Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101077**

ID профиля: **315390**

Вариант 23

Математика, 11 кл

Чистовик. Часть 1.
Вариант 23.

№1

Пусть d – разность нашей прогрессии. Тогда, по формулам арифм. прогрессии: $S = \frac{2a_1+5d}{2}\cdot 6 = 6a_1 + 15d$; $a_{10}\cdot a_{16} = (a_1+9d)(a_1+15d)$; $a_{11}\cdot a_{15} = (a_1+10d)(a_1+14d)$. По условию:

$$\begin{cases}(a_1+9d)(a_1+15d) > 6a_1+15d+39\\ (a_1+10d)(a_1+14d) < 6a_1+15d+55\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a_1^2+24a_1d+135d^2 > 6a_1+15d+39 \quad (1)\\ a_1^2+24a_1d+140d^2 < 6a_1+15d+55 \quad (2)\end{cases}$$

Из (2): $-a_1^2-24a_1d-140d^2 > -6a_1-15d-55$. Просуммируем с (1):

$-5d^2 > -16$ $\quad d^2 < \frac{16}{5}$ $\quad -\frac{4}{\sqrt5} < d < \frac{4}{\sqrt5}$. ~~Т.к. прогрессия возрастающая, $d>0$. $0<d<\frac{4}{\sqrt5}$. Подставим предельные значения d в неравенства, чтобы ограничить a_1.~~

~~1) $d=1$: $a_1^2+24a_1+135 > 6a_1+54$. $a_1^2+18a_1+81>0$ $(a_1+9)^2>0$~~
~~$a_1\in(-\infty;-9)\cup(-9;+\infty)$. $a_1^2+24a_1+140<6a_1+70$. $a_1^2+18a_1+70<0$~~
~~$D=324-280=44$.~~
~~$a_1 = \frac{-18\pm2\sqrt{11}}{2} = -9\pm\sqrt{11}$.~~
~~2) $d=$~~
~~$a_1\in(-9-\sqrt{11};-9)\cup(-9;-9+\sqrt{11})$.~~

Чтобы все члены были целыми, d тоже должно быть целым. Между тем, прогрессия возрастающая. Значит, $d>0$, т.е. $0<d<\frac{4}{\sqrt5}$.

$\frac{4}{\sqrt5} < \frac{4}{2} = 2$. Следовательно, единственное целое число между 0 и $\frac{4}{\sqrt5}$ – это 1, т.е. $d=1$. Тогда:

$$\begin{cases}a_1^2+24a_1+135 > 6a_1+54\\ a_1^2+24a_1+140 < 6a_1+70\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}a_1^2+18a_1+81>0\\ a_1^2+18d+70<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(a+9)^2>0 \quad (3)\\ (a_1^2+18d+70)<0 \quad (4)\end{cases}$$

Из (3) $a_1\in(-\infty;-9)\cup(-9;+\infty)$.

Рассм. (4): $D=324-70\cdot4=44$. $a_1=\frac{-18\pm2\sqrt{11}}{2} = -9\pm\sqrt{11}$ – корни.

Тогда $a_1\in$ $(-9-\sqrt{11};-9+\sqrt{11})$. Объединим с (3): $a_1\in(-9-\sqrt{11};-9)\cup(-9;-9+\sqrt{11})$.

$4>\sqrt{11}>3$. Тогда, т.к. a_1 – целое, оно может быть равно: $-12;-11;-10;-8;-7;-6$.

Ответ: $a_1\in\{-12;-11;-10;-8;-7;-6\}$

1

Математика, 11 кл

Чистовик. Часть 1.
Вариант 23.

№3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 8\\ a^2+b^2\le \min(-4a+4b;8).\end{cases}$$

Первое неравенство задаёт окр-ть радиусом $2\sqrt{2}$ и центром в точке $(a;b)$. Рассмотрим второе нер-во:

1) Пусть $-4a+4b>8$. Тогда $b>a+2$.
$a^2+b^2\le 8$. На пл-ти Oab эти нер-ва задают следующее:

2) $-4a+4b\le 8$. $b\le 2+a$.

~~$b\le a+2$~~

$(a+2)^2+(b-2)^2\le 8$ – окр-ть с центром $(-2;2)$ и $R=2\sqrt{2}$

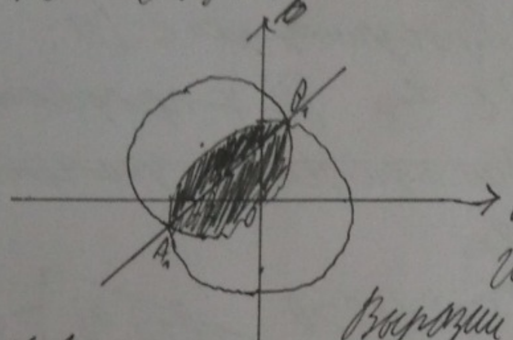


рис. 1.

Итоговые значения a и b изобр на рис. 1.
Выразим их в неравенствах.

$2-2\sqrt{2}\le b\le 2\sqrt{2}$; $-2\sqrt{2}\le a\le 2\sqrt{2}-2$ – всевозможные координаты центра окр-ти первого неравенства. ABCD на рис. 2 показывает всевозможные расположение центра окр-ти первого нер-ва. По итогу, все эти окр-ти задают одну большую окр-ть с центром в ~~(0;0) и радиусом~~ точке

$$\left(\frac{2\sqrt{2}-2-2\sqrt{2}}{2};\ \frac{2\sqrt{2}-2+2\sqrt{2}}{2}\right)=$$

$=(-1;\ 2\sqrt{2}-1)$ и радиусом $r=4\sqrt{2}$. Тогда площадь будет равна $S=\pi r^2=32\pi$.

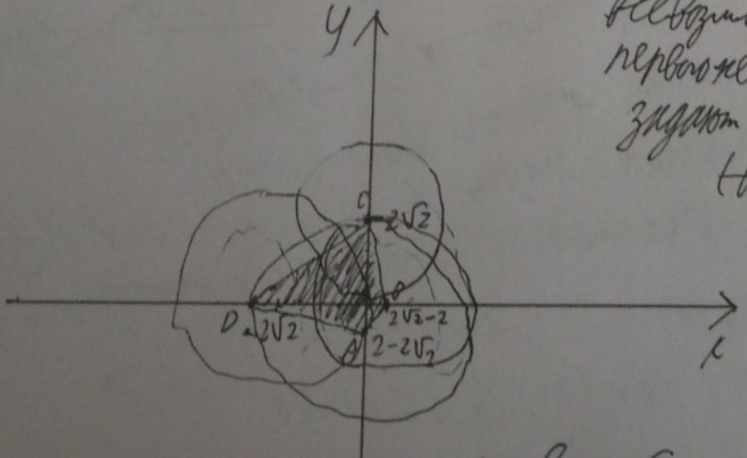


рис. 2

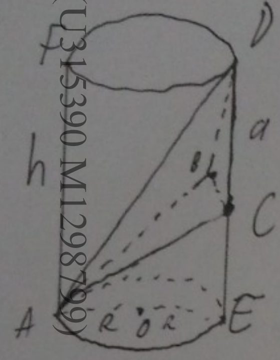
Ответ: 32π.

2

Математика, 11 Кл

Чистовик. Часть 1.
Вариант 23.

№2



$CD = ?$

Решение:

Пусть $CD = a$, высота цилиндра $- h$.

Чтобы радиус основания тетраэдра был наименьшим, необходимо, чтобы AD было диагональю осевого сечения цилиндра

Черновик

$16 + 96d + 135d^2 > 24 + 15d + 39$

$135d^2 + 81d - 47$

$100 + 240d + 135d^2 > 60 + 15d + 39$

$135d^2 + 225d + 1 > 0$

$\frac{135 \cdot 16}{5} - \frac{225 \cdot 4}{\sqrt{5}} + 1 > 0$

$a_1^2 + 24a_1 + 135 > 6a_1 + 54$

$a_1^2 + 18d + 81 > 0$

$(a_1 + 9)^2 > 0$

$a_1^2 + 24a_1 + 240 < 6a_1 + 70$

$a_1^2 + 18d + 70 < 0$

d, 2, -2, a_1

$1 < d < \frac{4}{\sqrt{5}}$

$D = \cancel{...}$

$534 \,|\, 3$, 178

-6760, 676, 6084

$\frac{16}{5}$

$\frac{4}{\sqrt{5}} > \frac{n}{3}$

$\frac{12}{\sqrt{5}} > n$

$n\sqrt{5} < 12$

$5n^2 < 144$

$n = 5$

$\frac{60}{\sqrt{5}} > n$

$\frac{n}{15} < \frac{4}{\sqrt{5}}$

$n\sqrt{5} < 60$

$5n^2 < 3600$

$6084 - 975 = 5109$

-625, 5, 3125

$5109 \,|\, 3$, 1703

-729, 5

-676, 5, 3380

$\frac{27}{15}$

$\frac{26}{15}$

26

$\frac{26}{15}$

$\frac{5}{3}$

$26 - 26$

$a_1^2 + \frac{178}{5}a_1 + \frac{1703}{5} = 0$

$5a_1^2 + 178a_1 + 1703 > 0$

$a_1^2 + \frac{24 \cdot a_1 \cdot 26}{15} + \frac{\cancel{135} \cdot 26^2}{\cancel{225}\,15} > 6a_1 + 26 + 39$

$a_1^2 + \frac{624}{15}a_1 - 6a_1 + \frac{9 \cdot 26^2 - 65 \cdot 15}{15} =$

$= a_1^2 + \frac{534}{15}a_1$

a_1^2

черновик

$$\begin{array}{r} 178 \\ \times\, 178 \\ \hline 1424 \\ 1246 \\ 178 \\ \hline 31684 \end{array}$$

$1703 \cdot 22$

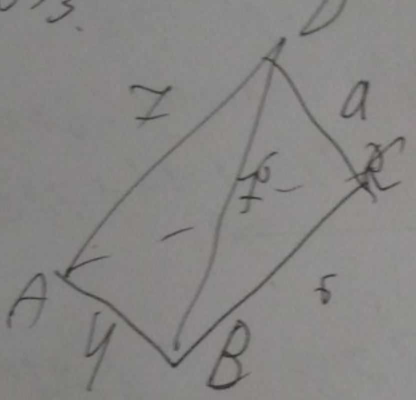
$$\begin{array}{r} 1703 \\ \times\, 20 \\ \hline 34060 \end{array}$$

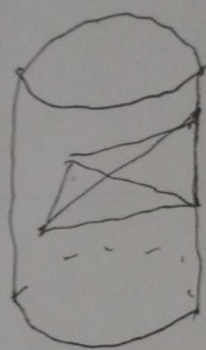
$$\frac{140 \cdot 26^2 - 225 \cdot 81}{225} =$$

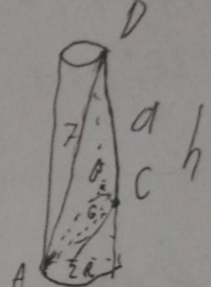
$5a_1^2 + 178d$

$49 - 36 = 13 =$

$\sqrt{73}$







$49 = 4R^2 + h^2$

$36 = 4R^2 + a^2 - 2ah + h^2$

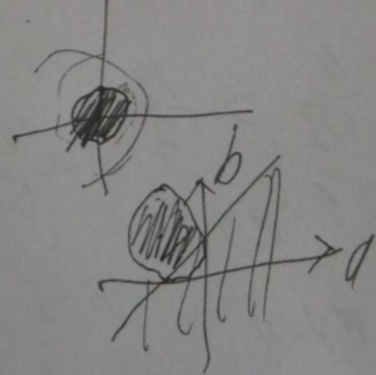
$13 = a^2 - 2ah$

$b < 2 + a$

$2\frac{\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2}{2} = 1$

$2\frac{\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} - 1$

$2\sqrt{2} > a + 2$



$a^2 + b^2 \le 8$

$-4a + 4b < 8$

$-a + b < 2$

$2\sqrt{2} \ge a + 2$ $\quad a^2 + 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 \le 8$

$a < 2\sqrt{2} - 2$ $\quad (a+2)^2 + (b-2)^2 \le 8$

$2 - 2\sqrt{2} < 2 + a$

$a > -2\sqrt{2}$

$S=\frac{2a_1+5d}{2}\cdot 6=6a_1+15d$ Черновик

$(a_1+9d)(a_1+15d)>6a_1+15d+39$

$(a_1+14d)(a_1+10d)<6a_1+15d+55.$

$a_1^2+24a_1d+135d^2>6a_1+15d+39$

$a_1^2+24a_1d+140d^2<6a_1+15d+\cancel{39}\,55.$

$-a_1^2-24a_1d-140d^2>-6a_1-15d-55$

$\frac{n}{3}>-\frac{4}{\sqrt5}$ $-5d^2>-16$ $\frac{4}{\sqrt5}\approx 1,\dots$

$n>-\frac{12}{\sqrt5}$ $d^2<\frac{16}{5}$ $d<\frac{4}{\sqrt5}$

$n<\frac{12}{\sqrt5}.$

$6a_1+15$ $a_1^2+\frac{96}{\sqrt5}a_1+27\cdot16>6a_1+\frac{15\cdot4}{\sqrt5}d+39$

$d=\frac{n}{3}$

a_1^2

$\frac{n}{5}$

$\frac{n}{15}.$ $a_1^2+a_1(24d-6)+135d^2-15d-39>0.$

$D=576d^2-288d+36-540d^2+60d+156=$

$=36d^2-228d+192=$

$=6(6d^2-48d+32)=$

$=12(3d^2-24d+16)$

$a_1^2-\frac{96}{\sqrt5}a_1+27\cdot16>6a_1-\frac{60}{\sqrt5}+39$

$a_1^2-a_1\left(\frac{96}{\sqrt5}+6\right)+27\cdot16+\frac{60}{\sqrt5}-39>0$

$D=\frac{96^2}{5}+36-\frac{12\cdot96}{\sqrt5}-4\left(27\cdot16-39+\frac{60}{\sqrt5}\right)$

Черновик

$a_1^2 - \frac{96}{\sqrt5}a_1 + 27\cdot16 > 6a_1 - \frac{60}{\sqrt5} + 39$

$a_1^2 - \left(6 + \frac{96}{\sqrt5}\right)a_1 + 393 + \frac{60}{\sqrt5} > 0$

$D = 36 + \frac{96^2}{5} + \frac{72\cdot96}{\sqrt5} - 393$

$6a_1 + 15d = t$

$-393\cdot4 - \frac{60\cdot4}{\sqrt5} =$

$a^2 - 2ah - 13 = 0$

$D = 4h^2 + 52$

$a = \frac{2h \pm 2\sqrt{h^2+13}}{2}$

$h \pm \sqrt{h^2+13}$

$h - \sqrt{h^2+13}$

$h + \sqrt{h^2+13}$

$\frac{12}{\sqrt5} > h > -\frac{12}{\sqrt5}$

$\frac{h}{3} > -\frac{4}{\sqrt5}$

$\frac{12}{\sqrt5} < \frac{12}{2} = 6$

$a^2 - 2ah = 13$

$-\frac{12}{\sqrt5} < -\frac{12}{2} = -6$

$-5; 5$

$-9; 9$

$-\frac{20}{\sqrt5}$

$4R^2 + a^2 - 2ah + h^2 = 36$

$4R^2 + h^2 = 36$

$-\frac{60}{\sqrt5}$

$-29; 29$

$27\cdot16 = 432$

$27\cdot29 = 783$

$783\cdot29 = 22707$

$696\cdot696 = 484416$

$a_1^2 - \frac{24\cdot29}{5}a_1 + \frac{27\cdot29^2}{5} > 6a_1 - 3\cdot29 + 39$

$a_1^2 -$

$a_1\left(\frac{30 + 24\cdot29}{5}\right) + \frac{27\cdot29^2 + 3\cdot29\cdot5 - 39\cdot5}{5}$

$5a_1^2 - a_1\cdot696 + 22947 > 0$

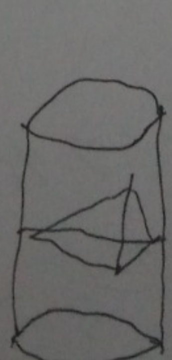
$D = 53$

$386\cdot386 = 148996$

$22947\cdot20 = 458940$

$394\cdot394 = 155236$

$484416 - 458940 = 25476$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101077**

ID профиля: **315390**

Вариант 23

Математика, 11 кл

Чистовик. Часть 2.
Вариант 23.

№ 4

$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 22 \\ НОК(a;b;c) = 2^{16} \cdot 11^{19} \end{cases}$

Как мы знаем, $НОД(x;y) \cdot НОК(x;y) = xy$, ~~Анл~~ где $x, y \in N$.
Аналогично, $НОД(a;b;c) \cdot НОК(a;b;c) = abc = 22 \cdot 2^{16} \cdot 11^{19} =$
$= 2^{17} \cdot 11^{20}$. ~~Из этого~~ Пусть $a = 2^{\alpha} \cdot 11^{\beta}$. Тогда $bc = 2^{17-\alpha} \cdot 11^{20-\beta}$;
$\alpha, \beta \geq 0, \alpha, \beta \in Z$. $\alpha \in [0;17]$; $\beta \in [0;20]$. Если мы задаём α и β какие-то значения, то bc задаётся однозначно. Пусть $\alpha = 17$, $\beta = 20$: Тогда $bc = 2^0 \cdot 11^0$.
Всего 1 способ задать b и c. Если $\alpha = 17$, $\beta = 19$, то 2 способа, и так далее..
Всего будет $1 + 2 + \ldots + 21 = \frac{21+1}{2} \cdot 21 = 231$ способ, если $\alpha = 17$.

$\alpha = 16$: Если $\beta = 20$, то 2 способа, $\beta = 19 \Rightarrow 4$ способа. $\beta = 18 \Rightarrow 6$ способов, и так далее.
Всего будет $2 + 4 + \ldots + 42 = \frac{2+42}{2} \cdot 21 = 462$ способа, если $\alpha = 16$.
Если $\alpha = 15$, то 693 способа, и так далее до $\alpha = 0$.
Всего будет $231 + 462 + \ldots + 18 \cdot 231 = \frac{19 \cdot 231}{2} \cdot 18 = 171 \cdot 231 =$
$= 39501$ троек.
Ответ: 39501.

№5 Чистовик. Часть 2.
Вариант 23.

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$; $\log_{(x+4)^2}(x+34)$; $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$.

ОДЗ:
$\begin{cases} x>-34 \\ x+34\neq 1 \\ 2x+23>0 \\ 2x+23\neq 1 \\ -x-4>0 \\ -x-4\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-34 \\ x\neq -33 \\ x>-\frac{23}{2} \\ x\neq -11 \\ x<-4 \\ x\neq -5 \end{cases}$

$x\in(-\frac{23}{2};-11)\cup(-11;-5)\cup(-5;-4)$.

Пусть $x+34=a$; $2x+23=b$; $-x-4=c$.

Тогда $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=\log_{\sqrt{a}}b=2\log_a b$.

$\log_{(x+4)^2}(x+34)=\log_{c^2}a=\frac{1}{2}\log_c a$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=\log_{\sqrt{b}}c=2\log_b c$.

Перемножим все три логарифма:

$2\log_a b\cdot\frac{1}{2}\log_c a\cdot 2\log_b c=$

$=2\cdot\log_a b\cdot\frac{\log_c a}{\log_c b}=2\cdot\log_a b\cdot\log_b a=2$. То есть, произведение всех трёх логарифмов равно 2. По условию, два из них должны быть равны, а третий больше каждого на 1. Пусть равные логарифмы равны ~~x~~ y. Тогда третий равен $y+1$. Составляем уравнение:

$y\cdot y\cdot(y+1)=2$. $y^3+y^2-2=0$.

$y^3+y^2-2=(y-1)(y^2+2y+2)=0$, откуда $y=1$ $(y^2+2y+2=(y+1)^2+1>0)$.

Т. е. это возможно тогда и только тогда, когда ~~всего~~ два логарифма равны 1, а третий 2. Имеем три случая:

1) $\begin{cases} \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=1 \quad (1) \\ \log_{(x+4)^2}(x+34)=1 \\ \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=1 \quad (2) \\ \log_{(x+4)^2}(x+34)=2 \\ \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=2 \\ \log_{(x+4)^2}(x+34)=1 \quad (3) \\ \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=1 \end{cases}$

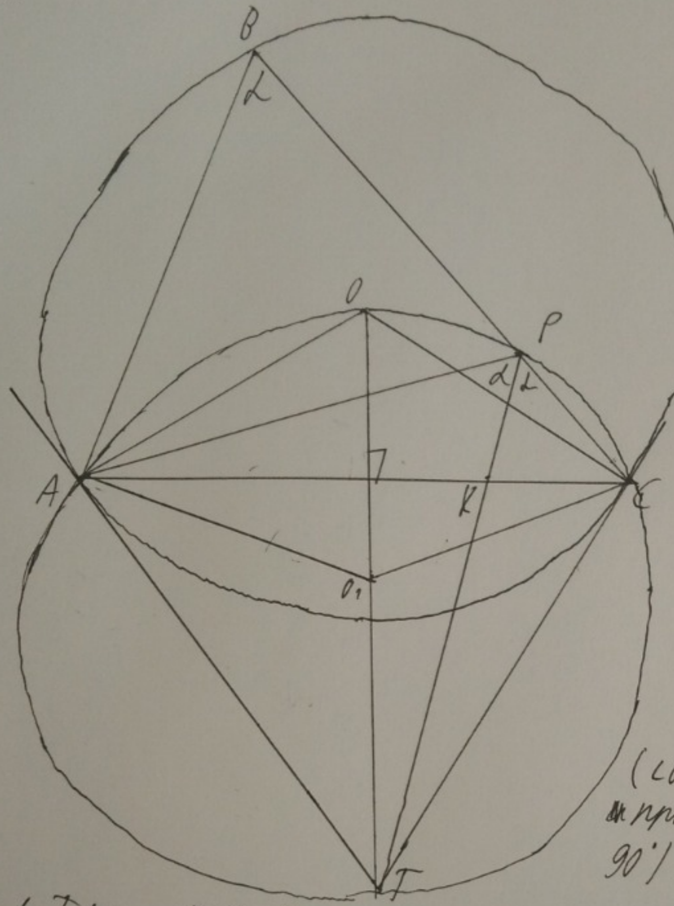
(1): $\sqrt{x+34}=2x+23$. $4x^2+91x+495=0$. На ОДЗ: $x=-9$. Этот корень подходит.
Во втором случае из (2) x тоже равен -9. Но он не подходит другим двум ур-иям.
В третьем случае из (3): $x^2+8x+16=x+34$. $x^2+7x-18=0$. По теореме Виета $x=-9$; $x=2$. Оба корня не подходят. Итог: $x=-9$.

Ответ: -9.

Математика, 11кл

Шестовик. Часть 2.
Вариант 23.

№6



Решение:

а) AT и CT – касат. из одной точки => AT = CT => => ∠TAC = ∠TCA.
Заметим, что A, O, C, T лежат на одной окр-ти.
ΔAOC и ΔATC – равнобедренные
Центр окр-ти лежит ~~на OT. Пусть O_1 – центр нашей окр-ти. Тогда $AO_1 = O_1C$ (радиусы). TO – биссектриса => => $\angle ATO_1 = \angle CTO_1$, AT = CT, O_1T – общ. => $\Delta AO_1T = \Delta CO_1T$ =>~~

=> Заметим, что ∠OAT и ∠OCT – прямые => ∠OAT + ∠OCT = 180° => => A, O, C, T лежат на одной окр-ти.
(∠OAT и ∠OCT прямые, т.к. угол между радиусом, провед. в точку касания, и касательной равен 90°).

Тогда ∠TAC = ∠TPC, ∠APT = ∠ACT, т.к. опираются на одну дугу.
Но ∠TAC = ∠ACT => ∠APT = ∠CPT => PK – биссектриса ΔAPC (По св-ву бис. $\frac{AK}{KC} = \frac{AP}{PC} = \frac{S_{AKP}}{S_{PKC}}$)
По теореме об угле между касательной и хордой, ∠TAC = ∠ABC = α.
Тогда ∠APK = ∠CPK = α. Тогда PK ∥ AB => по теореме Фалеса $\frac{CP}{PB} = \frac{CK}{AK}$ =>
=> $\frac{CP}{PB} = \frac{13}{15}$ => $\frac{CP}{CB} = \frac{13}{28}$. Из подобия ΔABC и ΔKPC $\frac{PK}{AB} = \frac{13}{28}$.
Тогда $\frac{S_{CPK}}{S_{ABC}} = \frac{CP \cdot PK}{CB \cdot AB} = \frac{13 \cdot 13}{28 \cdot 28}$. Из условия, $S_{CPK} = 13$ => $\frac{13}{S_{ABC}} = \frac{13 \cdot 13}{28 \cdot 28}$.

$S_{ABC} = \frac{28 \cdot 28}{13} = \frac{784}{13}$.

б) Пусть $\angle ABC = \alpha = \operatorname{arctg}\frac{4}{7}$ => $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{7}$; $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$. $\cos^2\alpha = \frac{49}{65}$ =>
=> $\cos 2\alpha = \cos APC = 2\cos^2\alpha - 1 = \frac{98}{65} - 1 = \frac{33}{65}$ => $\sin 2\alpha = \frac{56}{65}$. По св-ву биссектр. $\frac{AP}{PC} = \frac{15}{13}$
$AP = 15x$; $PC = 13x$. $S_{APC} = 28 = \frac{1}{2} \cdot 15x \cdot 13x \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \cdot 15x \cdot 13x \cdot \frac{56}{65}$. $65 = 195x^2$
$x = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $AP = 5\sqrt{3}$; $PC = \frac{13}{\sqrt{3}}$. По теор. косинусов для ΔAPC: $AC^2 = 75 + \frac{169}{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} \cdot \frac{13}{\sqrt{3}} \cdot \frac{33}{65} =$
$= \frac{394}{3} - 66 = \frac{394 - 198}{3} = \frac{196}{3}$ => $AC = \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{14\sqrt{3}}{3}$.

3

Ответ: а) $S_{ABC} = \frac{784}{13}$; б) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$.

21101077 (U315390 M1298800)

Черновик.

$65 \cdot 65$
$\begin{array}{r} 325 \\ 390 \\ \hline 4225 \end{array}$

$\frac{394-198}{3} = \frac{196}{3}$

$4225 - 1089 = $
$\begin{array}{r} 4225 \\ -1089 \\ \hline 3136 \end{array}$

$\frac{2 \cdot \cancel{5\sqrt{3}} \cdot 13 \cdot 33}{\cancel{65 \cdot \sqrt{3}}} = 66$

$\begin{array}{r} 394 \\ \cdot 65 \\ \hline 1970 \\ +2364 \\ \hline 25610 \end{array}$

56^2

$\begin{array}{r} 56 \\ \cdot 56 \\ \hline 336 \\ +280 \\ \hline 3136 \end{array}$

$\frac{56}{65}$

$\begin{array}{r} 390 \\ \cdot 33 \\ \hline 1170 \\ +1170 \\ \hline 12870 \end{array}$

$\frac{1}{2} \cdot 15x \cdot 13x \cdot \frac{56}{65} = 28$

$980 \,|\, 5 = 196$
$\begin{array}{r} -5 \\ 48 \\ -45 \\ 30 \end{array}$

$\frac{14\sqrt{3}}{3}$

$\frac{195x^2}{65} = 1$

$\begin{array}{r} 25610 \\ -12870 \\ \hline 22740 \end{array}$

$195 \,|\, 5 = 39$
$\begin{array}{r} -15 \\ 45 \end{array}$

$x^2 = \frac{65}{195} = \frac{13}{39} = \frac{1}{3}$

$22740 \,|\, 65 = 349$
$\begin{array}{r} -195 \\ 324 \\ -260 \\ 640 \\ -595 \\ 45 \end{array}$

$394 \,|\, 2 = 197$
$\begin{array}{r} -2 \\ 19 \\ -18 \\ 14 \end{array}$

$x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad$ ~~$AC = 13 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$~~

$AO = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$ $\quad$ $\frac{13\sqrt{3}}{3}$

$AC^2 = 75 + \frac{169}{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} \cdot \frac{13}{\sqrt{3}} \cdot \frac{33}{65} =$

$= \frac{225 + 169 - \cancel{2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 33}}{3} - \frac{2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 33}{65} =$

$\frac{394 \cdot 3 - 330 \cdot 3}{15} = \frac{1970 - 990}{15} = \frac{980}{15} = \frac{196}{3}$

$= \frac{394}{3} - \frac{130 \cdot 33}{65} =$

$\frac{10\sqrt{3} \cdot 13 \cdot 33}{\sqrt{3} \cdot 65} =$

$= \frac{394 \cdot 65 - 390 \cdot 33}{65}$

$\frac{394}{3} - \frac{330}{5} = \frac{330}{5}$

$\begin{array}{r} 225 \\ +169 \\ \hline 394 \end{array}$

21101077 (U315390 M1298800)

Черновик.

$\sin 2\alpha = \sqrt{1-}$

$\frac{13\cdot 7\cancel{2}}{28\cdot 28} = \frac{73}{x}$

$x = \frac{2828}{73}$

$S_{APK} = 15$

$S_{CPK} = 13$

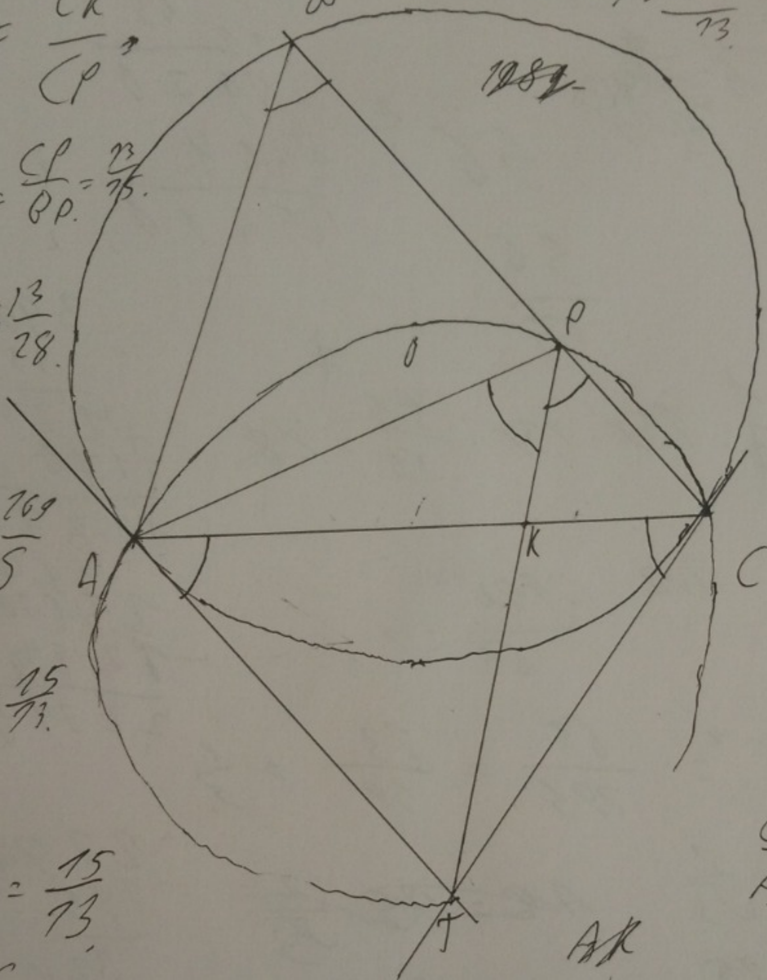
$\frac{AK}{BP} = \frac{CK}{CP}$

$\frac{CK}{AK} = \frac{CP}{BP} = \frac{13}{15}$

$\frac{CP}{BP} = \frac{13}{28}$

$\frac{CK^2}{AC^2} = \frac{169}{5}$

$\frac{AK}{CK} = \frac{15}{13}$



$\frac{AK}{KC} = \frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{15}{13} = \frac{AP}{PC}$

$\frac{1}{2}\cdot AP\cdot PC\cdot \sin 2\alpha$

$\frac{1}{2} AP\cdot PC\cdot \sin\alpha$

$\frac{1}{2}\cdot AP\cdot PC\cdot \sin 2\alpha = 28$

$\frac{CK}{AK} = \frac{CP}{CB}$

$\frac{13}{15} = \frac{CP}{CB}$

$\frac{AK}{CK} = \frac{15}{13}$

AK

$\cancel{\frac{S_{APK}}{S_{CB}}}$

$\frac{\frac{225}{169}AK^2}{AC^2} = \frac{169}{\cancel{AC}\ 5}$

$\frac{S_{AKC}}{S_{APK}} = \frac{15}{13} =$

$\frac{PK}{AP}$

$\frac{49}{65}$

$\frac{7}{\sqrt{65}}$

$\frac{1}{2}\cdot 15x\cdot 13x\cdot \sin 2\alpha = 28$

$\frac{S_{APK}}{S_{ABC}} = 225$

$\cos^2\alpha =$

$\frac{AK}{KC} = \frac{15}{13}$

$x = \frac{225}{13}$

$1 + \frac{16}{49} = \frac{65}{49}$

$\frac{\frac{1}{2}\cdot 13x\cdot \cancel{18x}\ 13y}{\frac{1}{2}\cdot 15y\cdot 15x} = \frac{169}{225} = \frac{73}{x}$

Черновик.

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$

$\log_{(x+4)^2}(x+34)$ $\quad \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$.

$\log_{\sqrt{a}}(b)$

$\log_{c^2} a$ $\quad \log_{\sqrt{b}}(-c)$

$\log_{\sqrt{a}} b = 2\log_a b$

$\log_{c^2} a = \frac{1}{2}\log_c a.$ $\quad 2\log_b(-c)$.

$2 \cdot \log_a b \cdot \frac{1}{2}\log_c a \cdot 2\log_b c =$

$= 2 \cdot \log_a b \cdot \frac{\log_c a}{\log_c b} = 2\log_a b \cdot \log_b a = 2.$

$56 \cdot 56 = 3136$

$3136 + 1089 = 4225$

$65 \cdot 65 = 4225$

$\sqrt{x+34} = 2x+23$

$4x^2 + 92x + 529 = x + 34$

$4x^2 + 91x + 495 = 0.$

$91 \cdot 91 = 8281$

$495 \cdot 16 = 7920$

$\frac{-91+19}{8} = -9$

$x^2 \cdot (x+1) = 2.$

$x^3 + x^2 - 2 = 0.$

$x = 1.$

361

$x^3 + x - 2 \;|\; x - 1$

$x^3 - x^2 \quad x^2 + x + 2$

$x^2 + x$

$x^2 - x$

$2x - 2$

$2x - 2$

$0.$

$-\frac{110}{8} = -\frac{55}{4} =$

$= -13{,}75.$

$x^2 + 8x + 16 = x + 34$

$x^2 + 7x - 78 = 0.$

$-9; 2$

$y^3 + y^2 - 2 \;|\; y - 1$

$y^3 - y^2 \quad y^2 + 2y + 2$

$2y^2$

$2y^2 - 2y$

$2y - 2$

$2y - 2$

$0.$

$y^3 + 2y^2 + 2y - y^2 - 2y - 2 =$

$= y^3 + y^2 - 2.$

$\log_{25}(25)$

$x + 34 = 2x + 23$

$x = 11.$

$\log_{\sqrt{5}}(5) = 2.$

Черновик

НОД$(a;b;c)=22$

НОК$(a;b;c)=2^{16}\cdot 11^{19}$

$bc=2^{17-\alpha}\cdot 11^{20-\beta}$

$18 \cdot 20$

НОД·НОК$=22\cdot 2^{16}11^{19}=a\cdot b\cdot c$

$18.$

$2^{17}\cdot 11^{20}=a\cdot b\cdot c$

$2^{\alpha}\cdot 11^{\beta}\cdot 2^{17-\alpha}\cdot 11^{20-\beta}=2^{17}\cdot 11^{21}$

$\alpha\in[0;17]$ $18\cdot 21$

$\beta\in[0;20].$

$bc=2^{17-\alpha}\cdot 11^{20-\beta}$

$18\cdot 20=360$

$bc=2^{15}\cdot 11^{18}$

$16\cdot 17=$

$\frac{3783}{2}\cdot 21=$ $bc=2^{0}\cdot 11^{0}$ $1\cdot 1=1$ $2\cdot 1=2$

$2\cdot 2=4$

$1\cdot 2=2$ $2\cdot 3=6$

$=33\cdot 21$ $bc=2^{0}\cdot 11^{1}$ $1\cdot 3=3$

$\frac{21+1}{2}\cdot 21=$ $\frac{2+42}{2}\cdot 21=$

$=11\cdot 21=$ $=462$

$=231$

$$\begin{array}{r} 171\\ \times\ 231\\ \hline 171\\ 513\\ 342\\ \hline 39501 \end{array}$$

$\frac{231+18\cdot 231}{2}\cdot 18=$

$=19\cdot 231\cdot 9$

$$\begin{array}{r} 171\\ \times\ 231\\ \hline 171\\ 513\\ 342\\ \hline 39501 \end{array}$$