Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100829**

ID профиля: **863607**

Вариант 23

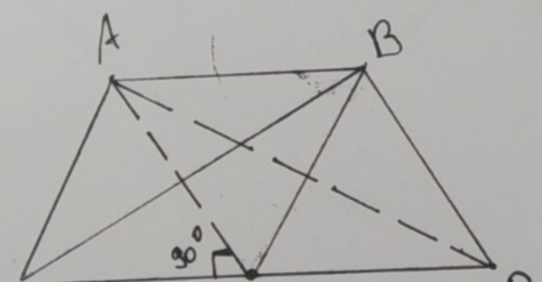
Чистовик 1

Задача 2

Заметим, что $\triangle CAD = \triangle CBD \Rightarrow$ высоты из вершин A и B падают в одну точку, назовем ее H, тогда $(ABH) \perp CD$, а значит паралельна основанию цилиндра $\Rightarrow$ радиус R описанной около $\triangle ABH$ окружности – это радиус цилиндра. При этом диаметр $D = 2R \geq AB$ т.к. AB – хорда $\Rightarrow$ min. R достигается, когда AB – диаметр $\Rightarrow$ $\angle AHB = 90^\circ \Rightarrow AH = BH = \frac{AB}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

тогда, Ответ: 1. $H \in CD$, $CD = CH + HD = \sqrt{36-8} + \sqrt{49-8} = \sqrt{28} + \sqrt{41}$

2. $H \notin CD \Rightarrow C \in HD$, $CD = HD - CH = \sqrt{41} - \sqrt{28}$



21100829 (U863607 M1303006)

Чистовик 2

Задача 3

Второе неравенство. $a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8)$

1) $-4a+4b < 8$:

$a^2+b^2 \le -4a+4b$

$a^2+4a+4-4+b^2-4b+4-4 \le 0$

$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8$

Решение — круг с центром в т $(-2;2)$. и радиусом $\sqrt{8}$

С учетом условия $-4a+4b \ge 8$ от круга остается небольшая область ниже прямой $-4a+4b=8$

Эти две области расположены симметрично по разные стороны от прямой $-4a+4b=8$ и эти являются частями окружностей.

Поэтому область всех возможных решений (a, b) — пересечение двух окруж. $R=\sqrt{8}$ и центрами в $(0;0)$ $(-2;2)$

21100829 (U863607 M1303006)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100829**

ID профиля: **863607**

Вариант 23

Чистовик 2

(продолжение з.4)

Мы посчитали по два раза, поэтому нужно ещё вычесть число вариантов, выбрать два числа из трёх. $\Rightarrow$ всего вариантов выбрать степени двойки для a, b, c: $6 \cdot 15$

Аналогично рассуждая про 11, получим $6 \cdot 18$ вариантов. А ответом будет произведение, так как на каждый вариант степень двоек подойдёт один из вариантов степеней 11.

Ответ: 9720

Чистовик 3

Задача 5

Первое число $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2\frac{\ln(2x+23)}{\ln(x+34)}$

Второе число $\log_{(x+4)^2}(x+34) = \frac{1}{2}\frac{\ln(x+34)}{\ln(-x-4)}$

Третье число $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = 2\frac{\ln(-x-4)}{\ln(2x+23)}$

Обозначим $\ln(2x+23)$ за A, $\ln(x+34)$ за B, $\ln(-x-4)$ за C.

Будем работать на области определения: все скобки $(2x+23)$; $(x+34)$; $(-x-4) > 0$, не равны 1, тогда наши числа можно переписать как:

$2\frac{A}{B}$; $\frac{1}{2}\frac{B}{C}$; $2\frac{C}{A}$

Перемножим числа из условия:

$2\frac{A}{B}\cdot\frac{1}{2}\frac{B}{C}\cdot 2\frac{C}{A} = 2$

по условию, два из наших логар. равны t, а третий равен $t+1$

$t\cdot t\cdot(t+1) = 2$

$t^3 + t^2 - 2 = 0$

$t = 1$

Рассмотрим первый лог. Он равен либо 2, либо 1

Чистовик 4

(продолжение з. 5)

1. $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=2$

$(2x+23)=\sqrt{(x+34)}^2$

Отсюда $x=11$. Но $x=11$ не входит в область определения $(-x-4>0)$, поэтому этот вар не подходит

2. $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=1$

$(2x+23)=\sqrt{(x+34)}$

$4x^2+92x+529=x+34$

Либо $x=-9$, либо $x=-\frac{55}{4}$.

Но $x=-\frac{55}{4}$ не входит в область определения $(2x+23>0)$

Поэтому $x=-9$ – единственный возможный вариант.

Подставляем $x=-9$ во все остальные логар, получаем, что первый равен 1, второй равен 1, а третий равен 2.

Условие выполнено.

Ответ: ~~...~~ $x=-9$

Чистовик 1

Задание 4

Заметим, что т.к. НОК - это произведение 2 и 11, то каждое из чисел - это произведение 2 в некоторой степени и 11 в некоторой степени. НОД(a; b; c) = 22 ⇒ степень и 2, и 11 в каждом числе не меньше одного, ⇒ НОК - это произведение 2 в максимальной степени, которая встречается у множителя 2 в этих трёх числах, аналогично для 11.

Сначала посчитаем кол-во вариантов выбрать степень двойки в каждом из чисел, чтобы соблюсти условие одна должна быть равна 1 (иначе НОД будет делиться на 4) и одна должна равняться степени из НОК, тогда посчитаем число вариантов, сначала 3 варианта, чтобы выбрать то, у которого будет максимальная степень. Потом 3 варианта, чтобы выбрать того, у которого будет степень 1 и последнее может принимать значение от 1 до 16.

Получается всего вариантов 6 · 16, но случаи, когда третье число равно максимуму или минимуму

21100829 (U863607 M1303007)

Черновик 1

Нок 2 · 11

$\begin{cases} НОД(a; b; c) = \cancel{22} \\ НОК(a; b; c) = 2^{16} \cdot 11^{18} \end{cases}$

нужно 2 возвести в макс степень

НОД (a; b; c) = 22. (степень не может ~~равняться~~ быть < 1

~~кол-ва степени для~~

кол-во ст. двоек условие

НОД 22 не делится на п

по 3 вариа

a; b; c

22a 22b 22c.

$\times \begin{array}{r} 16 \\ 6 \\ \hline 96 \end{array}$ = max!!! min!!

6 · 15 = 90

$\times \begin{array}{r} 18 \\ 6 \\ \hline 108 \end{array}$

$\times \begin{array}{r} 108 \\ 90 \\ \hline 9720 \end{array}$

108 · 90 = 9720

Написать Ответ!!! 9720.

Черновик 2

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23),\ \log_{(x+4)^2}(x+34),\ \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

найти x, при котором два числа равны, 3 > их на 1

$2x+23>0$
$x+34>0$. $x>-34$
$-x-4>0$
$\sqrt{x+34}>0$
$\sqrt{x+34}\neq 1$
$(x+4)^2>0$
$(x+4)^2\neq 0$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=\log_{(x+4)^2}(x+34)$

$\sqrt{x+34}=(x+4)^2$

$x+34=(x+4)^{2\cdot 2}$

$x=11$

$\log_{\sqrt{45}}(22+23)=\log_{(15)^2}(46)$

$2\lg 45(46)=\log_{225})$

$\log_{(x+4)^2}$

Представим через ln.

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=\log_{2x+\frac{2}{3}}(-x-4)$

$2\lg_{x+34}(2x+23)=2\lg_{2x+23}(-x-4)$

$\log_{x+34}(2x+23)-\log_{2x+23}(-x-4)$

$\frac{1}{\log_{2x+23}(x+34)}=\log_{2x+23}(-x-4)=1 \quad |\lg.$

$\left(\log_{2x+23}(x+34)\right)^{-1}=\log_{2x+23}(-x-4)$ Нет.

Чистовик 2

(продолжение з.4)

Мы посчитали по два раза, поэтому нужно ещё вычесть число вариантов, выбрать два числа из трёх. ⇒ всего вариантов выбрать степени двойки для a, b, c: $6 \cdot 15$

Аналогично рассуждая про 11, получим $6 \cdot 18$ вариантов. А ответом будет произведение, так как на каждый вариант степень двоек подойдёт один из вариантов степеней 11.

Ответ: 9720