

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100432**

ID профиля: **331157**

Вариант 23

$$x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 \leq 8$$

$$a^2 + b^2 \leq 8 - x^2 - y^2 + 2ax + 2by$$

$$a^2 + b^2 \leq 8$$

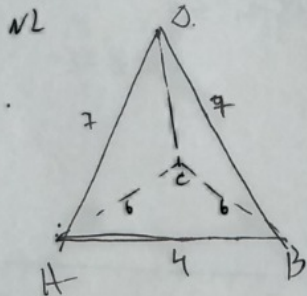
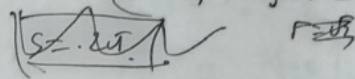
$$x^2 + y^2 = 2ax - 2by$$

перевести

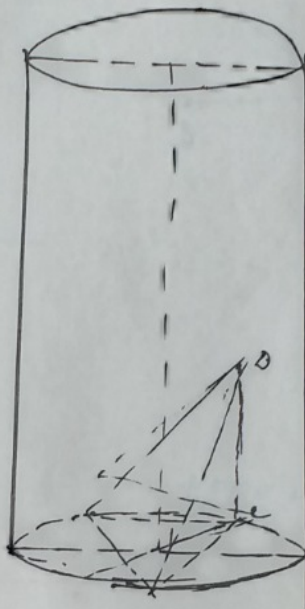
$$-x^2 - y^2 + 2ax + 2by \geq 0$$

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by \leq 0$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 2$$



$R = R_{min}$



$$DH = \sqrt{49 - 4} = \sqrt{45}$$

$$DC^2 = DH^2 + CH^2 - 2DH \cdot CH \cdot \cos \alpha$$

$$DC^2 = 45 + 32 - 2 \cdot \sqrt{45} \cdot \sqrt{32} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 77 - \sqrt{90 \cdot 32} =$$

$$= 77 - \sqrt{9 \cdot 10 \cdot 16 \cdot 2} = \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 16 \cdot 5}$$

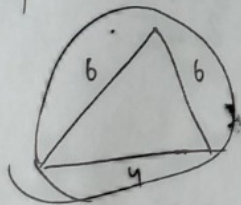
$$= 77 - 24\sqrt{5}$$

$$\frac{12}{\sqrt{18}} = \frac{136}{12} = \frac{12}{256}$$

$$144 - 256 + 406$$

$$36 + 70 - 108$$

1) $\triangle ACB$ вписан



$$7b = 72 - 72 \cdot \cos \alpha$$

$$72 \cos \alpha = 56; \quad \cos \alpha = \frac{56}{72} = \frac{7}{9}; \quad 41 - 9 = 32$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{49}{81}} = \sqrt{\frac{81 - 49}{81}} = \frac{\sqrt{32}}{9} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\frac{4}{\frac{4\sqrt{2}}{9}} = 2r$$

$$b < a + 2$$

$$\frac{4 \cdot 9}{4 + \sqrt{2}} = 2r$$

$$r = \frac{9}{2\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

$$1 + b < 1 + \sqrt{3}$$

$$b < a + 2$$

$$-1 + \sqrt{3} - a - 2 > 0$$

$$-1 + \sqrt{3} > a$$

$$b > 1 - \sqrt{3}$$

$$1 - \sqrt{3} < b < a + 2$$

$$1 - \sqrt{3} < a + 2$$

$$a > -1 - \sqrt{3}$$

$$a > b - 2$$

$$a^2 \geq b^2 - 4b + 4$$

$$4 - 4b + b^2 \leq a^2 \leq 8 - b^2$$

$$a > 1 - \sqrt{3} - 2 = -1 - \sqrt{3}$$

$$4 - 4b + b^2 \leq 8 - b^2$$

$$a > 1 + \sqrt{3} - 2 = -1 + \sqrt{3}$$

$$2b^2 - 4b - 4 \leq 0$$

$$b^2 - 2b - 2 \leq 0$$

$$b^2 - 2b + 8 = 12$$

$$b = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

Условие 3, вариант 23

минимальна, когда AB параллельна радиусу цилиндра и $2R = AB$.

$$\Rightarrow R = 2$$

$BC \perp$ основанию цилиндра:

$$CM = \sqrt{36 - 4} = \sqrt{32}$$

$$\Delta COH; \quad CH^2 = CO^2 + OH^2$$

$$32 = 4 + OH^2$$

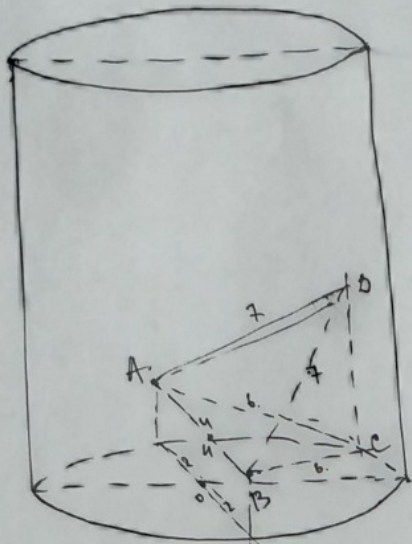
$$OH = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

OH и OC могут быть равны.

$\angle HCO$ - угол наклона тетраэдра

к плоскости.

$$\cos \alpha = \cos \angle HCO = \frac{CO}{CH} = \frac{2}{\sqrt{32}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Тогда угол между плоскостями DAE и $AEB = \angle HCO$.

Рассмотрим ΔDHC .

$$DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{49 - 4} = \sqrt{45}$$

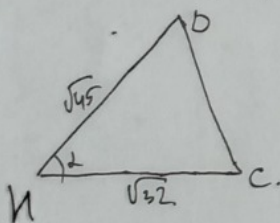
по т. косинусов ΔDHC .

$$DC^2 = DH^2 + CH^2 - 2 \cdot DH \cdot CH \cdot \cos \alpha$$

$$DC^2 = 45 + 32 - 2 \cdot \frac{\sqrt{45}}{2} \cdot \sqrt{32} =$$

$$= 77 - \sqrt{9 \cdot 5 \cdot 16 \cdot 4} = 77 - 24\sqrt{5}$$

$$DC = \sqrt{77 - 24\sqrt{5}}$$



Ответ: $DC = \left\{ \sqrt{77 - 24\sqrt{5}}; 2\sqrt{7} \right\}$

Учебник 1. Вариант 23.

№1

S-сумма первых 6; арифм; $\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > S + 39 \\ a_{11} \cdot a_{15} < S + 55. \end{cases}$

$a_1 = ?$

$$S = \frac{a_1 + a_6}{2} \cdot 6 = 3(a_1 + a_6) = 3(2a_1 + 5d)$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

$$a_{16} = a_1 + 15d$$

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

$$a_{15} = a_1 + 14d$$

$$\begin{cases} (a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > 3(2a_1 + 5d) + 39 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < 3(2a_1 + 5d) + 55. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > 3(2a_1 + 5d) + 39 \\ a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < 3(2a_1 + 5d) + 55. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1d > 3(2a_1 + 5d) + 39 - 135d^2 \\ a_1^2 + 24a_1d < 3(2a_1 + 5d) + 55 - 140d^2. \end{cases}$$

$$3(2a_1 + 5d) + 39 - 135d^2 < a_1^2 + 24a_1d < 3(2a_1 + 5d) + 55 - 140d^2$$

$$3(2a_1 + 5d) + 39 - 135d^2 < 3(2a_1 + 5d) + 55 - 140d^2$$

$$39 - 135d^2 < 55 - 140d^2$$

$$5d^2 < 16$$

$$d^2 < \frac{16}{5}; \quad d > 0 \text{ т.к. } \text{возрастающая}$$

Чисел пропорциональные значения $\Rightarrow d = \text{целое число}$.

$$0 < d < \frac{4}{\sqrt{5}}; \quad \frac{4}{\sqrt{5}} \approx 1,788; \quad \sqrt{5} > 2 \Rightarrow d = 1$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 135 > 6a_1 + 15 + 39$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 135 > 6a_1 + 54$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0$$

$(a_1 + 9)^2 > 0$ - истинно при всех a_1 , кроме $a_1 = -9$.

$$a_1^2 + 24a_1 + 140 < 3(2a_1 + 5) + 55$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 140 < 6a_1 + 70$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0$$

$$D = 324 - 280 = 44$$

$$a_1 = \frac{-18 \pm \sqrt{44}}{2} \Rightarrow$$

$$a_1 \in \left(\frac{-18 - \sqrt{44}}{2}; \frac{-18 + \sqrt{44}}{2} \right)$$

$a_1 \in (-12,3; -5,7)$, т.к. а-целые, получим

$$\frac{-18 - \sqrt{44}}{2} \approx -12,3$$

$$\frac{-18 + \sqrt{44}}{2} \approx -5,7$$

$$\Rightarrow a_1 = -12; -11; -10; -8; -7; -6$$

Ответ: $-12; -11; -10; -8; -7; -6$.

Чепуровик.

$$a_{11} = a_{10} + d;$$

$$a_{15} = a_{16} - d.$$

$$S = \frac{2a_1 + 5d}{2} \cdot 5 = 3(2a_1 + 5d).$$

$$\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > S + 39 \\ (a_{10} + d)(a_{16} - d) < S + 55 \end{cases}$$

$$a_{10} \cdot a_{16} > S + 39.$$

$$a_{10} - a_{16} = a_{10} - d$$

$$d > 0$$

нужно проверить

$\Rightarrow d$ - целое.

$$a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > 6a_1 + 3(2a_1 + 5d) + 39.$$

$$a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < 3(2a_1 + 5d) + 55.$$

$$\frac{4\sqrt{5}}{5} \approx$$

$$d = 1, d = 2, d = 3.$$

$$a_1^2 + 24a_1d > 3(2a_1 + 5d) + 39 - 135d^2.$$

$$a_1^2 + 24a_1d < 3(2a_1 + 5d) + 55 - 140d^2.$$

$$3(2a_1 + 5d) + 39 - 135d^2 < a_1^2 + 24a_1d < 3(2a_1 + 5d) + 55 - 140d^2.$$

$$3(2a_1 + 5d) + 39 - 135d^2 < a_1^2 + 24a_1d < 3(2a_1 + 5d) + 55 - 140d^2$$

$$39 - 135d^2 < 55 - 140d^2.$$

$$55 - 39 = 16.$$

$$55 - 140d^2 - 39 + 135d^2 > 0$$

$$-16 + 5d^2 > 0$$

$$39 - 135d^2 < 55 - 140d^2$$

$$39 - 135d^2 - 55 + 140d^2 < 0$$

$$-16 + 5d^2 < 0$$

$$5d^2 < 16$$

$$0 < d^2 < \frac{16}{5}$$

$$\frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$d = 1$$

$$a_1^2 + 24a_1d + 13$$

$$4 \cdot 2, 2$$

$$2 \cdot 2$$

$$0 < d < \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{4 \cdot 2, 2}{5} =$$

$$d = 1$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 135 \\ -54 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 118 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,5 \\ 86,5 \\ \hline 1325 \\ 390 \\ \hline 4225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66 \\ 466 \\ \hline 396 \end{array}$$

$$4356$$

$$180$$

$$-66$$

$$\frac{114}{4} \cdot 2$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 135 > 3(2a_1 + 5) + 39.$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 135 > 6a_1 + 15 + 39.$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 135 > 6a_1 + 54$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0$$

$$(a_1 + 9)^2 > 0$$

а2а9

$$\sqrt{44} \approx 6,6$$

$$\frac{-18 - 6,6}{2} = -\frac{24,6}{2} \approx -12,3$$

$$\frac{-18 + 6,6}{2} = -\frac{11,4}{2} = -5,7.$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 140 < 6a_1 + 15 + 55.$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 140 < 6a_1 + 70.$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0$$

$$D = 324 - 280 = 44.$$

$$a_1 = \frac{-18 + \sqrt{44}}{2}$$

$$a_1 \in \left(\frac{-18 - \sqrt{44}}{2}; \frac{-18 + \sqrt{44}}{2} \right)$$

$$a_1 \in (-12,3; -5,7)$$

$$a_1 \in (-12; -11; -10; -8; -7; -6)$$

№3

$S_{\text{н}} = ?$

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 8 \\ a^2 + b^2 \leq \min(-4a+4b, 8) \end{cases}$$

1) Рассмотрим второе уравнение системы.

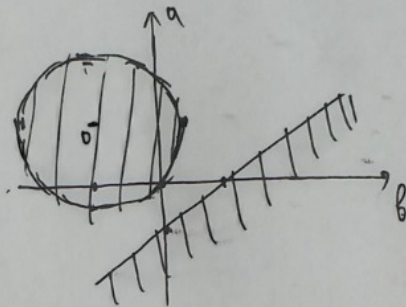
$$a^2 + b^2 \leq \min(-4(a-b), 8)$$

Пусть $-4(a-b)$ - меньше, тогда $(a-b) < -2$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq -4(a-b) \\ a + a - b < -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq -4a + 4b \\ a - b < -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+2)^2 + (b-2)^2 \leq 8 \\ a < b-2 \end{cases}$$



Система не имеет решений \Rightarrow предположение ложно \Rightarrow 8-минимальное значение. Тогда получим систему.

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 8 \\ a^2 + b^2 \leq 8 \\ a - b > -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 8 \\ b \in [1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3}] \\ a \in (-1-\sqrt{3}; -1+\sqrt{3}) \end{cases}$$

При объёме нули и решений системы получим, что M -то окружность, центр которой задан точкой $(a; b)$, и радиусе которой $\sqrt{8}$

$S = 8\pi$
 Ответ: 8π .

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100432**

ID профиля: **331157**

Вариант 23

Числовик 2. Вариант 23.

n4

кон-во троек a, b, c .

$$\begin{cases} \text{НОД}(a, b, c) = 22 \\ \text{НОК}(a, b, c) = 2^{18} \cdot 11^{19} \end{cases}$$

1) $\text{НОД}(a, b, c) \cdot \text{НОК}(a, b, c) = a \cdot b \cdot c$

~~$a \cdot b \cdot c = 22^{18} \cdot 11^{19}$~~

$a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 11 \cdot 2^{16} \cdot 11^{18} = 2^{17} \cdot 11^{19} \cdot 1 \cdot 1$

~~Всего 37 способов~~ 2) Рассмотрим случаи, когда $b = c = 1$.

Найдём кон-во способов выбрать a .

37 способов, когда $a =$ степени 2 или степени 11. и далее по 20 вариантов на каждую степень

$37 + 17 \cdot 20 = 37 + 340 = 377$ способов. выбрать однозначно.

~~Для второго раз пары $(1, 1)$ и $(2, 1)$ размыты (порядок не важен)~~

Второе число можно выбрать. $2 \cdot 36 + 3 \cdot 35 + 3 \cdot 34 + 3 \cdot 33 + \dots + 3 \cdot 1 =$

$= 2 \cdot 36 + 3(35 + 34 + \dots + 1) = 2 \cdot 36 + \frac{3 \cdot 36}{2} \cdot 35 =$

$= 72 + 3 \cdot 18 \cdot 35 = 1962$ способа.

Третье число можно выбиратье однозначно, т.е. для каждого значения b есть только одно значение c .

Таким образом первое число выбирается 377 способами, а 2 и 3 выбирается 1962 способами.

Порядок не важен \Rightarrow всего может быть:

$3(377 + 2 \cdot 1962) = 1151 + 11772 = 12903$ тройки.

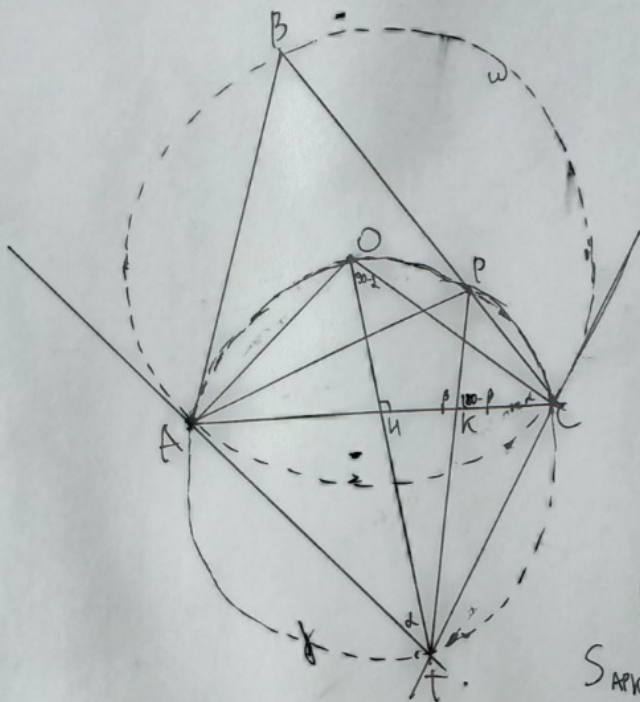
Ответ: 12903.

Условие 3, вариант 23.

Дано: $S_{APK} = 15$; $S_{CPK} = 13$

а) $S_{ABC} = ?$

б) $\angle ABC = \arctan \frac{4}{7}$;
AC = ?



Решение.

1) Пусть X и Y - точки пересечения касательных к окр. γ .

Тогда $\angle OAX = \angle OCY = 90^\circ \Rightarrow$

точки X и Y совпадают

в точке $T \Rightarrow OT$ диаметр окр. γ .

2) $S_{APC} = 28$.

$\angle OAC = \angle OCA = \angle OTC = \angle OAT = \alpha$.

$OT \perp AC$;

$ABPT$ - параллелограмм.

$S_{ABP} = S_{APT}$;

$$S_{APK} = \frac{1}{2} \cdot AK \cdot PK \cdot \sin \beta$$

$$S_{PKE} = \frac{1}{2} \cdot KE \cdot PK \cdot \sin(180 - \beta)$$

$$\frac{15}{13} = \frac{AK}{KE} = \frac{PK}{PE}$$

$$K = \frac{15}{13}$$

$$\frac{S_{PKE}}{S_{AKT}} = \frac{1}{K^2};$$

$$S_{AKT} = \frac{225}{169} \cdot 13 = \frac{225}{13}$$

$$S_{APT} = \frac{225}{13} + \frac{15 \cdot 13}{13} = \frac{420}{13}$$

$$S_{ABC} = S_{APT} + S_{APC} = \frac{420}{13} + \frac{28 \cdot 13}{13} = \frac{420 + 28 \cdot 13}{13} = \frac{784}{13} = 15 + 28 = 43$$

2) $\tan \beta = \frac{4}{7}$.

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{16}{49}}} = \sqrt{\frac{49}{65}} = \frac{7}{\sqrt{65}}$$

$$\sin \beta = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$S = AB \cdot BC \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \beta;$$

$$AB \cdot BC = \frac{2S}{\sin \beta} = \frac{2 \cdot \frac{784}{13}}{\frac{4}{\sqrt{65}}} = \frac{2 \cdot 784 \cdot \sqrt{65}}{4 \cdot 13}$$

Ответ: а) ~~43~~ $\frac{784}{13}$.

Упробик $2 \log_{(x+34)}(2x+23) = 2$
 $x+34 = 2x+23$
 $x = 11$

1 $16 \cdot 96 \cdot 255 \cdot 222$
 $2 \log_{(x+34)}(2x+23) = \frac{1}{2} \log_{(x-4)}(x+34)$
 $4 \log_{x+34}(2x+23) =$

~~$2 \log$~~ $2x+23 = -x-4$
 $3x = -27$
 $x = -9$

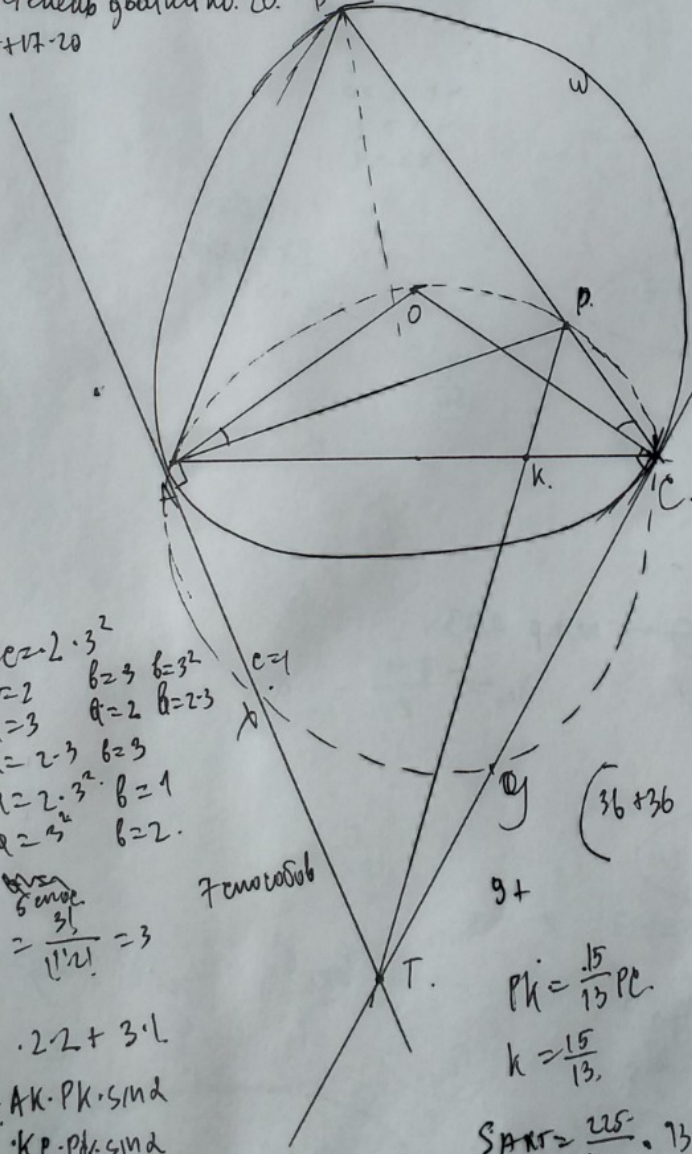
$3+1 \cdot 2$

$(-x-4)^4 = x+34$
 $(x^2+8x+16)(x^2+8x+16) = x+34$

$x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 256x + 222 = 0$

37! гоним на канту $x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 256x + 222 = 0$
 среднее гватим н.о. b

$37+17=20$



$S_{APK} = 15$

$S_{CPK} = 13$

$S_{APC} = ?$

$\angle OAT = \angle OBT = 90^\circ$

$S_{APC} = 28$

$\angle OAK = \angle OCB = 90^\circ \Rightarrow$

x совпадает с y в

точке T , O, T — диаметр

$2+3+4+5+1$

$8+2 \cdot 4 = 14$

17
<u>20</u>
370
<u>377</u>
3
<u>1</u>

$2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3 +$
 $+ 5 \cdot 2 + 1$

$a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 3^2$
 $a=2 \quad b=3 \quad c=3^2$
 $a=3 \quad b=2 \quad c=2 \cdot 3$
 $a=2 \cdot 3 \quad b=3$
 $a=2 \cdot 3^2 \quad b=1$
 $a=3^2 \quad b=2$

$c'_3 = \frac{3!}{1!2!} = 3$

$2 \cdot 2 + 3 \cdot 1$

$15 = AK \cdot PK \cdot \sin \alpha$

$13 = KE \cdot PK \cdot \sin \alpha$

$\frac{15}{13} = \frac{AK}{PK}$

$PK = \frac{15}{13} PE$

$k = \frac{15}{13}$

$S_{APK} = \frac{225}{169} \cdot 13 = \frac{225}{13}$

$a \cdot b \cdot c = 2^2 \cdot 3^4$
 $5 \cdot a = 2 \cdot b = 5$
 $a=4 \quad b=2^2 \quad c=4$
 $5 \cdot a = 3 \cdot b = 5$
 $4 \cdot a = 3^2 \quad c=4$
 $a=3^3 \quad b=3$
 $a=3 \cdot 2^2 \quad b=3$
 $a=2 \cdot 3^2 \quad b=3$
 $a=2 \cdot 3 \cdot 4$
 $a=2 \cdot 3^3 \quad b=2$
 $a=2 \cdot 3^4 \quad b=1$
 $a=2^2 \cdot 3^3 \quad b=3$
 $a=2^2 \cdot 3^2 \quad b=3$
 $a=2^2 \cdot 3 \quad b=3^4$

№5

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$; $\log_{(x+4)^2}(x+34)$; $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$
 $x=?$; - два из этих чисел равны, а третье больше их на 1.

1) Преобразуем числа

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2 \log_{(x+34)}(2x+23)$$

$$\log_{(x+4)^2}(x+34) = \frac{1}{2} \log_{(-x-4)}(x+34)$$

$$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = 2 \log_{(2x+23)}(-x-4)$$

Заметим, что $2 \log_{(x+34)}(2x+23) \cdot 2 \log_{(x+34)}(-x-4) \cdot \frac{1}{2} \log_{(-x-4)}(x+34) = 2$

Тогда пусть равны числа равны a , а третье $a+1$

$$a^2(a+1) = 2$$

$$a^3 + a^2 - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r|rr|r} 1 & 1 & 0 & -2 \\ & & 2 & 0 \end{array} \quad (1)$$

$$a^2 + 2a + 2 = 0$$

$$D = 4 - 8 < 0$$

$a = 1$ - единственное значение.

2) Теперь приравняем все числа к 1 и найдем общие решения.

$$\begin{cases} 2 \log_{(x+34)}(2x+23) = 1 \\ 2 \log_{(x+34)}(-x-4) = 1 \\ \frac{1}{2} \log_{(-x-4)}(x+34) = 1 \end{cases}$$

Решу 3) $\sqrt{x+34} = 2x+23$ $x \geq -\frac{23}{2}$

$$x+34 = 4x^2 + 92x + 529$$

$$4x^2 + 91x + 495 = 0$$

$$D = 361$$

$$x_1 = -9$$

$$x_2 = \frac{-55}{4} - \text{не прии. усл.}$$

4) $\sqrt{2x+23} = -x-4$

$$2x+23 = x^2 + 8x + 16 \quad \} \quad x < -4$$

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$D = 64$$

$$x_1 = 1; \quad x_2 = -7$$

- не прии. усл.

5) $(-x-4)^2 = x+34$

$$x^2 + 7x - 18 = 0$$

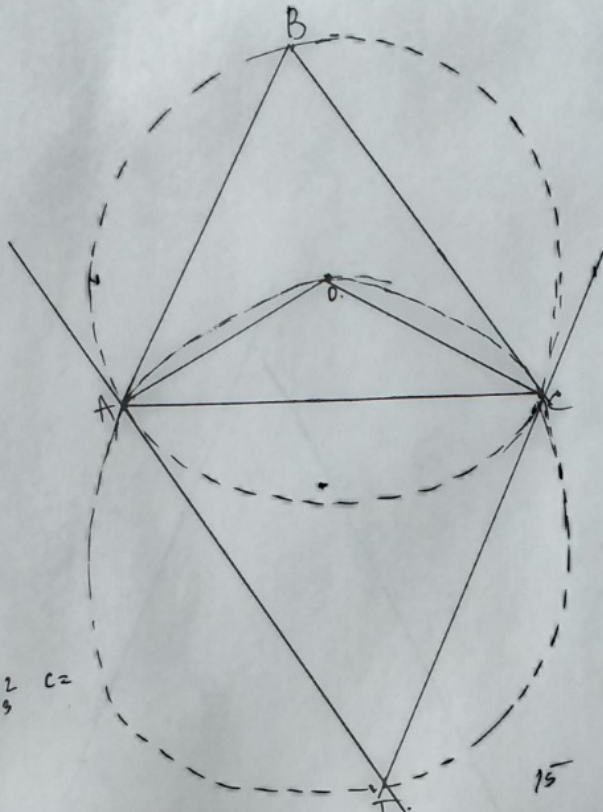
$$x_1 = 2; \text{ не прии. усл.};$$

$$x_2 = -9.$$

6) (-9) - единственное число, которое является решением всех трех уравнений, при котором выполнено условие.

Ответ: $x = -9$.

Чертовик.



$$2^2 - 3^4$$

$$a=2-5 \checkmark \quad 2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 3$$

$$a=2^2-4 \checkmark \quad + 3 \cdot 2 + 2 + 1$$

$$a=3-5 \checkmark \quad + 3 \cdot 1.$$

$$a=3^2-4 \checkmark$$

$$a=3^3-3 \checkmark$$

$$a=3^4-2 \checkmark$$

$$a=2 \cdot 3-4 \checkmark$$

$$a=2 \cdot 3^2-3 \checkmark$$

$$a=2 \cdot 3^3-2 \checkmark$$

$$a=2 \cdot 3^4-1 \checkmark$$

$$a=2^2 \cdot 3-3 \checkmark$$

$$a=2^2 \cdot 3^2-2 \checkmark$$

$$a=2^2 \cdot 3^3-1 \checkmark$$

$$a=2^2 \cdot 3^4-1$$

72 +

$$\begin{array}{r} 377 \\ \times 3 \\ \hline 1131 \end{array}$$

$$2^2 \cdot 3^5 \quad c=2$$

$$a=2-6 \checkmark \quad b=2$$

$$a=3-6 \checkmark \quad b=3$$

$$a=2^2-5 \checkmark$$

$$a=3^2-5 \checkmark$$

$$a=3^3-4 \checkmark$$

$$a=3^4-3 \checkmark$$

$$a=3^5-2 \checkmark$$

$$a=2 \cdot 3-5 \checkmark$$

$$a=2 \cdot 3^2-4 \checkmark$$

$$a=2 \cdot 3^3-3 \checkmark$$

$$a=2 \cdot 3^4-2 \checkmark$$

$$a=2 \cdot 3^5-1$$

$$a=2^2 \cdot 3-4 \checkmark$$

$$a=2^2 \cdot 3^2-3 \checkmark$$

$$a=2^2 \cdot 3^3-2 \checkmark$$

$$a=2^2 \cdot 3^4-1$$

$$a=2^2 \cdot 3^5-1.$$

$$2 \cdot 6 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 1$$

$$= 3(5+4+3+2+1) =$$

$$= \begin{array}{r} 10 \\ \times 35 \\ \hline 190 \\ 54 \\ \hline 630 \\ \times 3 \\ \hline 1890 \\ + 22 \\ \hline 1962 \end{array}$$

$$\frac{5+1}{2} \cdot 5$$

$$PK \cdot TK = \frac{CK \cdot AK}{AK}$$

$$\frac{PK}{CK} = \frac{AK}{TK}$$

$$\frac{PK}{AK} = \frac{CK}{TK}$$

bell. AT:

$$2^2 \cdot 3^3$$

$$a=2 \cdot 3^2$$

$$a=2 \quad b=3 \quad c=3$$

$$a=3 \quad b=2 \cdot 3 \quad c=1$$

$$a=2 \cdot 3 \quad b=3$$

$$a=2 \cdot 3^2 \quad b=1$$

$$a=3^2 \quad b=2.$$

$$\begin{array}{r} 1962 \\ \times 6 \\ \hline 11772 \\ + 1131 \\ \hline 12903 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 13 \\ \hline 184 \\ 28 \\ \hline 364 \\ + 420 \\ \hline 784 \end{array}$$

1 + 1

$$\begin{array}{r} 120 \overline{) 13} \\ - 39 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 13 \\ \hline 45 \\ 15 \\ \hline 195 \\ + 225 \\ \hline 420 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 13 \\ \hline 184 \\ 28 \\ \hline 364 \\ + 420 \\ \hline 784 \end{array}$$