Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101506**

ID профиля: **843662**

Вариант 23

Черновик

Математика 11 класс

a_1+5d

$S=\frac{a_1+a_6}{2}\cdot 6=3(a_1+a_6)$ $\quad 2a_1+5d$ $\quad 6a_1+15d$

$(a_1+9d)(a_1+15d)$

$a_{10}\cdot a_{16}>S+39$

$a_{11}\,a_{15}<S+55$

$d>0$

d – целое

$a_1 \ldots a_n$ – целые

$S=6a_1+15d$

$(a_1+9d)(a_1+15d)>6a_1+15d+39$

$(a_1+10d)(a_1+14d)<6a_1+15d+55$

1

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1d+135d^2>6a_1+15d+39 \\ a_1^2+24da_1+140d^2<6a_1+15d+55 \end{cases}$$

70

54

$a_1^2+24a_1+135>6a_1+15d+39$

$a_1^2+18a_1+81>0$

$(a_1+9)^2>0$

$5d^2>16$

$d^2>\frac{16}{5}$

$d>\frac{4}{\sqrt5}$

$d=1$

$a_1^2+18a_1$

$\frac{4}{\sqrt5}$ 2

$a_1^2+2a_1(12d-3)+135d^2-15d-39>0$

$D=144d^2-72d+9-135d^2+15d+39$

$9d^2-57d+48<0$

$D=57^2-4\cdot9\cdot48$

57
57

$\frac{4}{\sqrt5}>1$

81 $\quad -54$

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1d+135d^2-6a_1-15d-39>0 \\ 6a_1+15d+55-a_1^2-24da_1-140d^2>0 \end{cases}$$

$a_1^2+18a_1+81$

$(a_1-9)^2>0$

$16-5d^2>0$

$d=1$

$5d^2<16$

$d^2<\frac{16}{5}$ $\quad 3,-$

$(a-9+\sqrt{11})(a-9-\sqrt{11})$

$a^2-(9+\sqrt{11})a-(9-\sqrt{11})a$

$+9a-\sqrt{11}a+9a+\sqrt{11}a$

$-18a$

$(-9+\sqrt{11})(-9-\sqrt{11})$

$81-11$

$6a_1+15+55-a_1^2-24a_1-140$

70

$-a_1^2-18a_1-70>0$

$\sqrt{11}=3\ldots$

$a_1^2+18a_1+70<0$

$D=81-70=11$

$a_{1,2}=\frac{9\pm\sqrt{11}}{1}=(6;12)$

$9-\sqrt{11}$ $\quad 9+\sqrt{11}$

a_1 $\quad a_2$

Scanned by TapScanner

Чорновик

Математика 11 клас

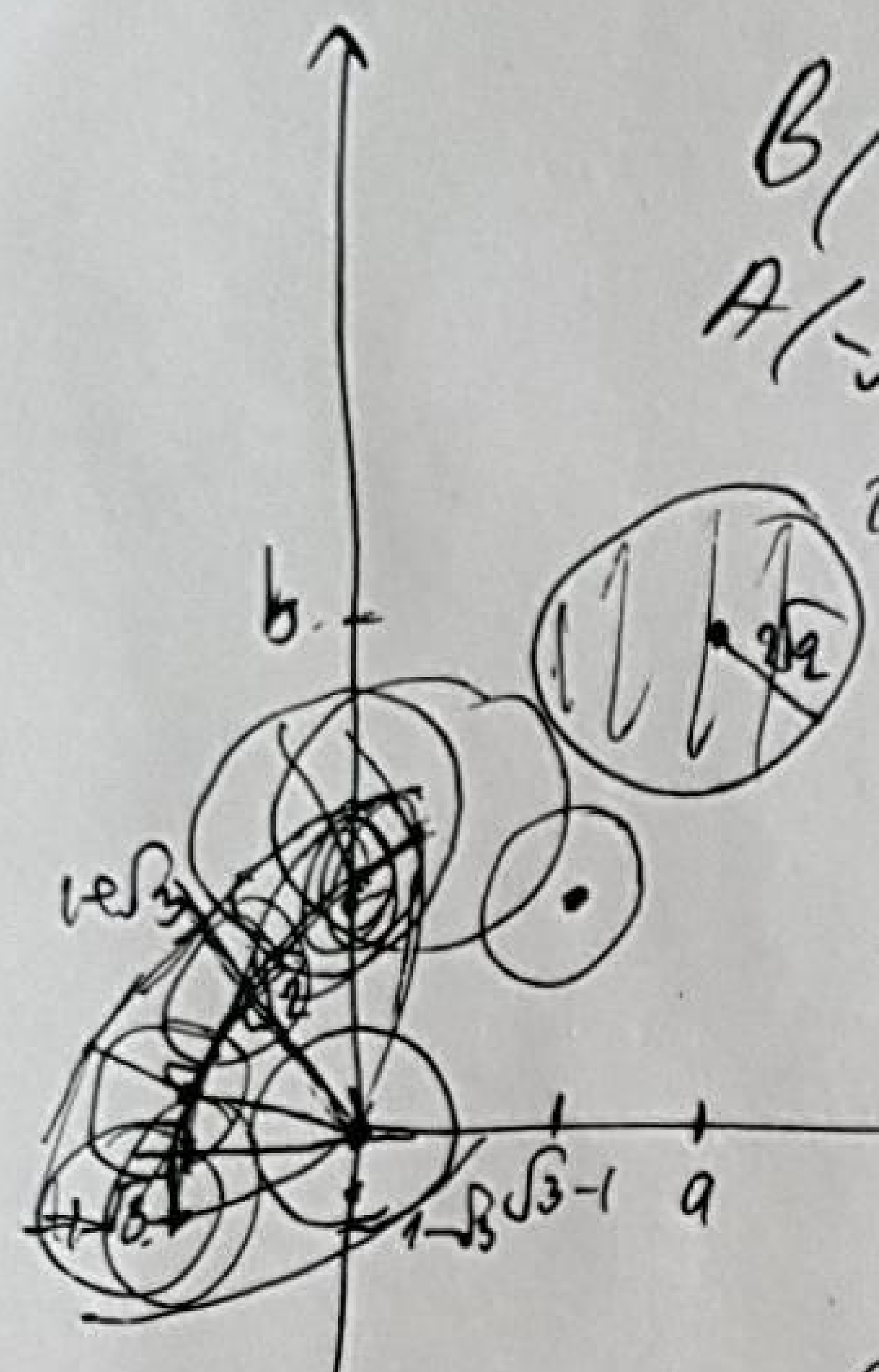
$3+1+2\sqrt{3}+3+9+6\sqrt{3}$

$8\sqrt{3}+16$ $\quad a^2+b^2 \le \min(-4a+4b;8)$

$B(\sqrt{3}+1;\sqrt{3}+3)$

$A(-\sqrt{3}-3;-\sqrt{3}-1)$

$2\sqrt{3}+4$ $\quad 2\sqrt{3}+4$



$24+ \quad 28$

$\frac{32}{\cancel{360}}$ 16^8 $0 \le \min($

$\cancel{180}$ $\cancel{90}$ 45

$\sqrt{2} \approx 1{,}4$ $\quad 18<$

$2\sqrt{2}$

$\sqrt{3}+1$

$>1<$

$32\sqrt{3}$

$56+32\sqrt{3}-16\sqrt{3}$

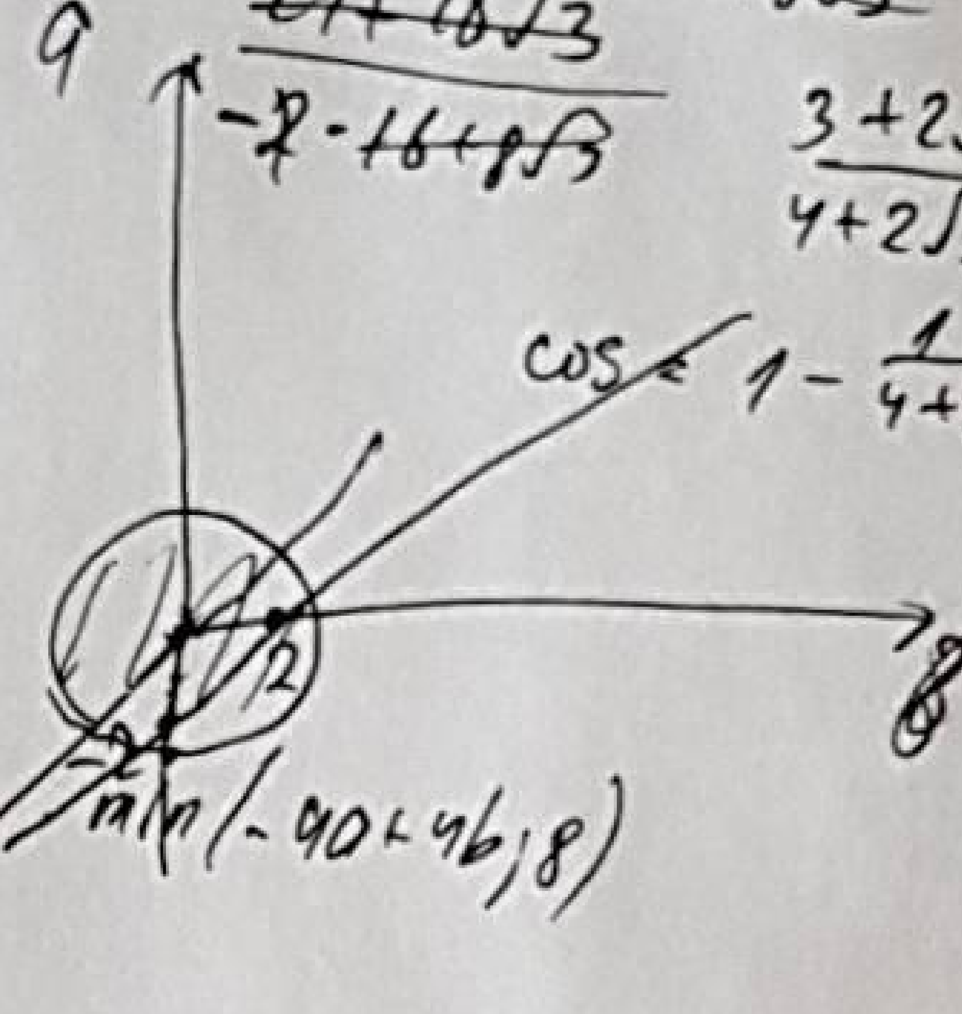
-32 $\quad 11+8\sqrt{3}$ $\quad 12+8\sqrt{3}$

$\cancel{24+16\sqrt{3}}$

$\cancel{-2-16+8\sqrt{3}}$

$\frac{3+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}$

$\cos \le 1-\frac{1}{4+2\sqrt{3}}$



$\min(-4a+4b;8)$

a^2+2a-2 $\quad \sqrt{8}$

$D=1\pm\frac{2}{\sqrt{3}}$

$-1\pm\sqrt{3}$ $\quad 2{,}8$

$$\begin{cases} a \ge b-2 \\ (a+2)^2+(b-2)^2 \le 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < b-2 \\ a^2+b^2 \le 8 \end{cases}$$

$-4a+4b$

$-4a=-4b$

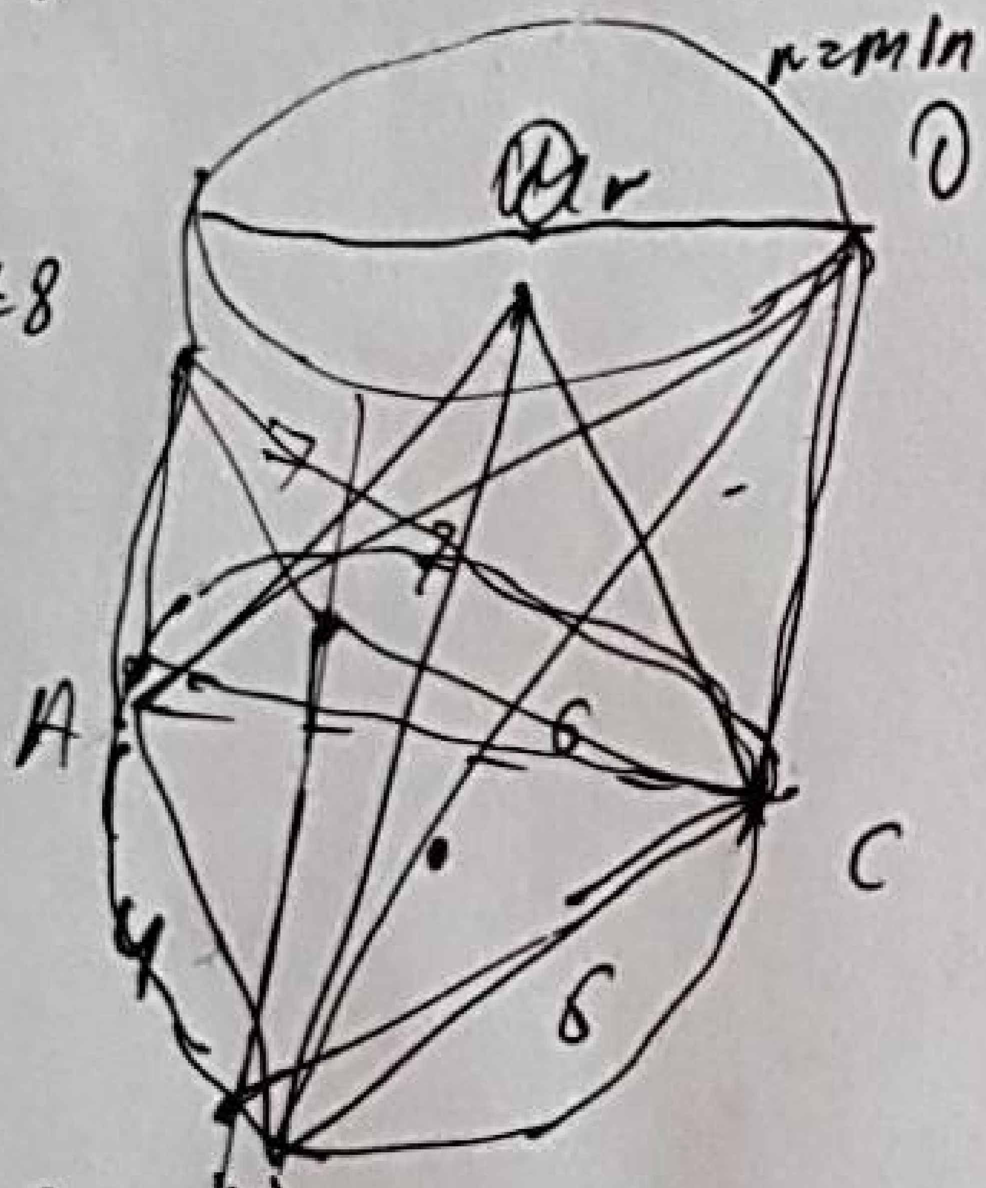
$a=b$

$-4a+4b \ge 8$

$-4a \ge 8-4b$

$a \ge b-2$

2



$r=\min$

$+56 \quad 28 \quad 7$

$\frac{-72+16}{2\cdot 36} = \cos$ $\quad 9$

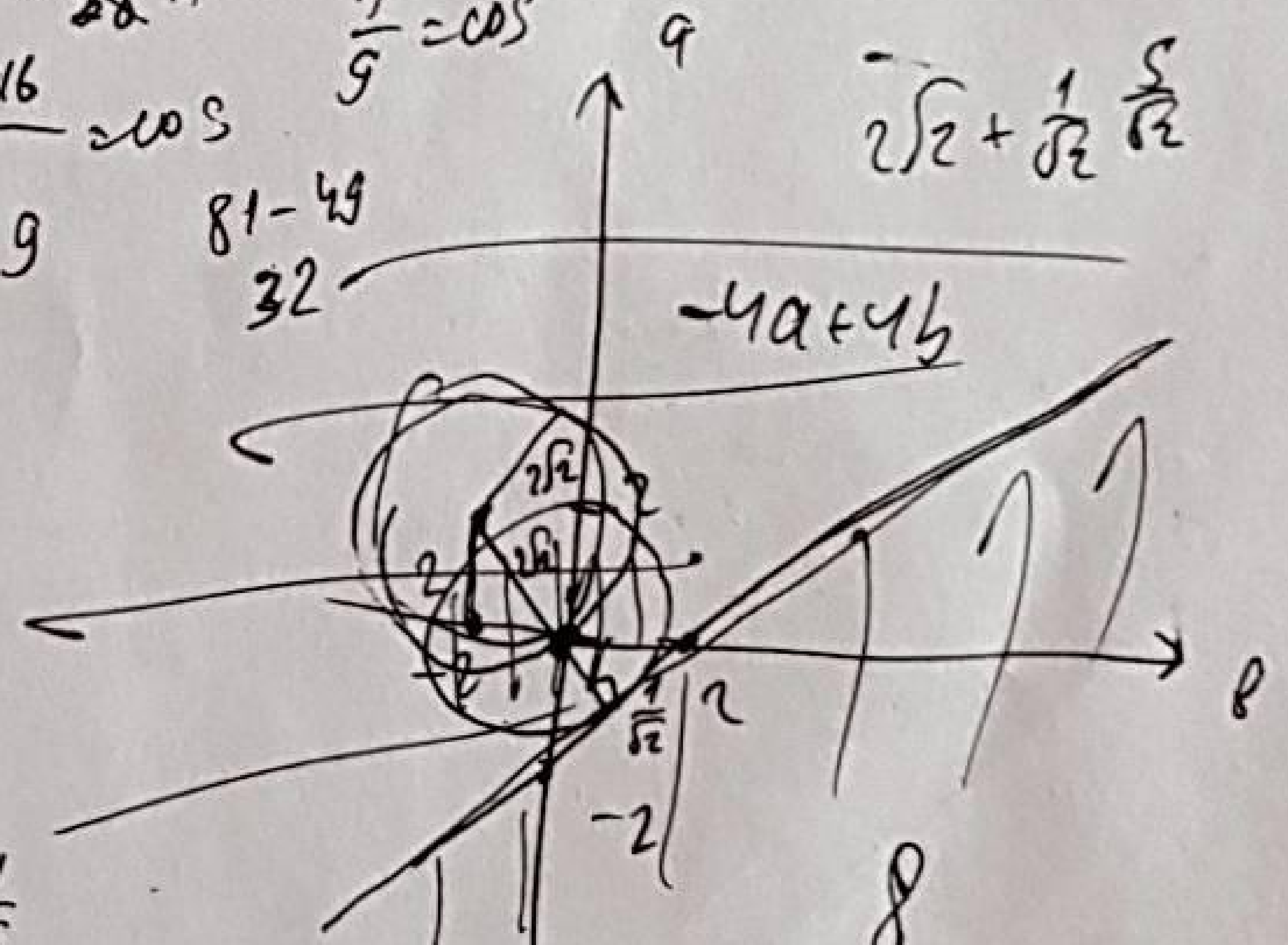
$\frac{7}{9}=\cos$

$81-49$

32

$2\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad \frac{5}{\sqrt{2}}$

$-4a+4b$



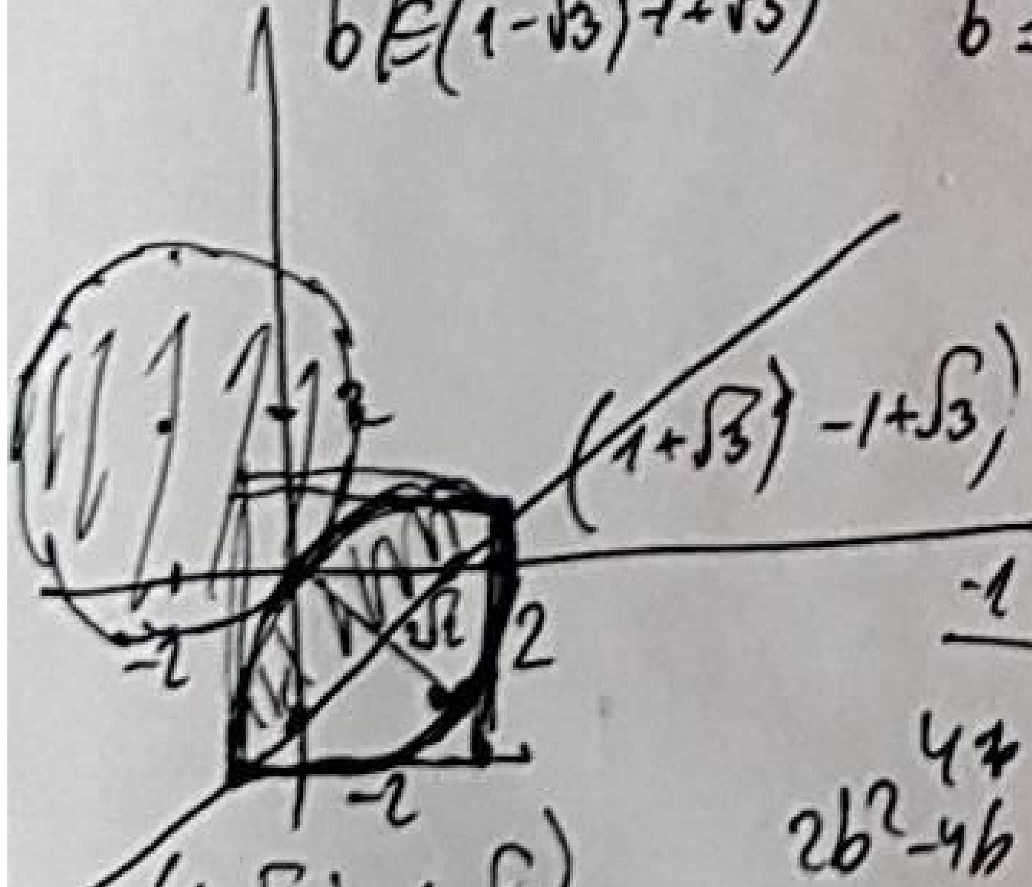
8

$a \in (-1-\sqrt{3};-1+\sqrt{3})$

$b \in (1-\sqrt{3};1+\sqrt{3})$

$b=1\pm\sqrt{3}$

$-4a+4b < \frac{1}{\sqrt{2}}$



$(1+\sqrt{3};-1+\sqrt{3})$

$(1-\sqrt{3};-1-\sqrt{3})$

b^2-2b-2

$D=4+8$ $\quad \sqrt{12}$

$\frac{-1\pm\sqrt{3}}{}$

$4+-4b+b^2+b^2-8+4b$

$2b^2-4b-4$

$2(b^2-2b-2)$

$a^2+b^2 \le -4a+4b$

$(a^2+4a+4)+(b^2-4a+4) \le 8$

$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8$

$a^2+b^2 \le 8$

b^2+b^2-4b-4

$(-2+b)^2$ $\quad (-2+b)$

$a^2+b^2 \le 8$

$a^2+b^2+4a-4b=0$ $\quad \cancel{a-b+2}$

$\cancel{4a-4b}$

$a-b+2=0$

$a=-2+b$

$1\pm\sqrt{3}$

$-1\pm\sqrt{3}$

Математика 11 класс

Чистовик

1. $S = \frac{2a_1+5d}{2} \cdot 6 = 6a_1 + 15d$. Если $a_1, a_2, \ldots a_n$ - целые, то и их разность d - целое, и $d>0$, т.к. прогрессия возраст.

$$\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > S+39 \\ a_{11} \cdot a_{15} < S+55 \end{cases} \qquad \begin{cases} (a_1+9d)(a_1+15d) > 6a_1+15d+39 \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < 6a_1+15d+55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24d \cdot a_1 + 135d^2 - 6a_1 - 15d - 39 > 0 \\ a_1^2 + 24d \cdot a_1 + 140d^2 - 6a_1 - 15d - 55 < 0 \end{cases}$$

Вычтем из 2 строки (<0) ~~вторую~~ первую (>0):

$5d^2 - 16 < 0$

$d^2 < \frac{16}{5}$

$\left(d - \frac{4}{\sqrt5}\right)\left(d + \frac{4}{\sqrt5}\right) < 0$

$2 > \frac{4}{\sqrt5} > 1$

$$\begin{cases} d > 0 \\ d \in Z \\ d \in \left(-\frac{4}{\sqrt5}; \frac{4}{\sqrt5}\right) \end{cases} \Rightarrow d = 1$$

1

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 135 - 6a_1 - 15 - 39 > 0 \\ a_1^2 + 24a_1 + 140 - 6a_1 - 15 - 55 < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} (a_1+9)^2 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 \neq -9 \\ (a_1 - (-9+\sqrt{11}))(a_1 - (-9-\sqrt{11})) < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1 \neq -9 \\ a_1 \in Z \\ a_1 \in (-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11}) \end{cases}$$

$-12 > -9-\sqrt{11} > -13$

$-5 > -9+\sqrt{11} > -6$

$$\begin{cases} a_1 \neq -9 \\ a_1 \in Z \\ a_1 \in [-12; -6] \end{cases}$$

Ответ: $a_1 \in [-12; -9) \cup (-9; -6]$, $a_1 \in Z$

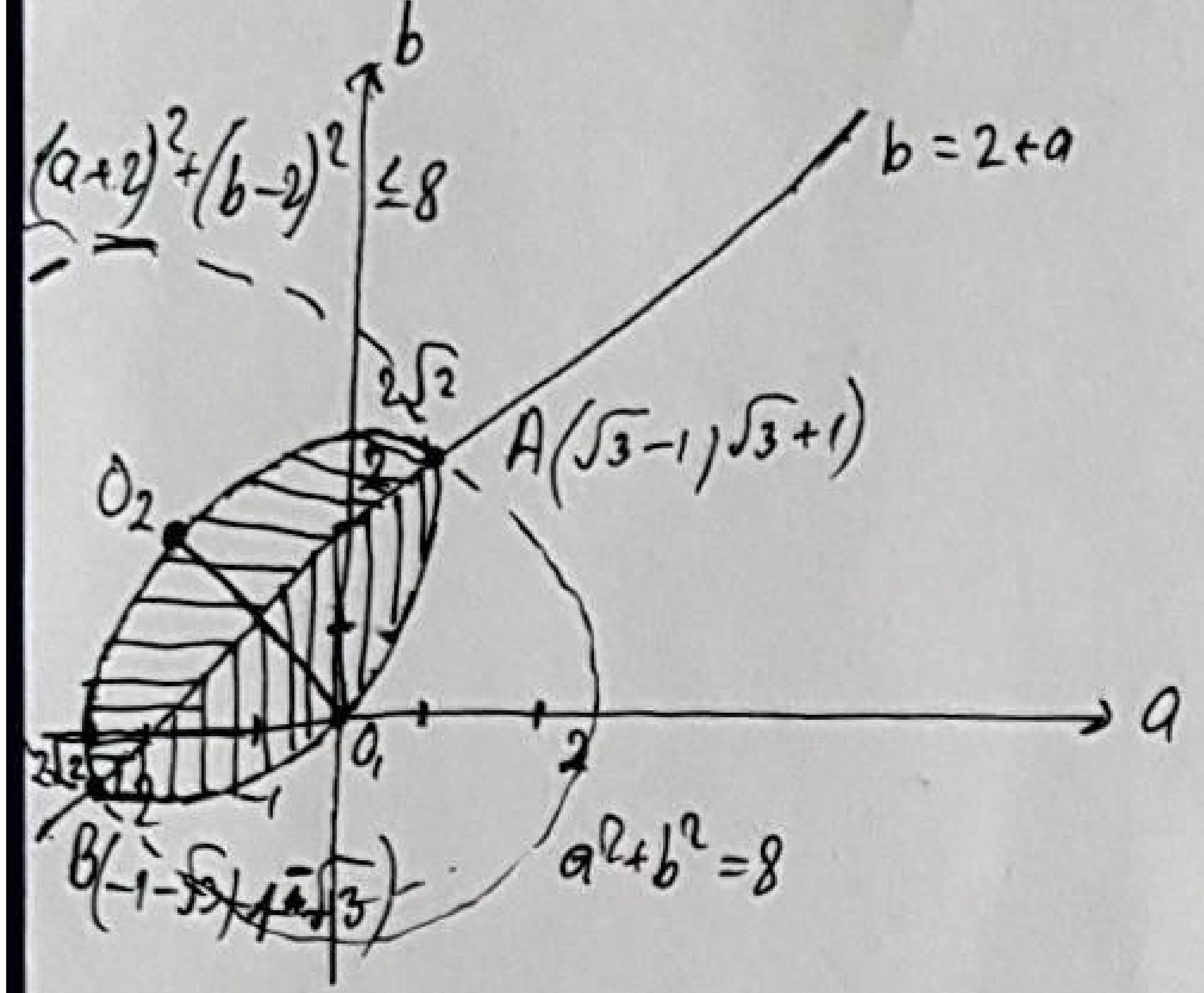
Scanned by TapScanner

Чистовик

Математика 11 класс

3. $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b; 8)\end{cases}$

Рассмотрим декартову плоскость:



1) Если $-4a+4b \ge 8$, $b \ge 2+a$ (построим $b=2+a$)

то: $a^2+b^2 \le 8$ (ц. $O_1(0;0)$ и $r=2\sqrt{2}$)

при $\begin{cases} b \ge 2+a \\ a^2+b^2 \le 8 \end{cases}$ заштрихуем область $\equiv$

2) Если $b < 2+a$, то

$a^2+b^2 \le -4a+4b$

$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8$ (ц. $O_2(-2;2)$, $r=2\sqrt{2}$)

при $\begin{cases} b<2+a \\ (a+2)^2+(b-2)^2 \le 8 \end{cases}$ заштрихуем область $|||$

Значит для $a^2+b^2 \le \min(-4a+4b; 8)$

подходят значения $(a;b)$ заштрихованной области.

$O_1O_2 = 2\sqrt{2}$ (т.к. $O_2(-2;2)$, $O_1(0;0) \Rightarrow O_1O_2 = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$) $\Rightarrow$ эти точки O_1 и O_2 — решение.

Найдем значения в точках A и B

$\begin{cases} b=2+a \\ a^2+b^2=8 \end{cases} \Rightarrow a^2+4+4a+a^2=8 \Rightarrow 2a^2+4a-4=0 \Rightarrow 2(a-(-1+\sqrt{3}))(a-(-1-\sqrt{3}))=0$

Значит 1) $a=\sqrt{3}-1 \Rightarrow b=\sqrt{3}+1$ 2) $a=-1-\sqrt{3} \Rightarrow b=1-\sqrt{3}$

Заметим, что подставляя $(a;b)$ в уравнение $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8$ центр нашей фигуры будет находиться в точке $(a;b)$ $\Rightarrow$ центры наших окружностей $(x-a)^2+(y-b)^2=8$ будут находится соответственно в точках $(a;b)$ нашей заштрихованной выше фигуры.

Нарисуем нашу фигуру M

$2\sqrt{2} > \sqrt{3}+1$ ($\sqrt{2} > 1{,}4$; $\sqrt{3} < 1{,}8$)

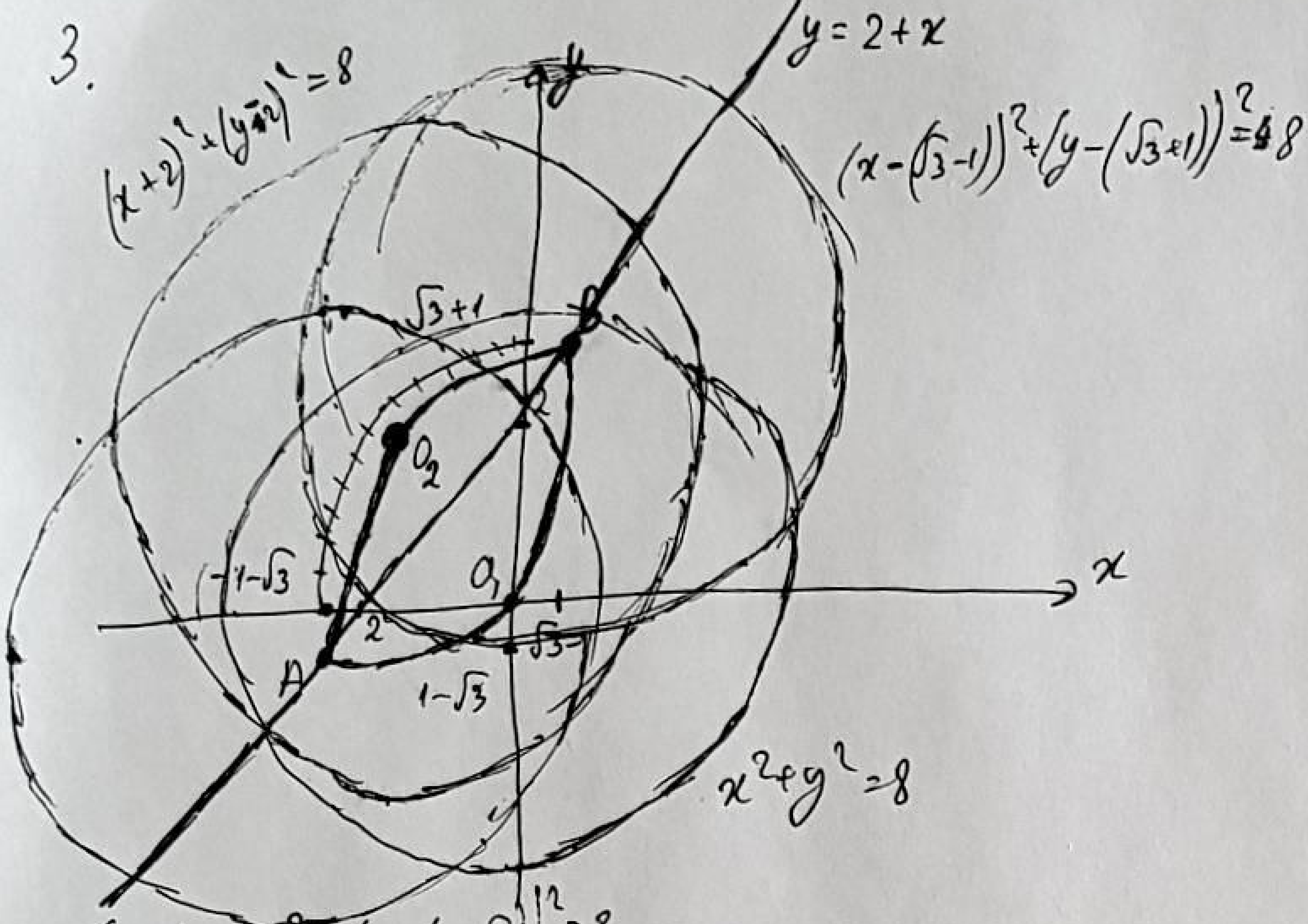
$2\sqrt{2} > 2{,}8$; $\sqrt{3}+1 < 2{,}8 \Rightarrow 2\sqrt{2} > \sqrt{3}+1$

(2)

Чистовик

Математика 11 класс

3.



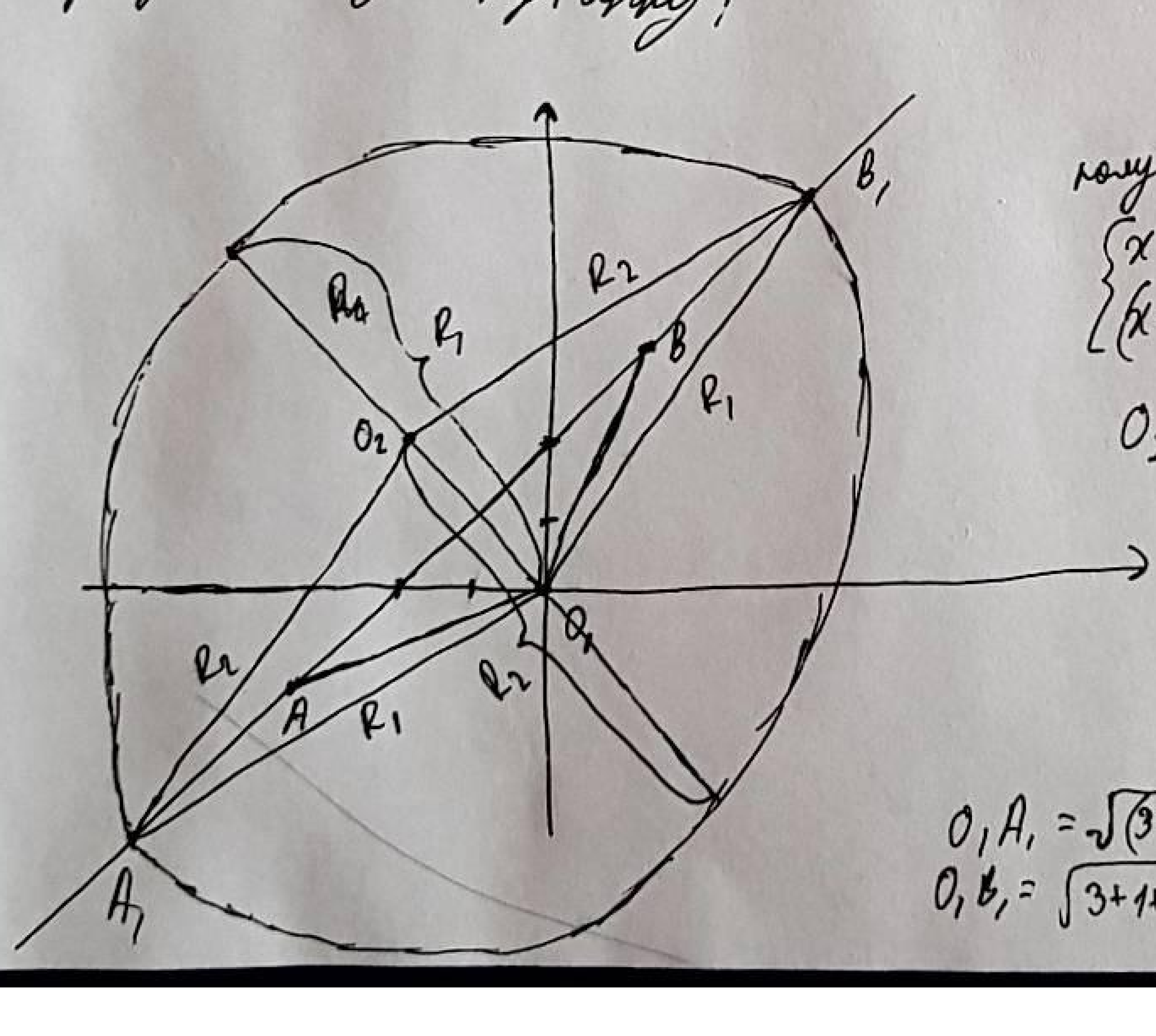
3

Назовём $\cup AO_2B=\alpha$, $\cup AO_1B=\beta$

Если брать все окружности на α и брать все точки $y\geq 2+x$, то образуется такая же дуга, только больше и отдалённая от $(0;0)$ на $2\sqrt{2}+2\sqrt{2}$ $(R_1=4\sqrt{2})$

Если брать все окружности на β и брать точки $y<2+x$, то получится такая же дуга, только больше и отдалённая от $(-2;2)$ на $2\sqrt{2}+2\sqrt{2}$ $(R_2=4\sqrt{2})$

Нарисуем полную картинку:



получаются окружности

$$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2=(4\sqrt{2})^2 \text{ при } y>2+x \\ (x+2)^2+(y-2)^2=(4\sqrt{2})^2 \text{ при } y<2+x \end{array}\right.$$

$O_2O_1=2\sqrt{2}$

$B_1(\sqrt{3}-1+2;\sqrt{3}+1+2)$ (т.к. $BB_1=2\sqrt{2}$, а $y=x+2$ $(k=1)$, то есть угол наклона $45°$)

$A_1(-1-\sqrt{3}-2;1-\sqrt{3}-2)$ (аналогично BB_1)

$O_1(0;0)$

$O_1A_1=\sqrt{(3+\sqrt{3})^2+(1+\sqrt{3})^2}=\sqrt{16+8\sqrt{3}}$

$O_1B_1=\sqrt{3+1+2\sqrt{3}+9+6\sqrt{3}+3}=\sqrt{16+8\sqrt{3}}$

Математика 11 класс

Чистовик

3. ~~$A_1B_1 = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$~~

$A_1B_1 = \sqrt{(2\sqrt{3}+4)^2+(2\sqrt{3}+4)^2} = (2\sqrt{3}+4)\sqrt{2}$

Рассмотрим $\Delta A_1O_1B_1$

$A_1O_1^2+O_1B_1^2-2\cdot A_1O_1\cdot O_1B_1\cdot\cos\angle A_1O_1B_1 = A_1B_1^2$

$2(12+16+16\sqrt{3})-16-8\sqrt{3}-16-8\sqrt{3} = -2\cdot(16+8\sqrt{3})\cos\angle A_1O_1B_1$

$\cos\angle A_1O_1B_1 = \frac{3+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}} \Rightarrow \angle A_1O_1B_1 = \arccos\left(\frac{3+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}\right)$

S фигуры $\begin{cases} y \geq 2+x \\ x^2+y^2 \leq (4\sqrt{2})^2 \end{cases}$ равна $S = \frac{\pi\cdot(4\sqrt{2})^2\cdot\arccos\frac{3+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}}{360} - S_{A_1O_1B_1}$

Фигура $\begin{cases} y \leq 2+x \\ (x+2)^2+(y-2)^2=(4\sqrt{2})^2 \end{cases}$ симметрична фигуре $\begin{cases} y \geq 2+x \\ x^2+y^2 \leq (4\sqrt{2})^2 \end{cases}$ относительно $y=x+2$

S фигуры $\begin{cases} y \leq 2+x \\ (x+2)^2+(y-2)^2=(4\sqrt{2})^2 \end{cases}$ ~~она~~ симметрична $\Rightarrow S = \frac{\pi\cdot(4\sqrt{2})^2\cdot\arccos\frac{3+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}}{360} - S_{A_1O_2B_1}$

Значит $S_M = \frac{2\pi\cdot 32\cdot\arccos\frac{3+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}}{360} - S_{A_1O_1B_1O_2}$

$S_{A_1O_1B_1O_2}$ ($A_1O_1B_1O_2$ — ромб, т.к. $A_1O_2=O_2B_1=B_1O_1=O_1A_1=\sqrt{16+8\sqrt{3}}$, а $\angle A_1O_1B_1 \neq 90^\circ$) $=$

$= O_1O_2\cdot A_1B_1\cdot\frac{1}{2} = 2\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}(2\sqrt{3}+4) = 4\sqrt{3}+8$

Значит $S_M = \frac{8\pi\cdot\arccos\frac{3+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}}{45} - (4\sqrt{3}+8)$

4

Ответ: $\frac{8\pi\cdot\arccos\frac{3+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}}{45} - (4\sqrt{3}+8)$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101506**

ID профиля: **843662**

Вариант 23

Черновик Математика 11кл.

$НОД(a;b;c)=22 \quad 2\cdot 11$
$НОК(a;b;c)=2^{16}\cdot 11^{19}$

$a=2^{\alpha_1}\cdot 11^{\beta_1}$
$b=2^{\alpha_2}\cdot 11^{\beta_2}$ $\alpha_3=1$
$c=2^{\alpha_3}\cdot 11^{\beta_3}$ $\beta_2=1$

$\alpha_1>\alpha_2>\alpha_3 \quad \beta$

$\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3=1$ $\alpha_2;\alpha_1=16$
$\beta_1;\beta_2;\beta_3=1$ $\beta_1;\beta_2=19$

16 · 19 = 144, 16, 304; 36 · 18 = 24; 912 · 9 = 10944

$\alpha_1=1$
$\alpha_2=16$ 2
$\alpha_3=1$ 2 4
2.

$\alpha_1=1$; 1 ; 1 ; 1 ; 16 ;
$\alpha_2=16$; 16 ; 1 ; 1 ; 1 ;
$\alpha_3=1$; 16 ; 16 ; 1 ; 1 ;
2 2 2 2
16 ; 16
1 ; 16
16 ; 1
2 2

$\alpha_2=1;\dots;16$
$\beta_1;1;\dots;19$

16 · 6 = 96

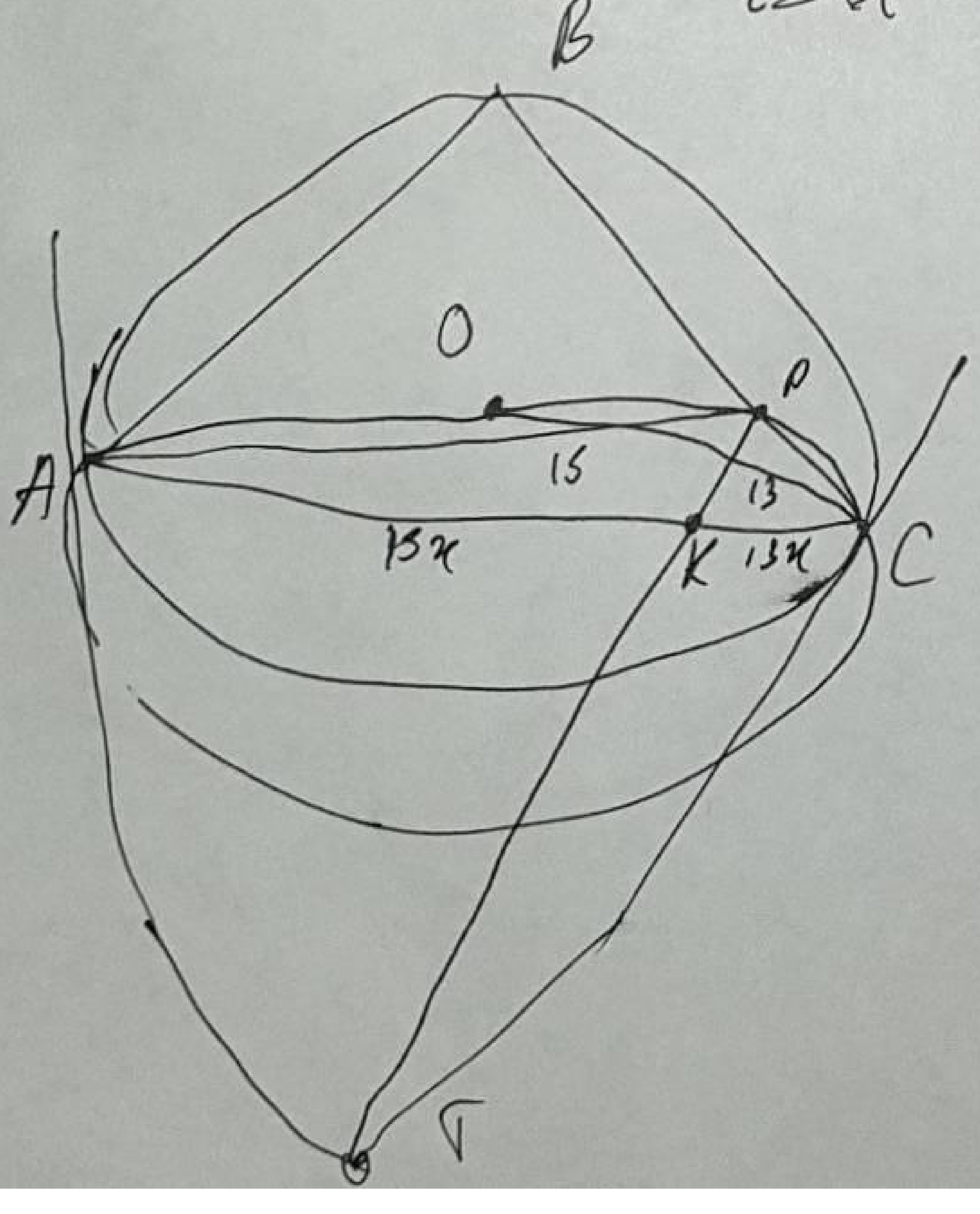
$(-6)\cdot 6$ -36

$2\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$ $\frac{1}{2}\log_{(x+4)^2}(x+34)$ $2\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

$2 \quad \log_x -x \quad \begin{matrix} x\neq 0 \\ x>0 \end{matrix}$

$t^2\cdot(t+1)$
~~t^3~~

1



$\frac{S}{S}=\frac{\frac{1}{2}\cdot h\cdot AK}{\frac{1}{2}\cdot h\cdot KC}=\frac{15}{13}$

$\frac{AK}{KC}=\frac{15}{13}$

Черновик

Математика 11кл.

$-18+23$

$(-34;-4)$ $\left(-\frac{23}{2};-4\right)$ $x \neq -\frac{22}{2}$

$2\alpha+2\beta+2\gamma=180$

$\alpha+\gamma+\delta=180$

$x \neq -\frac{22}{2}$

$BA^2=$

$x > -\frac{23}{2}$

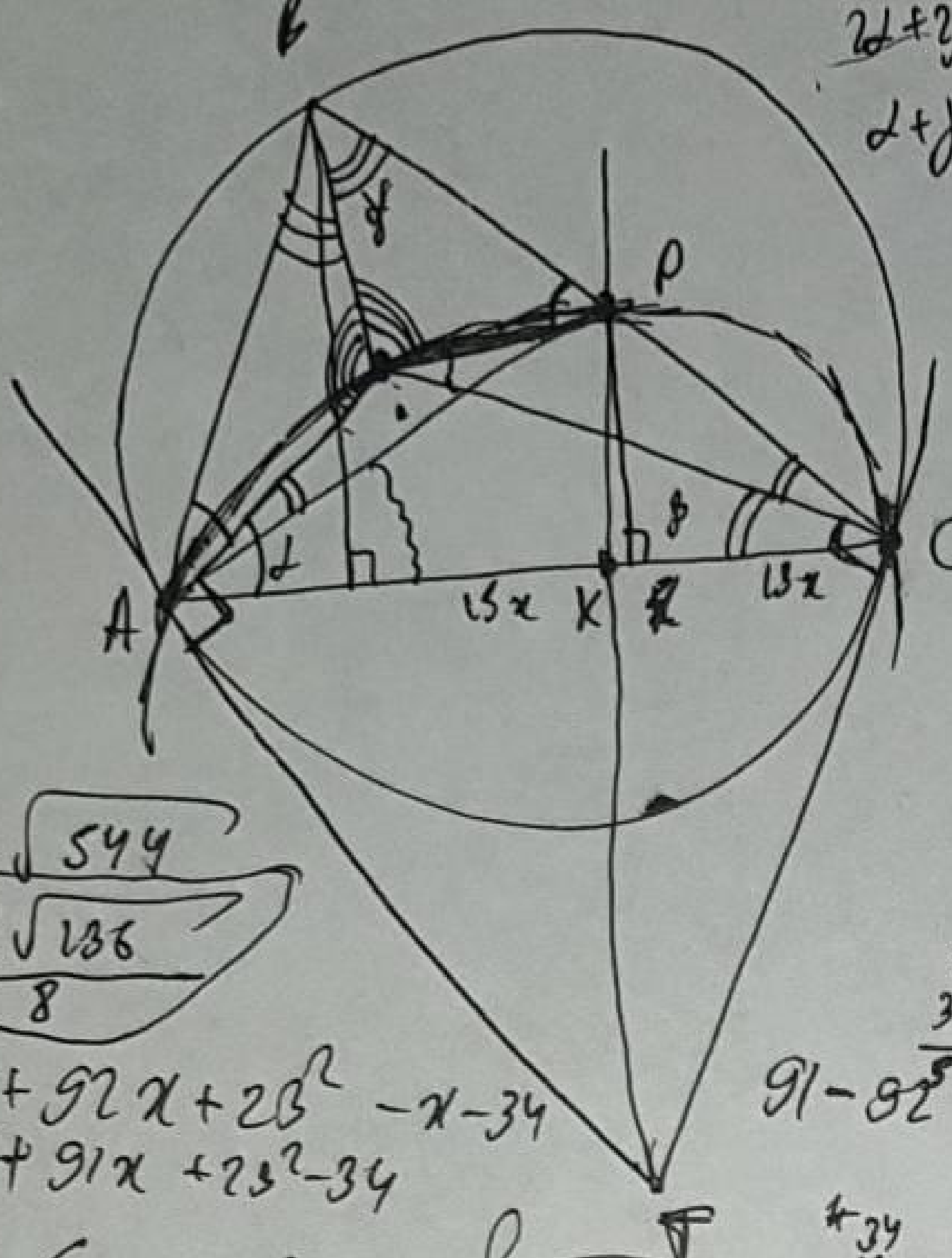
$x < -4$ $(-11,5;-4)$

$BP \cdot PC$

$x \neq -4$

$x \neq -33$

$x > -34$



136

28

$x > -34$ $x < -4$

$\log_{(x+34)}(2x+23) \cdot \log_{x+4}(x+34)$

$\frac{-91 \pm \sqrt{544}}{}$

$\frac{-91 \pm 2\sqrt{136}}{8}$

$34 \cdot 16 = 204$, 34

$4x^2+92x+23^2-x-34$

$4x^2+91x+23^2-34$

$91-92 \; 544$

$2 \cdot \log_{x+4}(2x+23) \cdot \log_{2x+23}(-x-4)$

$x \neq -4$ x

$(\sqrt{x+34})$ 2

$\log$

$4 \cdot 34$, 16

$1+$

$t^2 \cdot (t+1) = 2 \cdot \log_{k} -k$

$x < -4$

2^6

$2 \cdot \log_{|x+4|} -(x+4)$

$6 \cdot 16$

96

$91^2-4 \cdot 4 \cdot (23^2-34)$ 64

$t^2(t+1)=2$

2

4, 256

$x \neq -4$

1

$91^2-4 \cdot 4 \cdot 23^2+4 \cdot 4 \cdot 34$

1 1

$t^3+t^2-2=0$

$t=1$ $\delta=2$ $1-2$

$91^2=(4 \cdot 23)^2$

1 2 1

-3 92

1 3 3 1

1 1 0 −2

$(t-1)(t^2+2t+2)=0$

1 4 6 4 1

1 1 2 2 0

$t^3+2t^2+2t-t^2-2t+2$

$(x+4)^4$

-3^4

$\log_{k} c=1$

-6

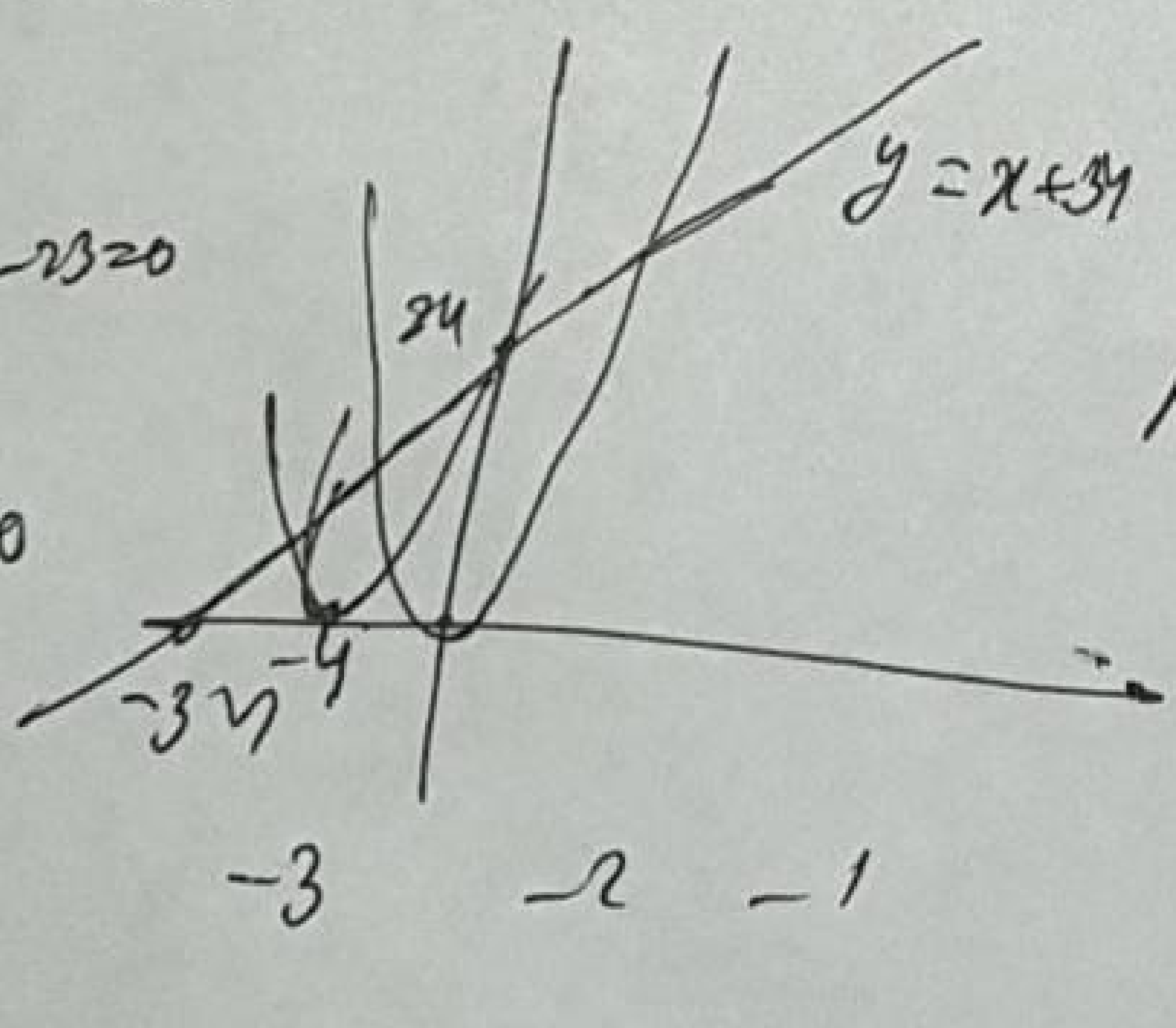
25 35

30

$1^k=c$

2^4 16

$k^1=c$



$x^2+8x+16-2x-23=0$

$x^2+6x-7=0$

$(x+7)(x-1)=0$

$34-23=11$

$k^4=c$

-18

8

$3x=-27$

$x=-9$

-3 -2 -1

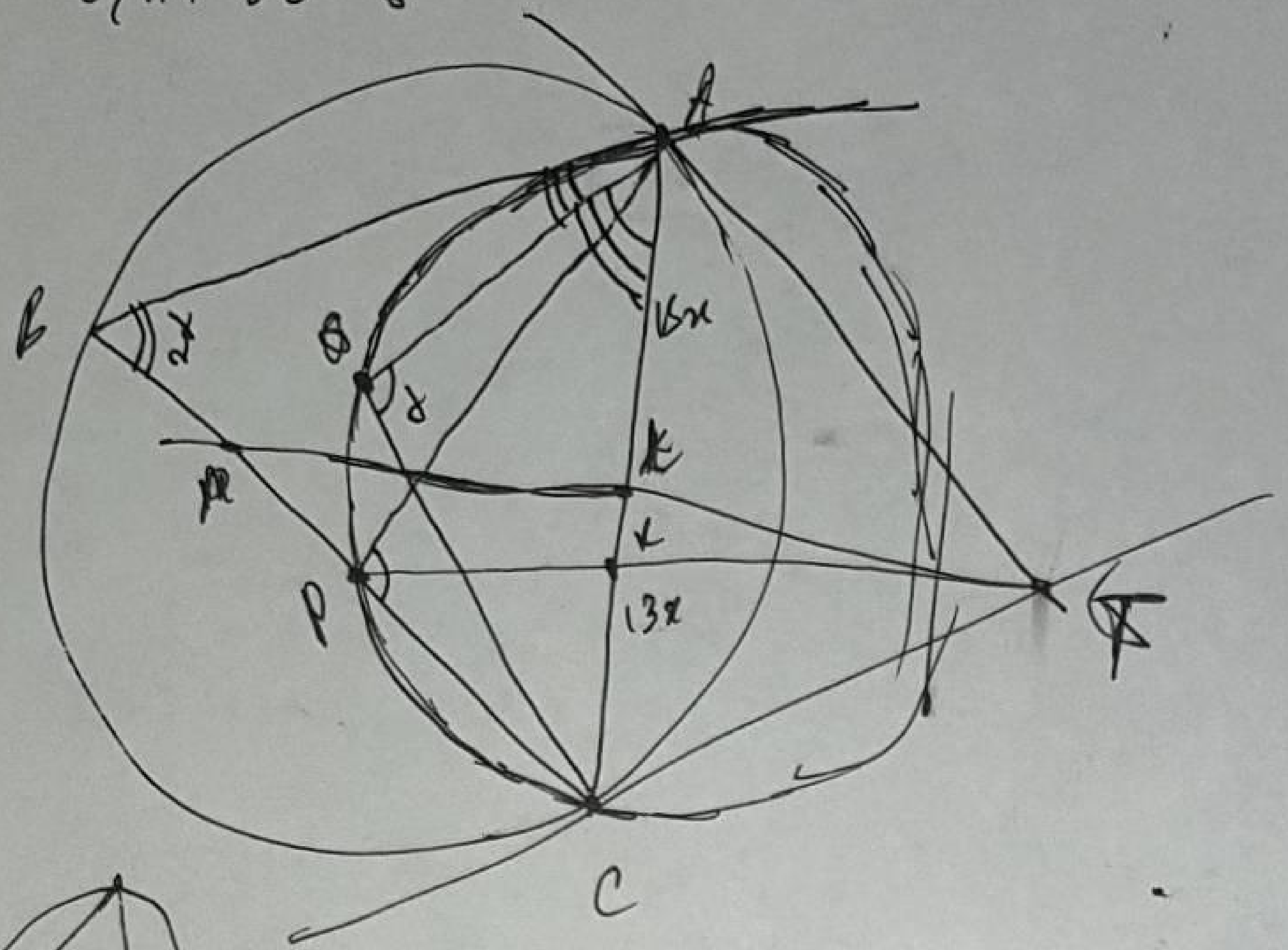
Scanned by TapScanner

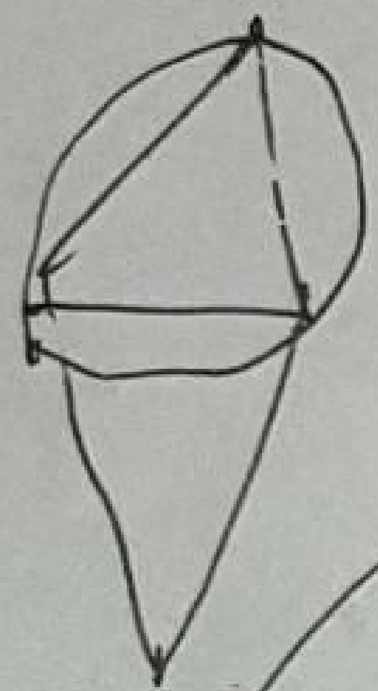
Черновик

Математика 11 кл.

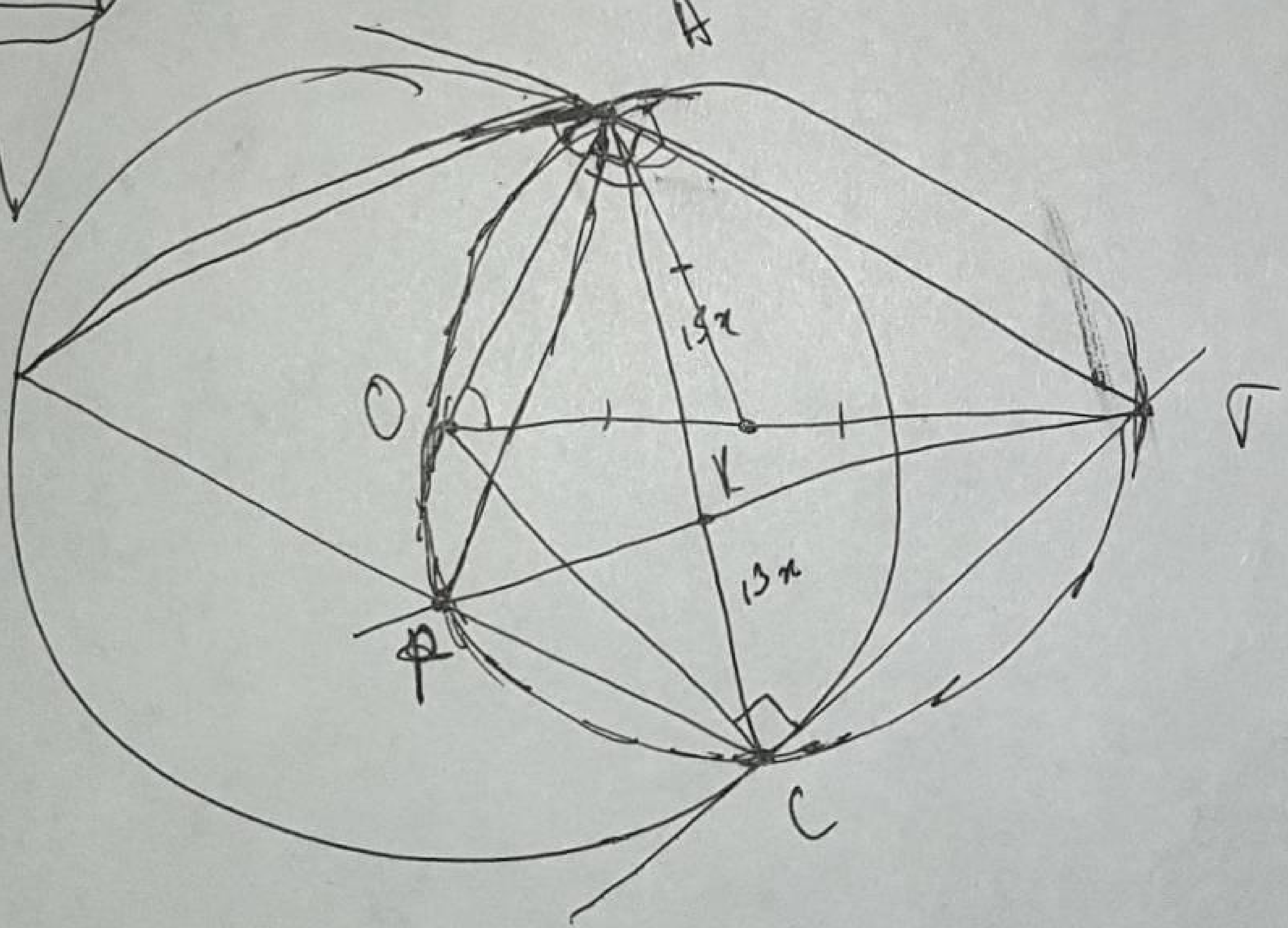
$6 \cdot 114 + 6 \cdot 96 - 36$

$6(114 + 96 - 6$





3



Математика 11 класс

Чистовик

4. $\begin{cases} НОД(a;b;c) = 22 \\ НОК(a;b;c) = 2^{16}\cdot 11^{19} \end{cases}$

~~Пусть~~ Тогда $a = 2^{\alpha_1}\cdot 11^{\beta_1}$
$b = 2^{\alpha_2}\cdot 11^{\beta_2}$
$c = 2^{\alpha_3}\cdot 11^{\beta_3}$, где $16 \geq \alpha_1; \alpha_2; \alpha_3 \geq 1$
$19 \geq \beta_1; \beta_2; \beta_3 \geq 1$

1

1) Рассмотрим $\alpha_1 = 1$ (так как, чтобы $НОД(a;b;c) = 2\cdot 11$, то 1 из чисел должно содержать 2 в 1 степени), и $\beta_2 = 1$ (аналогично)

$a = 11^{\beta_1}\cdot 2$
$b = 2^{\alpha_2}\cdot 11$
$c = 2^{\alpha_3}\cdot 11^{\beta_3}$

2) Тогда, чтобы $НОК(a;b;c) = 2^{16}\cdot 11^{19}$, максимальная степень 2 и 11 являются 16 и 19 соответственно для чисел $a;b;c$

Тогда пусть $\beta_1 = 19$; $\alpha_3 = 16$:

$a = 11^{19}\cdot 2$
$b = 2^{\alpha_2}\cdot 11$
$c = 2^{16}\cdot 11^{\beta_3}$ в таком случае α_2 и β_3 могут принимать целые значения $\alpha_2 \in [1;16]$; $\beta_3 \in [1;19]$

3) Получается в таком случае $16\cdot 19$ вариантов $\Rightarrow 16\cdot 19 = 304$ варианта

Но в 1) пункте в качестве $\alpha_i = 1$ мы можем взять 1 из 3 α_i – 3 способа и из β_i тоже 3 способа $\Rightarrow$ вариантов для 1) п. выбрать $\alpha_i; \beta_i$ – 9 вариантов $(3\cdot 3)$

В п. 2) же аналогично можно выбрать $\alpha_i; \beta_i$ – 4 способами $(2\cdot 2)$

А оставшиеся 2 числа создают ещё 304 варианта $\Rightarrow$ всего троек:

$4\cdot 9\cdot 304 = 10944$ способа выбрать тройку.

Но когда мы рассматриваем 1) п. $\alpha_1 = 1$ 2) п. $\alpha_2 = 16$ 3) п. $\alpha_3 = 1$

Два случая повторяются при 1) п. $\alpha_3 = 1$ 2) п. $\alpha_2 = 16$ 3) п. $\alpha_1 = 1$

выборе расстановки 2 единиц на $\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3 \Rightarrow$ таких случаев $C_3^2 = 3$

Но аналогично при выборе расстановки 2 – 16 на $\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3 \Rightarrow C_3^2 = 3$

Получается выбирая $\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3$ мы 6 раз учли один и тот же случай

Чистовик

4. Но при выборе $\beta_1 / \beta_2 / \beta_3$ тоже 6 раз были учтены лишние случаи при выборе расстановки 2-1 / 2-19

Расчитаем сколько всего способов выбрать $\beta_1 / \beta_2 / \beta_3$ ~~с~~ с лишними 6 случаями:

$3 \cdot 2 \cdot 19 = 114$ способов

Аналогично выбрать $\alpha_1 / \alpha_2 / \alpha_3 \Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 16 = 96$ способов

Значит ~~на~~ ~~в~~ лишних выборов $\alpha_1 / \alpha_2 / \alpha_3 \Rightarrow 6 \cdot (114 - 6)$ (без учёта лишних и $\alpha_1 / \alpha_2 / \alpha_3$ и $\beta_1 / \beta_2 / \beta_3$)

Значит лишних выборов $\beta_1 / \beta_2 / \beta_3 \Rightarrow 6 \cdot (96 - 6)$ (без учёта лишних и $\alpha_1 / \alpha_2 / \alpha_3$ и $\beta_1 / \beta_2 / \beta_3$)

И ещё лишние и $\alpha_1 / \alpha_2 / \alpha_3$ и $\beta_1 / \beta_2 / \beta_3 \Rightarrow 6 \cdot 6$

Получается всего лишних учтено: $6(114 - 6 + 96 - 6 + 6) = 6 \cdot (204) = 1224$

Значит ответ: $10944 - 1224 = 9720$

Ответ: 9720

2

Чистовик 11 класс.

5. Посмотрим на произведение всех логарифмов:

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) \cdot \log_{(x+4)^2}(x+34) \cdot \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) =$

$= 2 \cdot \log_{x+34}(2x+23) \cdot \log_{|x+4|}(x+34) \cdot \log_{(2x+23)}(-x-4) = 2\log_{|x+4|}(-x-4) = 2$

при выполнении всех ОДЗ на x.

Но по условию 2 логарифма ~~…~~ равны, а третий больше их на 1, пусть тогда равные логарифмы это t, а третий $t+1$, тогда запишем их произведение:

$t^2(t+1) = 2 \Rightarrow t^3+t^2-2=0 \Rightarrow (t-1)(t^2+2t+2)=0$

у уравнения $t^2+2t+2=0$ нет корней (т.к. $(t+1)^2+1=0$)

знач $t=1$ - решение нашего равенства, а значит $t+1=2$, тогда посмотрим решения $\log_k a = 2$ из наших логарифмов и сделаем проверку:

3

1) $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2 \Rightarrow \log_{x+34}(2x+23)=1 \Rightarrow 2x+23=x+34 \Rightarrow \underline{x=11}$

2) $\log_{(x+4)^2}(x+34) = 2 \Rightarrow$ ~~$\log_{(x+4)^2}(x+34) = \log_{(x+4)^2}(x+4)$~~

$\log_{|x+4|}(x+34) = 4 \Rightarrow \log_{|x+4|}(x+34) = \log_{|x+4|}(x+4)^4 \Rightarrow x+34 = x^4+16x^3+96x^2+256x+256 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^4+16x^3+96x^2+255x+222=0$

Но также $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = 1$

$\begin{cases} \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=1 \\ \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+23=\sqrt{x+34} \\ -x-4=\sqrt{2x+23} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+23=\sqrt{x+34} \\ x^2+6x-7=0 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x+23=\sqrt{x+34} \\ (x+7)(x-1)=0 \end{cases}$, но при $x=1$: $2+23=\sqrt{1+34}$ - не верное равенство; при $x=-7$: $-14+23=\sqrt{-7+34}$ - не верное равенство $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ решений нет.

3) $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = 2 \Rightarrow \log_{2x+23}(-x-4)=1 \Rightarrow -x-4=2x+23 \Rightarrow x=-9$

4) Проверка: из 1) п. $x=11$, но (т.к. $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) \Rightarrow x<-4$), это решение не удовлетворяет ОДЗ $\Rightarrow$ не является решением.

Чистовик Математика 11класс.

5. Если $x=-9$, то

$$\left.\begin{array}{l}\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=\log_5 5=1\\ \log_{(x+4)^2}(x+34)=\log_{25}25=1\\ \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=\log_{\sqrt5}5=2\end{array}\right\}\Rightarrow x=-9 \text{ - решение}$$

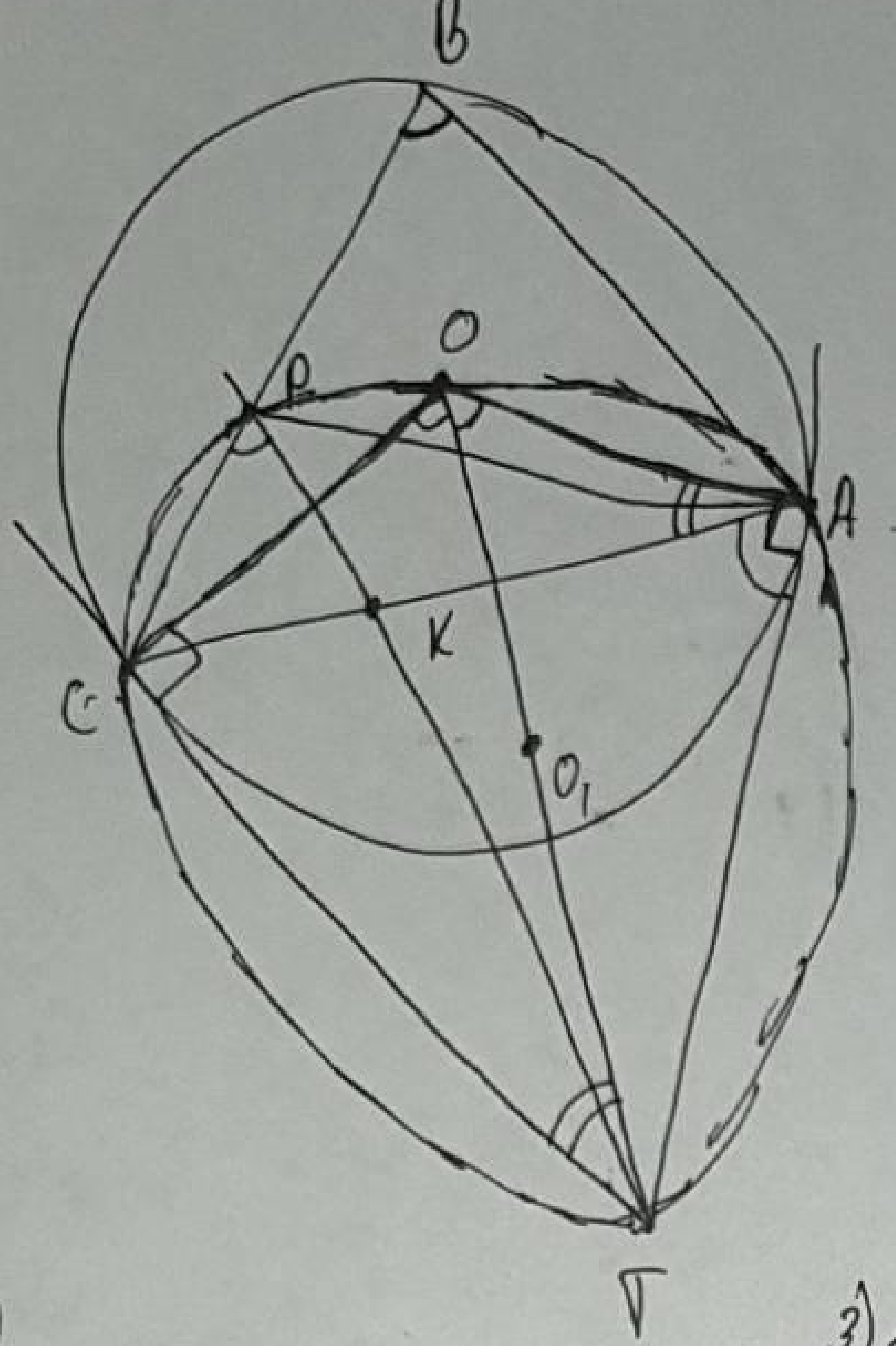
4

Ответ: -9

Чистовик

Математика 11класс.

6.



1) Так как CT и AT – касат. к окр. ω, то $\angle OCT = \angle OAT = 90^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow$ в 4-угольнике $COAT$ – сумма двух противоположных углов $= 180^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow$ $COAT$ – можно ~~описать~~ вписать в окруж., но т.к. C, O, A уже лежат на окр., то и T – лежит на ней.

2) Так как $\angle OAT = 90^\circ \Rightarrow OT$ – диаметр. Пусть O_1 – центр окр. опис. около $CPOA \Rightarrow$ O_1 – центр. OT

3) $\angle CPT = \angle COT = \angle CAT$ (как впис.)
$\angle OAC = \angle OTC$ (впис)
$\angle COT = \angle TOA$ (как углы окр. на равные хорды)
$\angle CBA = \angle COA \cdot \frac{1}{2}$ (как центр. и впис. угл.)

$\angle CPK = \angle CBA \Rightarrow KP \parallel BA$ (как соответств. углы при $PK \parallel BA$ и сек. CB)

4) Рассмотрим $\triangle CPK$ и $\triangle CBA$:
$\angle C$ – общий, $\angle CPK = \angle CBA \Rightarrow \triangle CPK \sim \triangle CBA$ (по признаку 2 углов) $\Rightarrow \frac{CP}{CB} = \frac{CK}{CA} = \frac{PK}{BA}$ (по св-ву подоб. $\triangle$)

5) Рассм. $\triangle CPK$ и $\triangle KPA$

S

$$\left.\begin{aligned} S_{CPK} &= 13 = h \cdot \tfrac{1}{2} \cdot CK \\ S_{KPA} &= 15 = h \cdot \tfrac{1}{2} \cdot KA \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{S_{CPK}}{S_{KPA}} = \frac{13}{15} = \frac{CK}{KA}$$

, Пусть $CK = 13x$, $KA = 15x$

6) $CK = 13x$, $CA = 13x + 15x = 28x \Rightarrow \frac{CK}{CA} = \frac{13}{28}$

7) Так как $\triangle CPK \sim \triangle CBA$, то $\frac{S_{CPK}}{S_{CBA}} = \left(\frac{CK}{CA}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{CPK}}{S_{CBA}} = \left(\frac{13}{28}\right)^2$, а так как $S_{CPK} = 13$, то:

$S_{CBA} = \frac{28^2}{13}$

Ответ: а) $S_{ABC} = \frac{28^2}{13}$