Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100678**

ID профиля: **803678**

Вариант 23

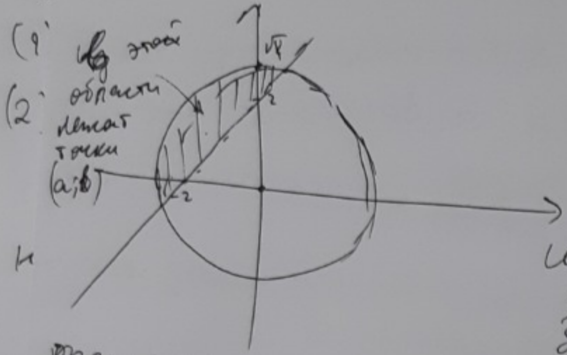
Чист 6 Вар 23

Чист 7 Вар 23

№3.1 (Продолж)

I случай

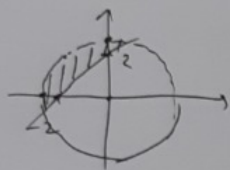
в этой области лежат точки $(a;b)$



II случай:

Из-за пересечения в системе заштрихованная часть и есть М

~~[illegible]~~ Заметим, что в обоих случаях площадь одинакова.

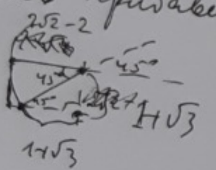


$S_? =$ Площадь сектора $= \frac{1}{4} S_{окр} = \frac{1}{4}\pi \cdot 8 = 2\pi$

$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$

Вычитаем $S_\Delta = 2 \Rightarrow 2\pi - 2$

Осталось прибавить 2 кусочка (равных):



Координаты т. пересечения

$$\begin{cases} y = x-2 \\ y^2+x^2 = 8 \end{cases} \quad (x-2)^2+x^2 = 8$$

$$2x^2-4x = 4$$

$$x^2-2x-2 = 0$$

$$x_{1,2} = \underline{1 \pm \sqrt{3}}$$

$$y = 1 \pm \sqrt{3} - 2 = -1 \pm \sqrt{3}$$

Числ 6 Вар 2 3

№3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b^2)\le 8 & (1)\\ a^2+b^2\le \min(4b-4a;\,8) & (2)\end{cases}$$

(1) Задает круг с центром $(a;b)$ и $R=2\sqrt{2}$

(2) 1) Если $\min(4b-4a;8)=8$, то $a^2+b^2\le 8$ ~~[illegible]~~

a, b - од числа ⇒ это нер-во либо верно, либо не верно, ~~[illegible]~~

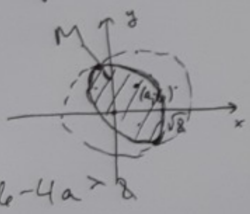
но мы знаем, что такие числа $(a;b)$ лежат в круге с центром $(0;0)$ и $R=2\sqrt{2}$

2) Если $\min(4b-4a;8)=4(b-a)$, то

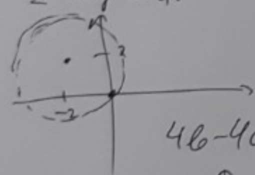
$a^2+4a+4+b^2-4b+4\le 8$

$(a+2)^2+(b-2)^2\le 8$ - такие числа $(a;b)$ лежат в круге с центром $(-2;2)$ и $R=2\sqrt{2}$

I случай:

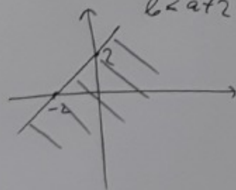


II случай:



$4b-4a<8$

$b<a+2$

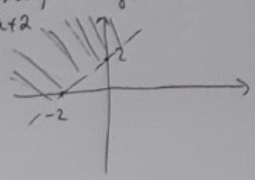


$4b-4a>8$

$b-a>2$ -

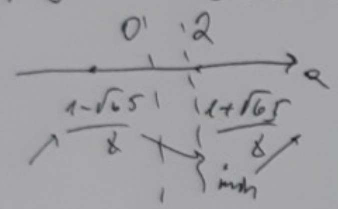
- посмотрим где лежат такие $(a;b)$

$b>a+2$



Вар 23 Лист 5

Продолжение 2 №2



$\frac{1+\sqrt{65}}{8} \lessgtr 2$

$1+\sqrt{65} \lessgtr 16$

$\sqrt{65} \lessgtr 15$

~~min достигается при $a=2$~~

Вар 23. Част 4

Продолжение №2

$R = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2-4}}$ По условию выбрали меньший радиус ->

-> Рассм. как функцию от a и найдем её минимум:

$f(a) = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2-4}}$

$f'(a) = \frac{1}{2}\left(a^2 \cdot (a^2-4)^{-\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\left(2a \cdot (a^2-4)^{-\frac{1}{2}} + a^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)(a^2-4)^{-\frac{3}{2}}\right) =$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{2a}{\sqrt{a^2-4}} - \frac{a^2}{2(\sqrt{a^2-4})^3}\right)$

Найдем минимум: $f'(a) = 0$

$D(f): a^2-4 > 0$

$a^2 > 4$

$|a| > 2$

$\frac{2a}{\sqrt{a^2-4}} - \frac{a^2}{2(\sqrt{a^2-4})^3} = 0 \quad | : a$

$\frac{2}{\sqrt{a^2-4}} = \frac{a}{2\sqrt{a^2-4}^3}$

$4(\sqrt{a^2-4})^3 = a\sqrt{a^2-4} \quad | : \sqrt{a^2-4}$

$4\sqrt{a^2-4}^2 = a$

$4(a^2-4) = a$

$4a^2 - a - 16 = 0$

$D = 1 + 4 \cdot 16 = 65$

$a_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{65}}{8}$

$+ \quad - \quad +$ $f'(a)$

$\frac{1-\sqrt{65}}{8} \quad \frac{1+\sqrt{65}}{8}$

min

$f(a)_{min} = \frac{1+\sqrt{65}}{8}$

Проверим на ОДЗ: $\frac{1+\sqrt{65}}{8} > 2$

$1+\sqrt{65} > 16$

$\sqrt{65} > 15$ - неверно => не подходит под ОДЗ

Вар 23 Рисунок 8

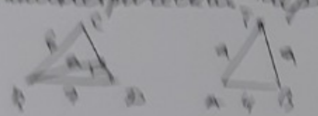
№2

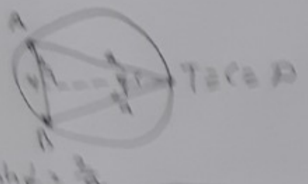
1) Рассмотрим вид „сверху" на такой цилиндр. Если CD || оси цилиндра, то при виде „сверху" ось цилиндра превратится в точку (центр окружности) и C=D, т.е. мы не будем различать C или D

отрезки будут равны, но не знаем чему будут равны, (назовём их a), т.к. симметрия цилиндра позволяет так!

Чтобы найти a, нужно провести перпендикуляр из A и B к CD — это и будет a

Планиметрический чертёж:





По теореме синусов $\triangle ATB$: $\frac{b}{\sin 2\alpha} = 2R$, где R — радиус цилиндра

$\sin\alpha = \frac{b}{2a}$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\frac{b^2}{4a^2}} = \frac{\sqrt{4a^2-b^2}}{2a}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{b\sqrt{4a^2-b^2}}{2a^2}$

$R = \frac{2a^2}{2\sqrt{4a^2-b^2}} = \frac{a^2}{\sqrt{4a^2-b^2}}$

21100678 (U803678 M1299337)

Вар. 23 Числ. 2

Продолжение №1

$d = 1$

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1+135 > 6a_1+15+39 \quad (1) \\ a_1^2+24a_1+140 < 6a_1+15+55 \quad (2) \end{cases}$$

(1) $a_1^2+18a_1+81>0$

$(a_1+9)^2>0$

$a_1 \neq -9$

(2) $a_1^2+18a_1+70<0$

$D/4 = 9^2-70=11$

$a_1 = -9 \pm \sqrt{11}$

$-9-\sqrt{11}$ $\quad$ $-9+\sqrt{11}$ $\quad$ a_1

$-9-\sqrt{4}$ $\quad$ $-9+\sqrt{4}$

Найдем целые числа из промежутка ~~$(-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11})$~~

$(-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11})$ $\quad$ ~~$(-\infty; -9-\sqrt{11}) \cup (-9+\sqrt{11}; +\infty)$~~

~~их бесконечно~~

-9 не подходит из 1 нер-ва $\Rightarrow$

2) $\sqrt{11}>3 \Rightarrow -9\pm1=-8;-10$

$\sqrt{11}<4$ $\quad$ $-9\pm2=-11;-7$

$-9\pm3=-12;-6$

} все подходят

Ответ: $-6; -7; -8; -10; -11; -12$

21100678 (U803678 M1299337)

Вар 23 Лист 1

№1

Если члены прогрессии целые, то и разность прогрессии целое число пусть d ... $d>0;\ d\in\mathbb{Z}$

$$S=\frac{a_1+a_6}{2}\cdot 6=(2a_1+5d)\cdot 3=6a_1+15d$$

1) $a_{10}\cdot a_{16}=(a_1+9d)\cdot(a_1+15d)=a_1^2+24da_1+135d^2$

2) $a_{11}\cdot a_{15}=(a_1+10d)(a_1+14d)=a_1^2+24da_1+140d^2$

3) $$\begin{cases}\overbrace{a_1^2+24da_1+135d^2}^{t}>6a_1+15d+39\\ \underbrace{a_1^2+24da_1+140d^2}_{t+5d^2}<\underbrace{6a_1+15d}_{z}+55\end{cases}$$

$$\begin{cases}t>z+39\\ t+5d^2<z+55\end{cases}$$

~~Если z ... $z+55>z+39$, $55>39$~~

~~т.е. число $t>z+39$, но $t+5d^2<z+55>z+39$~~

$z+55-z-39=16$

$$\begin{cases}t+16>z+55\\ t+5d^2<z+55\end{cases}$$

$5d^2<16$

$d^2<\frac{16}{5}\quad(d>0)$

$0<d<\frac{4}{\sqrt5}$

$\frac{4}{\sqrt5}\ \overset{>}{\vee}\ 1$ $\quad 4\ \overset{?}{\vee}\ \sqrt5$

$\frac{4}{\sqrt5}\ \overset{<}{\vee}\ 2$ $\quad 4\ \overset{<}{\vee}\ 2\sqrt5$ $\quad 2\ \overset{<}{\vee}\ \sqrt5$

Найдем такие d:

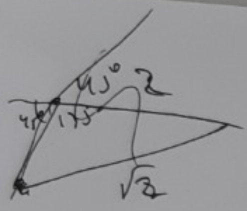
$d<\frac{4}{\sqrt5}>1$

$d<\frac{4}{\sqrt5}<2$

$1<\frac{4}{\sqrt5}<2$

$d\neq 2\Rightarrow d=1$

Другие d не подойдут, т.к. если $d=0$, то прогрессия не возраст. $\Rightarrow$



$y = x - 2$

$y^2 + x^2 = 8$

$x^2 - 2x \cdot 2 + \cancel{4} + x^2 = \cancel{8}\ 4$

$2x^2 - 4x = 4$

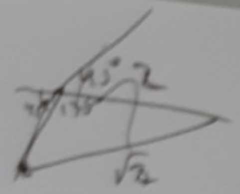
$x^2 - 2x = 2$

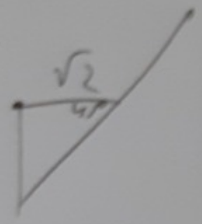
$\cancel{x^2 - 2 = 2}$

$\cancel{x^2 = 4}$

$\cancel{x = \pm 2}$

x^2

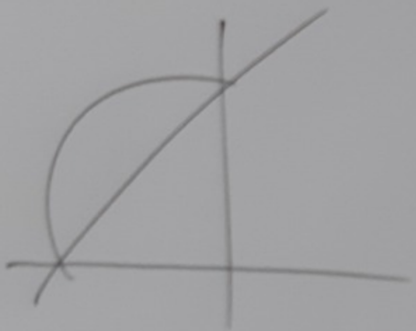




$y = x - 2$

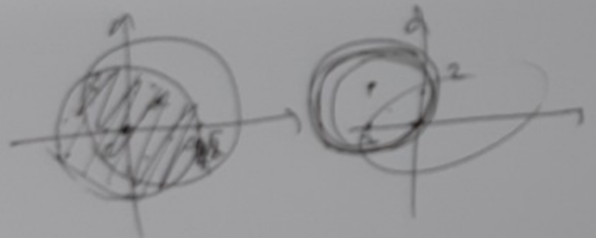
$y^2 + x^2 = 8$

$x^2 - 2x\cdot 2 + \cancel{4} + x^2 = \cancel{8}\ 4$



$2x^2 - 4x = 4$

$x^2 - 2x = 2$



№1 $a \in \mathbb{Z}$ $S_{6n} = S$ $a_n - ?$ $d > 0$

$a_{10} \cdot a_{16} > S + 39$ $S_{6n} = \frac{a_1 + a_6}{2} \cdot 6 = (2a_1 + 5d) \cdot 3$

$a_{11} \cdot a_{15} < S + 55$ $6a_1 + 15d = S$

$(a_1 + 9d) \cdot (a_1 + 15d) > (2a_1 + 5d) \cdot 3 + 39$

$15 \times 9 = 135$

$a_1^2 + 9da_1 + 15da_1 + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 39$

$a_1^2 + 24da_1 + 135d^2 - 6a_1 - 15d > 39$

$(a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < S + 55$

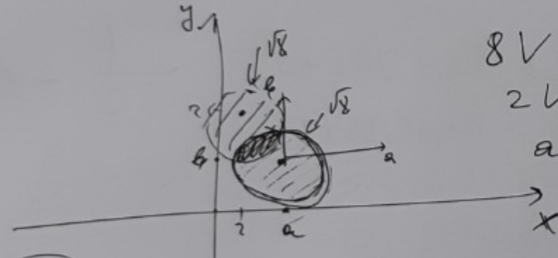
$a_1^2 + 24da_1 + 140d^2 < S + 55$

$a_1^2 + 24da_1 > 39 + \underbrace{6a_1 + 15d}_{S} - 135d^2$

$a_1^2 + 24da_1 < S + 55 - 140d^2$

$S + 55 - 140d^2 > a_1^2 + 24da_1 > 39 + S - 135d^2$

$a, b \geq 0$ min-8



$8 \vee 4b - 4a$

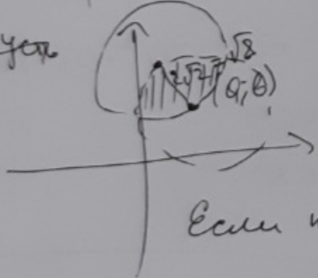
$2 \vee b - a$

$a^2 + b^2 \leq -4a + 4b$

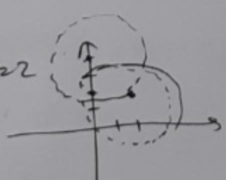
$a^2 + 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 \leq 8$

$(a+2)^2 + (b-2)^2 \leq 8$

Пусть

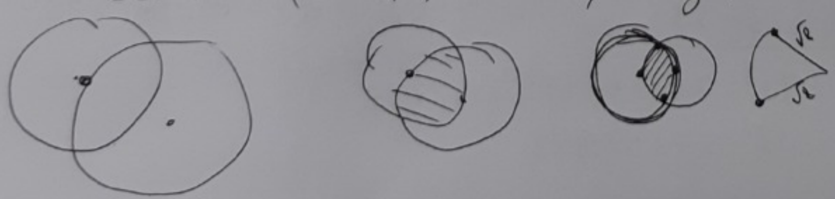


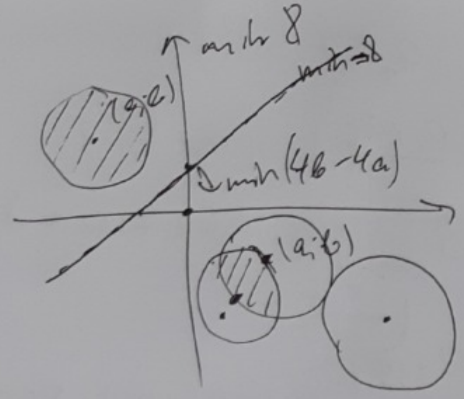
$a = b = 2$



Если $\min(4b - 4a; 8) = 8$, тогда $S = 2\pi r^2 = 8\pi$

Если $\min(4b - 4a; 8) = 4b - 4a$, тогда $S =$





$b - a\sqrt{2}$ $\quad$ $b\sqrt{2} + a$

$b\sqrt{2} + a$ $\quad$ $a < 2$

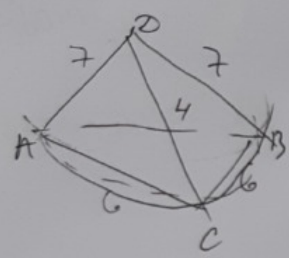
$b = 2 \pm a$

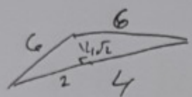
$\frac{4}{a^2}\sqrt{a^2-4} \le 1$

$4\sqrt{a^2-4} \le \frac{a^2}{4}$

$a^2 - 4 \le \frac{a^4}{16}$

$\sqrt{36-4} = \sqrt{32} = 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$





1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{15} = a_1 + 14d$

$$\begin{cases} (a_1+10d)(a_1+14d) < (2a_1+5d)\cdot 3 + 55 \\ (a_1+9d)(a_1+15d) > (2a_1+5d)\cdot 3 + 39 \end{cases}$$

$-\frac{1}{2}$ $\quad$ $-1/2$

$- \frac{3}{2}$

$a_1^2 + 24da_1 + 140d^2 - 6a_1 - 15d - 55 < 0$

$a_1^2 + 2a_1(12d-3) + 140d^2 - 15d - 55 < 0$

$D/4 = (12d-3)^2 - 1\cdot(140d^2 - 15d - 55) = 144d^2 + 9 - 72d - 140d^2 + 15d + 55 =$

$72 - 15 = 57$ $\quad$ $2\cdot 12d \cdot 3$

$= 4d^2 - 57d + 64$

$(2d)^2 - 32d + 8^2$

$2d - 8$

$a_1^2 + 24da_1 + 140d^2 - 6a_1 - 15d - 55 < 0$

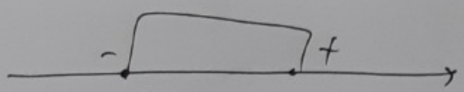
$2a_1(12d-3)$

$a_1^2 + 24da_1 + 135d^2 - 6a_1 - 15d - 39 > 0$

$2a_1(12d-3)$

$D/4 = 144d^2 - 72d + 9 - 135d^2 + 15d + 39 =$

$= 9d^2 - 57d + 48$

(1) 

$d \in \mathbb{Z}$

$a_1 = \frac{3-12d \pm \sqrt{4d^2-57d+64}}{2}$

$4d^2 - 57d + 64 =$

$D = 57^2 - 64\cdot 4 =$
$(8\cdot 2)^2$
$(57-16)(57+16)$
$41 \quad 73$

$d = \frac{57 \pm \sqrt{41\cdot 73}}{}$

$55 - 39 = 16$

$a_1 =$ 

$3-12d \pm \sqrt{9d^2-57d+48}$

$9d^2 - 57d + 48 = (d-1)(9d-48)$

$135 - 15 = 120$

$120 - 39 = 81$

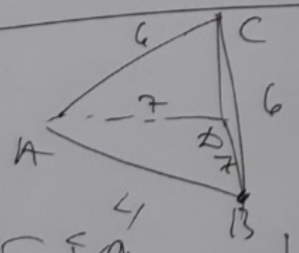
$140 - 15 = 125$

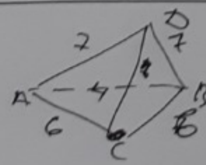
$125 - 55 = 70$

$-9 - \sqrt{11} \vee -12 \mid +9$
$<$

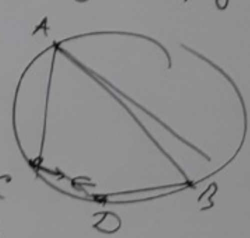
$-\sqrt{11} \vee -3$
$<$

$3 \vee \sqrt{11}$
$<$
$\sqrt{9}$



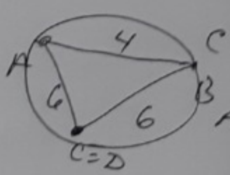


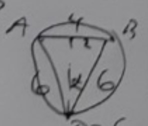
Вид сверху:



$4\sqrt{2} \vee 9$

$16\cdot 2 \vee 81$





$\sin\alpha = \frac{1}{3}$

$\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$2R = \frac{4\cdot 9}{4\sqrt{2}}$

$R = \frac{9}{2\sqrt{2}}$

$1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

$\sin 2\alpha = 2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100678**

ID профиля: **803678**

Вариант 23

№4

$\cancel{\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c) = 22 = 2\cdot 11 \\ \text{НОК}(a;b;c) = 2^{16}\cdot 11^{18} = 2^{16}\cdot 11^{18} \end{cases}}$

$a;b;c \geq 22$

НОД$(a;b;c) = 2\cdot 11$

$a = 2\cdot 11\cdot k$

$b = 2\cdot 11\cdot l$

$c = 2\cdot 11\cdot m$

НОК $= 2\cdot 11\cdot \max(k,l,m)$

$x = \frac{50\sqrt{65}}{20\cdot 2}$

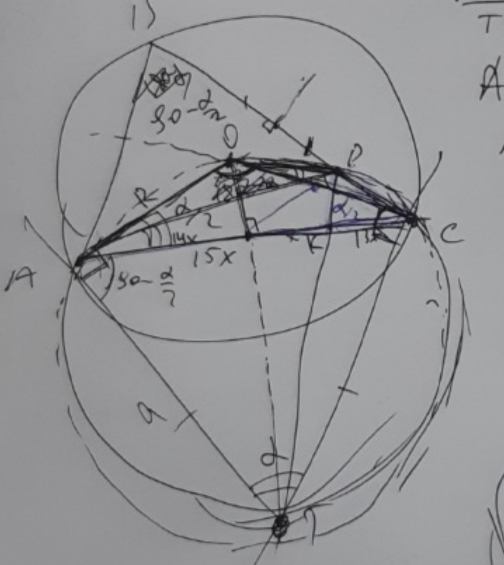
$20\cdot x\cdot \frac{x\sqrt{65}}{2}$

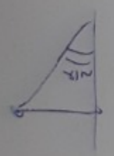
$\frac{R\cdot a}{TO} = 14x$

$AOCT$ – впис

$AOPC$ – впис

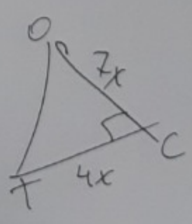
$\frac{28x}{\sin\alpha} = 2R_2$





$180 - 2\cdot\frac{\alpha}{2} = 180-\alpha$

$180-(90-\frac{\alpha}{2}) = 90+\frac{\alpha}{2}$



28

$(30-2)^2 = 900-4\cdot 30+4 = 900-120 = 780$

$\frac{14x}{\cos\beta} = 2R$

$\frac{28x}{\sin(80-\frac{\alpha}{2})} = 2R$

$\cos\beta = \sin(80-\frac{\alpha}{2})$

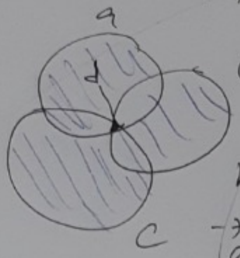
$\frac{KC}{\sin(80-\frac{\alpha}{2})} = 2R$

~~Чистовик В-27~~ Черновик

№~~4~~

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=22 \\ НОК(a;b;c)=2^{16}\cdot 11^{13} \end{cases}$$

1) Если представить числа a, b, c как круги из простых множителей, то



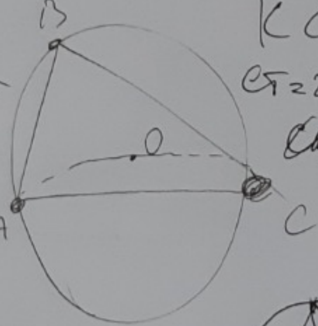
НОД(a;b;c) = d — это ~~__~~ пересечение всех 3

а НОК(a;b;c) — это объединение всех

$\overset{3}{3}\cancel{5}$
$\times\ 6$
210
$\times\ 37$
1470
630
7770

11
289
$+\ 64$
353

$\frac{4}{\sqrt{353}}$



$KC=13x$

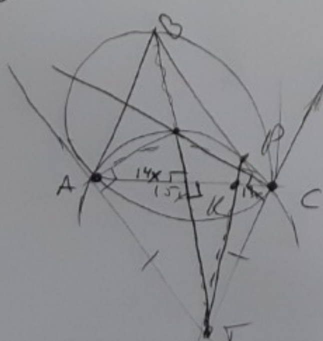
$CT=2R_2\cdot\sin(90-\frac{A}{2})$

~~CKL~~

$\frac{AK}{KC}=\frac{15}{13}$

$S_{ADK}=15$

$S_{CDK}=13$



$\frac{CT}{\cancel{OG}R_{1}}=\frac{4x}{7x}$

$CT=\frac{4}{7}R_1=2R_2\cdot\frac{4}{\sqrt{353}}$

21100678 (U803678 M1299338)

$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c) = 22 = 2\cdot 11 \\ \text{НОК}(a;b;c) = 2^{16}\cdot 11^{13} \end{cases}$ $a, b, c \in \mathbb{N}$

$a\cdot b\cdot c = 2^{17}\cdot 11^{20}$

$37\cdot 36\cdot 35 =$

$\begin{cases}(a;b;c)\\(b;a;c)\end{cases}$

$17 \,\vdots\, 3$ $20 \,\vdots\, 3$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = a$

$\log_{(x+4)^2}(x+34) = b$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = c$

$a = b = c-1$

$2x+23>0$ $x>-\frac{23}{2}$

$x+34>0$ $x>-34$

$x+34\neq 1$ $x\neq -33$

$2x+23\neq 1$ $x\neq -11$

$-x-4>0$ $x+4<0$

$(x+4)^2>0$ $x<-4$

$x=-4$

$2\log_{x+34}(2x+23)$

$\frac{1}{2}\log_{x+4} x+34$

$2\log_{2x+23}(-x-4)$

$2\log_{x+34}\cancel{(2x+23)}\cdot 2\log_{\cancel{2x+23}}\cancel{(-x-4)}\cdot\frac{1}{2}\log_{\cancel{x+4}}$

$=2$ $abc=2$

$a=b=c-1$

$a^2 c = 2$ $c=a+1$

$a^2(a+1)=2$

$a^3+a^2-2=0$

$a=1$

$a^3+a^2-2 \,|\, a-1$

$-\,a^3-a^2$ $\,|\, a^2+2a+2$

$2a^2-2$

$-\,2a^2-2a$

$2a-2$

$D = 1-4<0$

$x+4=1$

$x=-3$

$x+4=-1$

$x=-5$

$-\frac{23}{2}$

$x+34\neq 1$

$x=-33$

$x+4<0$

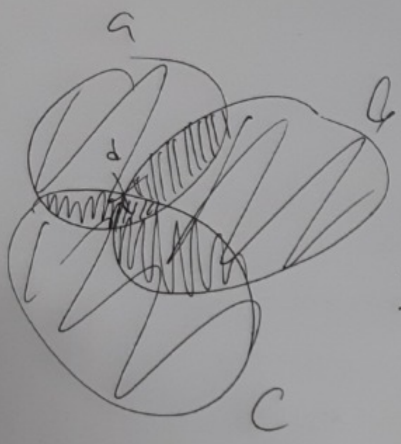
$x<-4$

$\frac{23}{2} \approx 11$

$46 \times 2 = 92$

23×23: 69, 46, 529; $529 - 34 = 495$

$34 - 16 = 18$; $18 \times 4 = 72$; $72 + 49 = 121$



$23 - 16 = 7$

$37 - 7 = 2$

$23 - 14 = 9$

1 2 3

↑ ↑ ↑

1 1 2

2 1 1

1 2 1

НОД $(a;b;c) =$

$=$

НОК $(a;b) = 3^2 \cdot 2 \cdot 5^1$

$45 + 16 = 65$

$a = 2^1 \cdot 3^2$

$b = 5^1 \cdot 3^2$

$289 + 16 = 305 \,|\, 5$, 61

$a \cdot b \cdot c = 2^{12} \cdot 11^{20}$

37 37

30

$a = 2^1 \cdot 5^1 \cdot 3$

$b = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 = 60$

$c = 3^2 \cdot 5^1 \cdot 2 = 90$

НОД $(a;b;c) = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$

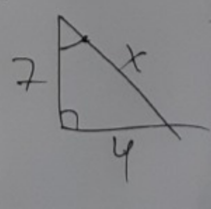
НОК $(a;b;c) = 3^2 \cdot 5 \cdot 2^2 = 180$

$3 \cdot 5 \cdot 4 = 20$

$180 \times 30 = 5400$

5400×30

$\frac{4}{x}$



$x = \sqrt{4^2 + 49}$

$4^2 + 49$

211006

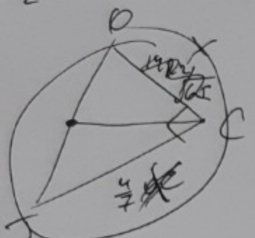
$$\frac{AC}{\sin\alpha} = 2R_2$$

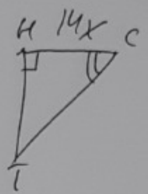
$$28x = AC = 2R_2 \cdot \sin\alpha$$

$$tg\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{4}{7}$$

$$ctg\frac{\alpha}{2}$$

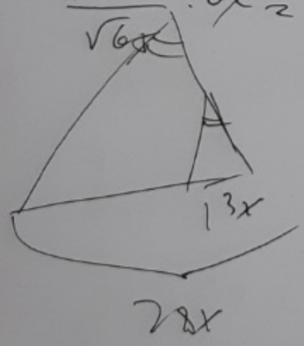
$$\begin{array}{r} \overset{1}{49} \\ +16 \\ \hline 65 \end{array}$$





$$TO = \sqrt{\left(\frac{4}{7}x\right)^2 + x^2} = x\sqrt{\frac{16}{49} + 1} = \frac{x\sqrt{65}}{7}$$

$$\frac{4\cdot 4}{\sqrt{65}} \cdot OC = \frac{2 \cdot OC}{7\sqrt{65}} \cdot 28 \qquad R_2 = \frac{OC\sqrt{65}}{14}$$



$$\frac{AC}{\sin\alpha} = 2 \cdot R_2$$

$$\frac{\cancel{R_2} \cdot \frac{8 \cdot 14}{65}}{\sin\alpha} = 2 \cdot \cancel{R_2}$$

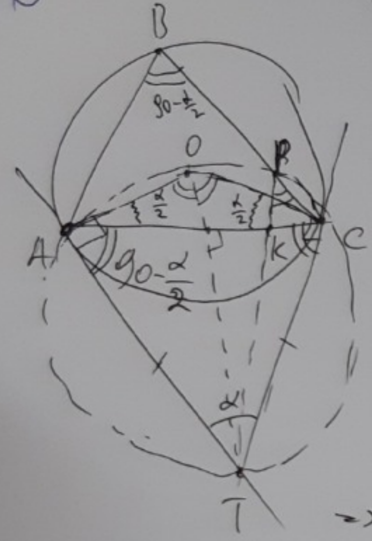
$$AC = 2 \cdot R_2 \cdot \sin\alpha$$

$$AC = 2 \cdot OC \cdot \sin\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\sin\alpha = \frac{4 \cdot 14}{65} = \frac{56}{65}$$

Чистовик В-2 }

№ 6



1) AOPC – вписанный (по усл.)

$\angle$ ~~AOT~~ $\angle OAT = 90^\circ = \angle OCT$ (радиус $\perp$ кас-ой) =>

=> $\angle$ ~~APO~~ $OAT + \angle OCT = 180^\circ$ =>

=> AOCT – вписанный

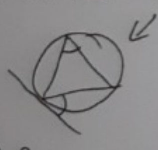
2) вокруг $\triangle AOC$ можно описать одну окружность => AOPCT – вписанный

3) Если $\angle ATC = \alpha$, тогда

Рассм $\triangle ACT$ (р/б) $AT = CT$ (касат. из одной т. T) =>

=> $\angle A = \frac{180-\alpha}{2} = 90 - \frac{\alpha}{2} = \angle C$ =>

=> $\angle ABC = 90 - \frac{\alpha}{2}$ (угол между кас-ой и хордой)



4) Из условия $S_{APK} = 15$, $S_{PKC} = 13$ => $\frac{AK}{KC} = \frac{15}{13}$.

Пусть $KC = 13x$, $AK = 15x$

5) Рассм $\triangle ABC$ и $\triangle KPC$

$\angle ABC = \angle KPC$ (т. к. APCT – вписанный => $\angle TAC = \angle TPC = 90 - \frac{\alpha}{2} = \angle ABC$)

$\angle C$ – общий

=> $\triangle ABC \sim \triangle KPC$

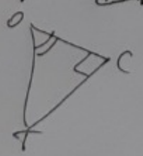
$K = \frac{KC}{CA} = \frac{13\cancel{x}}{28\cancel{x}} = \frac{13}{28}$ => $\frac{S_{KPC}}{S_{ABC}} = K^2 = \frac{13^2}{28^2}$

$S_{ABC} = \frac{28^2 \cdot \cancel{13}}{13^{\cancel{2}}} = \frac{28^2}{13} = \frac{784}{13}$

6) $\angle ABC = \angle KPC = \operatorname{arctg} \frac{4}{7}$

~~Т. синусов для $\triangle KPC$~~ :

$\triangle OCT$



($\angle O = 90 - \frac{\alpha}{2} = \angle TPC$ опир. на ст) => $= \angle ABC$

=> $\frac{CT}{OC} = \frac{4}{7}$

Чистовик Вар. 23

№5 (продолж.)

(I)

$$2x+23=\sqrt{x+34}\;/\uparrow^2$$
$$4x^2+46\cdot 2x+23^2=x+34$$
$$4x^2+91x+23^2-34=0$$
$$4x^2+91x+495=0$$

Найдем x в одном ур-ии и подставим в другие

$$(x+4)^2=x+34$$
$$x^2+8x+16=x+34$$
$$x^2+7x-18=0$$
$$D=49+4\cdot 18=121$$
$$x_{1,2}=\frac{-7\pm 11}{2}=-9;\,2$$

2 не подходит под ОДЗ

Проверка $x=-9$:

$\log_{\underbrace{\sqrt{34-9}}_{5}}(\underbrace{-18+23}_{5})=1$ - верно

$\log_{\underbrace{\sqrt{-18+23}}_{\sqrt5}}(\underbrace{9-4}_{5})=2$ - верно

$\Rightarrow$ $\underline{-9}$ - подходит

(II)

$$\begin{cases}\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=1 & (1)\\ \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=1 & (2)\\ \log_{(x+4)^2}(x+34)=2 & (3)\end{cases}$$

(2) $\sqrt{2x+23}=-x-4$

$$2x+23=x^2+8x+16$$
$$x^2+6x-7=0$$
$$x=1\notin ОДЗ$$
$$x=-7$$

Проверяем $x=-7$:

(1) $\log_{\sqrt{34-7}}(2\cdot(-7)+23)=\log_{\sqrt{27}}9\neq 1\Rightarrow x=-7$ - не подходит

(III)

$$\begin{cases}\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=2\\ \log_{\sqrt{2x+23}}(x-4)=1\\ \log_{(x+4)^2}(x+34)=1\end{cases}$$

(1) $2x+23=x+34$

$x=11\notin ОДЗ \Rightarrow$ не подходит

$$\boxed{\text{Ответ: } x=-9}$$

Чистовик Вар ??

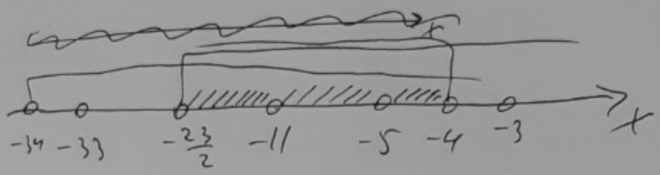
Чистовик В-23

№5

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23);\ \log_{(x+4)^2}(x+34);\ \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x+34>0 \\ 2x+23>0 \\ x+34\neq 1 \\ (x+4)^2>0 \\ (x+4)^2\neq 1 \\ 2x+23\neq 1 \\ -x-4>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x>-34 \\ x>-\frac{23}{2} \\ x\neq -33 \\ x\neq -4 \\ x\neq -5; -3 \\ x\neq -11 \\ x<-4 \end{cases}$$



Т.к. $-x-4>0 \Rightarrow \log_{(x+4)^2}(x+34) = \frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34) \Rightarrow$

Перепишем все выражения используя св-ва логарифмов:

$2\log_{x+34}(2x+23);\ \frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34);\ 2\log_{2x+23}(-x-4)$

Заметим, что при перемножении 3-ёх логарифмов выражение будет равно $2 \Rightarrow abc=2$

По условию: $a=b=c-1$

$\cancel{a=c+1},\ c=a+1 \Rightarrow$

$\Rightarrow a\cdot a\cdot(a+1)=2$

$a^3+a^2-2=0$

$a=1$ – корень $\Rightarrow (a-1)\underbrace{(a^2+2a+2)}_{>0}=0$

$a=1$ (т.к. мы не говорили какое из выражений равно нужно проверить все возможные случаи).

I

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=1 \\ \log_{(x+4)^2}(x+34)=1 \\ \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=2 \end{cases}$$

Чистовик Вар 23
Чистовик В-23

Чистовик В-23

№4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c)=2\cdot 11 \\ \text{НОК}(a;b;c)=2^{16}\cdot 11^{19} \end{cases}$$

=> В разложении на простые множители чисел a, b, c есть 2·11

$$\text{НОД}(a;b;c)\cdot\text{НОК}(a;b;c)=a\cdot b\cdot c$$

$$a\cdot b\cdot c=2^{17}\cdot 11^{20}$$ (37 множителей)

17⋮3 => ~~4!64~~ различные => способов переставить a;b;c

~~Ответ: 37·36·35~~

$$C_{37}^{3}=\frac{37\cdot 36\cdot 35}{6}=37\cdot 35\cdot 6$$

Отв: 7770

Чистовик 13-23

Прод. №6

Теорема синусов для △TPC: $\frac{CT}{\sin(\operatorname{arctg}\frac{4}{7})} = 2R_2 \Rightarrow$

где R_2 – радиус описанной окр. около △OPCT

$\Rightarrow CT = 2R_2 \cdot \underbrace{\sin(\operatorname{arctg}\frac{4}{7})}_{=\frac{4}{\sqrt{65}}} = \frac{4}{7} OC$

$OC \cdot \sqrt{65} = 14R_2$ (OC – радиус окр опис окр около ABC)

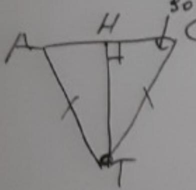
$OC = \frac{14R_2}{\sqrt{65}}$

Теорема синусов △ABC

$\frac{AC}{OC} = 2 \cdot \sin(\angle ABC)$

$AC = 2 \cdot OC \cdot \frac{4}{\sqrt{65}} = \frac{2 \cdot 14R_2 \cdot 4}{65} = \frac{8 \cdot 14}{65} R_2$

Расст △TAC



$\operatorname{arctg}\frac{4}{7} = \angle C$

CH = 14x (медиана, биос. выс)

$CT = \frac{4}{7} OC$

$\cos\angle C = \cos(\operatorname{arctg}\frac{4}{7}) = \frac{14x \cdot 7}{4 OC} = \frac{7}{\sqrt{65}}$

$x = \frac{2 OC}{7\sqrt{65}} \Rightarrow 28x = AC = \frac{8}{\sqrt{65}} OC$

$28 \cdot \frac{2}{7} \frac{OC}{\sqrt{65}} = \frac{8}{\sqrt{65}} OC$ – верно