Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101153**

ID профиля: **370757**

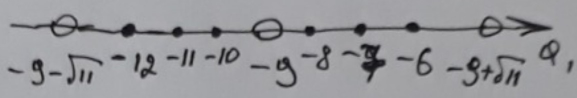
Вариант 23

Чистовик (№1)

$$\begin{cases} (a_1+9)^2>0 \\ a_1 \in (-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11}) \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 \neq -9 \\ a_1 \in (-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11}) \end{cases}$$

т.к. a_1 – целое число, ~~то~~ и ~~$\sqrt{11}$~~ $3<\sqrt{11}<4$, то

$$\left[\begin{array}{l} a_1=-12 \\ a_1=-11 \\ a_1=-10 \\ a_1=-8 \\ a_1=-7 \\ a_1=-6 \end{array}\right.$$



Ответ: $-12, -11, -10, -8, -7, -6$.

Чистовик

№1

Так как $a_1, a_2, a_3, \ldots$ – целые числа, то d – разность прогрессии – тоже целое число, причём т.к. прогрессия возрастающая, то $d > 0 \Rightarrow$ d – натуральное число. $(a_n = a_{n-1} + d)$

$$a_{11} = a_{10} + d\ ;\ a_{15} = a_{10} + 5d\ ;\ a_{16} = a_{10} + 6d \Rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned} a_{10} \cdot a_{16} &= a_{10} \cdot (a_{10} + 6d) = a_{10}^2 + 6d \cdot a_{10} \\ a_{11} \cdot a_{15} &= (a_{10} + d)(a_{10} + 5d) = a_{10}^2 + 6d \cdot a_{10} + 5d^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a_{10}^2 + 6d \cdot a_{10} > S + 39 \\ a_{10}^2 + 6d \cdot a_{10} + 5d^2 < S + 55 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_{10}^2 + 6d \cdot a_{10} > S + 39 \\ S + 55 > a_{10}^2 + 6d \cdot a_{10} + 5d^2 \end{cases}$$

$$a_{10}^2 + 6d \cdot a_{10} + S + 55 > S + 39 + a_{10}^2 + 6d \cdot a_{10} + 5d^2$$

$$5d^2 < 16$$

$d^2 < 3\frac{1}{5}$, но d – натуральное $\Rightarrow d^2$ – натуральное $\Rightarrow$

если $d^2 = 3$, то d – ненатуральное

если $d^2 = 2$, то d – ненатуральное

если $d^2 = 1$, то $\underline{d = 1}$ ($d \neq 0$ т.к ~~последовательность~~ прогрессия возрастающая)

При $d = 1$ имеем: ($a_{10} = a_1 + 9d$; $a_{11} = a_1 + 10d$; $a_{15} = a_1 + 14d$; $a_{16} = a_1 + 15d$)

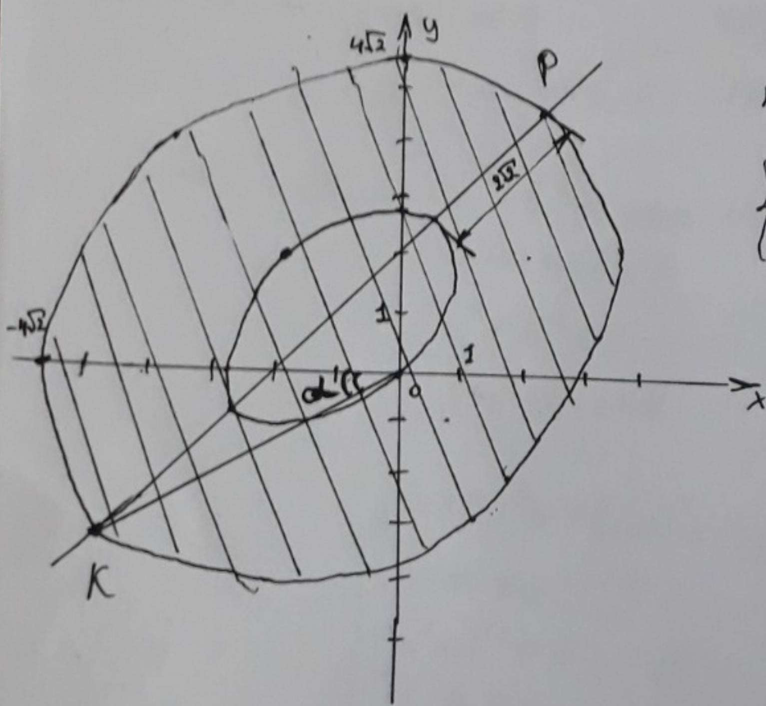
$$\begin{cases} (a_1 + 9)(a_1 + 15) > 6a_1 + 15 + 39 \\ (a_1 + 10)(a_1 + 14) < 6a_1 + 15 + 55 \end{cases} \qquad \left(S = \frac{2a_1 + 5d}{2} \cdot 6 = 6a_1 + 15d \right)$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 135 - 6a_1 - 54 > 0 \\ a_1^2 + 24a_1 + 140 - 6a_1 - 70 < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases}$$

$$\frac{D}{4} = 81 - 70 = 11,\ a_1 = -9 \pm \sqrt{11}$$

Чистовик (№ 3)

Тогда все решения данной системы будут иметь вид:



Для нахождения площади сектора найдём угол α:

$$\begin{cases} y = x+2 \\ y^2+x^2 = 32 \end{cases} \begin{cases} 2x^2+4x+4-32=0 \\ y = x+2 \end{cases}$$

$$x^2+2x-14=0$$

$$\frac{D}{4} = 1+14 = 15$$

$$x = -1 \pm \sqrt{15}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -1+\sqrt{15} \\ y = 1+\sqrt{15} \end{cases} \\ \begin{cases} x_0 = -1-\sqrt{15} \\ y_0 = 1-\sqrt{15} \end{cases} \end{array}\right.$$ ← координаты точки K.

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{x_0}{y_0} = \frac{\sqrt{15}+1}{\sqrt{15}-1}$$

$$\alpha = \operatorname{arcctg}\frac{\sqrt{15}+1}{\sqrt{15}-1} \Rightarrow$$

$$S = 2 S_{\text{сектора}} \overset{2S_\Delta}{=} 2\cdot\frac{\pi R^2}{2\pi}\cdot\alpha = \alpha\cdot R^2,$$ где S – искомая площадь фигуры M.

$R = 4\sqrt{2}$; $R^2 = 32$

$$S = 32\cdot\operatorname{arcctg}\left(\frac{\sqrt{15}+1}{\sqrt{15}-1}\right)$$

$S_\Delta = \frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot KP.$

$KP = \sqrt{(|x|+|x_0|)^2+(|y|+|y_0|)^2} =$

$= \sqrt{}$

Ответ: $S = 32\cdot\operatorname{arcctg}\left(\frac{\sqrt{15}+1}{\sqrt{15}-1}\right)$

21101153 (U370757 M1302600)

Чистовик:

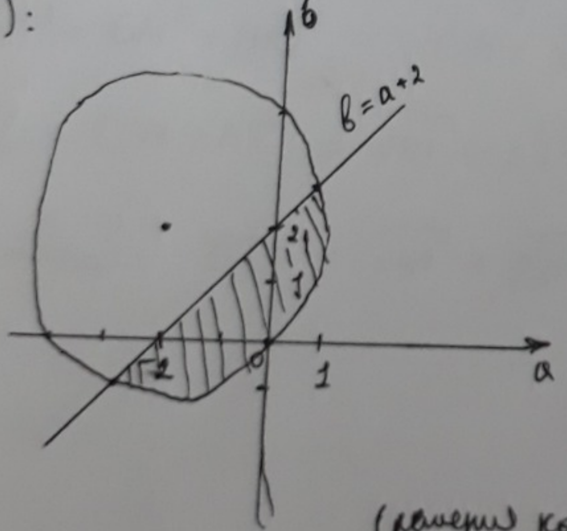
№3

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 8 & (1) \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b,\ 8) & (2) \end{cases}$$

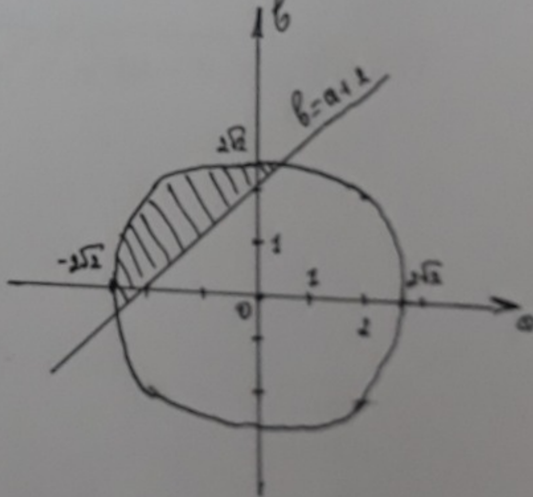
$\cancel{(x-a)^2}$ (2): $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+b^2 \le -4a+4b \\ -4a+4b \le 8 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 8 \\ 8 \le -4a+4b \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+4a+4+b^2-4b+4 \le 8 \\ -4a+4b \le 8 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 8 \\ -4a+4b \ge 8 \end{cases} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} (a+2)^2+(b-2)^2 \le 8 \\ b-a \le 2 \end{cases} \text{(I)} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 8 \\ b-a \ge 2 \end{cases} \text{(II)} \end{array}\right.$ Найдём решения этих систем в системе координат a и b графически:

(I):



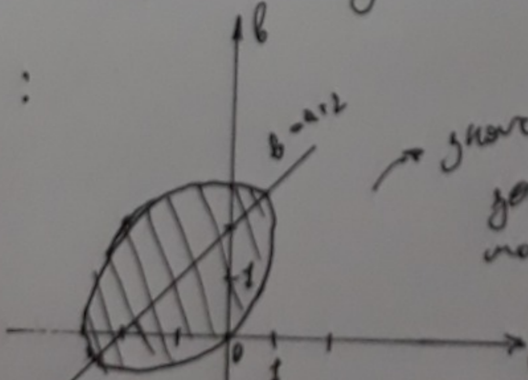
(II):



(решения каждой системы заштрихованы)

В итоге:

(т.к. центры окружностей симметричны относительно прямой $b=a+2$)



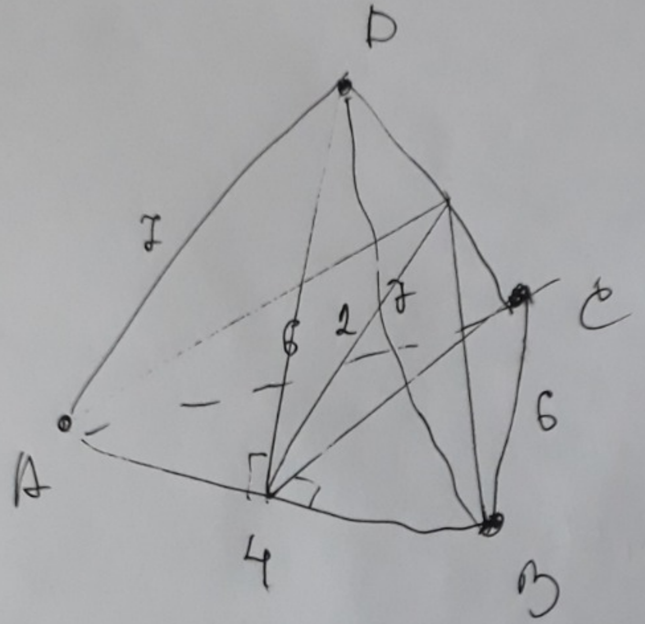
значит в любой точке из заштрихованной области может находиться центр окружности, которая задаётся уравнением:

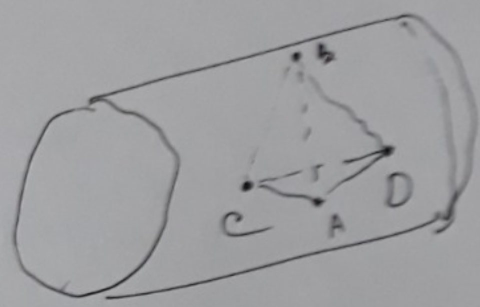
$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8$

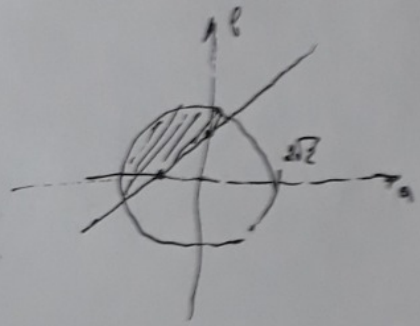
5

21101153 (U370757 M1302600)

Черновик.





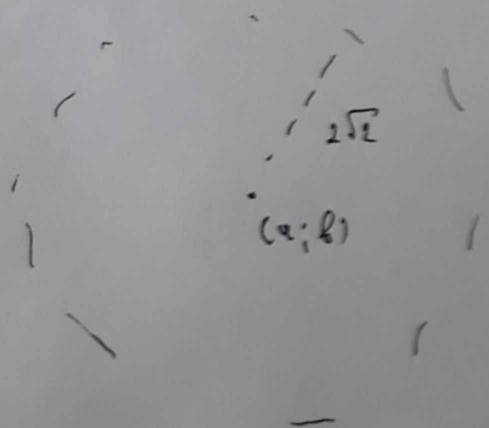


$b \in [0;4]$

$a \in [-4;0]$

$a^2+4a+4+a^2=8$

$$\begin{array}{r} -14 \\ 2 \\ \hline 2{,}8 \end{array}$$



$(b-a)^2 + 4(b-a) + 2ab + 4 \le 12$

$y = x+2$

$y^2+x^2 = 8$

$2x^2+4x-4=0$

$x^2+2x-2=0$

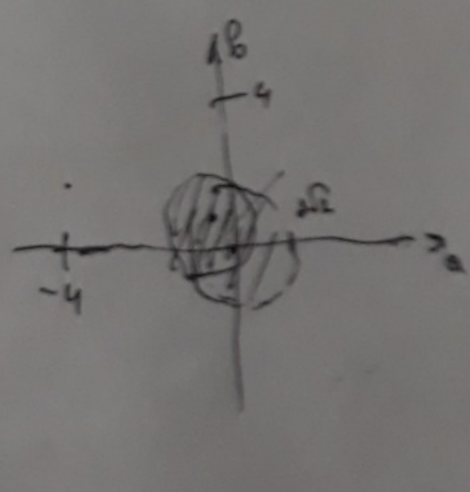
$\frac{D}{4} = 1+2=3$

$x=-1\pm\sqrt{3}$

$\begin{cases} y = 1+\sqrt{3} \\ x = -1+\sqrt{3} \end{cases}$

$a^2+b^2 \le 8$

$(a+2)^2+(b-2)^2=8.$



21101153 (U370757 M1302600)

Черновик

№1.

$S_6 = S = \frac{2a_1+5d}{2} \cdot 6 =$ $d>0$ $d \in Z$

$= (2a_1+5d) \cdot 3 = 6a_1 + 15d$ $a_1 - ?$ $a_1 \in Z$

$$\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > S + 39 \\ a_{11} \cdot a_{15} < S + 55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > 6a_1 + 15d + 39 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{10} \cdot (a_{10} + 6d) > S + 39 \\ (a_{10} + d)(a_{10} + 5d) < S + 55 \end{cases}$$

$a_{10}^2 + 6d a_{10} > S + 39$

$S + 55 > a_{10}^2 + 6d a_{10} + 5d^2$

$\cancel{a_{10}^2} + \cancel{6d a_{10}} + \cancel{S} + 55 > \cancel{S} + 39 + \cancel{6d a_{10}} + 5d^2 + \cancel{a_{10}^2}$

$5d^2 < 16$

$d^2 < \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$

$d \in Z \Rightarrow d^2 = 1.$

$\underline{d = 1.}$

$$\begin{array}{r} \times\, 15 \\ 9 \\ \hline 45 \\ 9 \\ \hline -\,135 \\ 54 \\ \hline 81 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +\, 15 \\ 39 \\ \hline 54 \end{array}$$

$D_1 = 81 - 70 = 11$ $a_1 = -9 \pm \sqrt{11}$

$(a + 9)^2 > 0.$ $a \neq -9.$

21101153 (U370757 M1302600)

Чистовик (№2)

Из точки M на ребро DC опустим перпендикуляр MH. Тогда $MH = R = 2$.

Из $\triangle AMD$ по теореме Пифагора:

$AD^2 = AM^2 + MD^2$; $MD^2 = AD^2 - AM^2$; $MD^2 = 49 - 4 = 45$

$MD = 3\sqrt{5}$

Из $\triangle AMC$ по теореме Пифагора:

$AC^2 = AM^2 + MC^2$; $MC^2 = AC^2 - AM^2$; $MC^2 = 36 - 4 = 32$

$MC = 4\sqrt{2}$

Из $\triangle DHM$ по теореме Пифагора:

$DM^2 = MH^2 + DH^2$; $DH = \sqrt{MD^2 - MH^2} = \sqrt{45 - 4} = \sqrt{41}$

Из $\triangle CHM$ по теореме Пифагора:

$MC^2 = CH^2 + HM^2$; $CH = \sqrt{MC^2 - HM^2} = \sqrt{32 - 4} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

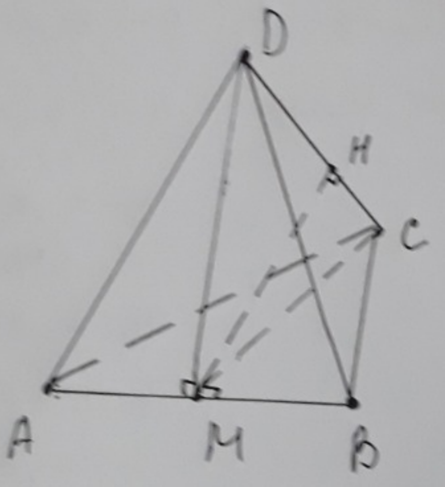
$CD = DH + HC = \sqrt{41} + 2\sqrt{7}$

Ответ: $CD = \sqrt{41} + 2\sqrt{7}$.

4

Чистовик

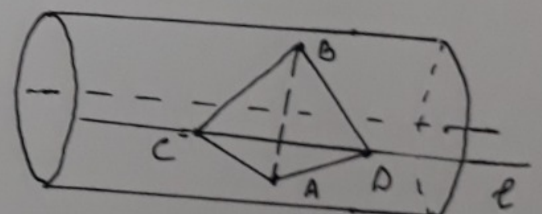
№2



Из вершин D и C на ребро AB опустим перпендикуляры. Так как $\triangle ADB$ и $\triangle ACB$ – равнобедренные (из условия $AD = BD$ и $AC = CB$), то эти перпендикуляры в треугольниках $\triangle ADB$ и $\triangle ACB$ являются не только высотами, но и медианами. Значит эти перпендикуляры попали в одну и туже точку на ребре AB. (Пусть в точку M).

Так как $DM \perp AB$ и $MC \perp AB$, то $(MDC) \perp AB \Rightarrow DC \perp AB$ $(DC \subset (MDC))$.

Так как и C и D принадлежат боковой поверхности цилиндра, ~~и~~ ребро CD параллельно оси цилиндра, то



ребро CD полностью принадлежит поверхности цилиндра (все образующие (например часть прямой l) параллельны оси цилиндра, тогда $C \in l$ и $D \in l \Rightarrow [CD] \in l$ ~~=> CD параллельно~~).

А так как $AB \perp CD$, то ребро AB перпендикулярно оси цилиндра.

Так как хорда окружности всегда меньше или равна диаметру, то цилиндр будет иметь наименьший радиус R, если $AB = 2R = 4$, то есть AB – диаметр,

$AM = MB = R = 2$.

(M – лежит на оси цилиндра)

3

21101153 (U370757 M1302600)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101153**

ID профиля: **370757**

Вариант 23

Чистовик (№4)

А упорядоченных $3 \cdot 3! = 3 \cdot 6 = 18$ для каждого y, тогда для всех y имеем:
$18 \cdot 17 = 306$.

5) Аналогично по 306 $\frac{\text{упорядоченных}}{\text{троек}}$ для пар чисел x_2 и y_2:

$\begin{cases} x_2 = 16 \\ y_2 \neq 1 \\ y_2 \neq 19 \end{cases}$; ~~$\begin{cases} y_2 = 1 \\ x_2 \neq 1 \\ x_2 \neq 16 \end{cases}$; $\begin{cases} y_2 = 19 \\ x_2 \neq 1 \\ x_2 \neq 16 \end{cases}$~~

6) А для пар x_2 и y_2:

$\begin{cases} x_2 \neq 1 \\ x_2 \neq 16 \\ y_2 = 1 \end{cases}$ и $\begin{cases} x_2 \neq 1 \\ x_2 \neq 16 \\ y_2 = 19 \end{cases}$ имеем $18 \cdot 14 = 252$ троек.

(т.к. $x_2 \in \underbrace{\{2; \ldots; 15\}}_{14}$)

7) Если $\begin{cases} x_2 \neq 1 \\ x_2 \neq 16 \\ y_2 \neq 1 \\ y_2 \neq 19 \end{cases}$, то $\begin{cases} x_2 \in \{2; 3; \ldots; 15\} \\ y_2 \in \{2; 3; \ldots; 18\} \end{cases}$ => имеем тройки вида:

$\begin{cases} a = 2 \cdot 11 \\ b = 2^{x_2} 11^{y_2} \\ c = 2^{16} \cdot 11^{19} \end{cases}$; $\begin{cases} a = 2 \cdot 11^{y_2} \\ b = 2^{x_2} 11 \\ c = 2^{16} \cdot 11^{19} \end{cases}$ и т.д.

всего их 36 так как степень двойки можно выбрать для всех чисел a, b и c
3! способами и 3! способами можно выбрать степень одиннадцати =>
$3! \cdot 3! = 6 \cdot 6 = 36$.

А т.к. $x_2 \in \{2; \ldots; 15\}$
$y_2 \in \{2; \ldots; 18\}$, то
всего $14 \cdot 17 \cdot 36$ способов

Суммируя все тройки во всех случаях, получим:

$9 + 9 + 18 + 306 + 306 + 252 + 252 + 14 \cdot 17 \cdot 36 =$
$= 36 + 612 + 504 + 8768 = 612 + 8568 + 540 =$
$= 9180 + 540 = 9720$

$$\begin{array}{r} 238 \\ + \quad 36 \\ \hline 1428 \\ + \; 714 \\ \hline 8568 \\ + \; 612 \\ \hline 9180 \\ + \; 540 \\ \hline 9720 \end{array}$$

Ответ: ~~[illegible]~~ 9720

2

2

21101153 (U370757 M1302601)

Черновик

$$\begin{cases} НОД(a\,b\,c) = 2\cdot 11 \\ НОК(a\,b\,c) = 2^{16}\cdot 11^{19} \end{cases}$$

$a = 2^{x_1}\cdot 11^{y_1}$

$b = 2^{x_2}\cdot 11^{y_2}$

$c = 2^{x_3}\cdot 11^{y_3}$

Пусть

$x_1 \geq x_2 \geq x_3$

$y_1 \geq y_2 \geq y_3$ $\Rightarrow$ $x_1 = 16$ $x_3 = 1$

$y_1 = 19$ $y_3 = 1$

$\cancel{9+9+18+4\cdot 18}$

$9+9+18+306\cdot 2+2\cdot 252$

$\cancel{2+2+4}$

$18 \cdot 17 = 126 + 18 = 306$

$18 \cdot 14 = 72 + 18 = 252 - 14 = 238$

$18 \cdot 15 = 90 + 18 = 270 - 18 = 252.$

$x_2 = 1$

$y_2 = 19$

$17 \cdot 14 = 68 + 17 = 238$

$2\cdot 11$ $2\cdot 11^{19}$

$2\cdot 11^{19}$ $2^{16}\cdot 11^{1}$

$2^{16}\cdot 11^{19}$ $2\cdot 11^{19}$

8568 | 36
72 | 238
136
108
288

8568 | 36
72 | 243
156
144
128
8

$2\cdot 11^{1}$

$2\cdot 11^{5}$ 17

$2^{16}\cdot 11^{19}$

$238 \cdot 36$: 48, 18, 12, 1428, 714, 8568

3·3.

21101153 (U370757 M1302601)

Чистовик

№4

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 22 = 2^1 \cdot 11^1 \\ НОК(a;b;c) = 2^{16} \cdot 11^{19} \end{cases}$$

Так как НОД и НОК чисел a, b и c в разложении на множители имеют лишь числа 2 и 11, то

числа a, b и c будут иметь вид:

$$\begin{cases} a = 2^{x_1} \cdot 11^{y_1} \\ b = 2^{x_2} \cdot 11^{y_2} \\ c = 2^{x_3} \cdot 11^{y_3} \end{cases}$$

Не умаляя общности будем считать, что $\rightarrow \begin{cases} x_1 \geq x_2 \geq x_3 \\ y_1 \geq y_2 \geq y_3 \end{cases}$

(a не обязательно равно $2^{x_1} \cdot 11^{y_1}$, $\begin{cases} a = 2^x \cdot 11^y \\ b = 2^x \cdot 11^y \\ c = 2^x \cdot 11^y \end{cases}$, где $x \in \{x_1; x_2; x_3\}$, $y \in \{y_1; y_2; y_3\}$)

Так как $НОД(a;b;c) = 2^1 \cdot 11^1$, то $\begin{cases} x_3 = 1 \\ y_3 = 1 \end{cases}$

А т.к. $НОК(a;b;c) = 2^{16} \cdot 11^{19}$, то $\begin{cases} x_1 = 16 \\ y_1 = 19 \end{cases}$, откуда $\begin{cases} x_2 \in \{1; 2; \ldots; 16\} \\ y_2 \in \{1; 2; \ldots; 19\} \end{cases}$, где $x_2 \in \mathbb{Z}$, $y_2 \in \mathbb{Z}$

1) Если $x_2 = 1$; $y_2 = 1$, тогда количество неупорядоченных троек $(a;b;c)$ равно двум (2): $\left(\begin{cases} a = 22 \\ b = 22 \\ c = 2^{16} \cdot 11^{19} \end{cases} ; \begin{cases} a = 22 \\ b = 2^{16} \cdot 11 \\ c = 2 \cdot 11^{19} \end{cases} \right)$, а упорядоченных: $3 + 3! = 3 + 6 = 9$

2) Аналогично, ~~две~~ девять ~~пары~~ тройки чисел $(a;b;c)$ при $x_2 = 16$; $y_2 = 19$.

3) Если $\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 19 \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2 = 16 \\ y_2 = 1 \end{cases}$, то тоже есть всего по 2 неупорядоченные тройки чисел для этих пар x_2 и y_2

$\left(\begin{cases} a = 2 \cdot 11 \\ b = 2 \cdot 11^{19} \\ c = 2^{16} \cdot 11^{19} \end{cases} ; \begin{cases} a = 2 \cdot 11^{19} \\ b = 2 \cdot 11^{19} \\ c = 2^{16} \cdot 11 \end{cases} \right)$

А упорядоченных для каждой пары x_2 и y_2: $3! + 3 = 9$

4) Если $\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 \neq 1 \\ y_2 \neq 19 \end{cases}$, то существуют тройки вида:

$\begin{cases} a = 2 \cdot 11 \\ b = 2 \cdot 11^y \\ c = 2^{16} \cdot 11^{19} \end{cases}$, где $y \in \underbrace{\{2; \ldots; 18\}}_{17}$

или

$\begin{cases} a = 2 \cdot 11 \\ b = 2 \cdot 11^{19} \\ c = 2^{16} \cdot 11^y \end{cases}$ или $\begin{cases} a = 2 \cdot 11^y \\ b = 2 \cdot 11^{19} \\ c = 2^{16} \cdot 11 \end{cases}$ $\rightarrow$ всего их 3 неупорядочены

1

Черновик

$\alpha+\beta=90^\circ$

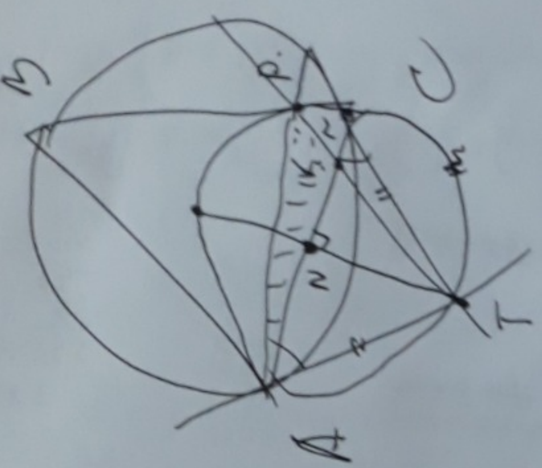
$\frac{\alpha+\alpha+\beta}{2}=90^\circ$

$\alpha+\alpha+\beta=180^\circ$

$\frac{a}{b}=1$

$\log_a b \qquad \log_{c^2} a^2 \qquad \log_{b^2} c$

$\log_c a$



$\log_a b = \log_c a =$

$\log_a b \cdot \log_a c = 1.$

$\log_{(x+34)} (4x^2+92x+23^2)$

$\log_{(x^2+8x+16)} (x+34)$

$\log_{(2x+23)} (x^2+8x+16)$

$2\log_a b = \log_c a = \log_b c + 1.$

$2\log_a b - \frac{1}{\log_a c} = 0.$

$2\log_a b \cdot \log_a c = 1$

	2	0	-1	-1
1	2	2	1	0

$x > -34$

$x > -11{,}5$

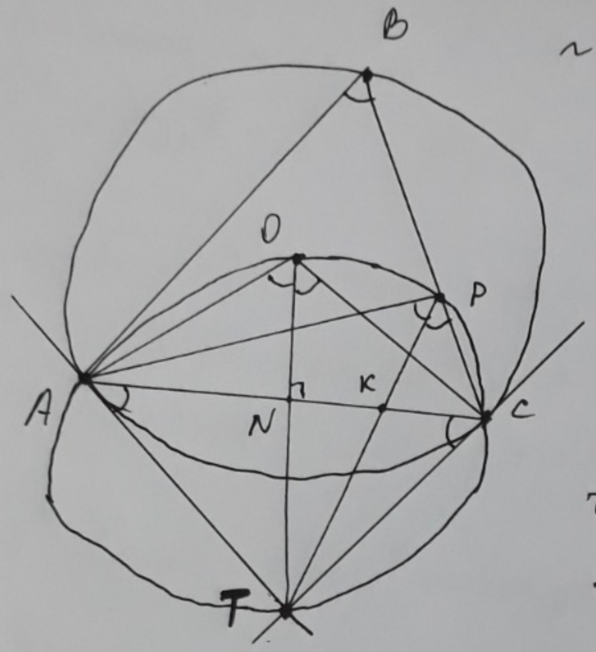
x

$a = c^{\log_b c}$

$2 \cdot \frac{1}{\log_b c} \log_c b = 2.$

Чистовик:

№6



AOCT – вписанный, так как $\angle OAT = \angle OCT = 90°$ (угол между радиусом и касательной)

А так как $A \in \omega_0$; $O \in \omega_0$; $C \in \omega_0$, ω_0 – окружность, проходящая через точки A, O и C, то $T \in \omega_0$, тогда

$\alpha = \angle APT = \angle ACT$, $\angle ACT = \angle ABC$ как угол между касательной и хордой.

Т.к. O – центр описанной окружности, то ON – серединный перпендикуляр =>

$\Delta ANO = \Delta CNO \Rightarrow \angle AOT = \underset{\angle CPT}{\underset{\parallel}{\angle COT}} = \angle CAT$ (как вписанные опирающиеся на одну и туже дугу)

$$\left.\begin{aligned} S(APK) &= \tfrac{1}{2} AP\cdot PK\cdot \sin\alpha = 15 \\ S(CPK) &= \tfrac{1}{2} PC\cdot PK\cdot \sin\alpha = 13 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{15}{13}$$

$$AP = \frac{15}{13} PC$$

$\Delta ABC \sim \Delta KPC$ по двум углам ($\angle B = \angle KPC$; $\angle BCA$ – общий)

$$\frac{S(ABC)}{S(KPC)} = k^2 = \frac{BC^2}{PC^2}; \quad S(ABC) = 13\cdot\frac{BC^2}{PC^2} = 13\,\frac{AC^2}{KC^2}$$

$$\frac{AK}{KC} = \frac{15}{13}; \quad \frac{AC}{KC} = \frac{KC + \frac{15}{13}KC}{KC} = \frac{28}{15} \Rightarrow$$

$$= S(ABC) = 13\cdot\frac{28^2}{13^2} = \frac{28^2}{13}$$

Ответ: а) $S(ABC) = \cancel{13\cdot\frac{28}{13}}\ \frac{28^2}{13}$

5

Чистовик (№5)

если $a = c$, то

$2\log_a b = 1$; $\log_a b = \frac{1}{2}$; $a = b^2$ =>

=> $\sqrt{x+34} = 2x+23 = -x-4$

$\begin{cases} \sqrt{x+34} = 2x+23 \\ 3x = -27 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -9 \\ 5 = 5 \text{ (и)} \end{cases}$ => $x = -9$

3° Если $2\log_a b = \log_b c$; $\cancel{b^{\log_{a^2} b} = c}$ ~~=>~~ $\log_a b = \cancel{\log_{b^2} c}$

$\cancel{b = a^{\log_{b^2} c}}$

$\log_c a = \log_b c + 1$ $\qquad b^{\log_{a^2} b} = c.$

$\cancel{\log_c a = \log_{(a^{\log_{b^2} c})} c + 1}$

$\log_{(b^{\log_{a^2} b})} a = \log_b b^{\log_{a^2} b} + 1$

$\frac{\log_b a}{\log_{a^2} b} = \log_{a^2} b \cdot \log_b b + 1.$

$2\log_b^2 a = \frac{1}{2}\log_a b + 1$

$4\log_b^3 a - 2\log_b a - 1 = 0$ не подходит.

Ответ: $x = -9$

4

Чистовик

№5

Пусть

$$\begin{cases} \sqrt{x+34} = a \\ \sqrt{2x+23} = b \\ -x-4 = c \end{cases}$$, тогда $\log_a b^2$; $\log_{c^2} a^2$; $\log_b c$ или

$2\log_a b$; $\log_c a$; $\log_b c$

1° Предположим, что $\log_c a = \log_b c$, тогда

$a = c^{\log_b c} \Rightarrow$

$2\log_a b = 2\log_{c^{\log_b c}} b = 2\frac{\log_c b}{\log_b c} = 2\log_c^2 b$

Из условия

$2\log_a b = \log_b c + 1.$

$2\log_c^2 b = \frac{1}{\log_c b} + 1$; $2\log_c^3 b - \log_c b - 1 = 0$

$$\left[\begin{array}{l} \log_c b = 1 \\ 2\log_c^2 b + 2\log_c b + 1, \ \frac{D}{4} = 1-2 < 0 \end{array}\right.$$

$\log_c b = 1 \Rightarrow b = c \Rightarrow$

$\log_c a = 1 \Rightarrow a = b = c$ $\Rightarrow$

$\sqrt{x+34} = \sqrt{2x+23} = -x-4$

$$\begin{cases} x+34 = 2x+23 \\ \cancel{x^2+8x+16 = x+34} \quad -x-4 = \sqrt{x+34} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 11 \\ -(11+4) = \sqrt{11+34} \ (\text{л}) \end{cases}$$

2° если: $2\log_a b = \log_c a$; $\cancel{a = c^{\log_a b^2}}$ $\Rightarrow$ $\log_a b = \log_{c^2} a$

$b = a^{\log_{c^2} a}$

$\log_b c = \log_c a + 1.$

$\log_{a^{\log_{c^2} a}} c = \log_c a + 1$; $\frac{\log_a c}{\log_{c^2} a} = \log_c a + 1$

$2\log_a^2 c = \frac{1}{\log_c a} + 1$, аналогично получаем, что $a = c$

3

21101153 (U370757 M1302601)