Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101745**

ID профиля: **286024**

Вариант 23

Черновик

/1

$d = 1$

$S = \frac{2a_1+5}{2} \cdot 6 = 6a_1 + 15$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 135 > 6a_1 + 15 + 39 \\ a_1^2 + 24a_1 + 140 < 6a_1 + 15 + 55 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ -\ 39 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + \overset{81}{\cancel{120 - 39}} > 0 \\ a_1^2 + \cancel{2}18a_1 + 70 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+9)^2 > 0 \\ (a_1+9)^2 - 11 < 0 \end{cases} \quad a_1 \neq -9$$

$$(a_1 + 9 - \sqrt{11})(a_1 + 9 + \sqrt{11}) < 0$$

$-12\ -11\ -10\ -8\ -7\ -6$

$-9-\sqrt{11} \quad -9 \quad -9+\sqrt{11} \quad a_1$

$\sqrt{11} \approx 3,...$

$\boxed{-12; -11; -10; -8; -7; -6}$

$$\begin{array}{r} 120 \\ -\ 39 \\ \hline 81 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 55 \\ -\ 39 \\ \hline 16 \end{array}$$

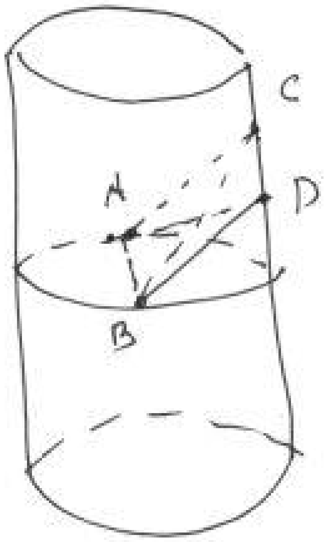
$-6 \vee -9+\sqrt{11}$

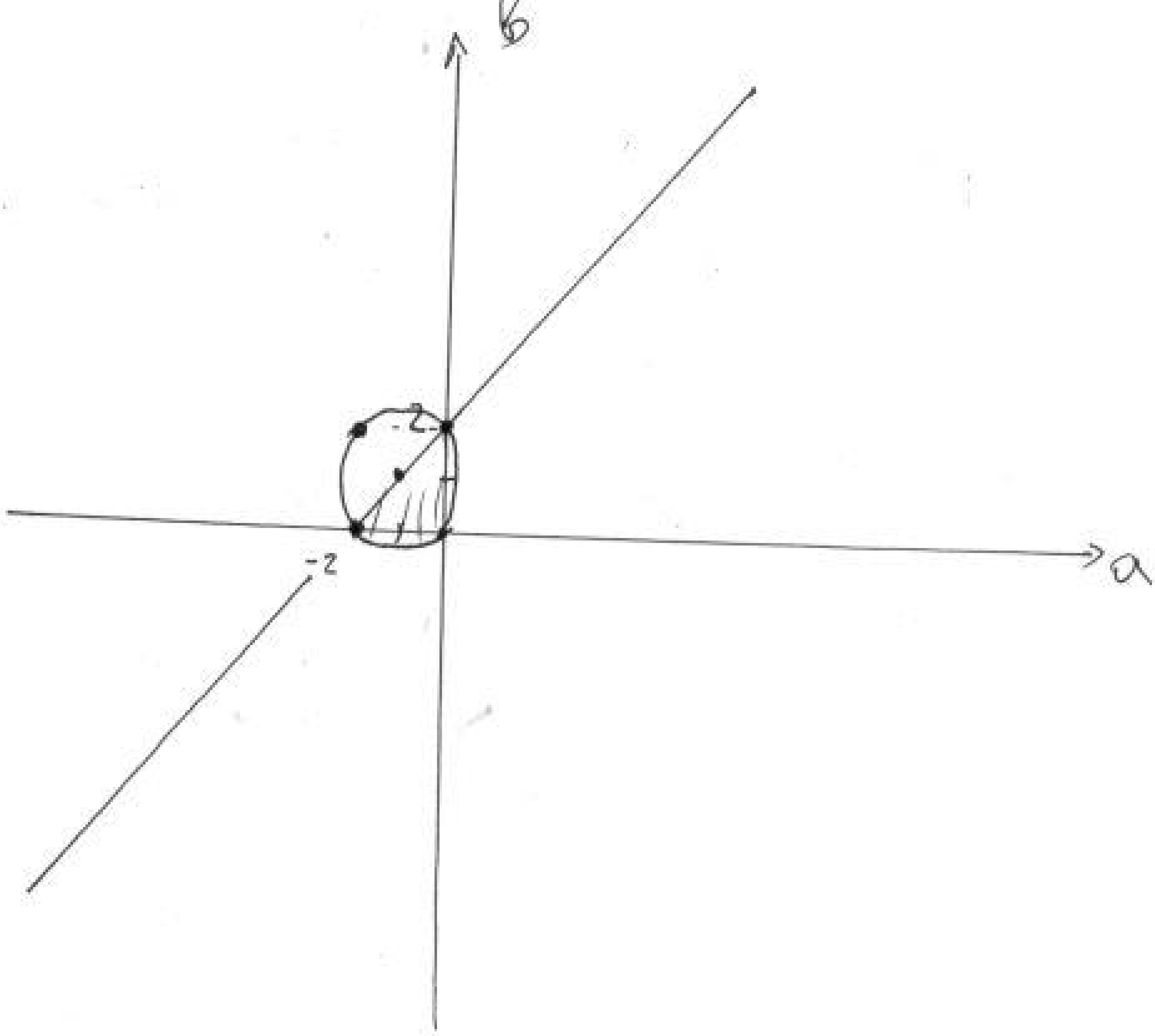
$3 \vee \sqrt{11}$

Черновик

$$a^2+b^2+4a-4b\le 0$$

$$(a+2)^2+(b-2)^2\le 8$$



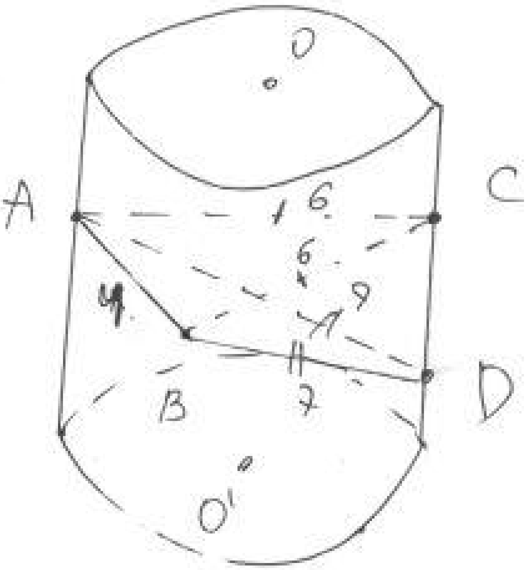


2

Черновик

№2.

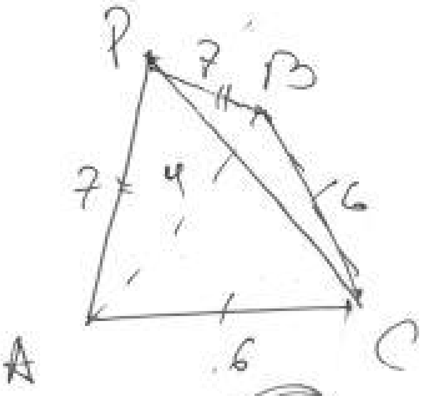
Цилиндр прямой.



AB = 4

AC = CB = 6

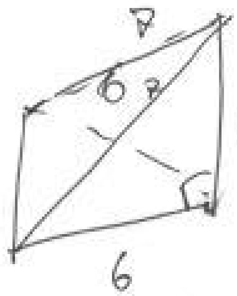
AD = DB = 7.



1) D → C на (ABC) V

2) D → K на опис. окр-сти △ABC.

(ABC) ∥ (O) ∠ BCD = 90°



$\sqrt{49-36} = \sqrt{13}$

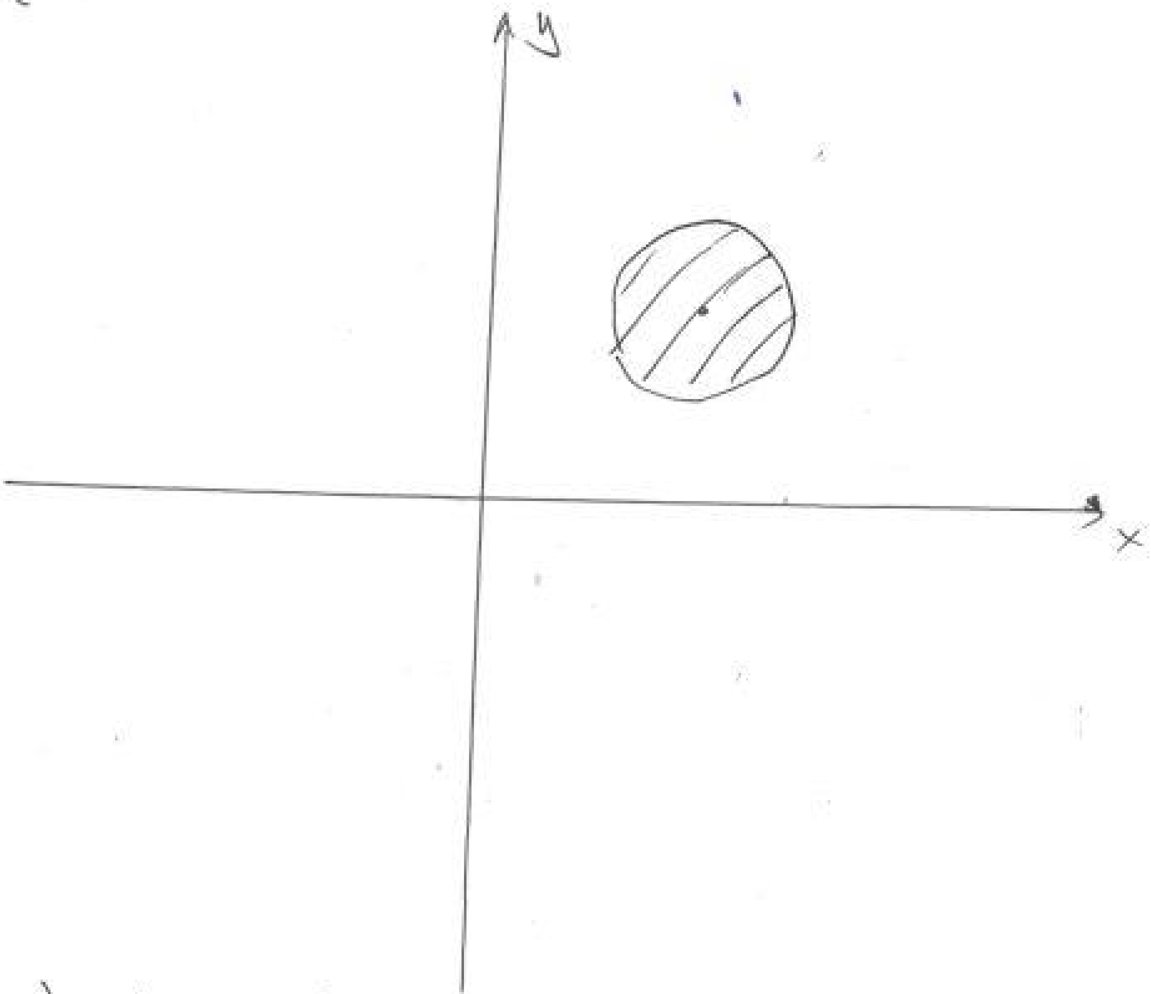
3

21101745 (U286024 M1304700)

Черновик

№3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 8 \\ a^2+b^2\le \min(8;\ -4a+4b)\end{cases}$$ – радиус $2\sqrt{2}$, центр $(a;b)$



1) $-4a+4b\ge 8$

$-a+b\ge 2$ $\quad b^2\ge 2+a^2$

$a^2+b^2\le 8$

$2a^2+2\le 8$?

$a^2\le 5$ – ?

$\sqrt{10}$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 3{,}2 \\ -96 & 3{,}12 \\ 40 & \\ -32 & \\ 80 & \end{array}$$

4

Чистовик

№1

$a_1, a_2, a_3 \dots \quad a_i \in \mathbb{Z}$

d – разность прогрессии $\Big| \Rightarrow d \in \mathbb{Z}$.

$a_i > a_{i-1} \Rightarrow d > 0$.

$S = \frac{a_1 + a_6}{2} \cdot 6$

$a_6 = a_1 + 5d \qquad a_{15} = a_1 + 14d$

$a_{10} = a_1 + 9d \qquad a_{16} = a_1 + 15d$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$$\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > S + 39 \\ a_{11} \cdot a_{15} < S + 55 \end{cases}$$

$S = \frac{2a_1 + 5d}{2} \cdot 6 = 6a_1 + 15d$ Подставляем:

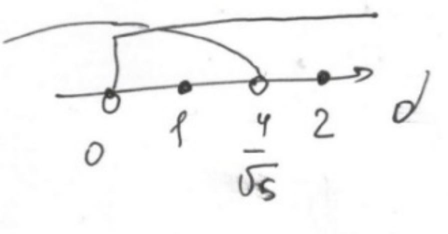
$$\begin{cases} (a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > 6a_1 + 15d + 39 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < 6a_1 + 15d + 55. \end{cases}$$

Нер-ва с разными знаками можно вычитать (как и с одинаковыми складывать):

$5d^2 < 55 - 39 = 16$

$d^2 < \frac{16}{5}$, по усл-ю $d > 0$, $d \in \mathbb{Z}$:



Оценим $\frac{4}{\sqrt5}$: $\frac{4}{\sqrt5} < 2$

$\frac{4}{\sqrt5} > 1 \qquad \frac{16}{5} < 4$

=> Единственный подходящий d: $d = 1$. Вернёмся к системе: (см чистовик 2)

1

1

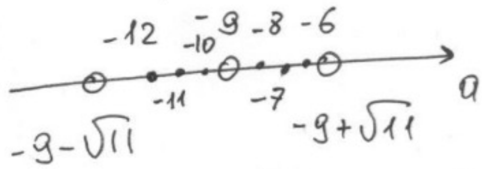
№1 (...) Чистовик

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1+135>6a_1+15+39 \\ a_1^2+24a_1+140<6a_1+15+55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+18a_1+81>0 \Rightarrow (a_1+9)^2>0 \Rightarrow \underline{a_1 \neq -9} \\ a_1^2+18a_1+70<0 \end{cases}$$

$(a_1+9)^2-11<0$

$(a_1+9-\sqrt{11})(a_1+9+\sqrt{11})<0$



$\sqrt{11}>3$

Т.е $a_1 \in \{-12; -11; -10; -8; -7; -6\}$. $(a_1 \in \mathbb{Z};\ d=1)$.

Приведем примеры:

$a_1=-12$: $a_6=-7$ $a_{10}=-3$; $a_{11}=-12$

$a_{15}=2$ $a_{16}=3$

$S=\frac{-19}{2}\cdot 6=-57$

$$\begin{cases} -3\cdot 3>-57+39 \\ -12\cdot 2<-57+55 \end{cases}$$ Верно.

$a_1=-11$: $a_6=-6$ $a_{10}=-2$ $a_{11}=-11$ $a_{15}=3$ $a_{16}=4$

$$\begin{cases} S=\frac{-17}{2}\cdot 6=-51 \\ -2\cdot 4>-51+39 \\ -11\cdot 3<-51+55 \end{cases}$$ Верно

$a_1=-10$: $a_6=-5$ $a_{10}=-1$ $a_{11}=-10$ $a_{15}=4$ $a_{16}=5$

$S=\frac{-15}{2}\cdot 6=-45$

$$\begin{cases} -1\cdot 5>-45+39 \\ -10\cdot 4<-45+55 \end{cases}$$ Верно.

2

21101745 (U286024 M1304700)

Чистовик

№1 (Всё ещё)

$a_1 = -8$: $a_6 = -3$ ~~$a_5 = -2$~~ $a_{10} = 1$ $a_{11} = 2$

$a_{15} = 6$ $a_{16} = 7$

$S = \frac{-11}{2} \cdot 6 = -33$

$\begin{cases} 7 > -33 + 39 \\ 12 < -33 + 55 \end{cases}$ Верно

$a_1 = -7$: $a_6 = -2$ $a_{10} = 2$ $a_{11} = 3$ $a_{15} = 7$ $a_{16} = 8$

$S = \frac{-9}{2} \cdot 6 = -27$

$\begin{cases} 16 > -27 + 39 \\ 21 < -27 + 55 \end{cases}$ Верно

$a_1 = -6$; $a_6 = -1$ $a_{10} = 3$ $a_{11} = 4$ $a_{15} = 8$ $a_{16} = 9$

$S = -7 \cdot 3 = -21$

$\begin{cases} 27 > -21 + 39 = 18 \\ 32 < -21 + 55 = 34 \end{cases}$ Верно

Ответ: $a_1 \in \{-12; -11; -10; -8; -7; -6\}$

3

3

Чистовик

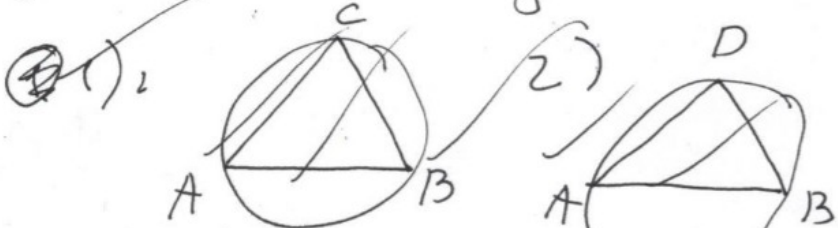
№ ~~4~~ ~~3~~ 2

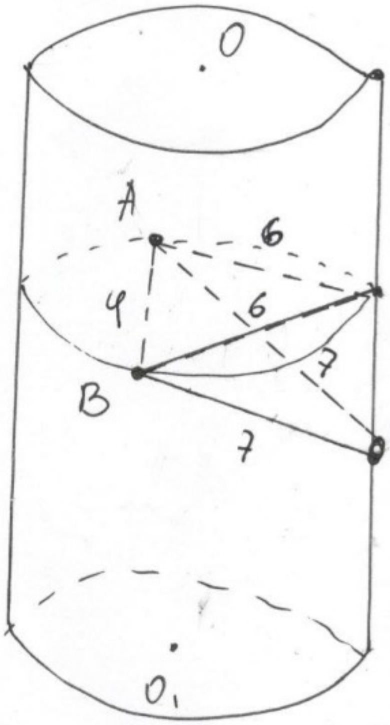
$AB = 4$ $AD = DB = 7$ $r - \min$ $CD - ?$

$AC = CB = 6$ $CD \parallel OO_1$

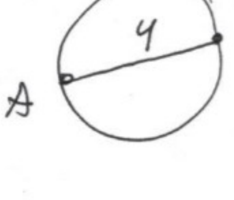
Цилиндр принимает min радиус, когда его основание – описанная окр-сть вокруг $\triangle ABC$. В противном случае мы проецируем точку „не в плоскости" в плоскость и получаем меньший ~~тр~~ треугольник. $CD \in$ высоте цилиндра (я надеюсь по условию он не наклонный) из этого выходит вывод по $\triangle ABC$. Тогда r – радиус опис. окр-сти $\triangle ABC$ (Не умаляя общности. Случай с $\triangle ABD$ симметричен)

Значит есть 2 случая:

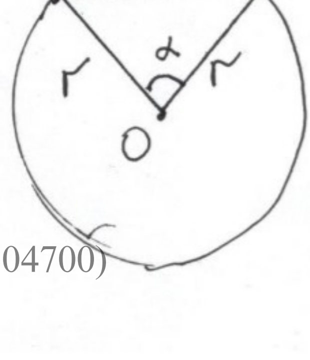




Нет! Я передумал: есть пример на меньший радиус: Пусть $AB \parallel$ пл-сти основания.



Тогда очевидно r min при AB-диаметре. Объясню: Пусть AB-хорда (не d):



Тогда $\frac{4}{\sin\alpha} = 2r$

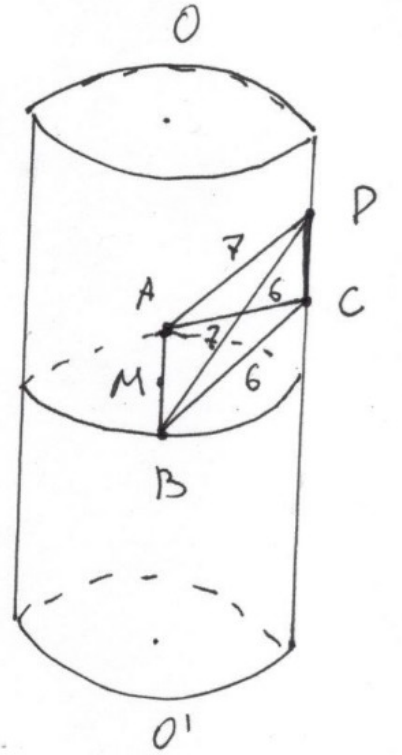
$r = \frac{2}{\sin\alpha}$. max r при $\sin\alpha = 1$, т.е угол развернутый

4

21101745 (U286024 M1304700)

Чистовик

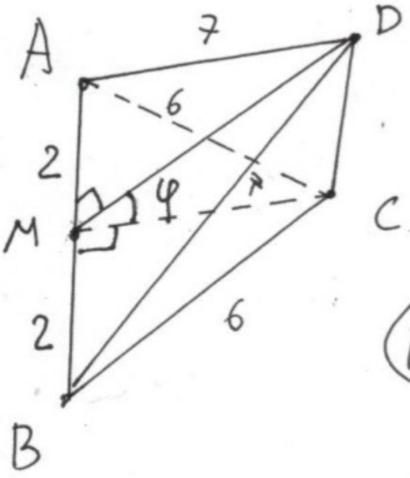
№2 (продолжение)



Если же A_1D — не параллельно пл-сти основания, мы получаем некоторую $A'B' > AB$ — диаметр => этот случай не подходит. ($R' > R$)

M — середина AB

$M \in OO_1$.



$\angle DMC = \varphi$

$DM \perp AB$ и $CM \perp AB$ по Т. о 3-х перпендикулярах ($DC \perp$ пл-сти $AB \parallel$ осн-ю).

1. По Т. Пифагора: $MD = \sqrt{49-4} = 3\sqrt{5}$

$MC = \sqrt{36-4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

2. По Т. cos: $DC^2 = MD^2 + MC^2 - 2MD \cdot MC \cdot \cos\varphi$

$DC^2 = 45 + 32 - 24\sqrt{10} \cdot \cos\varphi$

Таким образом, мы можем двигать DC по высоте цилиндра, тем самым уменьшая и увеличивая её крит. значения при $\cos\varphi = 1$ или $\cos\varphi = -1$

$\left[\begin{array}{l} DC^2 = 77 + 24\sqrt{10} \\ DC^2 = 77 - 24\sqrt{10} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} DC = \sqrt{77 + 24\sqrt{10}} \\ DC = \sqrt{77 - 24\sqrt{10}} \end{array}\right.$

При этом $R = 2$ - min значение.

21101745 (U286024 M1304700)

Чистовик 6

По нер-ву $\triangle BCD$:

$DC < DB + BC$.

$DC < 13$

$\sqrt{77+24\sqrt{10}} \vee 13$

$77+24\sqrt{10} \vee 169$

$24\sqrt{10} \vee 92$

$\sqrt{10} \vee \frac{92}{24}$ $\quad \cancel{\frac{93}{24}} \cancel{\approx} \frac{92}{24} = 3\frac{5}{6}$

$\sqrt{10} < \frac{92}{24}$ Нер-во выполняется.

$77 - 24\sqrt{10} \vee 0$

$77 \vee 24\sqrt{10}$

$\frac{77}{24} \vee \sqrt{10}$

$3\frac{5}{24} \vee \sqrt{10}$ $\quad \sqrt{10} \approx 3{,}12 \Rightarrow 77 - 24\sqrt{10} > 0$

Ответ: $\left(\sqrt{77-24\sqrt{10}}; \sqrt{77+24\sqrt{10}}\right)$

Крит. значения, очевидно, не достигаются.

6

Листовик

S_M - ?

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 8 & 1) \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b,\ 8) & 2) \end{cases}$$

1) - круг, центр (a, b) $R = 2\sqrt{2}$, и все его внутренности.

2) если $-4a+4b \le 8$: $a^2+b^2 \le -4a+4b \Rightarrow$

$\Rightarrow -4a+4b \ge 0$ $a \le b$.

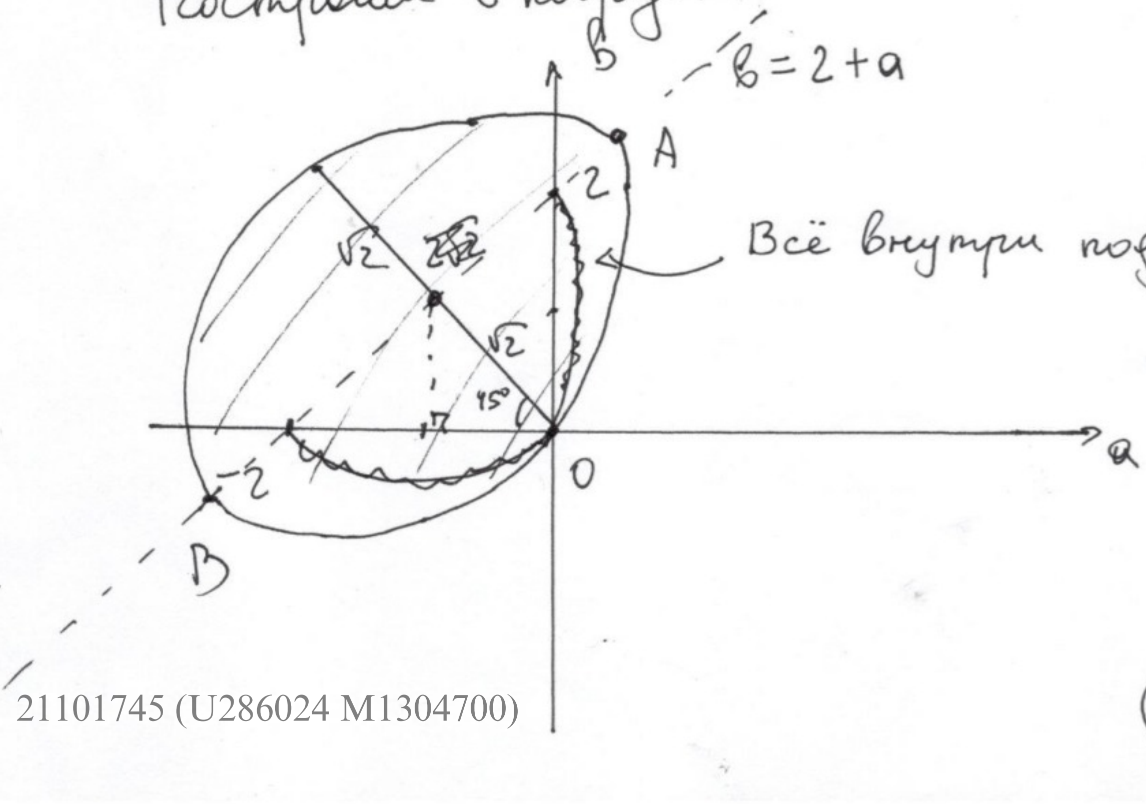
$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8$ - окр-сть, центр $(-2;2)$ $R = 2\sqrt{2}$.

Тоже все внутренности. А давайте работать в координатах аОв:

1) ~~окр~~ - круг с центром (x, y), Аналогичен верхнему.

2) $\left[\begin{array}{ll} -a+b \le 2: & (a+2)^2+(b-2)^2 \le 8 \\ -a+b > 2: & a^2+b^2 \le 8. \text{ Окр-сть с центром } (0;0). \end{array}\right.$

Построим в координатах аОв:

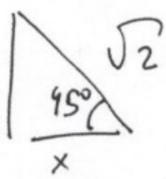


21101745 (U286024 M1304700)

Чистовик

С помощью Т. Пифагора определили, что обе окр-сти проходят через точки A, B, (окр-сти ~~...~~ 2) элемента сис-мы).

нижняя окр-сть проходит через (0 ; 0) - верхняя через (-2 ; 2). Тогда вместе они образуют окр-сть (не эллипс). Координата центра: (1 ; 1)



$\frac{x}{\sqrt{2}} = \cos 45° \Rightarrow x = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$

Получается окр-сть, центр (1; 1) $R = \sqrt{2}$.

Т. к окр-сть 1 мы можем двигать, то все решения сис-мы будут находиться внутри нашего ~~кр~~ круга, а значит и $S_M = \pi \cdot (\sqrt{2})^2 = 2\pi$

Окр-сть $R = \sqrt{2}$ полностью покрывает нарисованную.

Ответ: 2π

8

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101745**

ID профиля: **286024**

Вариант 23

Черновик

~~$z^2(z+1)=4.$~~

№4

$НОД(a, b, c) = 22.$

$НОК(a, b, c) = 2^{16} \cdot 11^{19}$

$a = da'$
$b = b'd$ $\quad d - НОД \quad d = 22$
$c = c'd$

$НОД(a', b', c') = 1$

$НОК(abc) = a'b'c'd$

$a'b'c' = 2^{15} \cdot 11^{18}$

$НОД(11; 22; 2) = 1.$ $\quad 11 \quad \frac{2}{11} \quad 2$

$НОК = 11^2 \cdot 2^2$

$НОК(11; 23; 2) = 11 \cdot 23 \cdot 2.$

$НОД(a'b') = 2. \quad a' = a_2 \cdot 2 \quad b' = 2 \cdot b_2$

$НОК = 2 \cdot b_2 \cdot a_2$

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times\ 91 \\ \hline 91 \\ 819 \\ \hline 8281 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 495 \\ \times\ 16 \\ \hline 2970 \\ 495 \\ \hline 7920 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8284 \\ -\ 7920 \\ \hline 364 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

1

21101745 (U286024 M1304701)

Черновик

2

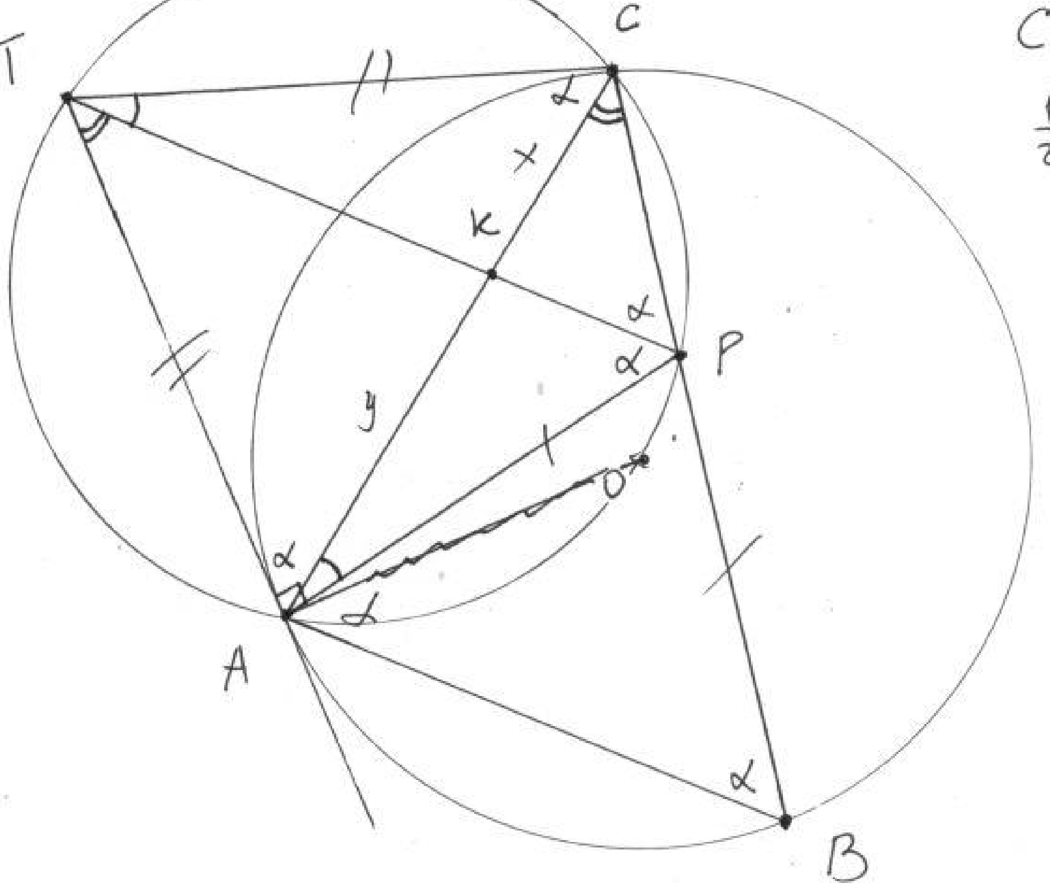
$\angle 22$ TO - диаметр

S_{ABC} - ?

$S_{APK} = 15$

$S_{CPK} = 13$

CTAP - вписан.



$\frac{1}{2} CK \cdot PH = 13$

$\frac{1}{2} AK \cdot PH = 15$

$\cancel{\frac{1}{2}(CK+AK) \cdot PH}$

$= \cancel{28}$

$KP \parallel AB$

$\frac{KP}{AB} = \frac{CK}{AC} = \frac{x}{x+y}$

$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$

$529 - 34 = 495$

$\cancel{AB} = \frac{BH_1}{PH} = \frac{x+y}{x}$ $\quad BH_1 = \frac{(x+y) \cdot PH}{x}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BH_1 \cdot (x+y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x+y)^2 \cdot PH}{x}$

$\frac{1}{2} \cdot PH \cdot x = 13$ $\quad \frac{1}{2} \cdot PH \cdot (x+y) = 28.$

$\frac{1}{2} \cdot PH \cdot y = 15$ $\quad \frac{x}{y} = \frac{13}{15}.$ $\quad y = \frac{15x}{13}$

$\heartsuit = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2 \cdot \frac{15^2}{13^2}}{x} \cdot PH = \frac{1}{2} \cdot x \cdot PH \cdot \frac{15^2}{13^2}$

$\begin{array}{r} 28 \\ \times 28 \\ \hline 224 \\ 56 \\ \hline 784 \end{array}$

$784 : 13 = 6,$ ... 78, 40

21101745 (U286024 M1304701)

Черновик

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times\ 91 \\ \hline 91 \\ 819\ \ \\ \hline 8281 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 495 \\ \times\ 16 \\ \hline 2970 \\ 495\ \ \\ \hline 7920 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8281 \\ -\ 7920 \\ \hline 361 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 19 \\ \times\ 19 \\ \hline 171 \\ 19\ \ \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 92 \\ +\ 19 \\ \hline 111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 92 \\ -\ 19 \\ \hline 73 \end{array}$$

$$\frac{-92-19}{8} = \frac{-111}{8} < -12$$

$$\sin^2 + \cos^2 = 1 \quad |: \cos^2$$

$$tg^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2}$$

$$\cos^2 = \frac{1}{tg^2+1} = \frac{1}{\frac{16}{49}+1} = \frac{49}{65}$$

3

21101745 (U286024 M1304701)

Черновик (4)

№5

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$; $\log_{(x+4)^2}(x+34)$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

Условие: $\begin{cases} x>-34 \\ x+34\neq 1 \\ x>\frac{-23}{2} \\ x\neq -4 \\ x+4\neq \pm 1 \\ -x-4>0 \\ 2x+23\neq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x<-4 \\ x>\frac{-23}{2} \\ x\neq -5 \\ x\neq -11 \end{cases}$

$-\frac{23}{2}$ $-\frac{23}{2}$ -11 -5 -4

$\log_{\sqrt{a}} b$; $\log_{c^2} a$ $\log_{\sqrt{b}}(-c)$

$2\log_a b$ $\frac{1}{2}\log_c a$ $2\log_b(-c)$

1) $2\log_a b = \frac{1}{2}\log_c a$

$\log_a b^4 = \log_c a = \frac{1}{\log_a c}$

$a = x+34$

$b = 2x+23$

$c = x+4$

$\log_{\sqrt{a}}\sqrt{b}$; $\log_{c^2} a^2$; $\log_b -c$

$\log_a b$; $\log_c a$; $\log_b -c$

$\log_a b \cdot \log_c a \cdot \log_b -c = \log_c b \cdot \log_b -c = \log_c -c =$

$= \log_c(-1) + \log_c c$

?

21101745 (U286024 M1304701)

Чистовик

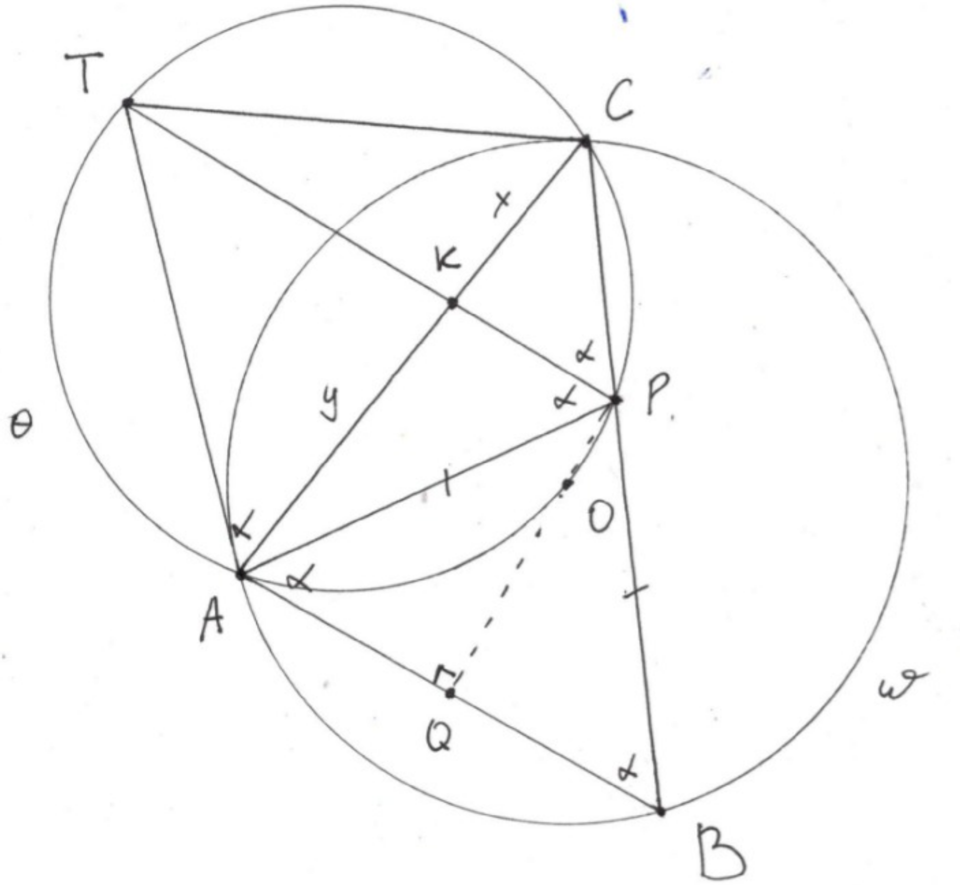
№6

$S_{APK} = 15$

$S_{CPK} = 13$

а) S_{ABC} = ♡

найти ♡.



Решение:

1. Докажем, что $T \in \Theta$ (2-ой окружности):

$\angle OAT = 90°$ (касат.) => TO - диаметр$_\Theta$, т.к $A \in \Theta$.

Аналогично и с точкой C => $T \in \Theta$

2. Докажем, что $AB \parallel KP$:

$\angle TAC = \alpha = \angle ABC$ (угол между хордой и касат.)

$TACP$ - вписанный => $\angle TC = 2\alpha$ => $\angle TPC = \alpha$ (вписанн)

итого $KP \parallel AB$ (односторонние, вроде так они называются, углы равны).

1

21101745 (U286024 M1304701)

Чистовик

3. Дабы не загрязнять рисунок, проведём мнимые высоты PH и BH_1. $CK = x$, $KA = y$

4. Воспользуемся методом площадей:

$$S_{CPK} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot PH = 13$$
$$S_{APK} = \frac{1}{2} \cdot \cancel{x} y \cdot PH = 15 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{13}{15}; \; y = \frac{15x}{13}$$

$\left(\frac{AC}{KC}\right)$

$$♡ = \frac{1}{2} \cdot (x+y) \cdot BH_1$$

$\triangle ABC \sim \triangle CKP$ ($KP \parallel AB$) $\Rightarrow \frac{BH_1}{PH} = \frac{x+y}{x}$; $BH_1 = PH \cdot \frac{x+y}{x}$

$$BH_1 = PH \cdot \frac{x + \frac{15x}{13}}{x} = \frac{28}{13} PH$$

$$♡ = \frac{1}{2} \cdot \frac{28x}{13} \cdot \frac{28}{13} PH = \frac{28^2}{2 \cdot 13^2} \cdot \underbrace{x \cdot PH} = 13 \cdot \frac{28^2}{13^2} = \frac{28^2}{13} = \frac{784}{13}$$

$$S_{CPK} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot x \cdot PH} = 13$$

Ответ: $\frac{784}{13}$

б) $\angle ABC = \alpha = \operatorname{arctg} \frac{4}{7}$; AC - ?

5. $ACPO$ - вписан. $\angle CPA = \angle COA = 2\alpha$ ($\angle COA$ - центральн) $\Rightarrow$ $\angle APK = \alpha \Rightarrow \angle APB = 180° - 2\alpha \Rightarrow \angle PAB = \alpha$. $\triangle PAB$ - равноб

6. Если мы знаем $S_{\triangle APC}$ и $S_{\triangle ABC} \Rightarrow$ Знаем S_{APB}

$S_{APB} = \frac{784}{13} - 28$ Не успеваю, так что расскажу хотя бы идею решения:

7. $PQ \perp AB$. ~~S_{QA}~~

в $\triangle APB$: $S_{APB} = \frac{1}{2} \cdot PQ \cdot AB$.

в $\triangle APQ$: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{PQ}{AQ} = \frac{PQ}{\frac{AB}{2}}$

Из этих ур-й найдём PQ, AB.

в $\triangle APQ$ $AP = \sqrt{AQ^2 + QP^2}$. Найдём

21101745 (U286024 M1304701)

Чистовик

№6 (продолж).

8. $\frac{CP}{PCB} = \frac{KP}{AB}$ (из п. 4), значит можем найти CP. ($PB = AP$, AP нашли в п.7).

9. $\cos^2\alpha = \frac{49}{65} = \frac{1}{tg^2\alpha+1}$ ~~что~~ $\sin^2\alpha$ знаем. $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$\sin^2\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$

10. В $\triangle APC$: По т. cos:

$$AC^2 = \underbrace{AP}_{\text{нашли в п.7}}{}^2 + \underbrace{PC}_{\text{нашли в п.8}}{}^2 - 2 \cdot AP \cdot PC$$

Геометрическую часть задачи выполнил, пос-читать не успеваю. Надеюсь достаточно подробно пояснил, что ответ нетрудно считается. Главное-нашёл ♡.

21101745 (U286024 M1304701)

Чистовик

4

№4

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=22 \\ НОК(a;b;c)=2^{16}\cdot 11^{19} \end{cases}$$

Пусть НОД $= d$, тогда $a = a'd$, $b = b'd$, $c = c'd$

$a'b'c'$ такие числа, что: $НОД(a';b';c')=1$

$НОК(a,b,c) = a'b'c'd = 2^{16}\cdot 11^{19} \quad |:d$

$a'b'c' = 2^{15}\cdot 11^{18}$. Найдя $a'b'c'$, мы найдём a, b, c. (они однозначно определяются)

$НОД(a',b',c')=1 \Rightarrow$ только 2/3 чисел могут содержать 2 и 11 в ненулевой степени. В противном случае НОД≠1. d — не НОД(a,b,c). Р-рим случаи:

1) b' и a' содержат и 2, и 11:

$c=1$. $b'=2^n\cdot 11^m$ $a'=2^k\cdot 11^l$ $n,m,k,l\in Z.\ \geq 1$.

$$\begin{cases} n+m=15 & -14 \text{ вариантов } (1-14,\ 2-13 \ldots) \\ k+l=18. & -17 \text{ вариантов.} \end{cases}$$

Всего в 1 случае будет $14\cdot 17\cdot 3$ вариантов (пары $a'b'$, $b'c'$, $a'c'$ идентичны).

2) $a'=1$, $b'=1$, $c'=2^{15}\cdot 11^{18}$ — 3 варианта (вместо a' и b' ?, т.е вместо c' будет любая из 3х букв).

3) a' и b' содержат 2 | : $b'=2^n\cdot 11^m$
b' и c' содержат 11 | $a'=2^k$ $c'=11^l$

назовём b' — средним числом (типа a' только с 2, c' только с 11, а b' посередине).

$$\begin{cases} k+n=15 & -14 \text{ вариантов} \\ \cancel{k}m+l=18 & -17 \text{ вариантов} \end{cases}$$

Выбираем среднее число 3 способами и число с 2^n 2 способами (a' или b'). Число с 11^m выбирается автоматически. Итого $2\cdot 3\cdot 14\cdot 17$ вариантов.

21101745 (U286024 M1304701)

Ответ: $14\cdot 17\cdot 9+3$ (сумма случаев 1; 2; 3).

Чистовик

г

№ $\cancel{4}$5

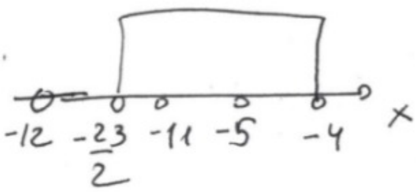
$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$; $\log_{(x+4)^2}(x+34)$; $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

$\cancel{\text{Обозн}}$ $a = \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2\log_{x+34}(2x+23)$

$b = \log_{(x+4)^2}(x+34) = \frac{1}{2}\log_{-x-4} x+34$

$c = \log_{\sqrt{2x+3}}(-x-4) = 2\log_{2x+3}(-x-4)$

Условия: $\begin{cases} x+34>0 \\ x+34\neq 1 \\ 2x+23>0 \\ -x-4>0 \\ -x-4\neq 1 \\ 2x+23\neq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x>-34 \\ x\neq -33 \\ x>\frac{-23}{2} \\ x<-4 \\ x\neq -5 \\ x\neq -11 \end{cases}$



$abc = 2\log$ (Заметим, что).

Пусть два числа равны z, тогда третье $z+1$

$z^2(z+1) = 2$ $z = 1$ - годится.

$z^3+z^2-2=0$

$\cancel{(z-1)(z^2+2)=0}$

$(z-1)(z^2+2z+2)=0$

$$\begin{array}{r|l} z^3+z^2-2 & z-1 \\ \underline{-\,z^3-z^2} & z^2+2z+2 \\ 2z^2-2 & \\ \underline{-\,2z^2-2z} & \\ 2z+2 & \\ \underline{-\,2z+2} & \\ 0 & \end{array}$$

$\left[\begin{array}{l} z=1 \\ z^2+2z+2=0 \end{array}\right.$

$D = 4-8<0$ $\Big|$ => 2 штука никогда не верна => $z=1$

$\left[\begin{array}{ll} a=1 & 1) \\ b=1 & 2) \\ c=1 & 3) \end{array}\right.$

5

21101745 (U286024 M1304701)

Чистовик

6

1) $\cancel{2\log_{x+34}(2x+23)=1}$

$\cancel{2x+23=\sqrt{x+34}}$ >0 по усл-ю.

$\cancel{4x^2+92x+23^2=x+34}$

$\cancel{4x^2+91x+23^2-34=0}$

$\cancel{D=}$

2) $\log_{-x-4}(x+34)=2$

$x+34=x^2+8x+16$

$x^2+7x-18=0$

$D=49+72=121$

$x_{12}=\frac{-7\pm11}{2}$ $\left[\begin{array}{l} x=-9 \text{ — годится} \\ x=2 \text{ — не подх. по усл-ю} \end{array}\right.$

3) $\log_{2x+3}(-x-4)=\frac{1}{2}$

$-x-4=\sqrt{2x+23}$ >0 по усл-ю.

$x^2+8x+16=2x+23$

$x^2+6x-7=0$

$(x-1)(x+7)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=1 \text{ — не подх по усл-ю} \\ x=-7 \text{ — годится} \end{array}\right.$

1) $2x+23=\sqrt{x+34}$ $(2\log_{x+34}(2x+23)=1)$

$4x^2+92x+529=x+34$

$4x^2+91x+495=0$

$D=91^2-16\cdot495=8281-7920=361=19^2$

$x_{12}=\frac{-92\pm19}{8}$ $\left[\begin{array}{l} x=\frac{-111}{8}<-12 \text{ — не входит в усл-е.} \\ x=\frac{-73}{8} \text{ — годится} \end{array}\right.$

21101745 (U286024 M1304701)

Ответ: $-\frac{73}{8}$; -9; -7.

~~Черновик~~: Чистовик

Ответ на 5 задачу: $-9; -7; \frac{-73}{8}$

7

21101745 (U286024 M1304701)