

# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104850**

ID профиля: **803302**

Вариант 22

Умножить на (1) Выразим  $2d$   
 no 1.

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n ; a_1, d \in \mathbb{Z} \text{ (и } y \in \mathbb{Z})$$

$$S_{15} = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = 15(a_1 + 7d)$$

$$\begin{cases} a_1 + a_{15} > S - 24 \\ a_{11} + a_{11} < S + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S < a_1 + a_{15} + 24 \\ S > a_{11} + a_{11} - 4 \end{cases} \Rightarrow a_1 + a_{15} + 24 > a_{11} + a_{11} - 4$$

$$(a_1 + 6d)(a_1 + 15d) + 24 > (a_1 + 10d)(a_1 + 10d) - 4$$

$$a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 + 24 > a_1^2 + 20a_1d + 100d^2 - 4$$

$$20d^2 < 28$$

$$d^2 < \frac{7}{5}$$

$$d \in \mathbb{Z}, y \text{ m.e. } d^2 \leq 1, \text{ m.e. } -1 \leq d \leq 1, d \in \mathbb{Z}, y \text{ m.e.}$$

$$\begin{cases} d = 1 \\ d = 0 \\ d = -1 \end{cases}$$

ариф. прогрессия возраст. no y, m.e.  $d = 0$   
 и  $d = -1$ ,

m.e.  $d = 1$

$$\text{мыча: } \begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 + 24 > 15a_1 + 15 \cdot 4 \quad (1) \\ a_1^2 + 21a_1 + 100 - 4 < 15a_1 + 15 \cdot 4 \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 3 \\ -5 \leq a_1 \leq -1, a_1 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Максимум значений  $a_1 = -5, -4, -2, -1$

ответ:  $-5, -4, -2, -1$

$$(1): \begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ (a_1 + 3)^2 > 0, (a_1 + 3)^2 \neq 0 \\ a_1 \neq -3 \end{cases}$$

$$(2): \begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \\ (a_1 + 3)^2 < 8 \end{cases}$$

$$-2\sqrt{2} < a_1 + 3 < 2\sqrt{2}$$

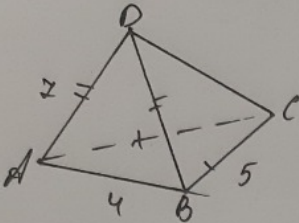
$$a_1 + 3 \in \mathbb{Z}, y \text{ m.e.}$$

$$(a_1 + 3) \in \mathbb{Z} \Rightarrow -2 \leq a_1 + 3 \leq 2, a_1 \in \mathbb{Z}$$

$$\text{m.e. } a_1 \in -5 \leq a_1 \leq -1, a_1 \in \mathbb{Z}$$

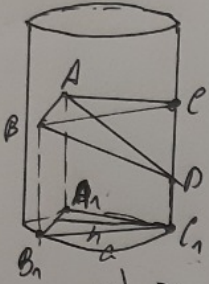
Условие ② Вариант 22

162



- Решение:
- 1)  $(CD) \parallel O_1O_2$ , где  $(CD)$  — основание цилиндра и проекция  $C$  и  $D$  на него — одна точка.
  - 2) Заметим, что радиус цилиндра тем меньше, тем меньше треугольник, являющийся проекцией  $ABCD$  на основание цилиндра, т.е. радиус наименьший, когда треугольник  $A_1B_1C_1$  наименьший.

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & 3) \quad B_1C_1 \leq BD \quad (\text{т.к. } B_1C_1 \parallel BD) \\ & \quad B_1C_1 \leq BC \quad (B_1C_1 - \text{проекция } BC \text{ на } B_1O_1) \\ & \quad BD = 4 \\ & \quad BC = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} & B_1C_1 \leq 5 \\ & \text{аналогично } A_1C_1 \leq 5 \\ & \text{и } A_1B_1 \leq 4 \end{aligned} \end{aligned}$$



Наименьший радиус цилиндра будет наименьшим, если  $B_1C_1$  и  $A_1C_1$  — проекции  $BD$  и  $AD$  соответственно и  $BC = AC$  соответственно и  $(AB) \perp$  плоскости основания цилиндра, т.е.  $A_1B_1 \perp B_1C_1$ .

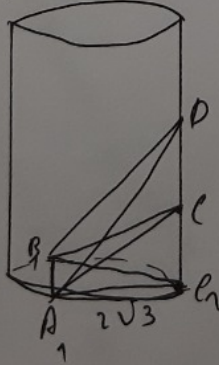
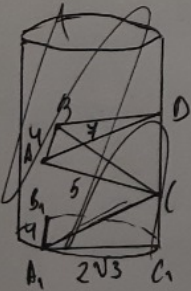
Пусть  $B_1C_1 = a$ ;  $A_1C_1 = b$  и  $A_1B_1 = c$ .  
 4) Пусть  $h$  — высота цилиндра, тогда  $h = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$  где  $A_1B_1 = c$ ,  $C_1D_1 = c$ .

$$2R = \frac{ab}{\sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}} \quad \text{и } a+b = 2a \geq c \quad (\text{т.к. } \triangle A_1B_1C_1)$$

Минимальный радиус будет при  $\frac{a^4}{a^2-4}$  — минимальной.  $\left(\frac{a^4}{a^2-4}\right)' = \frac{3a^2(a^2-4) - a^4}{(a^2-4)^2} = 0$

$$\frac{a^3(3a^2-12-2a^2)}{(a^2-4)^2} = \frac{a^3(a^2-12)}{(a^2-4)^2} = 0 \quad a = 2\sqrt{3} \quad \left(\frac{a^4}{a^2-4}\right)' < 0 \quad \left(\frac{a^4}{a^2-4}\right)' > 0$$

т.е.  $R_{\min}$  при  $a = b = 2\sqrt{3}$



из  $\triangle A_1C_1D_1$  ( $\angle C_1 = 90^\circ$ ):  $C_1D_1 = \sqrt{25 - 12} = \sqrt{13}$  (т.к.  $AD = 5$ )  
 из  $\triangle A_1B_1C_1$  ( $\angle C_1 = 90^\circ$ ):  $B_1C_1 = \sqrt{49 - 12} = \sqrt{37}$   
 $CD = D_1C_1 - B_1C_1 = \sqrt{37} - \sqrt{13}$

Ответ:  $\sqrt{37} - \sqrt{13}$

и 3.

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 50 & (1) \\ a^2 + b^2 \leq \min(14a+7b, 50) & (2) \end{cases}$$

(1) - упр. е круг с центар в  $(a, b)$  и  $R = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

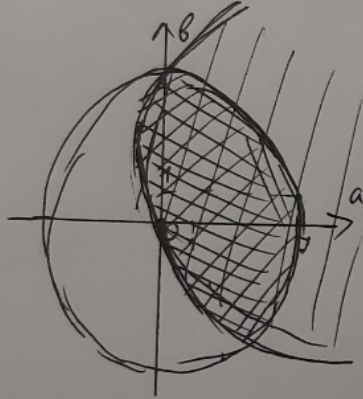
(2): упр.  $a^2 + b^2 \leq 50$   
 или  $14a + 7b \geq 50 \Rightarrow a^2 + b^2 \leq 14a + 7b$

$(a-7)^2 + (b-1)^2 = 50$   
 - упр. с центар в  $(7, 1)$

упр.  $a^2 + b^2 \leq 14a + 7b$ ,  $(a-7)^2 + (b-1)^2 \leq 50$  и  $R = \sqrt{50}$   
 $\Rightarrow a^2 + b^2 \leq 50$ , упр. с центар в  $(0, 0)$  и  $R = \sqrt{50}$ ,

и.р.  $a^2 + b^2 \leq 50$

$(a-7)^2 + (b-1)^2 \leq 50$



и.р. Најблизу до крајних тачака  $a^2 + b^2 = 50$  и  $(a-7)^2 + (b-1)^2 = 50$

~~$a^2 + b^2 = a^2 + 4a + 4 + b^2 = 28 + 4a$~~

~~$14a + 7b = 50 \Rightarrow b = 50 - 14a$~~

~~$a^2 + (50 - 14a)^2 = 50$~~

~~$a^2 + 14^2 a^2 - 1400a + 50^2 = 50$~~

~~$157a^2 - 1400a + 2450 = 0$~~

Најмања површина  $M$  - површина состаена од кругов с центаром в  $(a, b)$  и  $R = 50$ , упр.

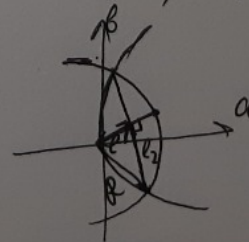
Уклучувајќи ја  $M$  - зупне с центаром в  $(0, 0)$  и  $(7, 1)$ , т.е. в  $(3, 5; 0, 5)$  и

$R_1 = l_1 + R$  и  $R_2 = l_2 + R$

$l_1 = \frac{1}{2} \sqrt{50}$ ;  $l_2 = \sqrt{R^2 - l_1^2} = \sqrt{50 - \frac{1}{4} \cdot 50} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{50} \Rightarrow$

$R_1 = \frac{3}{2} \sqrt{50}$ ;  $R_2 = \frac{\sqrt{50}}{2} (\sqrt{3} + 2)$

и  $S_{\text{min}} = \pi \left( \frac{R_1 + R_2}{2} \right)^2 = \pi \left( \frac{\frac{3}{2} \sqrt{50} + \frac{\sqrt{50}}{2} (\sqrt{3} + 2)}{2} \right)^2 = \pi \left( \frac{\sqrt{50} (\sqrt{3} + 5)}{4} \right)^2 = \frac{50 \cdot (28 + 10\sqrt{3})}{16} \pi = \frac{50(14 + 5\sqrt{3})}{8} \pi \approx \frac{157(14 + 5\sqrt{3})}{8}$



Значи:  $\frac{50(28 + 10\sqrt{3})}{16} \pi$  (или  $\approx \frac{157(28 + 10\sqrt{3})}{16}$ )

или  $\frac{25(14 + 5\sqrt{3})}{4} \pi$

Значи:  $\frac{25(14 + 5\sqrt{3})}{4} \pi$  (или  $\approx \frac{157(14 + 5\sqrt{3})}{8}$ )

Ugurbek

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \quad n, \text{ ju } a_1; d \in \mathbb{Z}$$

$$S_{15} = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = 15(a_1 + 7d)$$

$$a_1 \cdot a_{15} > S - 24$$

$$a_{11} \cdot a_{13} < S + 4$$

$$(a_1 + 6d)(a_1 + 14d) > 15(a_1 + 7d) - 24$$

$$(a_1 + 10d)(a_1 + 11d) < 15(a_1 + 7d) + 4$$

$$a_1 a_{16} + 24 > S > a_{11} a_{12} - 4$$

$$a_1^2 + 25a_1 d + 6 \cdot 15d^2 + 24 > a_1^2 + 22a_1 d + 110d^2 - 4$$

$$30d^2 < 28$$

$$d^2 < \frac{14}{15}$$

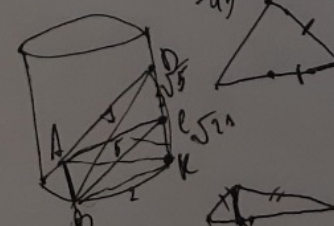
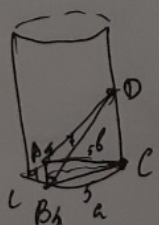
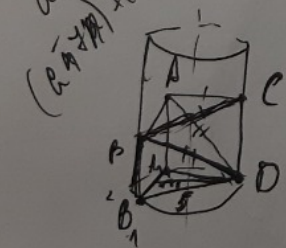
$$-1 \leq d \leq 1$$

$$\frac{1}{2}(a-1)^2 + (b-1)^2 \leq 50$$

$$a^2 + b^2 \leq 50$$

$$a^2 + b^2 \leq 50$$

$$\frac{1}{2}(a+1)^2 + (b-1)^2 \leq 50$$



$$\frac{49}{24}$$

$$2\sqrt{6}$$

$$A_1 B_1 \leq 4$$

$$B_1 D = A_1 D \leq 5$$

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$$

$$S_{ABCD} = \frac{ab}{a^2 - \frac{c^2}{4}}$$

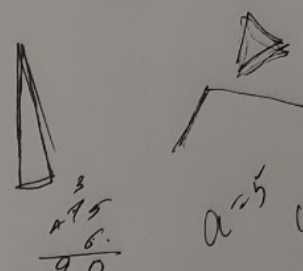
$$2R = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$= \frac{ab}{\sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}}$$

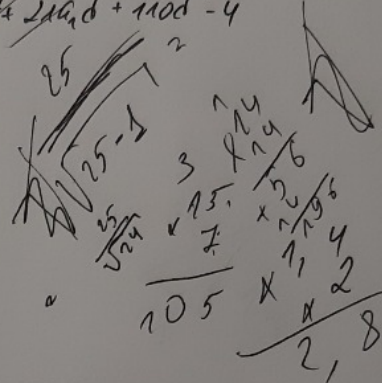
$$a + b \geq c$$

$$a \geq b \geq 4$$

$$a = b \geq 2$$



$$a = 5 \quad c = 4$$



$$\frac{114}{9} = \frac{106}{5}$$

$$a^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} + \frac{a^2 - c^2}{2}$$

$$a^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} + \frac{a^2 - c^2}{2}$$

$$\min \sqrt{\frac{a^2 + c^2}{a^2}}$$

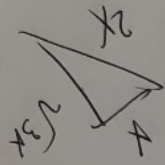
$$\max \sqrt{\frac{a^2 + c^2}{a^2}}$$

$$\frac{4a^2 - c^2}{4a^2}$$

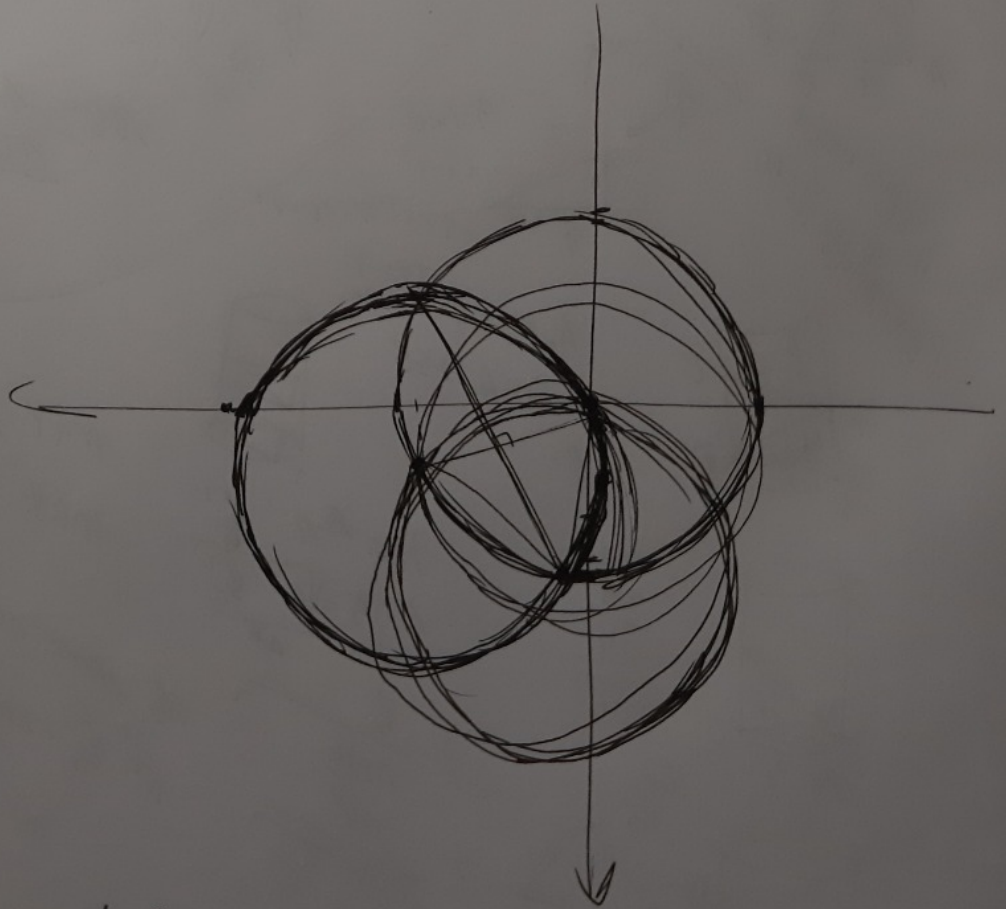
$$\frac{4a^2 - c^2}{4a^2}$$

$$\frac{4c}{(a+c)^2}$$

Черновик



$$\begin{array}{r} 15 \\ 15 \\ \hline 30 \\ 30 \\ \hline 60 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 2\sqrt{2} = 9 \\ 8 = 28 \end{array}$$

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104850**

ID профиля: **803302**

Вариант 22

Учетовик ① Вариант 22, часть 2

16 ч.

$\text{НОД}(a; b; c) = 14$  — у этого следует, что каждое из  $a, b, c$  делится на 14  
 $\text{НОК}(a; b; c) = 2^{14} \cdot 7^{18}$  — у этого следует, что в разложениях  $a, b, c$  есть только степени 2 и 7;

Тогда образом,  $a, b, c$  вида  $2^{k_i} \cdot 7^{p_i}$ , где  $k, p \in \mathbb{N}$ . Пусть  $a = 2^{k_1} \cdot 7^{p_1}$ ,  $b = 2^{k_2} \cdot 7^{p_2}$ ,  $c = 2^{k_3} \cdot 7^{p_3}$ ,  
 где  $k_1, p_1, k_2, p_2, k_3, p_3 \in \mathbb{N}$   
 тогда  $\max(k_1, k_2, k_3) = 14$  Пусть  $k_1 = 14$  и  $p_1 = 18$ , тогда  $2 \leq k_2, k_3 \leq 14$ ;  $2 \leq p_2, p_3 \leq 18$   
 $\max(p_1, p_2, p_3) = 18$ .

~~Далее мы знаем, что тройки  $(a, b, c), (a, c, b), (c, a, b), (c, b, a), (b, c, a), (b, a, c) = 6$  вариантов,  
 Тогда вариантов выбрать  $k_2$  и  $k_3$  и столько же вариантов выбрать  $p_2$  и  $p_3$ .  
 т.е. всего вариантов такой тройки  $\binom{14}{k_2} \binom{14}{k_3} \binom{18}{p_2} \binom{18}{p_3} = \binom{14}{2}^2 \binom{18}{2}^2 = 14 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 15 = 44100$   
 $\binom{14}{2}^2 \binom{18}{2}^2 = 120 \cdot 136 = 16320$   $119 \cdot 72 = 20808$   $\frac{(14 \cdot 14 - 14)(18 \cdot 18 - 18)}{2} = 16(14-1) \cdot 12(18-1) =$   
 заметим, что для каждого  $k_i = 14$  есть 3 варианта, как разбить  $p_i = 18$ , т.е.  
 где  $k_i = 14$  искомого троек у нас будет  $3 \cdot 16 \cdot 17 \cdot (14-1)(18-1) = 2$  (исключаем повтор троек  $(18, 18, 18)$ )~~

Для  $k_1 = 14$  посчитаем возможные кол-во троек  $(p_1, p_2, p_3)$ ;  $p_i = 18$  можно выбрать 3-ими способами; среди  $(p_1, p_2, p_3)$  остальные две  $p$  можно выбрать 18-17-17 (исключаем пар с одинаковыми числами, т.е. виде  $(k, c)$ )  
 Тогда всего для  $k_1 = 14$  троек  $(p_1, p_2, p_3) = 3(18 \cdot 17 - 17) = 2$  (исключаем повтор троек  $(18, 18, 18)$ )  
 Вариантов выбрать тройку  $(k_1, k_2, k_3) = 3(14 \cdot 14 - 14) = 2$  (АНАЛОГ ИЧНО):  $\uparrow$

Тогда всего вариантов выбрать троек  $(a, b, c) = (3(18 \cdot 17 - 17) - 2) \cdot (3(14 \cdot 14 - 14) - 2) =$   
 $= (3 \cdot 17^2 - 2)(3 \cdot 16^2 - 2) = 2545 \cdot 2 \cdot 865 \cdot 2 = 662590$   
 Ответ: 662590



Умовник ② Варіант 22, рама 2

$$\log\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 \left(\frac{3x}{2}-\frac{1x}{4}\right) = \frac{1}{2} \log\left(\frac{x+2}{2}\right) \left(\frac{14x-1x}{4}\right) = a$$

$$\log\sqrt{\frac{3x}{2}-\frac{1x}{4}} \left(\frac{3x}{2}-6\right) = 4 \log\left(\frac{14x-1x}{4}\right) \left(\frac{3x-12}{2}\right) = b$$

$$\log\sqrt{\frac{3x-6}{2}} \left(\frac{x}{2}+1\right) = 2 \log\left(\frac{3x-12}{2}\right) \left(\frac{x+2}{2}\right) = c$$

$$a \cdot b = 2 \log\left(\frac{x+2}{2}\right) \left(\frac{3x-12}{2}\right) = \frac{4}{c}$$

$$b \cdot c = 8 \log\left(\frac{14x-1x}{4}\right) \left(\frac{x+2}{2}\right) = 8 \cdot \frac{1}{2a} = \frac{4}{a} \Rightarrow abc = 4$$

$$a \cdot c = \log\left(\frac{3x-12}{2}\right) \left(\frac{14x-1x}{4}\right) = \frac{4}{b}$$

Питання  $a=b=c+1$  для, може  $(c+1)^2 \cdot c = 4$

$$c^3 + 2c^2 + c - 4 = 0 \quad (1)$$

$$(c-1)(c^2 + 3c + 4) = 0$$

$$c = 1$$

$$a = b = 2$$

$$\begin{array}{r|l} (2) & c^3 + 2c^2 + c - 4 \\ & \underline{-c^3 - c^2} \\ & c^2 + c - 4 \\ & \underline{-c^2 - 3c} \\ & -4c - 4 \\ & \underline{-4c - 4} \\ & 0 \end{array}$$

$$c^2 + 3c + 4 = 0$$

$$D = 9 - 16 < 0, \text{ коренів нема}$$

Випади  $a=c=b+1$  та  $b=c=a+1$  аналогічно, може

Питання  $a=b=2, c=1$ ,  $\frac{1}{2} \log\left(\frac{x+2}{2}\right) \left(\frac{14x-1x}{4}\right) = 2 = 4 \log\left(\frac{3x-12}{2}\right) \left(\frac{x+2}{2}\right)$  та  $2 \log\left(\frac{3x-12}{2}\right) \left(\frac{x+2}{2}\right) = 1$  - неможливо.

Значення  $c=1$ , значення  $c=2$ :

$$2 \log\left(\frac{3x-12}{2}\right) \left(\frac{x+2}{2}\right) = 2$$

$$\text{Цілим О.Д.З.} \quad \frac{3x-12}{2} = \frac{x+2}{2}$$

$$3x = 14$$

$$x = \frac{14}{3}$$

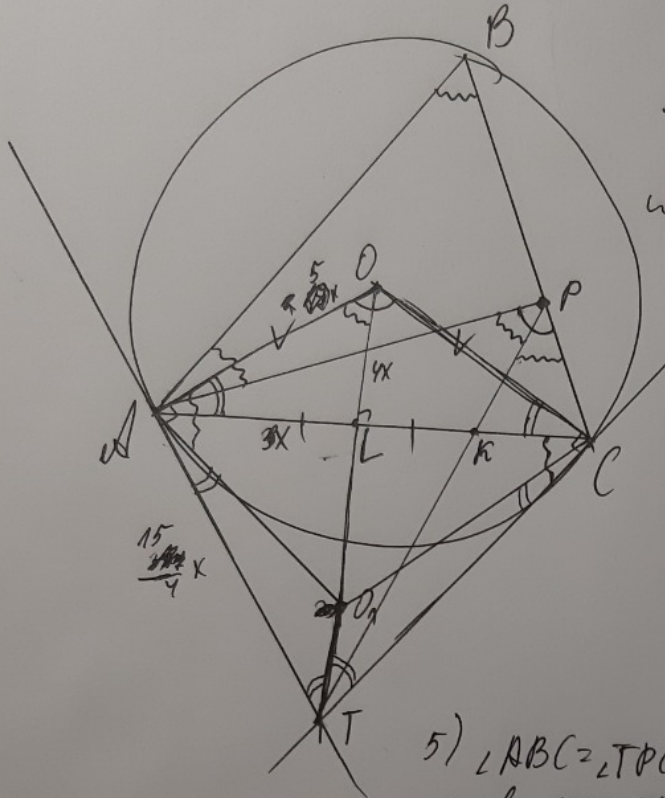
Перевіримо  $x = \frac{14}{3}$  в  $a$  та  $b$ :

$$a = \frac{1}{2} \log\left(\frac{\frac{14}{3}+2}{2}\right) \left(\frac{14 \cdot \frac{14}{3} - 1 \cdot \frac{14}{3}}{4}\right) = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

$$b = 4 \log\left(\frac{14 \cdot \frac{14}{3} - 1 \cdot \frac{14}{3}}{4}\right) \left(\frac{\frac{14}{3}+2}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 1, \text{ таким чином } a=b=c=1 = a+1$$

Відповідь: 7

а) 1) Пусть  $O_1$  - центр окружности, вписанной в  $\triangle AOC$ , тогда  
 (если  $O_1$  - центр окружности)  $\rightarrow O_1 \in$  пер. пер. к  $[AC]$   
 $\rightarrow O_1 O \perp AC$   
 $T \in$  пер. пер. к  $[AC]$  (если  $O_1$  - центр)



2)  $\triangle A O_1 O$  -  $\text{пр. } \angle \text{ в } O_1 \text{ (о.к. } [AO]) \rightarrow \angle O_1 A O = \angle O_1 O A$  (если  $O_1$  - центр)  
 $\angle O_1 A T = \angle O_1 T A (= 90^\circ - \angle O A O_1) \rightarrow \triangle O_1 A T \sim \triangle O_1 T A$

3)  $S_{\triangle APK} = \frac{AK}{AC} S_{\triangle APC}$  (если  $O_1$  - центр)  
 $S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} AC \cdot h$

4) Пусть  $\angle AOT = \angle ABC = \alpha$   
 $\angle APT = \angle AOC = 2\alpha$  (впис. и центр. углы на  $AC$ )  
 $\angle AOT = \angle APT$  (впис. и центр. углы на  $AT$ )

$\rightarrow \angle APT = 2\alpha$   
 $\angle TPC = \angle APC - \angle APT = 2\alpha - 2\alpha = 0$   
 $\rightarrow [PK] \perp AC$  (если  $O_1$  - центр)  
 м.к.  $\frac{AP}{AC} = \frac{AK}{AC} = \frac{1}{5}$  (н.з.)  
 (если  $O_1$  - центр)

5)  $\angle ABC = \angle TPC = \alpha \Rightarrow (AB) \parallel (TP)$  (впис. и центр. углы)  
 и абс. coord. при  $(AB)$  и  $(TP)$   
 $\rightarrow \angle ACB = \frac{CP}{CB} = \frac{CK}{CA} = \frac{5}{12}$  (н.з.), тогда  $\frac{S_{\triangle APC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{CP}{CB} = \frac{5}{12}$

$\rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{12}{5} (S_{\triangle APK} + S_{\triangle PKC}) = \frac{144}{5} = 28,8$

б)  $\angle ABC = \arctg \frac{3}{4}$ ;  $AC = ?$

тогда  $AB = \frac{3}{4}$ ; Пусть  $AL = 3x$ , тогда  $OL = 4x$  и  $AO = 5x$  (н.з.)  
 и  $AT = \frac{15}{4}x$  (м.к.  $\angle OAT = 90^\circ$ ) в  $\triangle OAT$ :  $\angle A = 90^\circ$   $OT = \frac{15}{4}x$   
 $2r = \frac{15}{2}x \Rightarrow r = \frac{15}{4}x$

в)  $\angle APT = \angle BAP$  (кан. центр. угол при  $(PT) \parallel (AB)$ )  $\rightarrow \triangle ABP \sim \triangle OAP$  (н.з.)  
 $BP = AP = \frac{7}{5} BC$

г)  $\triangle ABP$  (н.з.)  $AB^2 = BP^2 + AP^2 - 2AP \cdot BP \cdot \cos \angle ABP = 2 \cdot \left(\frac{7}{5} BC\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{7}{5} BC\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{4}{5}\right) = \frac{2}{5} BP^2 \Rightarrow AB = \sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \frac{7}{5} BC$

д)  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \frac{7}{5} BC \cdot \frac{3}{5} BC = \frac{144}{5} \Rightarrow BC = 12 \sqrt{\frac{24\sqrt{5}}{35}}$

е)  $\triangle ABC$ : (н.з.)  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{49}{5} + 1 - 2 \cdot \frac{7}{5}\right) BC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{\left(\frac{49}{50} - \frac{3}{5}\right) \frac{24\sqrt{5}}{35}} \cdot 12$

Итого: а) 28,8; б)  $\sqrt{\left(\frac{49}{350} - \frac{3}{5}\right) \frac{24\sqrt{5}}{35}} \cdot 12$

Кривовик  
 м.ч.  
 а, в, с  
 2 7 14

$(a, b, c) = 2, 4$   
 $(a, b, c) = 2, 4, 8$

$a, b, c = 4^k \cdot 2^l, k, l \geq 0$

14  

$$\begin{array}{r} 7^2 2^3 \\ \times 2^3 3 \\ \hline 2544 \\ \hline 2545 \end{array}$$

(1, 1, 3)  
 (3, 2, 1)

(2, 7) = 14

$$\begin{array}{r} 5^2 7^2 \\ \times 136 \\ \hline 1120 \\ \hline 1120 \\ \hline 2240 \\ \hline 136 \\ \hline 16320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3^2 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ \hline 16 \\ \hline 256 \\ \hline 256 \\ \hline 768 \\ \hline 768 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 289 \\ \hline 8672 \\ \hline 435 \\ \hline 1466 \\ \hline 15190 \\ \hline 5190 \\ \hline 667590 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \\ 18 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \\ \hline 14 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \\ 18 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \\ \hline 14 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \\ 18 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 2 \\ \hline 32 \\ \hline 1 \cdot 2 \\ \hline 2 \cdot 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11^2 \\ \times 16 \\ \hline 1936 \end{array}$$

$\angle \alpha = 50^\circ$

$\log_2 8 = 3$

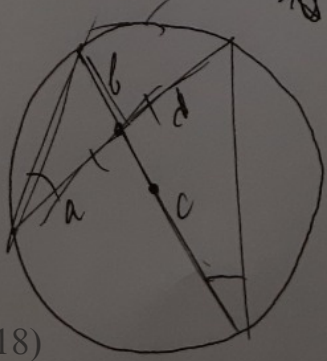
$\log_2 2 = 1$

$\frac{\log_2 a}{\log_2 b} \sim \log_b a$

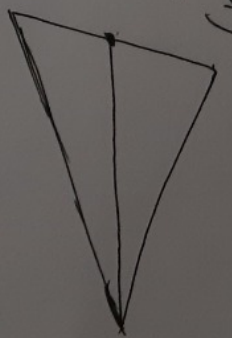
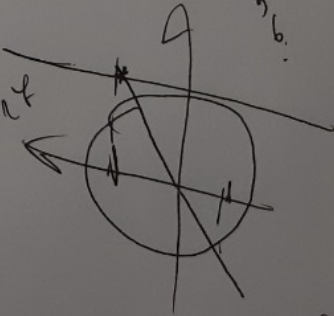
$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 20 \\ \hline 260 \\ \hline 260 \end{array}$$

$(2a-1) = b-1$   
 $a^2(a-1) = 4$   
 $a^2 - a - 4 = 0$

$$\sqrt{a^2 - b^2} + \sqrt{a^2 - c^2} = 1$$



$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$



$2AG = 292$