Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101278**

ID профиля: **341354**

Вариант 23

№ 1 Чистовик ①

1) По условию: $S = a_1 + a_2 + \ldots + a_6$, где $a_1, a_2, a_3, \ldots$ – члены арифм. прогрессии

$\Rightarrow$ Пусть d – разность. Т.к. прогрессия возрастающая, то $d > 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} a_2 = a_1 + d \\ a_3 = a_1 + 2d \\ a_4 = a_1 + 3d \\ a_5 = a_1 + 4d \\ a_6 = a_1 + 5d \end{cases} \Rightarrow S = 6a_1 + 15d$$

2) $a_{10} = a_1 + 9d$; $a_{16} = a_1 + 15d$; $a_{11} = a_1 + 10d$; $a_{15} = a_1 + 14d$

$\Rightarrow$ Тогда из условия следует:

$$\begin{cases} (a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > 6a_1 + 15d + 39 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 9a_1 d + 15a_1 d + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ a_1^2 + 10a_1 d + 14a_1 d + 140d^2 < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 135d^2 - 6a_1 - 15d - 39 > 0 \\ a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2 - 6a_1 - 15d - 55 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1(4d - 1) + 135d^2 - 15d - 39 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1(4d - 1) + 140d^2 - 15d - 55 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1(4d - 1) + 135d^2 - 15d - 39 > 0 & (1) \\ -a_1^2 - 6a_1(4d - 1) - 140d^2 + 15d + 55 > 0 & (2) \end{cases}$$

Т.к. неравенства (1) и (2) $> 0 \Rightarrow$ сложим их:

$(1) + (2)$: $-5d^2 + 16 > 0 \Leftrightarrow 5d^2 < 16 \Leftrightarrow d^2 < \frac{16}{5} \Leftrightarrow$

$-\frac{4}{\sqrt{5}} < d < \frac{4}{\sqrt{5}}$, а т.к. $d > 0$ (см. п. 1), то

$d \in \left(0; \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$

Также заметим, что поскольку $a_n \in \mathbb{Z}$ (по усл.), то

$d \in \mathbb{Z}$ тоже

Тогда $d = 1$, т.к. $d = 2 > \frac{4}{\sqrt{5}}$ $(20 > 16) \Rightarrow$

Чистовик ②

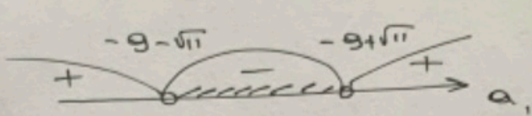
3) Подставим $d = 1$ в ~~ур~~ неравенства (1) и (2)

$$\begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 135 - 15 - 39 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 140 - 15 - 55 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 9)^2 > 0 & (4) \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 & (3) \end{cases}$$

(3): $D_1 = 81 - 70 = 11 \Rightarrow$

$a_{1,2} = \dfrac{-9 \pm \sqrt{11}}{1} \Rightarrow$



$\Rightarrow$ Из неравенства (4) следует, что $a_1 \neq -9$

Из неравенства (3) следует, что $a \in (-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11}) \Rightarrow$

4) Найдем все целые числа a_1 из промежутка

$(-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11})$:

Заметим, что $-10 \vee -9-\sqrt{11} \Leftrightarrow 0 \vee 1-\sqrt{11} \Leftrightarrow 1 \vee 11$ и

$-9 \vee -9-\sqrt{11} \Leftrightarrow 0 \vee -\sqrt{11}$; и $-6 \vee \sqrt{11}-9 \Leftrightarrow 3 \vee \sqrt{11} \Leftrightarrow$

$9 \vee 11$ и $-5 \vee \sqrt{11}-9 \Leftrightarrow 4 \vee \sqrt{11} \Leftrightarrow 16 \vee 11 \Rightarrow$

Получается, что $a_1 = \{-9; -8; -7; -6\} \Rightarrow$

Т.к $a_1 \neq -9 \Rightarrow a_1 = \{-8; -7; -6\}$

Ответ: $a_1 = \{-8; -7; -6\}$

Чистовик 3

№ 3

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 8 & (1) \\ (a^2+b^2) \le \min(-4a+4b,\ 8) & (2) \end{cases}$$

1) Рассмотрим отдельно неравенство (2):

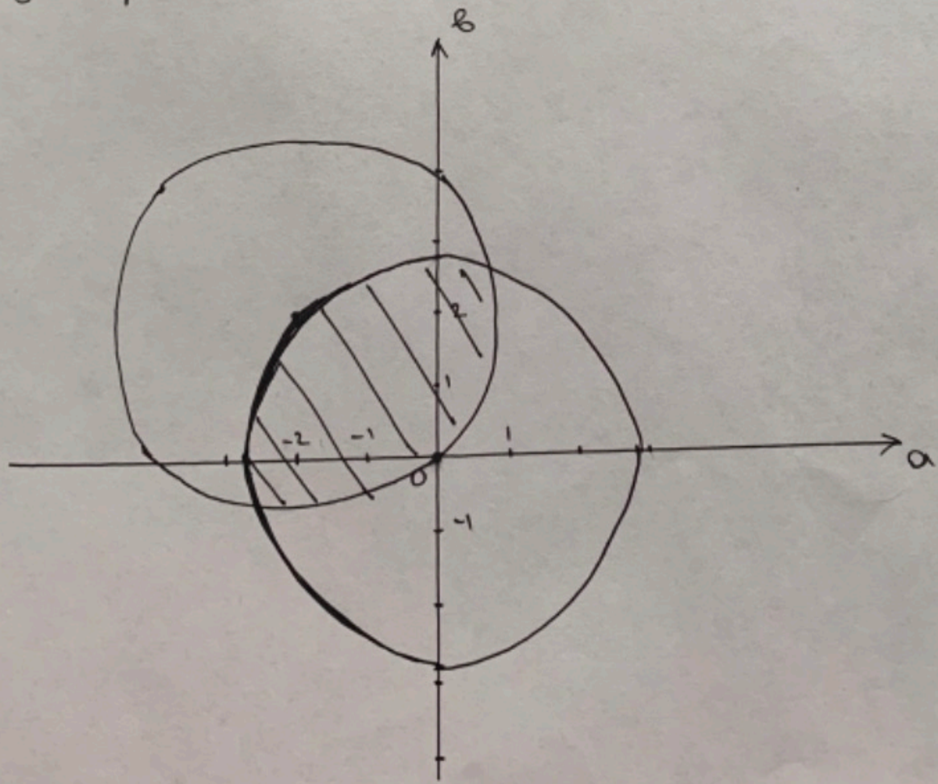
$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 8 \\ a^2+b^2 \le -4a+4b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 8 \\ a^2+4a+4+b^2-4b+4 \le 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 8 & (3) \\ (a+2)^2+(b-2)^2 \le 8 & (4) \end{cases} \Rightarrow$$

График неравенства (3) в пл-ти Oab – круг с центром в т. $(0;0)$ и радиусом $R=2\sqrt{2}$

График неравенства (4) в пл-ти Oab – круг с центром в т. $(-2;2)$ и радиусом $R=2\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ Построим график системы (2): это будет множество точек в плоскости Oab, заданное пересечением двух равных кругов с разными центрами:



Чистовик ④

2) Рассмотрим отдельно неравенство (1):

$(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 8$

В пл-ти Oxy график неравенства — круг с центром в т. $(a; b)$ и радиусом $R = 2\sqrt{2}$

Чистовик ⑤

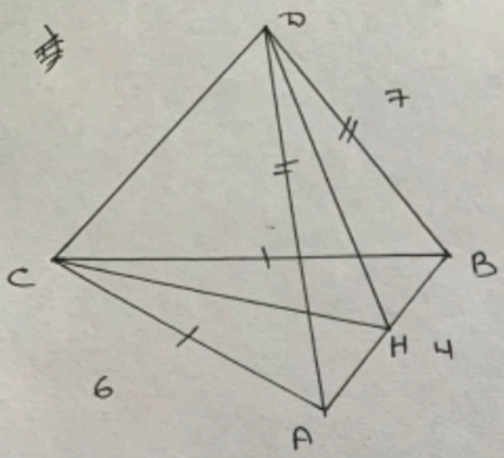
№ 2

Дано: ABCD – ~~т~~ тетраэдр; $AB = 4$; $AC = CB = 6$;

$AD = DB = 7$

Найти: CD

Решение:



1) Проведем высоту DH в пл-ти (ABD):

т.к. △ADB – р/б ($AD = DB$)

⇒ DH – медиана ⇒

H – середина AB ⇒

В △ABC (он р/б, т.к. $AC = CB$)

CH – медиана и высота

(по св-ву р/б △-ка)

2) ⇒ $DH \perp AB$

$CH \perp AB$

$DH \in (CHD)$

$CH \in (CHD)$

$CH \cap DH = H$

⇒ $AB \perp (CHD)$ (по признаку перпендикулярности прямой и пл-ти)

3) Т.к. точки C и D лежат на боковой поверхности цилиндра (по усл.) и $CD \parallel$ оси цилиндра (по усл) ⇒ то CD – образующая (лежит на ней)

Т.к. $AB \perp (CHD)$, то $AB \perp CD$, т.к. $CD \in (CHD)$ ⇒

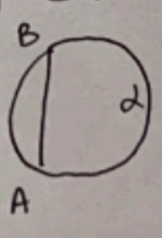
AB лежит в пл-ти, перпендикулярной ~~к~~ CD ⇒

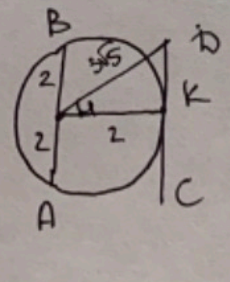
Проведем сечение цилиндра этой плоскостью ⇒ это круг, ||-ый основанию цилиндра и AB – его хорда, а т.к $AB = 4$, то радиус основания:

$R \geq \frac{AB}{2} = 2$ (хорда меньше диаметра), то есть наименьший радиус $R = 2$

4) CD либо пересекает пл-ть α в точке K, либо не пересекает и C ближе к ~~D~~

(2 случай)





Чистовик (6) $AD > AC$

D не может быть ближе к α, тк.

$\Rightarrow$ В $1^{\text{ом}}$ случай (П-ие в $CD \subset \alpha) \Rightarrow$ из пр/уг $\triangle ADH$:

$DH = \sqrt{49-4} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \Rightarrow$ Тогда тк $HK = R = 2$ (тк. $DC \perp HK) \Rightarrow$ Из пр/уг $\triangle DHK$:

$DC \perp \alpha$ и значит $KC = \sqrt{32-4} =$ [illegible] значит Аналогично

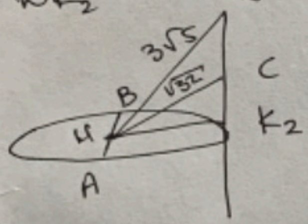
$DK = \sqrt{45-4} = \sqrt{41} \Rightarrow$

$CD = \sqrt{41} + \sqrt{28}$

Во $2^{\text{ом}}$ случай: $DC \not\perp \alpha$ и C ближе к α

Тогда пусть K_2 - точка П-ия прямой CD пл-тью α. Тогда из $\triangle HCK_2$: $CK_2 =$; из $\triangle HDK_2$:

$DK_2 = \sqrt{}$, тогда $DC = -CK_2 + DK_2$.



Черновик

$$\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > 6a_1 + 15d + 39 \\ a_{11} \cdot a_{15} < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > 6a_1 + 15d + 39 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < 6a_1 + 15d + \cancel{55} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 9a_1d + 15a_1d + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ a_1^2 + 10a_1d + 14a_1d + 140d^2 < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases}$$

① $a_1^2 + 24a_1d - 6a_1 + 135d^2 - 15d - 39 > 0$

$a_1^2 + 6a_1(4d - 1) + 135d^2 - 15d - 39 > 0$

$D_1 = 9(4d-1)^2 - 135d^2 + 15d + 39 =$

$= 9 \cdot (16d^2 - 8d + 1) - 135d^2 + 15d + 39 =$

$= 144d^2 - 72d + 9 - 135d^2 + 15d + 39 =$

$= 9d^2 - 57d + 48 = (3d)^2 - 3 \cdot 19d + 48$

$\cancel{a_1^2 + 9a_1d + 18a_1d + 135d^2 + 2a_1d}$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24ad + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ a_1^2 + 24ad + 140d^2 < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases}$$

$a_1^2 + 24ad + 135d^2 = 6a_1 + 15d + 39 + X$

$a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 + 5d^2 < 6a_1 + 15d + 55$

$\cancel{6a_1} + \cancel{15d} + 39 + X + 5d^2 < \cancel{6a_1} + \cancel{15d} + 55$

$5d^2 + X < 16$

$5d^2 + a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 - 6a_1 + 15d + 39 < 16$

$a_1^2 + 6a_1(4d - 1) + 140d^2 + 15d + 23 < 0$

$D = 9(4d-1)^2 - 140d^2 - 15d - 23 =$

$= 9(16d^2 - 8d + 1) - 140d^2 - 15d - 23 =$

$= 144d^2 - 72d + 9 - 140d^2 - 15d - 23 =$

$= 4d^2 - 87d - 14 = 0$

$57 \,|\, 3$

3

$27 \quad 19$

8

19×19

171

19

361

-48

313

$4 \cdot 12 = 4 \cdot 4 \cdot 3 =$

$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$87 \,|\, 3$

$6 \quad 29$

27

27

0

N 1

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1d+135d^2>6a_1+15d+39 \\ a_1^2+24a_1d+140d^2<6a_1+15d+55 \end{cases}$$

~~Пусть~~ $\cancel{a_1^2+24a_1d+135d^2=x}$
$\cancel{6a_1+15d+39=y}$

$$\cancel{\begin{cases} x>y \\ x+5d^2<y+16 \end{cases}}$$

$$\begin{cases} a_1^2+6a_1(4d-1)+135d^2-15d-39>0 \\ a_1^2+6a_1(4d-1)+140d^2-15d-55<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+6a_1(4d-1)+135d^2-15d-39>0 \quad (1) \\ -a_1^2-6a_1(4d-1)-140d^2+15d+55>0 \quad (2) \end{cases}$$

$(1)+(2)$: $-5d^2+16>0$

$5d^2<16$

$d^2<\frac{16}{5}$

$-\frac{4}{\sqrt5}<d<\frac{4}{\sqrt5}$; $d\in Z \Rightarrow d=1$

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1+135>6a_1+15+39 \\ a_1^2+24a_1+140<6a_1+15+55 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_1^2+18a_1+81>0 \\ a_1^2+18a_1+70<0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$(a_1+9)^2>0 \Rightarrow a_1\neq 9$

$D_1=81-70=11$

$a_{1,2}=\frac{-9\pm\sqrt{11}}{1} \Rightarrow$ $a\in(-9-\sqrt{11};-9+\sqrt{11})$

$-5 \vee \sqrt{11}-9$
$4 \vee \sqrt{11}$
$16 \vee 11$

$-6 \vee \sqrt{11}-9$
$3 \vee \sqrt{11}$
$9 \vee 11$

$2 \vee -9+\sqrt{11}$
$11 \vee \sqrt{11}$
$121 \vee 11$

$2 \vee \frac{4}{\sqrt5}$
$2\sqrt5 \vee 4$
$20 \vee 16$

$-10 \vee -9-\sqrt{11}$
$0 \vee 1-\sqrt{11}$
$1 \vee \sqrt{11}$
$1 \vee 11$

$0 \vee \sqrt{11}-9$
$9 \vee \sqrt{11}$

$-3 \vee \sqrt{11}-9$
$6 \vee 11$

$-5 \vee \sqrt{11}-9$
$4 \vee \sqrt{11}$

$-2;2$
$4+4$

$2\sqrt2 \vee 3$
$8 \vee 9$

140 | 4
-12 | 35
20
-20
0

+39
+15
54

-135
54
81

-140
-55
-85
-15
70

135
-15
120
-39
81

21101278 (U341354 M1300621)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101278**

ID профиля: **341354**

Вариант 23

N 4

НОД $(a; b; c) = 22$

НОК $(a; b; c) = 2^{16} \cdot 11^{19}$

1) По условию:

$a = 2^{x_1} \cdot 11^{y_1}$; $b = 2^{x_2} \cdot 11^{y_2}$; $c = 2^{x_3} \cdot 11^{y_3}$, где хотя бы одно $x_n = 1$ и хотя бы одно $y_n = 1$, т.к. иначе НОД $(a; b; c) \neq 22$

Также хотя бы одно $x_n = 16$ и $y_n = 19$, т.к. иначе НОК $(a; b; c) \neq 2^{16} \cdot 11^{19}$

2) Выберем хотя бы одно ~~число~~ из $x_1; x_2; x_3$ такое, что $x_n = 1$ (3 способа), из оставшихся выбираем $x_n = 16$ (2 способа) и оставшееся число ~~k~~ x_n может принимать любые ~~значен~~ ~~о~~ значения от 1 до 16 $\Rightarrow$

Кол-во способов: $C = 3 \cdot 2 \cdot 16 = 96$

3) Аналогично выберем $y_n = 1$ (3 способа); $y_n = 19$ (2 способа), а оставшееся может принимать любые значения от 1 до 19 $\Rightarrow$

Кол-во способов: $C = 3 \cdot 2 \cdot 19 = 114$

4) Каждый способ выбрать x умножаем на каждый способ выбрать y $\Rightarrow C = 96 \cdot 114 =$
$= 10\ 944$

Но еще при таком способе могут быть учтены тройки чисел несколько раз, т.е. возникнут пересечения

Чистовик 2

5) Тройки чисел $(a; b; c)$, в которых два числа x_n равны 1 и 16, а третье x_n принадлежит отрезку $[2; 15]$ (14 чисел), но все три числа y равные либо 1 либо 19 учтены по 2 раза → такую тройку можно выбрать $3\cdot2\cdot14\cdot3\cdot2$ способами

6) Тройки чисел $(a; b; c)$, в которых два числа y_n равны 1 и 19, а третье y_n принадлежит отрезку $[2; 19]$ (18 чисел), но все три числа x равные либо 1 или 16 учтены по 2 раза ⇒ А их можно выбрать $3\cdot2\cdot3\cdot2\cdot18$ способами

7) Тройки чисел, в которых все x_n равны 1 или 16 (или две равны 1, одна 16 и наоборот) и все y_n равны 1 или 19 (или две равны 1, одна 19 и наоборот) ⇒ их можно выбрать $3\cdot2\cdot3\cdot2$ способами

И каждая такая тройка при подсчете в $1^{\text{ом}}$ пункте была учтена 4 раза ⇒

Всего способов:

$96\cdot114 - 3\cdot2\cdot3\cdot2\cdot14 - 3\cdot2\cdot3\cdot2\cdot18 - 3\cdot3\cdot2\cdot3\cdot2 =$

$= 10\,944 - 3\cdot2\cdot3\cdot2\cdot(14+18+3) =$

$= 10\,944 - 9\cdot4\cdot35 = 10\,944 - 1260 = 9684$

Ответ: 9684 ~~способа~~ троек

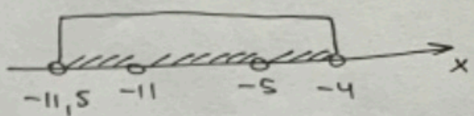
21101278 (U341354 M1300622)

N 5 Чистовик 3

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$; $\log_{(x+4)^2}(x+34)$; $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

1) Найдем ОДЗ:

$$\begin{cases} x+34>0 \\ x+34\neq 1 \\ 2x+23>0 \\ (x+4)^2>0 \\ (x+4)^2\neq 1 \\ 2x+23\neq 1 \\ -x-4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-34 \\ x\neq -33 \\ x>-11,5 \\ x\neq -4 \\ x\neq -3 \\ x\neq -5 \\ x\neq -11 \\ x<-4 \end{cases} \Rightarrow$$



$\Rightarrow x\in(-11,5;-11)\cup(-11;-5)\cup(-5;-4)$

2) Пусть $u=\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=2\log_a b$

$v=\log_{(x+4)^2}(x+34)=\log_{c^2}a^2=\log_c a$

$w=\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=\log_b c$

Заметим, что $2\log_a b\cdot\log_b c\cdot\log_c a=$

$=2\log_a c\cdot\log_c a=2$, т.е. $uvw=2$ (1)

3) Допустим: $u=v$ и $w=u+1$, то из (1):

$u\cdot u\cdot(u+1)=2 \Leftrightarrow u^3+u^2=2 \Leftrightarrow$

$u^3+u^2-2=0 \Rightarrow$ Найдем корни по Т Безу:

$\left.\begin{matrix} p: \pm 1 \\ q: 1 \end{matrix}\right| \Rightarrow$ $u=1$: $1+1-2=0 \Rightarrow$

$$\begin{array}{r|l} u^3+u^2-2 & u-1 \\ \hline -\ u^3-u^2 & u^2+2u+2 \\ 2u^2-2 & \\ -\ 2u^2-2u & \\ 2u-2 & \\ -\ 2u-2 & \\ 0 & \end{array} \Rightarrow$$

$u^2+2u+2=0$

$D_1=1-2<0 \Rightarrow$

единственный корень: $u=1$

Чистовик ④

4) $\Rightarrow \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=1$

$\sqrt{x+34}=2x+23$

$x+34=4x^2+92x+529$

$4x^2+91x+495=0$

$\Rightarrow 4x^2+55x+36x+495=0$

$x(4x+55)+9(4x+55)=0$

$(x+9)(4x+55)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=-9 \\ 4x=-55 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-9 \\ x=-\frac{55}{4} \end{array}\right. \Rightarrow$ По ОДЗ подходит

только $x=-9$

5) Аналогично, если $v=w$ или $u=w$:

① $v=w$; $u-1=v \Rightarrow$

$(1+v)\cdot v\cdot v=2$

$v^3+v^2-2=0 \Rightarrow$

$v=1$ (см п. 3) $\Rightarrow$

$\log_{(x+4)^2}(x+34)=1$

$(x+4)^2=x+34$

$x^2+8x+16=x+34$

$x^2+7x-18=0$

$D=49+72=121=11^2$

$\Rightarrow x_{1,2}=\frac{-7\pm 11}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-9 \end{array}\right. \Rightarrow$ По ОДЗ подходит $x=-9$

② $u=w$; $v-1=w \Rightarrow$

$w\cdot(w+1)\cdot w=2 \Leftrightarrow$

$w^3+w^2=2 \Leftrightarrow$

$w=1$ (см п. 3) $\Rightarrow$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=1$

Чистовик (5)

$\sqrt{2x+23} = -x-4$

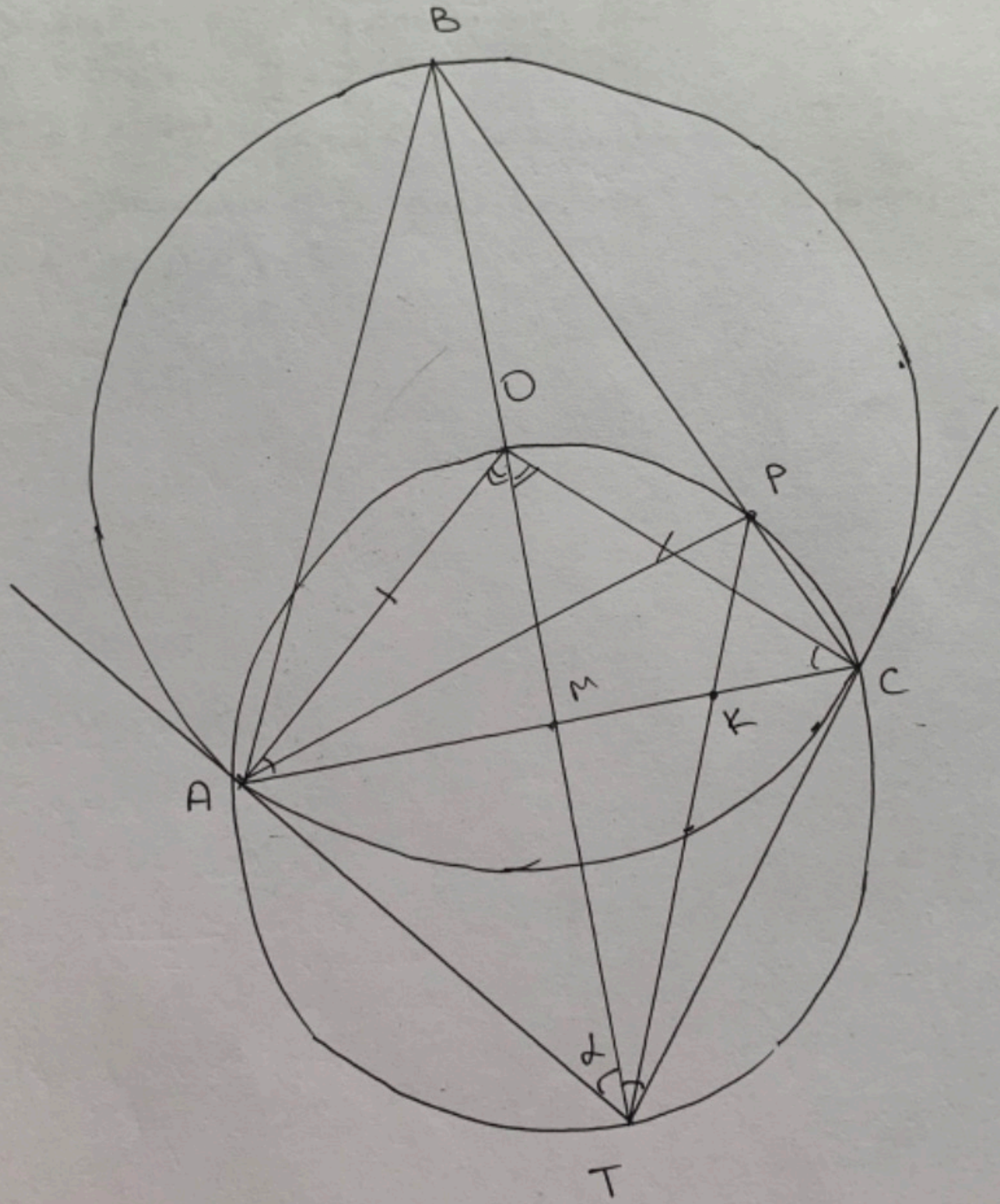
$2x+23 = x^2+8x+16$

$x^2+6x-7=0$

$\left[\begin{array}{l} x=-7 \\ x=1 \end{array}\right. \Rightarrow$ По ОДЗ подходит $x=-7$

Ответ: $x=-9$; $x=-7$

N 6



21101278 (U341354 M1300622)

Чистовик ⑥

1) AT и CT – отрезки кас-ых, провед. из одной точки к окр-ти => AT = CT (по св-ву кас-ых) и $\angle ATO = \angle OTC$ (т.к окр-ть ω вписс. в $\angle ATC$ и OT – бисс-са)

Пусть $\angle ATO = \alpha$. Тогда из пр/уг $\triangle ATO$ ($AO \perp AT$ как радиус, провед в точку касания): $\angle AOT = \frac{\pi}{2} - \alpha$

Аналогично для $\triangle TOC$: $\angle TOC = \angle AOT = \frac{\pi}{2} - \alpha$

2) OA = OC (как R одной окр-ти) -> $\triangle AOC$ – р/б (по опред.) => $\angle OAC = \angle ACO = \frac{\pi - 2\cdot(\frac{\pi}{2}-\alpha)}{2} = \frac{\pi - \pi + 2\alpha}{2} = \alpha$

3) Рассмотрим 4х угольник AOCT:

$\angle OAT + \angle OCT = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$

$\angle AOC + \angle ATC = \alpha + \alpha + \frac{\pi}{2} - \alpha + \frac{\pi}{2} - \alpha = \pi$ =>

AOCT вписан в окр-ть => T ∈ окр-ти, прох. через т. A, O, C

4)

$AT = TC$

$\angle ATO = \angle OTC = \alpha$

$\triangle AOT: \quad \angle AOT = \frac{\pi}{2} - \alpha$

$-x-4>0$

$x<-4$

$x+4 \neq 1$

$x=3$

$-x-4 \neq 1$

$x \neq -5$

$\cancel{x}$

$x+34>0$

$x+34 \neq 1$

$2x+23>0$

$(x+4)^2>0$

$(x+4)^2 \neq 1$

$2x+23 \neq 1$

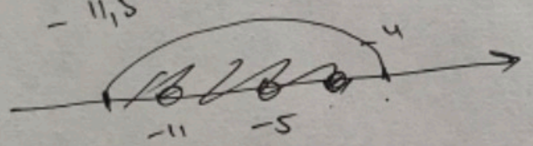
$-x-4>0$

$$\begin{cases} x>-34 \\ x \neq -33 \\ \hline x > -\frac{23}{2} \\ x \neq -4 \\ x \neq -3 \\ x \neq -5 \\ x \neq -11 \\ x<-4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 4 \\ \hline 92 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \\ -\ 34 \\ \hline 495 \end{array}$$

$-11{,}5$



$-\frac{55}{4} = 10+3=13$

$p: \pm 1; \pm 2$

$q: 1 \Rightarrow \cancel{p}$

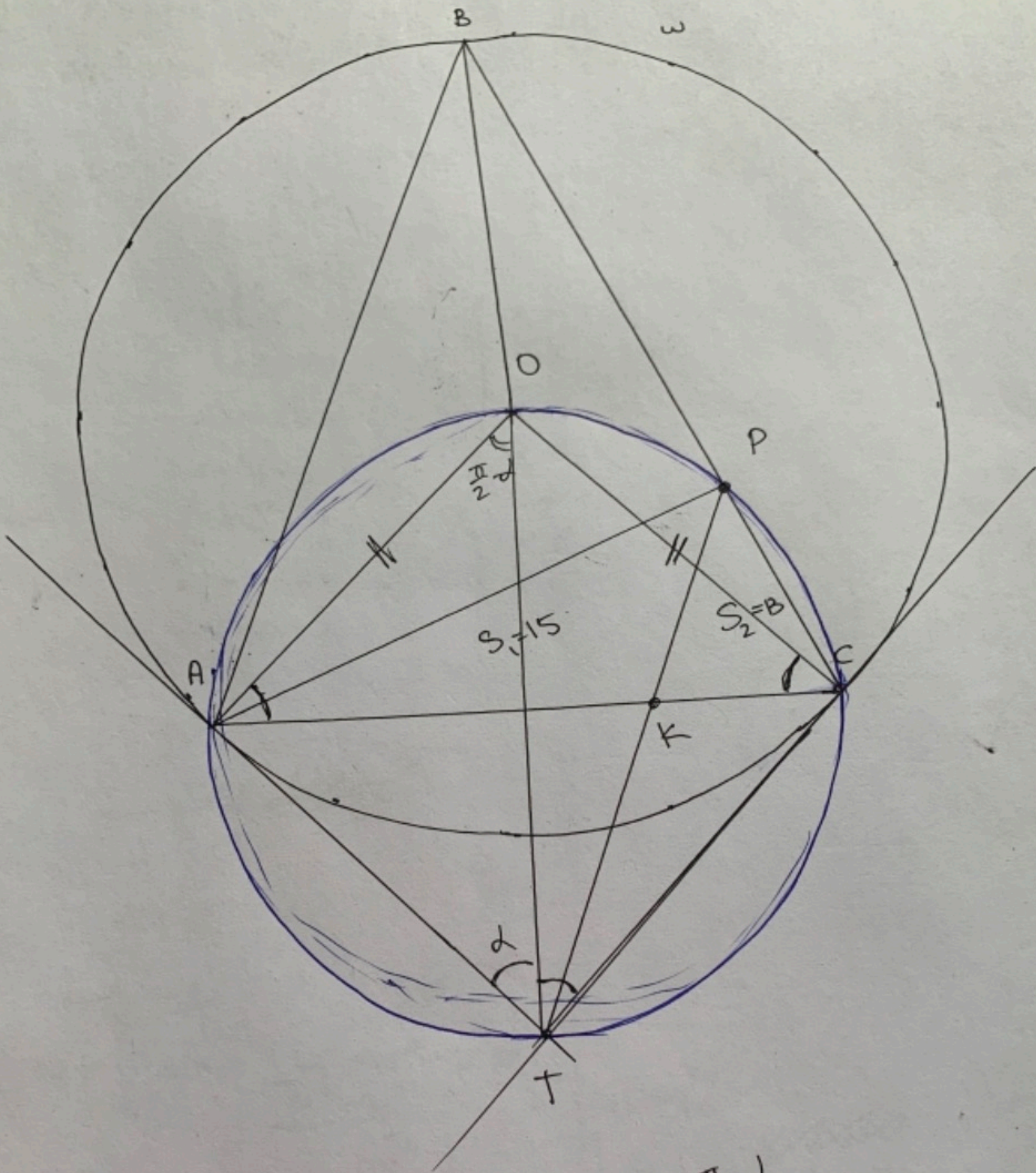
$u=1 \Rightarrow$

$$\begin{array}{l|l} u^3+u^2-2 & u-1 \\ \underline{-\ u^3-u^2} & u^2+2u+2 \\ \quad 2u^2-2 & \\ \quad \underline{-\ 2u^2-2u} & \\ \qquad 2u-2 & \\ \qquad \underline{-\ 2u-2} & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$\cancel{x \cdot 2x}$

$$\begin{array}{r} 34 \\ -\ 16 \\ \hline 18 \\ +\ 4 \\ \hline 72 \end{array}$$

$t_1 = 1-2$



$$\frac{\pi-2\alpha}{2}=\frac{\pi}{2}-\alpha$$

$$\frac{\pi}{2}-\alpha+\alpha$$

$$\frac{\pi}{2}-\alpha+\frac{\pi}{2}-\alpha+2\alpha$$

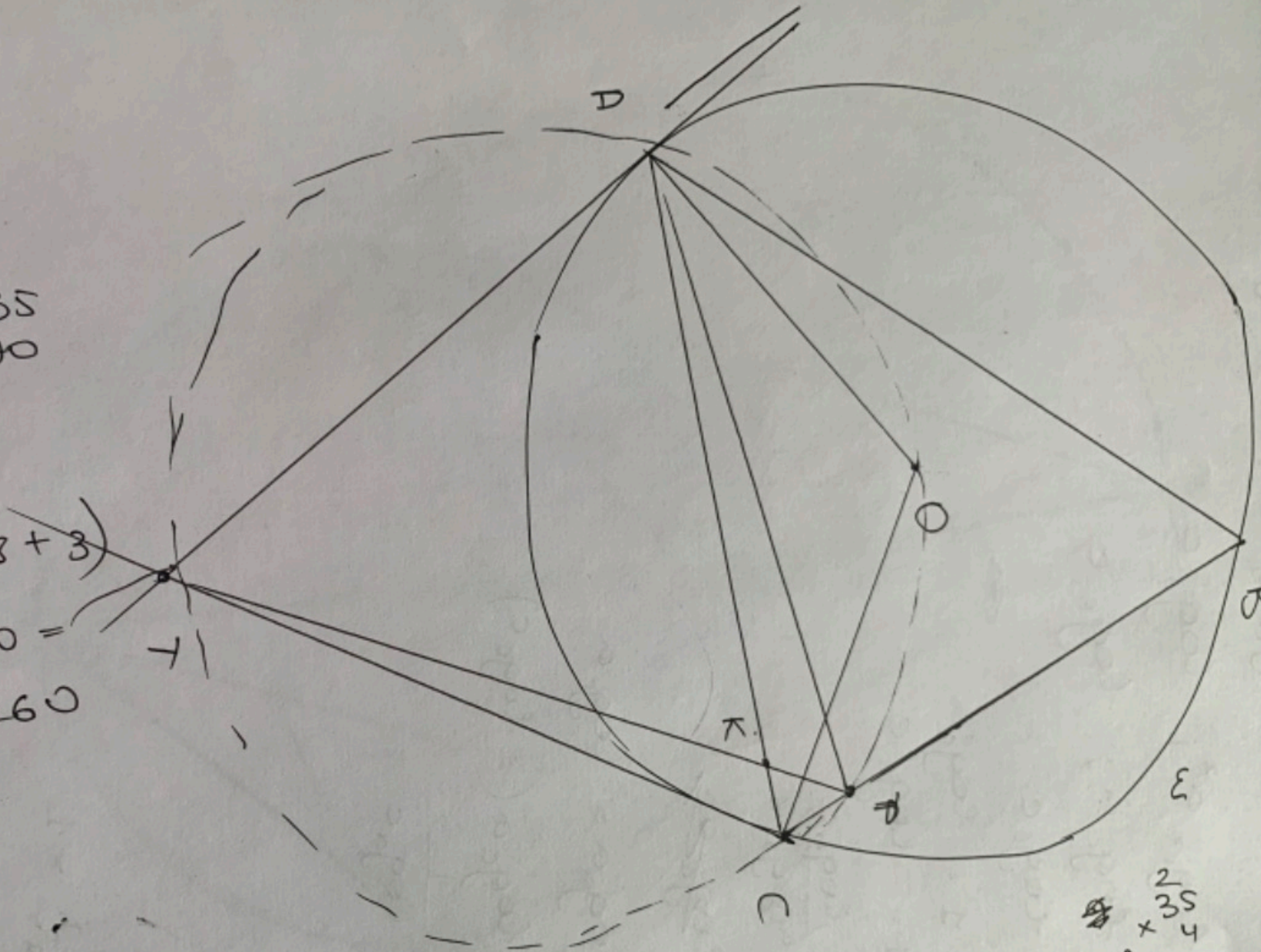
$$
\begin{array}{r}
{}^{1}{}^{23} \\
114 \\
\times\ {}^{1}\ 96 \\
\hline
684 \\
1026 \\
\hline
10944 \\
-\ 1260 \\
\hline
9684
\end{array}
$$

35
70

$3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2\,(14 + 18 + 3)$

$9 \cdot 4 \cdot 35 = 9 \cdot 140 =$

$900 + 360 = 1260$



$$
\begin{array}{r}
10944 \\
-\ 1260 \\
\hline
9684
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
21 \\
+\ 14 \\
\hline
35
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
{}^{2}35 \\
\times\ 4 \\
\hline
{}^{3}140 \\
\times\ 9 \\
\hline
1260
\end{array}
$$