$	$2x+23>0$ $x>-11,5$	$\sqrt{x+34}\neq1$ $x+34\neq1$ $x\neq-33$	$(x+4)^2>0$ $x\neq-4$	$x+34>0$ $x>-34$
$(x+4)^2\neq1$ $x+4\neq\pm1$ $x\neq-3;-5$	$\sqrt{2x+23}>0$ $2x+23\neq0$ $x\neq-11,5$	$2x+23>0$ $x>-11,5$	$\sqrt{2x+23}\neq1$ $2x+23\neq1$ $x\neq-11$	$-x-4>0$ $x<-4$	

Объединив все промежутки, получим

$x\in(-11,5;-11)\cup(-11;-5)\cup(-5;-4)$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=2\log_{(x+34)}(2x+23)$

$\log_{(x+4)^2}(x+34)=\frac{1}{2}\log_{(x+4)}(x+34)=\frac{1}{2}\log_{(-x-4)}(x+34)$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=2\log_{(2x+23)}(-x-4)$

Пусть меньшее из данных чисел равно t. Тогда другие 2 числа равны t и $t+1$ соотв. Заметим, что

$2\log_{(x+34)}(2x+23)\cdot\frac{1}{2}\log_{(x+4)}(x+34)\cdot2\log_{(2x+23)}(-x-4)=$
$=2$. Тогда

$t\cdot t\cdot(t+1)=2$

$t^3+t^2=2$

$(t-1)(t^2+t-2)=0$

$t=1$ или $t^2+t-2=0$

$t\in\varnothing$

Значит это выполняется только если 2 числа равны 1, а третье равно 2.

$\boxed{3}$

Чистовик.

$2\log_{(x+34)}(2x+23)=1$

$\log_{(x+34)}(2x+23)=\frac{1}{2}$

$\sqrt{x+34}=2x+23$

$\cancel{(x+34)^2} \Rightarrow x+34=4x^2+92x+529$

$3x^2+92x+495=0$

$D_1=46^2-12\cdot 495<0$

Этот вар. не подх.

$\log_{(x+4)^2}(x+34)=1$

$(x+4)^2=x+34$

$x^2+8x+16=x+34$

$x^2+7x-18=0$

$D=49+72=121=11^2$

$x=\frac{-7\pm 11}{2}=-9;2$

~~У~~ По ОДЗ: $x=-9$.

Также $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=1$ даёт корень -9.

Ответ: -9.

4

Черновик.

ОДЗ: $\sqrt{x+34} > 0$ $x+34 \geq 0$ $2x+23 > 0$ $\sqrt{x+34} \neq 1$

$\cancel{x+34}$ $x \neq -34$ $x \geq -34$ $x > -\frac{23}{2}$ $x+34 \neq 1$

$x \neq -35$

$(x+4)^2 > 0$ $(x+4)^2 \neq 1$ $x+34 > 0$ $\sqrt{2x+23} > 0$ $2x+23 > 0$

$x \neq -4$ $x+4 \neq \pm 1$ $x > -34$ $2x+23 \neq 0$ $x > -\frac{23}{2}$

$x \neq \cancel{1}\, -3; -5$ $x \neq -\frac{23}{2}$

$\sqrt{2x+23} \neq 1$

$2x+23 \neq 1$ $\cancel{2x}$ $\cancel{x}$ $-x-4 \,\cancel{\neq}\, > 0$

$2x \neq -22$ $\boxed{x < -4}$

$x \neq -11$

$x > -11,5$

$x \neq -3; -4; -5$

$x \neq -11$ $\Rightarrow \boxed{x \in (-11,5; -11) \cup (-11; -5) \cup (-5; -4)}$

$x < -4$

$13 < \sqrt{181} < 14$

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{(x+4)^2}(x+34) \\ \log_{(x+4)^2}(x+34) + 1 = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) \end{cases}$$

$$\frac{\log_{(x+4)^2}(2x+23)}{\log_{(x+4)^2}\sqrt{x+34}} = \log_{(x+4)^2}(x+34)$$

$529 - 348 = 181$

$23 \cdot 23 = 529$ $87 \cdot 4 = 348$

$108 \cdot 90 = 9720$

$$\log_{(x+4)^2}(2x+23) = \log_{(x+4)^2}\left(x+34+\sqrt{x+34}\right)$$

$$2x+23 = x+34+\sqrt{x+34}$$

$\cancel{(2x+23)^2}$ $\cancel{x}$ $(x-11)^2 = x+34$

$121 - 34 = 87$

$D = 529 - 348 = 181$

$x^2 - 22x + 121 = x + 34$

$x = \frac{23 \pm \sqrt{181}}{2}$

$x^2 - 23x + 87 = 0$

Черновик.

$$\begin{cases} \text{НОД}(a,b,c)=22 \\ \text{НОК}(a,b,c)=2^{16}\cdot 11^{19} \end{cases}$$

$\overset{a}{2^x\cdot 11^y}$ $\overset{b}{2^z\cdot 11^w}$ $\overset{c}{2^n\cdot 11^m}$

Максим. степень 2-ки: 16

Макс. степень 11-ти: 19

Мин. ст. 2-ки: 1

Мин. стен. 11-ти: 1

$\max(x,z,n)=16$

$\min(x,z,n)=1$

$\max(y,w,m)=19$

$\min(y,w,m)=1$

~~Пусть x~~ ~~Пуст~~

Пусть $x=1, z=16 \Rightarrow$

$\Rightarrow n-1\dots16$

$x=1, n=16$

$z-1\dots16$

$z=16, n=16$

$x=1\dots16$

$x-1\dots16$

$z-1\dots16$

$n-1\dots16$

$\Rightarrow 16^3$

$y-1\dots19$

$w-1\dots19$

$m-1\dots19$

$19+19+19-6$

1;1;16, 1;16;1, 16;1;1

1;16;16

16;1;16 ; 16;16;1

$48-6=42$

$$48-6+57-6=42+51=\boxed{93}$$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$ $\log_{(x+4)^2}(x+34)$ $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

Пусть $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=\log_{(x+4)^2}(x+34)=\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

Черновик.

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$ $\log_{\cancel{x+4}\ -x-4}(x+34)$ $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

$\log_{x+34}(2x+23)^2$ $\cancel{\log_{-x-4}}$

$\log_{(x+4)^2}(x+34)$ $\log_{2x+23}(x+4)^2$

$2\log_{x+34}(2x+23)$ $\frac{1}{2}\log_{x+4}(x+34)$ $2\log_{2x+23}(x+4)$

$2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2=2$

$2\log_{x+34}($

$t^2(t+1)=2$

$t^3+t=2$

$t^3+t-2=0$

$t^3+0t^2+t-2 \mid t-1$

t^2+t+2

$-t^3-t^2$

t^2+t

$-t^2-t$

$2t$

$(t-1)(t^2+t+2)$

$t=1$ или $\cancel{t^2}$.

$D=1-2$

$\times\ 495$ / 12 / $+\ 990$ / 495 / 5940

$\times\ 46$ / 46 / $+\ 276$ / 184 / 2116

$\times\ 23$ / 23 / $+\ 69$ / 46 / 529 / $-\ 34$ / 495

черновик.

Пусть

$$\begin{cases} \log_{(x+4)^2}(x+34) = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) \\ \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{(x+4)^2}(x+34) + 1 \end{cases}$$

$\cancel{\log_x ab = \log_x a + \log_x b}$

$$\frac{\log_{\sqrt{2x+23}}(x+34)}{\log_{\sqrt{2x+23}}(x+4)^2} = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$$

$\cancel{\sqrt{x+34}}$

$$\log_{\sqrt{2x+23}}(x+34) = \log_{\sqrt{2x+23}}$$

$$\log_{(x+4)^2}(2x+23) = \log_{(x+4)^2}\sqrt{x+34}\cdot\log_{(x+4)^2}(x+34)$$

$a = 2^x\cdot 11^y$ $\quad 1 \le x, k, m \le 16$

$b = 2^k\cdot 11^l$ $\quad 1 \le y, l, n \le 19$

$c = 2^m\cdot 11^n$

1 1 16 $\quad$ 1 16 16

1 16 1 $\quad$ 16 1 16

16 1 1 $\quad$ 16 16 1

$3\cdot 2\cdot 16 - 6 = 6\cdot 15 = 90$

$1\cdot 16\cdot 16$

$x = 1$, $k = 16 \Rightarrow m = 1\ldots 16$

$x = 1$, $m = 16 \Rightarrow k = 1\ldots 16$

$6 + 3\cdot 2\cdot 14 = 6 + 84 = 90$

108

2…18

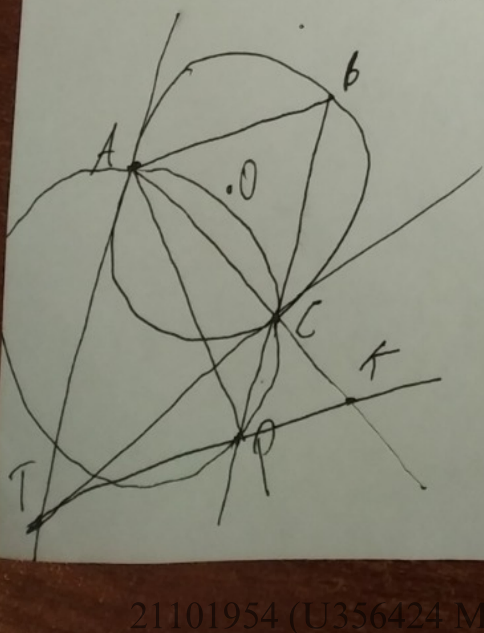
$\boxed{198}$

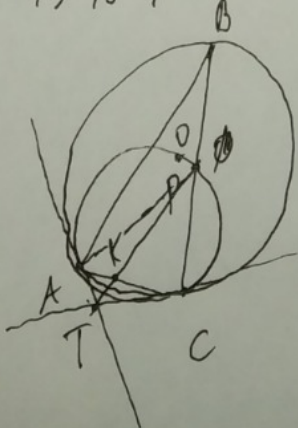
1 1 19 $\quad$ 1 19 19

1 19 1 $\quad$ 19 1 19

19 1 1 $\quad$ 19 19 1

$6 + 3\cdot 2\cdot 17 = 6\cdot 18$





Черновик.

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=\log_{(x+4)^2}(x+34)$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$$

$$\frac{\log_{(x+4)^2}(2x+23)}{\log_{(x+4)^2}\sqrt{x+34}}=\log_{(x+4)^2}(x+34)$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=\log_{(x+4)^2}(x+34)$$

$$\log_{(x+4)^2}(2x+23)=\log_{(x+4)^2}\sqrt{x+34}\cdot\log_{(x+4)^2}(x+34)$$

$$\log_{(x+4)^2}(2x+23)=\log_{(x+4)^2}(x+3$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=\frac{1}{\log_{x+34}(x+4)^2}$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)\cdot\log_{x+34}(x+4)^2=1$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)\cdot\log_{\sqrt{x+34}}(x+4)=1$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=\log_{(x+4)^2}(x+34)+1$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=\frac{1}{\log_{x+34}(x+4)^2}+1$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=\frac{1}{\log_{\sqrt{x+34}}(x+4)}+1$$

$$(\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23))\cdot\log_{\sqrt{x+34}}(x+4)=$$
$$=1+\log_{\sqrt{x+34}}(x+4)$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(x+4)(\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)-1)=1$$