

# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104593**

ID профиля: **100613**

Вариант 22

# Условие

$$S = a_1 + \dots + a_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{a_1 + a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15$$

$$a_7 a_{10} > S - 24 \quad (a_1 + 6d)(a_1 + 15d) = a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2 > S - 24$$

$$a_{11} a_{12} < S + 4 \quad (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 21a_1 d + 110d^2 < S + 4$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2 < 24 - S \\ a_1^2 + 21a_1 d + 110d^2 < S + 4 \end{cases}$$

$$20d^2 < 28$$

$$d^2 < \frac{7}{5}$$

$$|d| < \sqrt{\frac{7}{5}}$$

Прогрессия возрастающая, значит  $d > 0$

Прогрессия состр. из целых чисел, значит  $d \in \mathbb{Z}$

$$0 < d < \sqrt{\frac{7}{5}}, d \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow d = 1$$

$$S = (a_1 + 7) \cdot 15; \quad \frac{S}{15} = a_1 + 7; \quad a_1 = \frac{S}{15} - 7$$

$$\begin{cases} (a_1 + 6)(a_1 + 15) > S - 24 \quad (= (a_1 + 7) \cdot 15 - 24) \\ (a_1 + 10)(a_1 + 11) < S + 4 \quad (= (a_1 + 7) \cdot 15 + 4) \end{cases}$$

$$(a_1 + 6)(a_1 + 15) > 15a_1 + 81$$

$$(a_1 + 10)(a_1 + 11) < 15a_1 + 109$$

$$a_1^2 + 21a_1 + 90 - 15a_1 - 81 > 0$$

$$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 110 - 15a_1 - 109 < 0$$

$$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0$$

$$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 3)^2 > 0 \\ (a_1 + 3)^2 - (2\sqrt{2})^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 \neq -3 \\ (a_1 + 3 + 2\sqrt{2})(a_1 + 3 - 2\sqrt{2}) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 15 \\ \hline 105 \\ 7 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 < \sqrt{2} < 2 \\ 2 < 2\sqrt{2} < 4 \\ 5 < 3 + 2\sqrt{2} < 7 \\ -1 < 3 - 2\sqrt{2} < 1 \end{array}$$

Проверим  $a_1 \in \mathbb{Z}$ , значит  $a_1 \in \{-5; -4; -2; -1\}$   
 $a_1 = -5, d = 1 : S = 30$

$$1 \cdot 10 > 30 - 24 (= 6) \text{ - верно - подходит}$$

$$5 \cdot 6 < 30 + 4 \text{ - верно}$$

$$a_1 = -2, d = 1 : S = 45$$

$$2 \cdot 11 > 45 - 24 \Leftrightarrow 22 > 21 \text{ - верно - подходит}$$

$$6 \cdot 7 < 45 + 4 \text{ - верно}$$

①

$a = -2, d = 1: S = 75$

Условие

$4 \cdot 13 > 75 - 24 \Leftrightarrow 52 > 51$  - верно

$8 \cdot 9 < 75 + 4$  - верно

- подходит

$a = -1, d = 1: S = 80$

$5 \cdot 14 > 80 - 24 \Leftrightarrow 70 > 66$  - верно

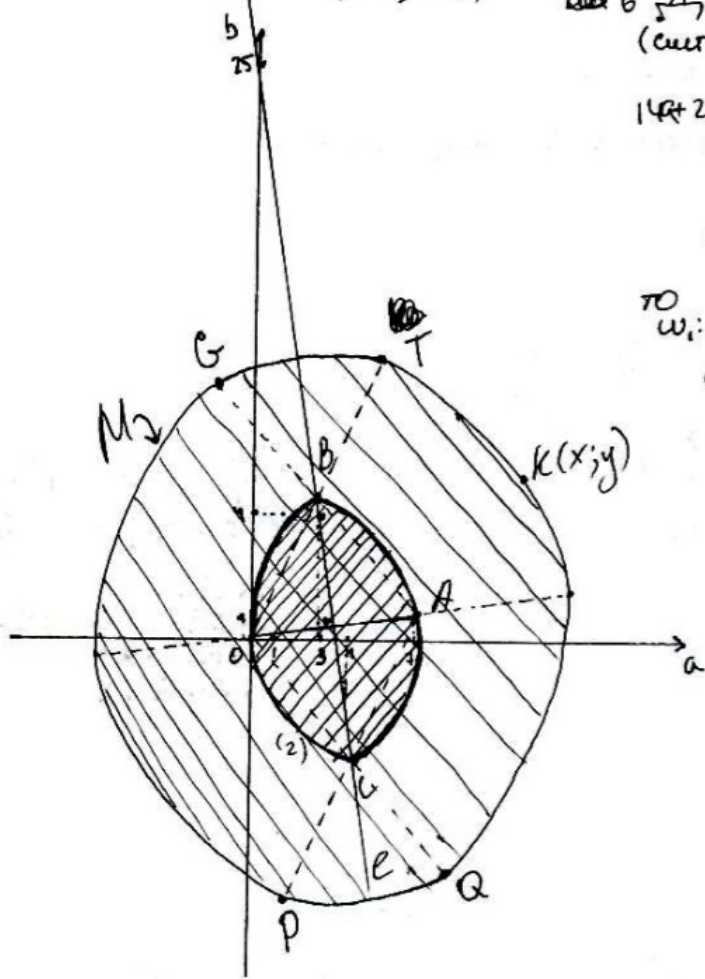
$9 \cdot 10 < 80 + 4$  - верно

- подходит

Ответ: -5; -4; -2; -1

№ 3

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq (5\sqrt{2})^2 \\ a^2 + b^2 \leq \min(14a + 2b, 50) \quad (2) \end{cases}$$



Рассмотрим графики этих неравенств

в  $\Delta, \Pi$  СК (системе координат) от-но  $a$  и  $b$ .

$$\begin{cases} 14a + 2b = 50 \\ b = 25 - 7a \quad (l) \end{cases}$$

Если график (1) расположен выше прямой,

то  $\omega_1: a^2 + b^2 \leq 50 = (5\sqrt{2})^2$

Если ниже, то  $a^2 + b^2 \leq 14a + 2b$

$$\omega_1: (a-7)^2 + (b-1)^2 \leq 50 = (5\sqrt{2})^2$$

$$f(0; l) = \frac{|0 + 7 \cdot 0 - 25|}{\sqrt{49 + 1}} = \frac{25}{\sqrt{50}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Найдем точки пересечения  $\omega_1$  и  $l$ :

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 50 \\ b = 25 - 7a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + 49a^2 - 25 \cdot 14a + 25^2 - 50 = 0 \\ 20a^2 - 14a + 23 = 0 \end{cases}$$

$$D = 49 - 46 = 3$$

$$a = \frac{7 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2, \text{ значит } \frac{7 + \sqrt{3}}{2} < 4,5$$

$$2,5 < \frac{7 - \sqrt{3}}{2} < 3$$

$OA = 2 \cdot f(0; l) = 5\sqrt{2} \Rightarrow OA = R$  - радиус окруж.  $a^2 + b^2 = 50 \Rightarrow A \in \omega_1$

$$\begin{cases} (a-7)^2 + (b-1)^2 = 50 \\ b = 25 - 7a \end{cases}$$

$$a^2 - 14a + 49 + 24^2 - 14 \cdot 24 \cdot a + 49a^2 = 50$$

$$50a^2 - 14 \cdot 25a + 625 = 50$$

$$20a^2 - 14a + 23 = 0 \text{ - совпадает с т. пер. } l \text{ и } \omega_1.$$

$l: b = 25 - 7a$

$$\begin{cases} b - \frac{1}{7}a = 0 \\ a^2 + b^2 = 50 \end{cases}; \begin{cases} a = 7b \\ 50b^2 = 50 \end{cases}; \begin{cases} b = \pm 1 \\ a = \pm 7 \end{cases} \Rightarrow A(7; 1) \Rightarrow A \text{ - } y\text{-} \omega_2; OA = 5\sqrt{2} \Rightarrow OA \text{ - радиус } \omega_2 \Rightarrow O \in \omega_2$$

2

Числовые

$(\frac{a-x}{b})^2 + (\frac{b-y}{a})^2 \leq (5\sqrt{2})^2$  - графиком данного нерав-ва будет круг с центром в  $(x; y)$  и радиусом  $5\sqrt{2}$ .

Чтобы задача имела решение, нужно чтобы расстояние от точки  $K(x; y)$  до ~~какой-то~~ ближайшей точки графика нерав-ва (2) было ~~равно или~~ не больше  $5\sqrt{2}$ .

Пусть  $\omega, \omega' = O; C$ .

Рассмотрим график (2) находящийся выше ~~прямой~~ прямой  $l$ . Расстояние от  $K(x; y)$  до  $\omega$ , равно  $5\sqrt{2}$ . Расстояние от любой точки  $\omega$  до  $O(0; 0)$  равно  $5\sqrt{2}$ , тогда расстояние от  $K$  до  $O$  равно  $10\sqrt{2}$ , т.е.  $K$  лежит на окружности  $\omega'(0; 10\sqrt{2})$ .

Аналогично для второй окружности  $\omega_2$ :  $K$  лежит на  $\omega''(A; 10\sqrt{2})$ . ~~Подходящая~~ Подходящая нам часть  $\omega'$  лежит между  $OB$  и  $OC$ , а  $\omega''$  между  $AB$  и  $AC$ .

Если расстояние от  $K(x; y)$  до  $\omega$  равно  $5\sqrt{2}$ , то  $K$  лежит на окр  $(B; 5\sqrt{2})$ . Аналогично если  $S(K; C) = 5\sqrt{2}$ , то  $K$  лежит на окр  $(C; 5\sqrt{2})$ .

Нам подходит только ~~такие~~ точки с коорд.  $(x; y)$  внутри полученной фигуры  $M$ .

Найдём её площадь.

$OBA C$  - ромб, т.к.  $OB = BA = AC = CO = R = 5\sqrt{2}$ .

$$O(0; 0) \quad A(7; 1) \Rightarrow |OA| = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$B(\frac{7-\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2}) \quad C(\frac{7+\sqrt{3}}{2}; \frac{1-\sqrt{3}}{2}) \Rightarrow |BC| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = 5\sqrt{6}$$

$$\triangle AOC - \text{р.т.к. } OA = AC = OC = 5\sqrt{2} \Rightarrow \angle OCA = 60^\circ$$

$$\triangle AOB - \text{р.т.к. } OB = BA = OA = 5\sqrt{2} \Rightarrow \angle OBA = 60^\circ \Rightarrow \angle BOC = 120^\circ = \angle BAC$$

$$S_{OBA C} = \frac{1}{2} OA \cdot BC \text{ (т.к. } OA \perp BC) \Rightarrow S_{OBA C} = \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 25\sqrt{3}$$

$$OB \cap \omega'_1 = T; OC \cap \omega'_1 = Q; AC \cap \omega'' = P; AB \cap \omega'' = G$$

$$S_{\text{дого}} = \frac{120}{360} \cdot \pi \cdot (10\sqrt{2})^2 = \frac{1}{3} \pi \cdot 100 \cdot 2 = \frac{200}{3} \pi = S_{\text{дого}}$$

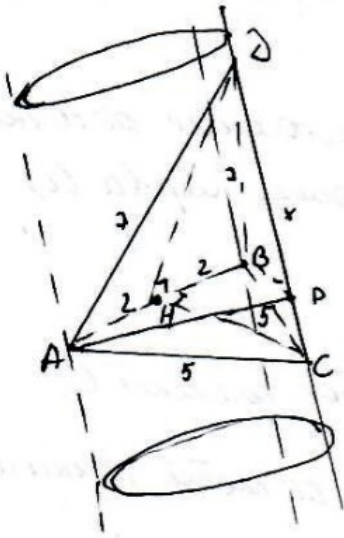
$$S(M) = S_{\text{дого}} - S_{\triangle OBA C} = 2 \cdot S_{\text{дого}} - S_{\triangle OBA C} = \frac{400}{3} \pi - 25\sqrt{3}$$

$$S_{\triangle OBA C} = S_{\triangle OBA C} = \frac{60}{360} \cdot \pi \cdot (5\sqrt{2})^2 = \frac{1}{6} \cdot 25 \cdot 2 \pi = \frac{25}{3} \pi \Rightarrow S(M) = \frac{400}{3} \pi - 25\sqrt{3} + \frac{2 \cdot 25}{3} \pi = \frac{450}{3} \pi - 25\sqrt{3}$$

Ответ:  
 $150\pi - 25\sqrt{3}$

# Условие

~ 2



Решение:

$$1) \triangle AAB-p\text{т} \Rightarrow DH \perp AB - \text{высота} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H - \text{сер } AB \Rightarrow AH = HB = 2$$

$$CH - \text{мед}; \triangle ABC-p\text{т} \Rightarrow CH \perp AB.$$

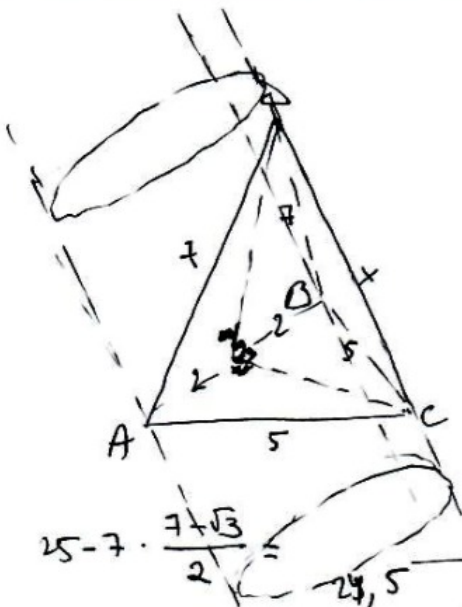
$$2) AB \perp DH; AB \perp CH \Rightarrow AB \perp (DHC)$$

З.м.  $AP \perp DC$ , тогда  $BP \perp DC$ , т.к. симметричны от-но  $(HDC)$

Дано:  
 $ABCD - \text{т.п.}$   
 $BC = AC = 5$   
 $AD = DB = 7$   
 $AB = 4$   
 Найти:  
 $DC$

Решение

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 5\sqrt{2} \\ a^2 + b^2 \leq \min(14a + 2b, 50) \end{cases}$$



$$\frac{5\sqrt{2}}{\sin 30^\circ} = \frac{x}{\sin 120^\circ}$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$x = 5\sqrt{6}$$

$$2b + 14a \leq 50$$

$$b + 7a \leq 25$$

$$b \leq 25 - 7a$$

$$7a + b - 25 = 0$$

$$(a-x)^2 + (b-y)^2 \leq 5\sqrt{2}$$

$$25 - 7 \cdot \frac{7 + \sqrt{3}}{2} = 25 - 24,5$$

$$= 25 - \frac{49}{2} + \frac{7\sqrt{3}}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{7\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + 7\sqrt{3}}{2}$$

$$25 - 7 \cdot \frac{7 + \sqrt{3}}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{7\sqrt{3}}{2} =$$

$$\frac{7 + \sqrt{3}}{2} - \frac{7 - \sqrt{3}}{2} =$$

$$= \sqrt{3}$$

$$\frac{1 + 7\sqrt{3} - 1 + 7\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 7\sqrt{3}$$

$$b = -7a + 25$$

$$b = \frac{1}{7}a$$

$$2 \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot 100 \cdot 2 = \frac{400}{3} \pi$$

$$5\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{6} = 25\sqrt{3}$$

$$S(0; e) = \frac{1 - 251}{\sqrt{49 + 1}} = \frac{25}{\sqrt{50}} = \frac{25}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{25}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$3 + 49 \cdot 3 =$$

$$= 3 \cdot 50$$

$$a^2 + b^2 = 50$$

$$7a + b - 25 = 0$$

$$b = 25 - 7a$$

$$a^2 + 49a^2 - 25 \cdot 14a + 25^2 = 50$$

$$50a^2 - 25 \cdot 14a + 25 \cdot 25 - 50 = 0$$

$$2a^2 - 14a + 25 - 2 = 0$$

$$2a^2 - 14a + 23 = 0$$

$$4 \cdot \frac{1}{2} ab$$

$$2ab = \frac{1}{2} 2a \cdot 2b$$

$$\frac{120}{360} \cdot \pi R^2$$



$$\frac{1}{2} \cdot b \cdot 2a \cdot 2 =$$

$$b \cdot 2a$$

$$a^2 + 49a^2 = 0$$

$$D = 49^2 - 4 \cdot 23 = 2401 - 92 = 2309$$

$$= 49 - 46 = 3$$

$$a = \frac{7 + \sqrt{3}}{2}$$

$$8 < 7 + \sqrt{3} < 9 \quad 5 < 7 - \sqrt{3} < 6$$

$$4 < \frac{7 + \sqrt{3}}{2} < 4,5 \quad 4,5 < \frac{7 - \sqrt{3}}{2} < 3$$

$$\frac{400 + 450\pi}{3}$$

$$\frac{450}{3} = 150$$

$$\frac{150}{15} = 10$$

e

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 24 \\ \times 24 \\ \hline 48 \\ 48 \\ \hline 576 \\ + 49 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$a^2 + b^2 - 14a - 2b \leq 0$$

$$(a-7)^2 + (b-1)^2 \leq 50$$

$$b = 25 - 7a$$

$$(a-7)^2 + (25-7a)^2 \leq 50$$

$$a^2 - 14a + 49 + 49a^2 - 14 \cdot 24a + 49 \cdot 25 \leq 50$$

$$50a^2 - 14 \cdot 24a + 625 \leq 50$$

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104593**

ID профиля: **100613**

Вариант 22

$$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 14 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 2^{17} \cdot 7^{18} \end{cases}$$

Пусть  $a = 2^{x_a} \cdot 7^{y_a}$   
 $b = 2^{x_b} \cdot 7^{y_b}$   
 $c = 2^{x_c} \cdot 7^{y_c}$

Если бы одно из чисел  $a, b$  или  $c$  делилось

на что-то кроме  $2^n$  и  $7^k$ , то

НОК( $a; b; c$ ) содержал бы множители и этот коэф. делитель. Значит  $a, b, c$  делится только на степени двойки и семерки.

НОК( $a; b; c$ ) =  $2^{17} \cdot 7^{18}$ , значит в каком-то из чисел есть множитель  $7^{18}$ , а в каком-то (может быть том же) множитель  $2^{17}$

НОД( $a; b; c$ ) =  $2 \cdot 7$ , значит в каждом из чисел  $a, b, c$  есть множитель  $2^n$  и  $7^k$ , где  $n, k \in \mathbb{N}$ .

Если во всех числах степень двойки больше 1, то НОД( $a; b; c$ ) содержал бы больше двоек. (аналогично с семерками) Значит хотя бы одно число содержит  $2^1$  и одно число  $7^1$ .

Тогда если  $a = 2 \cdot 7$ , то  $b = 2^{x_b} \cdot 7^{y_b}$ , где  $x_b, y_b \in \mathbb{N}$ ,  $1 \leq x_b \leq 17$ ,  $1 \leq y_b \leq 18$   
 $c = 2^{x_c} \cdot 7^{y_c}$ , где  $x_c, y_c \in \mathbb{N}$ ,  $1 \leq x_c \leq 17$ ,  $1 \leq y_c \leq 18$

$a - 1$  вар.

~~б.т.т.т.т.т.т.~~  $b - 17 \cdot 18 = 306$  - способов.  
 $c - 306$  - способов.

Тогда кол-во таких троек:  $3 \cdot 306^2 = 280908$  (вместе с переставленными  $a, b, c$ )

Если  $a = 2 \cdot 7^{y_a}$ , где  $y_a \in \mathbb{N}$ ,  $1 \leq y_a \leq 18$

Тогда если  $a = 2 \cdot 7$ , то  $b = 2^{x_b} \cdot 7^{y_b}$

$$1. \begin{cases} c = 2^{x_c} \cdot 7^{y_c} \\ 1 \leq x_c \leq 17 - \text{ген.} \\ 1 \leq y_c \leq 17 - \text{ген.} \end{cases}$$

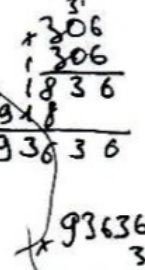
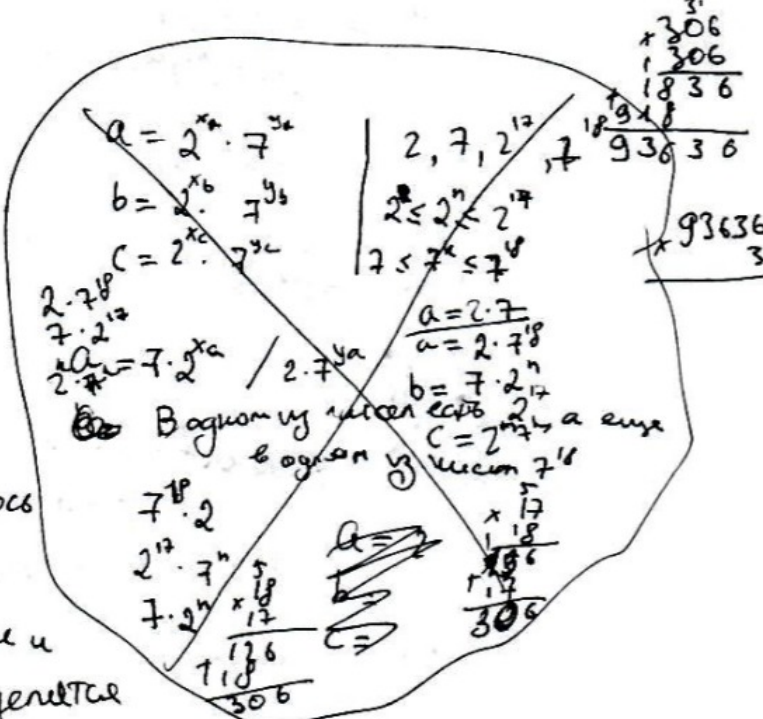
(т.к. где  $y_c = 18$  - не подходит)

$$2. \begin{cases} b = 2^{x_b} \cdot 7^{y_b} \\ c = 2^{x_c} \cdot 7^{y_c} \\ 1 \leq x_c \leq 17 - \text{ген.} \\ 1 \leq y_b \leq 17 - \text{ген.} \end{cases}$$

(т.к. где  $y_b = 18$  - не подходит)

Тогда вариантов троек:

~~б.т.т.т.т.т.т.~~  
 $(17^2 \cdot 2) \cdot 3 = 1734$





Если  $a = 2^{17} \cdot 7^{18}$ , то  $\begin{cases} b = 2 \cdot 7^4 \\ c = 2^x \cdot 7^y \\ 1 \leq x \leq 17 \\ 2 \leq y \leq 18 \end{cases}$  или  $\begin{cases} b = 2 \cdot 7^y \\ c = 2^x \cdot 7 \\ 2 \leq y \leq 18 \\ 1 \leq x \leq 17 \end{cases}$  Учитывая

Т.е. имеет  $1734$   $17^2$  вар. ~~1734~~  $17^2$  вар. ~~1734~~  $17^2$  вар.

Если  $a = 2^7 \cdot 7^8$   
 $b = 2^8 \cdot 7^{18}$   
 $c = 2^n \cdot 7^k$  ~~1 < n <= 17~~  
 $1 \leq k \leq 18$

$6 \cdot 17 \cdot 18 = 306 \cdot 6 = 1836$

Итого всего комбинаций  $2 \cdot 1734 + 1836 = 4304$

Ответ: 4304.

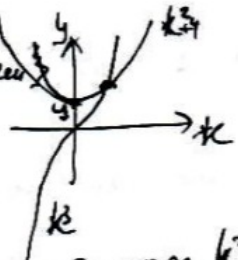
$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2} \left( \frac{7x-17}{2} \right)$  ;  $\log_{\sqrt{\frac{7x-17}{2}}} \left( \frac{3x}{2}-6 \right)^2$  ;  $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}} \left( \frac{x}{2}+1 \right)$   
 $\frac{1}{2} \log_{(\frac{x}{2}+1)} \left( \frac{7x-17}{2} \right)$  ;  $4 \log_{(\frac{7x-17}{2})} \left( \frac{3x}{2}-6 \right)$  ;  $2 \log_{(\frac{3x}{2}-6)} \left( \frac{x}{2}+1 \right)$

~~abc = 4~~  $abc = 4$  (при условии  $0 < x < 3$ )

Пусть  $a = b$ , тогда  $1 = \frac{a}{b} = \frac{1}{4} \log_{(\frac{3x}{2}-6)} \left( \frac{7x-17}{2} \right)$   
 $\log_{(\frac{7x-17}{2})} \left( \frac{3x}{2}-6 \right) = \frac{1}{4}$  ;  $k \cdot k \cdot (k-1) = 4$

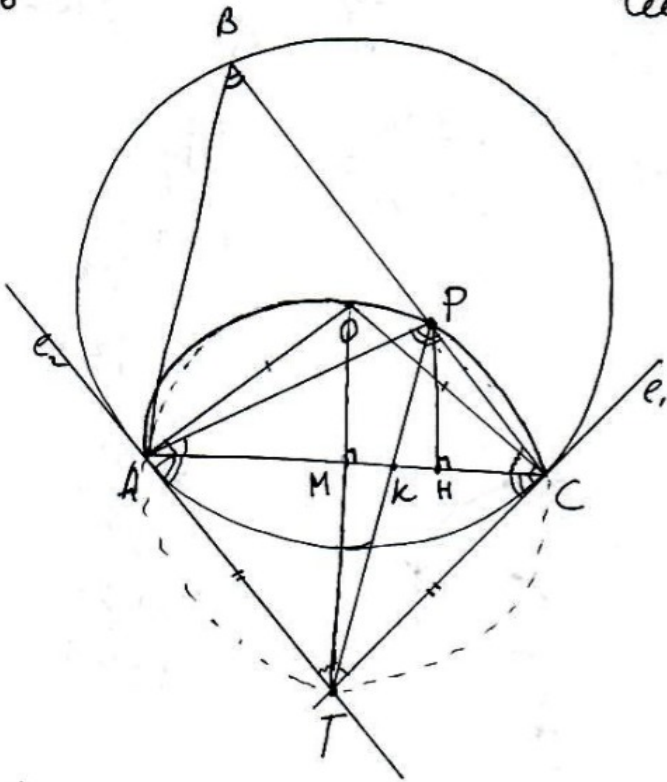
~~$a \cdot a \cdot (a-1) = 1$~~   
 ~~$a^3 - a^2 = 1$~~   
 ~~$a^3 - a^2 - 1 = 0$~~

~~$x \cdot x \cdot (x-1) = 1$~~   
 ~~$x^3 - x^2 - 1 = 0$~~   
 ~~$x = 2$  - решение~~  
 На отрезке  $[0, 3]$  найдем  
 реш. нет; нет корней.  
 1 реш, т.к.  $k^3$  возрастает быстрее  $k^2$ .



$0 < x < 3$ :  $\begin{cases} 1 \neq \frac{7}{2}x - \frac{17}{4} > 0 \\ 1 \neq \frac{x}{2} + 1 > 0 \\ 1 \neq \frac{3x}{2} - 6 > 0 \end{cases}$   
 $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{21}{4} \neq \frac{7}{2}x > \frac{17}{4} \\ 0 \neq x > -2 \\ \frac{14}{3} \neq x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < x \neq \frac{14}{3}$

Ег. реш.  $x^3 = 2$ , но  $x > 4$  и  $3$  значения таких  $x$  нет.  
 Ответ: таких  $x$  нет.



Дано:  
 $\triangle ABC$  - ост; впис  
 $\omega(O; R)$   
 $\omega_1$  - опис около  $\triangle APC$   
 $\omega_1 \cap BC = D$   
 $l_1, l_2$  - кас  $\omega$  в  $C, A$   
 $l_1 \cap l_2 = T; PT \cap AC =$   
 $S_{\triangle APK} = 7$   
 $S_{\triangle PKC} = 5$   
 Найти:  
 а)  $S_{\triangle ABC} = ?$   
 б)  $\angle ABC = \arctan \frac{3}{4}$   
 $AC = ?$

Решение:

- 1)  $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ; AT = CT$  (по св-ву орт. кас)  $\Rightarrow AOC$  - диаметр;  $AOC$  - впис (по пр, т.к. сумма против. углов равна  $180^\circ$ )  
 $PH$  - вис  $\triangle APC$   
 $AOPC$  - впис, значит  $AOPCT$  - впис (т.к. около тр. можно описать только одну окр.)
- 2)  $AOPCT$  - впис  $\Rightarrow$  по св-ву внут. углов остр. на одну дугу:  $\angle PAC = \angle PTC = \alpha; \angle PCA = \angle PTA = \beta$   
 $\angle ADT = \angle ACT = \angle TAC = \angle TPC = \beta \Rightarrow PK$  - бис-ца  $\angle \triangle APK$   
 (т.к.  $\triangle ACT \sim \triangle PTD$ )
- 3)  $S_{\triangle APK} = \frac{1}{2} PH \cdot AK = 7; S_{\triangle PKC} = \frac{1}{2} PH \cdot KC = 5 \Rightarrow \frac{PK}{KC} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{AC}{KC} = \frac{12}{5}$   
 $PK$  - бис-ца  $\angle P \Rightarrow$  по св-ву б-си:  $\frac{AP}{PC} = \frac{7}{5}$
- 4)  $\angle AOC = 2 \cdot \angle ABC$  (как центр. и впис углы на  $\frac{1}{2}$  дугу)  
 $\angle AOC = 180^\circ - \angle ATC = 180^\circ - \alpha + \beta = 2\beta \Rightarrow \angle ABC = \frac{\angle AOC}{2} = \beta$   
 $\angle ABP = \angle TPC = \beta \Rightarrow BA \parallel PT$  (т.к. соответ. углы при паралл.  $AB$  и  $PT$  и сес.  $BP$  равны)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle KPC$  (по трём уг.)  $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KPC}} = \left(\frac{AC}{KC}\right)^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{144}{25}$   
 $S_{\triangle ABC} = \frac{144}{25} \cdot 5 = \frac{144}{5} = 28,8$

Ответ:  $28,8$

№ 15 (логарифмы)

Условие

$$1) \log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2} \left(\frac{7}{4}x - \frac{17}{4}\right) = 2$$

$$c = \log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}} \left(\frac{x}{2}+1\right) = 2$$

$$\begin{cases} \frac{3x}{2} - 6 = \frac{x}{2} + 1 \\ 4 < x \neq \frac{14}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ \end{cases}$$

Если  $x = 7$  :  $b = \log_{\sqrt{\frac{49}{2} - \frac{17}{4}}} \left(\frac{21}{2} - 6\right)^2 =$   
 $= \log_{\frac{9}{2}} \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 2.$

$$a = \log_{\left(\frac{7}{2}+1\right)^2} \left(\frac{49}{2} - \frac{17}{4}\right) = \log_{\left(\frac{9}{2}\right)^2} \left(\frac{81}{4}\right) = 1$$

$$a = c - 1 = b - 1 \quad \text{— верно}$$

$x = 7$  — решение

~~2) Если  $b = 2$ , то  $x = 7$~~

3) Если  $a = 2$ , то:

$$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^4} \left(\frac{7}{2}x - \frac{17}{4}\right) = 2$$

$$\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 \left(\frac{x}{2}+1\right)^2 = \frac{7}{2}x - \frac{17}{4}$$

$$\left(\frac{x^2}{4} + x + 1\right)^2 = \frac{7}{2}x - \frac{17}{4}$$

$$\frac{x^4}{16} + x^2 + 1 + \frac{x^3}{2} + 2x + \frac{x^2}{2} = \frac{7}{2}x - \frac{17}{4}$$

$$\frac{x^4}{16} + \frac{3}{2}x^2 + \frac{x^3}{2} - \frac{3}{2}x + \frac{21}{4} = 0$$

$$\frac{x^4}{4} + 2x^3 + 6x^2 - 6x + 21 = 0$$

$x > 4$ , а  $\left(\frac{x}{2}+1\right)^4$  растёт быстрее, чем  $\frac{7}{2}x - \frac{17}{4}$ ,

3) Если  $b = 2$ , то  $\frac{7}{2}x - \frac{17}{4} = \frac{9}{4}x^2 - 18x + 36$  ;  $\frac{9}{4}x^2 - \frac{43}{2}x + \frac{73}{4} = 0$ .

21104593 (U100613 M1303245)

нет реш.

Ответ: 7.

4

$$\begin{array}{r} \times 306 \\ 306 \\ \hline 918 \\ 93636 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 93636 \\ 3 \\ \hline 280908 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 17 \\ 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 289 \\ 289 \\ \hline 83621 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +67 \\ +7 \\ \hline 74 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +46 \\ +7 \\ \hline 53 \end{array}$$

Сервис

$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 289 \\ \hline 1734 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 306 \\ 306 \\ \hline 918 \\ 93636 \end{array}$$



$$x > \frac{17}{14}$$

$$14 \sqrt{\frac{17}{4}}$$

$$3 \frac{21}{4} \times \frac{2}{2}$$

$$\frac{7}{2}x - \frac{17}{4} = 0$$

$$\frac{7}{2}x = \frac{17}{4}$$

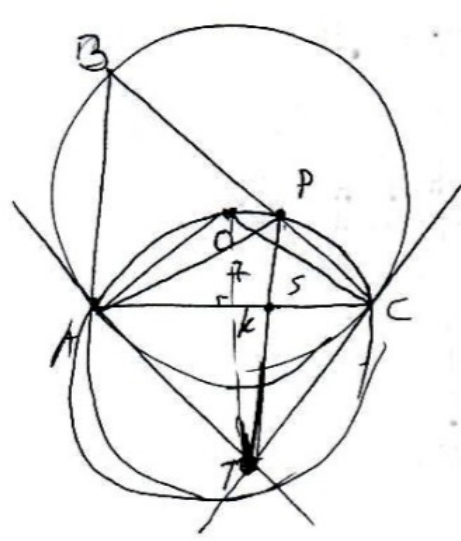
$$x = \frac{17}{14}$$

$$\frac{x}{2} + 1 = 0$$

$$x = -2$$

$$\frac{12}{2} - 6 = 0$$

$$x = 2: 8 - 4 - 4 = 0$$



$$\begin{array}{r} 144/5 \\ 70 \overline{) 288} \\ \underline{40} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$$18 + \frac{7}{2} = \frac{36+7}{2} = \frac{43}{2}$$

$$\frac{40}{40} = 1$$

$$\frac{7}{2}x - \frac{17}{4} = \left(\frac{9}{4}x^2 - 18x + 36\right)$$

$$\frac{9}{4}x^2 -$$

2a 43

18.7



$$bc = 8 \log_{\left(\frac{7}{2}x - \frac{17}{4}\right)} \left(\frac{x}{2} + 1\right) = \frac{4}{a}$$

$$\frac{1}{2a}$$

$$\frac{x}{2} + 1 > 3$$

$$x > 4$$

$$\frac{7}{2}x - \frac{17}{4} > 81$$

$$bc = 2 \quad c = 1$$

$$\frac{z}{2} = \frac{z}{2} = \frac{\frac{16}{z}}{\frac{z}{2}} = \frac{1 - \frac{16}{z}}{2 \cdot \frac{z}{2}} = \frac{1 - \frac{16}{z}}{z}$$

$$49 \times 2 = 98$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ - 17 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{2 \sin x \cos x} = \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \cot 2x$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1 - \sin^2 x}{\sin x}$$

21104593 (U100613 M1303245)

$$\begin{aligned} (p-q)^2 &= (x_1 - x_2)^2 \\ (x_1 - x_2)^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}(2\beta - 1)} = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha - 1) = \frac{1}{2} = 0.5 = \beta$$