

# Часть 1

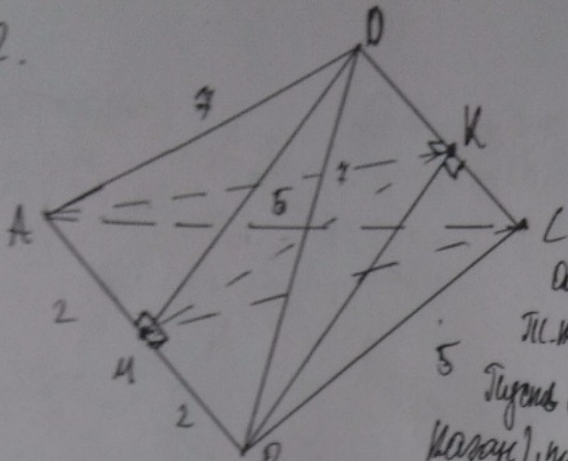
Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104592**

ID профиля: **314750**

Вариант 22

2.



$AB=4; AC=BC=5; AD=BD=7$

(2)

Осциллирующая середина AB;  $AM=BM=2$ .

Пл.к.  $\triangle ABD$  и  $\triangle ABC$  - рпд  $\Rightarrow DM \perp AB; MC \perp AB$

Линия DM - перпендикуляр из D на (ABC) (на рис. не показан), тогда в прямоугольных  $\triangle ADM$  и  $\triangle BDM$  равны гипотенузы  $AD=BD$  и катеты (по 4) и  $AM=BM$  (по 2)  $\Rightarrow$  равны вторые катеты  $DM=BM$ .

$\Rightarrow H$  равноудалена от  $A$  и  $B$   $\Rightarrow H \in (MC)$   
 $H \in (ABC)$   
 $MC \perp AB$  (бисект.  $\angle ACB$  из рпд  $\triangle$ )

$\Rightarrow (MC) \perp (CD)$  на  $(ABC)$  Th. 3x  $\perp \Rightarrow$   
 $MC \perp AB$   
 $DM \perp AB$   
 $\Rightarrow (CD) \perp (AB)$

Осциллирующая из  $A$  и  $B$  в перпендикуляры на  $(CD)$ ,  $AK=OK$  - тогда  $(AK) \perp (CD)$  и  $(BK) \perp (CD)$ .  
 $AK=OK$

$(AK) \perp (CD) \Rightarrow (ABK) \perp (CD)$   
 $(BK) \perp (CD)$   
 $CD \perp (ABK)$  (пл. осн.  $\triangle ABC$ )  
 $\Rightarrow (ABK) \parallel (пл. осн. \triangle ABC)$   
 (м.к. осн.  $\triangle ABC$   $\perp$  пл. осн.)

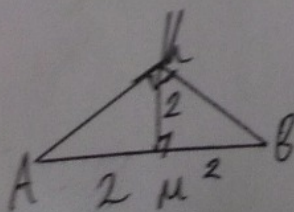
$C \in$  бок. пов.-мн. осн.  
 $D \in$  бок. пов.-мн. осн.  
 $(CD) \parallel$  осн. осн.  $\Rightarrow$  ось осн.  $CD \perp$  бок. пов.-мн. осн.  $\Rightarrow K \in$  бок. пов.-мн. осн.

осн. осн. Тогда  $A, B, K$  лежат на бок. пов.-мн. осн.  $\Rightarrow R_{осн. осн. \triangle ABK} = R_{ABK} = R_{осн. осн.}$   
 $(ABK) \parallel$  пл. осн. осн.

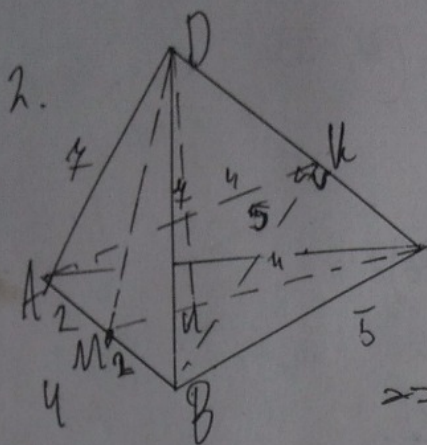
Тогда в  $\triangle ABK$   $R_{осн. осн.}$  - наим. из возможных, при этом  $AB$  зафиксирована, то перпендикулярна  $2R_{осн. осн.} \geq AB \Rightarrow R_{осн. осн.} \geq \frac{AB}{2}$ , при этом если  $\triangle ABK$  - прямоугольный,  $AB$  - гипотенуза,

то  $R_{осн. осн.} = \frac{AB}{2}$ , м.к.  $R_{осн. осн.} = \frac{AB}{2}$  - мин  $\Rightarrow$  достигается, когда  $AB$  - гипотенуза в рпд. прямоугольном  $\triangle$ .

По Th. Тюрк  $AK=BK=2\sqrt{2}$ . Тогда по Th. Тюрк  $KD = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12}$ ;  $KC = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$   
 $\Rightarrow CD = \sqrt{12^2 + 21^2}$ . Это первый случай расщепления, когда  $K \in$  осн. осн.  $CD$ . Рассмотрим еще случаи:



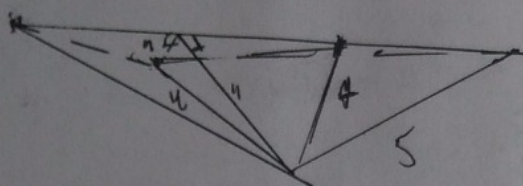
Меридиан



$CD \parallel OM \Rightarrow CD$  перпендикуляр  $AB, BC, AC$  на основании.

$\hookrightarrow$  и по теореме 3  $\Rightarrow CD \perp AB \Rightarrow CD \perp (ABC)$   
 $\Rightarrow R_{ABC} = R_{CD} \Rightarrow$  радиус равен высоте  $R = h = 4$

~~2~~ 2

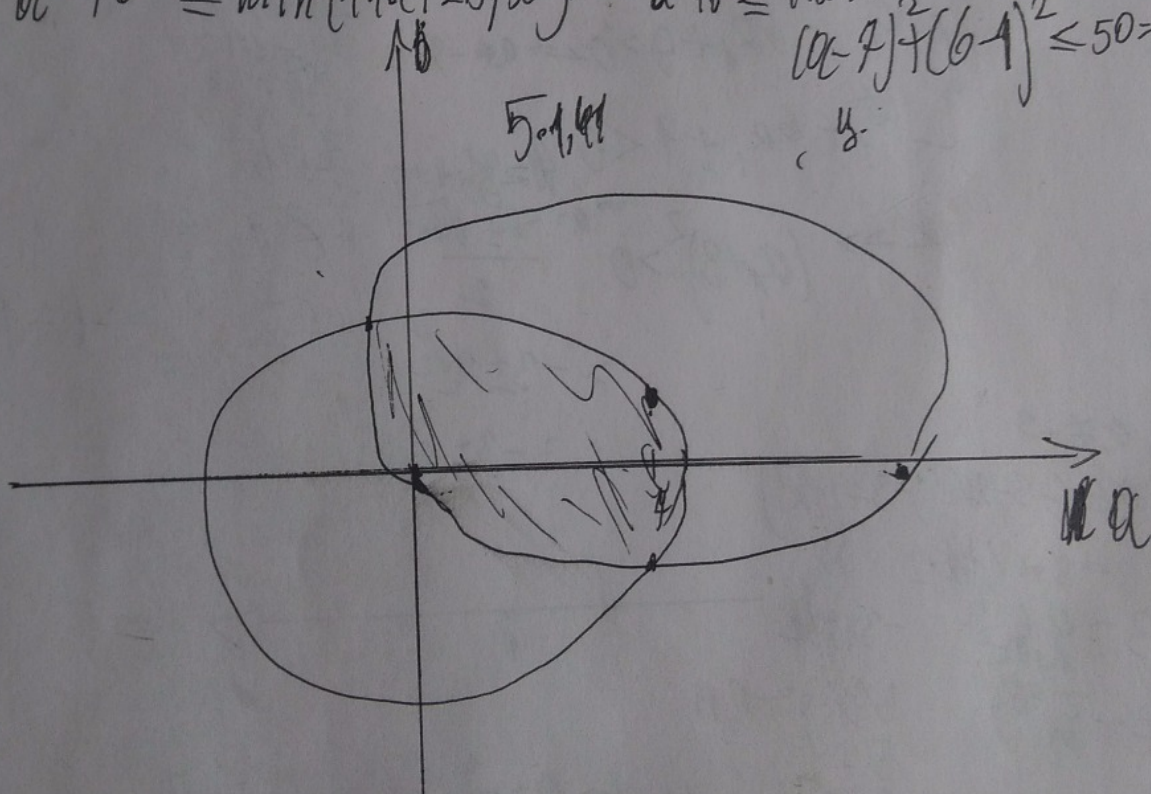


или радиус.

3.  $\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 50 \\ 2a^2 + b^2 \leq \min(14a+2b, 50) \end{cases}$

$2a^2 + b^2 \leq \min(14a+2b, 50) \Leftrightarrow a^2 + b^2 \leq 14a + 2b \Leftrightarrow a^2 - 14a + 49 + b^2 - 2b + 1 \leq 50$   
 $(a-7)^2 + (b-1)^2 \leq 50 = 2(5\sqrt{2})^2$

$$\begin{array}{r} 1,41 \\ \times 5 \\ \hline 4,05 \end{array}$$





уравнение

$$a_1 + 14b$$

$$\begin{aligned} a_1, a_2, \dots \\ a_7 &= a_1 + 6b \\ a_{16} &= a_1 + 15b \\ a_{11} &= a_1 + 10b \\ a_{12} &= a_1 + 11b \end{aligned}$$

$$\frac{a_7 + a_{16}}{2} = 15 = \frac{a_1 + a_1 + 21b}{2} = (a_1 + 10.5b) \cdot 15 = \frac{15a_1 + 157.5b}{10.5}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (a_1 + 6b)(a_1 + 15b) &= a_1^2 + a_1b(15+6) + 90 = \\ &= a_1^2 + 21a_1b + 90b^2 > 15a_1 + 105 + 4 = 15a_1 + 109 \\ a_1^2 + a_1(21b - 15) + \frac{90b^2 - 61}{10.5} &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a_1 + 10b)(a_1 + 11b) &= a_1^2 + 21a_1b + 110b^2 < 15a_1 + 105 + 4 = 15a_1 + 109 \\ - a_1^2 - 21a_1b - 110b^2 &< -15a_1 - 105 - 4 = -15a_1 - 109 \\ \Rightarrow 90b^2 - 110b^2 - 41 + 109 &= -20b^2 + 2b > 0 \end{aligned}$$

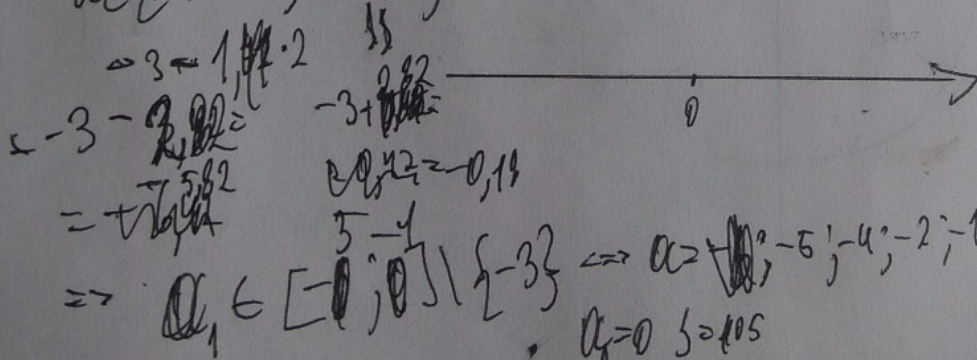
$$\Rightarrow 90b^2 - 110b^2 - 41 + 109 = -20b^2 + 2b > 0$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \Leftrightarrow a_1 \neq -3 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (a_1 + 3)^2 > 0 &\Rightarrow a = \frac{-6 \pm \sqrt{16 \cdot 2}}{2} = \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2} \\ &= -3 \pm 2\sqrt{2} \\ &= -3 \pm 2.828 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow a \neq -3$$

$$a \in (-3 - 2\sqrt{2}; -3 + 2\sqrt{2})$$

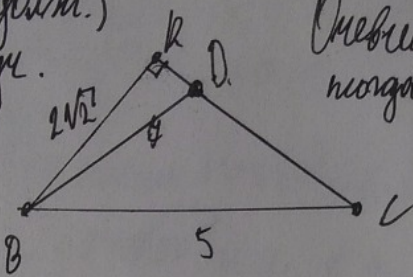


$$\Rightarrow a_1 \in [-1; 0] \cup \{-3\} \Leftrightarrow a > -5; -4; -2; -1; \dots$$

числових

2.  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$   $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$   $\sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$   $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 2.  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$   $\sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$   $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 числових

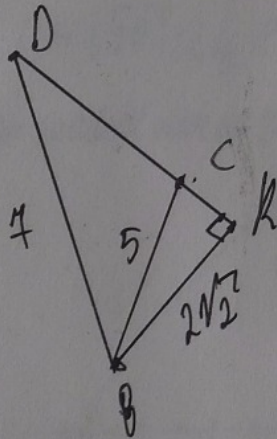
2 (проголос.)  
 2 ліній.



Доведено, що з'явилі лінії не паралельні, м.к.  
 неогол. по Th.  $\sin \alpha = \frac{BD}{BC} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$ , що справедливо

(3)

3 ліній.

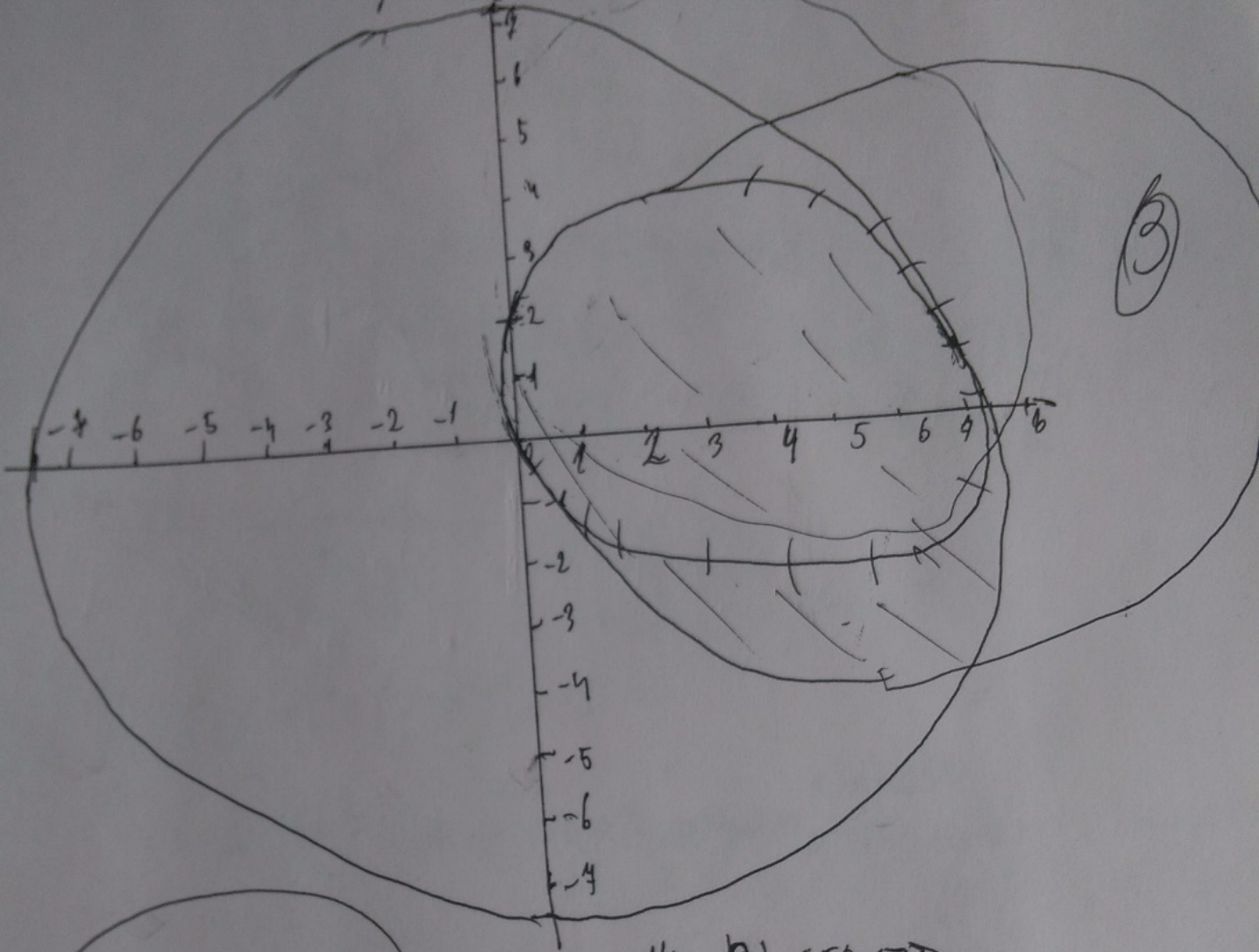


по Th.  $\sin \alpha = \frac{BD}{BC} = \frac{7}{5}$ ;  $DK = \sqrt{49 - 25} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$   
 $\Rightarrow CD = \sqrt{49 - 24} = \sqrt{25} = 5$

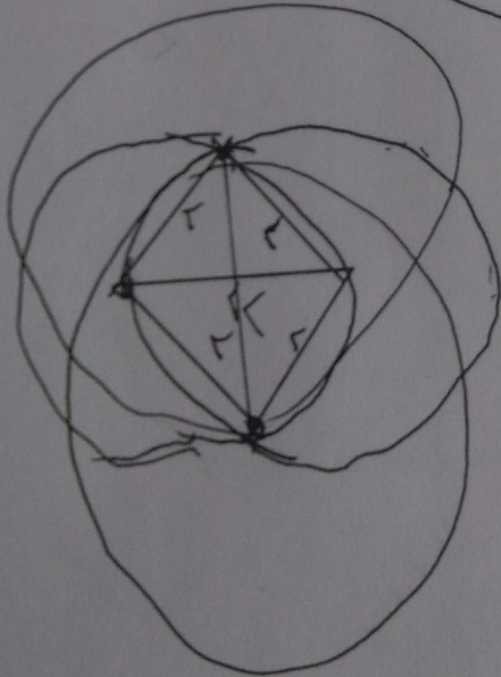
Друга умова ум. рах. D, K, C нам, BK  $\sin \alpha = \frac{DK}{BC} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$   
 рівно  $2\sqrt{2} \Rightarrow$  Найменше  $\sin \alpha$   $\Rightarrow$  Найменше  $\sin \alpha$   $\Rightarrow$  Найменше  $\sin \alpha$

Відповідь:  $\sqrt{41} - \sqrt{17}$ ;  $\sqrt{41} + \sqrt{17}$

Числовая



$14 \text{ vol} = 2 \text{ } b \leq 50 \iff$



Числовая

1. Пусть разность ариф. прогр. = b, тогда  $a_7 = a_1 + 6b$ ;  $a_{16} = a_1 + 15b$ ;  $a_{15} = a_1 + 14b$ ;  $a_{11} = a_1 + 10b$ ;  $a_{12} = a_1 + 11b$ . По формуле суммы ариф. прогрессии  $S = \frac{a_1 + a_{16}}{2} \cdot 15 = \frac{(a_1 + a_1 + 14b)}{2} \cdot 15 = 15a_1 + 105b$ .  $a_7 a_{16} > S - 24 \Leftrightarrow a_1^2 + 21a_1 b + 90b^2 > 15a_1 + 105b - 24$

$$\Leftrightarrow a_1^2 + a_1(21b - 15) + (90b^2 - 105b + 24) > 0 \quad (1)$$

$$a_{11} a_{12} < S + 4 \Leftrightarrow a_1^2 + 21a_1 b + 110b^2 < 15a_1 + 105b + 4 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow a_1^2 + a_1(21b - 15) + (110b^2 - 105b - 4) < 0 \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow -a_1^2 - a_1(21b - 15) - (110b^2 - 105b - 4) > 0 \quad (3)$$

Сложив (1) и (3) как верные неравенства, получаем:  $-20b^2 + 28 > 0 \Leftrightarrow \frac{28}{20} > b^2 \Leftrightarrow b^2 < \frac{4}{5}$

$$\Leftrightarrow b^2 < \frac{4}{5} \quad \Leftrightarrow b \in (0; \sqrt{\frac{4}{5}}) \cup (\sqrt{\frac{4}{5}}; 2) \quad (1; 2)$$

$2b > 0$  и т.к.  $b$  — шаг ариф. прогр. состоит из целых чисел  $\Rightarrow$  разность между

$$a_{7n} \text{ и } a_{7n+1} = d - \text{целая} \quad \Leftrightarrow b = 1$$

Подставив  $b = 1$  в исход. ур-я, получим:  $a_1^2 + 6a_1 + 4 < 0 \Leftrightarrow a_1 \in (-3 - 2\sqrt{2}; -3 + 2\sqrt{2})$ .  
 т.к.  $-3 - 2\sqrt{2} \in (-6; -5)$ ;  $-3 + 2\sqrt{2} \in (-1; 0)$   
 $a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \Leftrightarrow a_1 \neq -3$   
 $a_1 \in \mathbb{Z}$  — цел.

$\Leftrightarrow a_1 = -5; -4; -2; -1$ . Других  $a_1$  не может быть  $\Rightarrow$ , а найденные подходят по условиям при  $b = 1 \Rightarrow$  Ответ:  $-5; -4; -2; -1$ .



# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104592**

ID профиля: **314750**

Вариант 22

I

методом:

(3)

$$\frac{3x-6}{2} = \frac{x}{2} + 1$$

$$x = \frac{4}{2} - 0K$$

$$\log_{\left(\frac{7+2}{2}\right)} \left(\frac{\frac{98}{4} - \frac{14}{4}}{\frac{21}{4}}\right) = \log_{\left(\frac{9}{2}\right)} \left(\frac{32}{4}\right) = \log_{\left(\frac{9}{2}\right)} \left(\frac{21}{4}\right) = 2$$

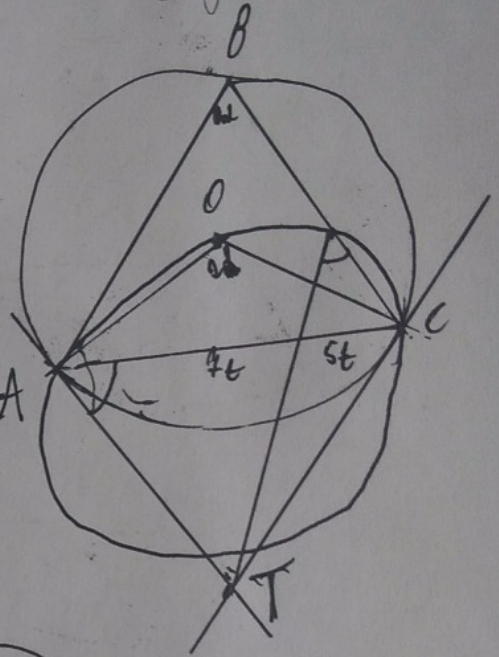
$$\log_{\left(\frac{101}{4}\right)} \left(\frac{21-12}{\frac{12}{2}}\right) = \log_{\left(\frac{101}{4}\right)} \left(\frac{9}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$II: \frac{4}{2}x - \frac{14}{4} = \frac{3}{2}x - 6$$

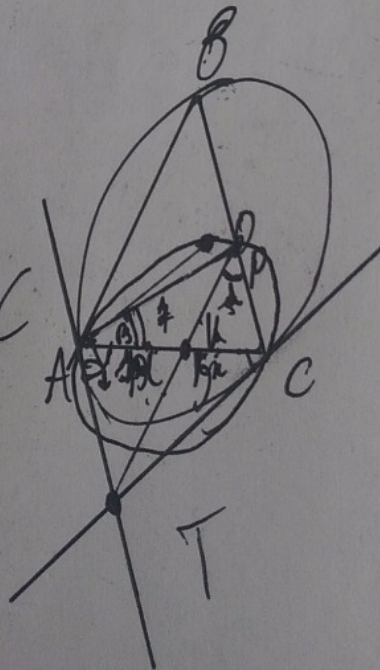
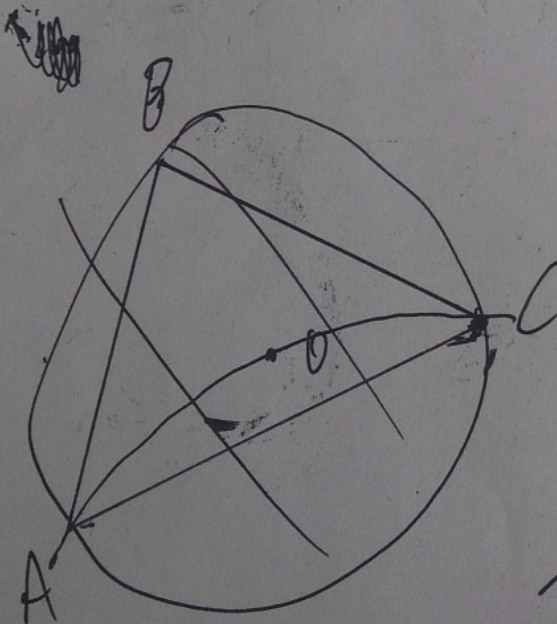
$$2x = -6 + \frac{14}{4} = \frac{-24}{4} + \frac{14}{4} \Rightarrow x < 0 - \text{не может}$$

$$III: \frac{x}{2} + 1 = \frac{7}{2}x - \frac{14}{4}$$

$$\frac{4}{4} + \frac{14}{4} = \frac{7x}{4} = 3x \Rightarrow x = \frac{4}{4} < 4 - \text{не может}$$



B.



# Методом

$$\begin{cases}
 \text{НОД}(a; b; c) = 7^1 \cdot 2^1 \\
 \text{НОК}(a; b; c) = 7^{10} \cdot 2^{17}
 \end{cases}$$

Если бы в каком-то из  $a, b, c$  при разложении содержалось число, отличное от 7 и 2, то оно содержалось бы в НОК  $\Rightarrow a, b, c$  обозначим  $x_a, y_a, z_a$  и т.д.

Означим  $a = 7^{x_a} \cdot 2^{y_a}$ ;  $b = 7^{x_b} \cdot 2^{y_b}$ ;  $c = 7^{x_c} \cdot 2^{y_c}$ , где  $x \dots, y \dots \in \mathbb{N}$ . Тогда из св-в НОК и НОД

$$\begin{cases}
 \max(x_a; x_b; x_c) = 10 \\
 \max(y_a; y_b; y_c) = 17 \\
 \min(x_a; x_b; x_c) = 1 \\
 \min(y_a; y_b; y_c) = 1
 \end{cases}$$

П.п. Выбор степеней 7 не влияет на

число способов выбрать степень 2  $\Rightarrow$  рассмотрим все независимо и перемножим.

Есть 3 способа выбрать, какой из  $x$  будет = 10, 2 способа выбрать, какой из двух остальных  $x$  будет = 1 и 10 вариантов  $\Rightarrow$  выбрать значения остальных при этих вариантах 10, 10, 1 и 10 1, 1, 10 (в любой комбинации, которые 6) будут посылать  $\Rightarrow C_1 = 6 \cdot (10 - 1) = 6 \cdot 17$ . Аналогично  $C_2 = 6 \cdot (17 - 1) = 6 \cdot 16$

П.п. Выбор степени одного числа не влияет на выбор степеней другого  $\Rightarrow C = C_1 \cdot C_2 = 6 \cdot 17 \cdot 6 \cdot 16 = 36 \cdot 17 \cdot 16 = 9792$ .

Ответ: 9792.

Числовик

$$5. \log_{\left(\frac{x+1}{2}\right)^2} \left(\frac{4x-17}{2}\right) = \frac{1}{2} \log_{\left(\frac{x+1}{2}\right)} \left(\frac{4x-17}{4}\right) = a$$

= ба на ОДЗ

$$\log_{\left(\frac{4x-17}{2}\right)^2} \left(\frac{3x-6}{2}\right)^2 = 4 \log_{\left(\frac{4x-17}{2}\right)} \left(\frac{3x-6}{4}\right) = b$$

Все переменные  $\Leftrightarrow$  мальто на ОДЗ

$$\log_{\left(\frac{3x-6}{2}\right)^2} \left(\frac{x+1}{2}\right) = 2 \log_{\left(\frac{3x-6}{2}\right)} \left(\frac{x+1}{4}\right) = c$$

Заметим, что  $a \cdot b \cdot c = 4$ . Обозначив то число из  $a, b, c$ , которое меньше остальных на 1, за  $t$ , найдем уравнение  $t(t+1)^2 = 4 \Leftrightarrow t^3 + 2t^2 + t - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow (t-1)(t^2 + 3t + 4) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$\varnothing \neq 0, \text{ корни}$

I случай:  $\frac{1}{2} \log_{\left(\frac{x+1}{2}\right)} \left(\frac{4x-17}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \log_{\left(\frac{x+1}{2}\right)} \left(\frac{4x-17}{4}\right) = 2$

$$\Leftrightarrow \frac{4x-17}{4} = \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x^2 + x(4-4) + 4 + 17 = x^2 - 10x + 21 = (x-7)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 7; \text{ 2 не в ОДЗ} \Leftrightarrow x = 7.$$

напр. или логарифмические

II случай:  $2 \log_{\left(\frac{3x-6}{2}\right)} \left(\frac{x+1}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \log_{\left(\frac{3x-6}{2}\right)} \left(\frac{x+1}{2}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{3x-6}{2} = \left(\frac{x+1}{2}\right)^2$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{4} + x\left(1 - \frac{3}{2}\right) + 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{x}{2} + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 16 = 0, \Delta < 0 \Leftrightarrow \emptyset$$

III случай:  $4 \log_{\sqrt{\frac{4x-17}{2}}} \left(\frac{3x-6}{2}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{4x-17}{2}} = \left(\frac{3x-6}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{4x-17}{2} = \left(\frac{3x-6}{2}\right)^4$

$$\Leftrightarrow \frac{4x-17}{2} = \frac{81x^4}{16} - 4 \cdot 27x^3 \cdot 6 + 6 \cdot 9 \cdot 36x^2 - \frac{3 \cdot 4 \cdot 6^3 x}{2} + 6^4 = \frac{81}{16}x^4 - 81x^3 + 648x^2 - 648x + 1296$$

... В этом случае  $2 \log_{\left(\frac{3x-6}{2}\right)} \left(\frac{x+1}{2}\right) \text{ гамма бинг} = 2 \Leftrightarrow \frac{3x-6}{2} = \frac{x+1}{2} \Leftrightarrow x = 4$

- все рассмотрено  $\Rightarrow$  Ответ: 4.

Memorandum

$$\frac{1}{2} \log \frac{(x+1)^2 \left(\frac{4x-17}{2}\right)}{b}$$

$$4 \log \frac{\left(\frac{4x-17}{2}\right)^2 (3x-6)}{b}$$

$$2 \log \frac{(3x-6)^2 \left(\frac{17x-1}{2}\right)}{ab}$$

$$x \cdot y = z \Rightarrow \frac{1}{2} a \cdot \frac{1}{4} b \cdot \frac{1}{2} z = 4 = \frac{1}{8} abz$$

$$I: \frac{a}{2} = 4b \Leftrightarrow a = 8b$$

$$\begin{cases} \frac{2}{ab} = \frac{a}{2} - 1 \\ \frac{2}{bb^2} = \frac{8b}{2} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{bb^2} = \frac{8b}{2} - 1 \Leftrightarrow \frac{1}{bb^2} = 4b - 1 \Leftrightarrow 1 = 4b^3 - b^2$$

$$z^3 - z^2 - 4 = 0 \quad q = \frac{3x-6}{2} = \frac{z}{2} + 1 \Rightarrow z = 2q - 2$$

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{4} - 4 = 0$$

$$5 - \frac{35}{2} - \frac{17}{4}$$

$$\begin{matrix} & 9 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ & 4 & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 2^3 + 2z^2 + z - 4 \\ \underline{-(z-1)} \\ 2z^2 + z - 3 \end{array}$$

$$f = \frac{61x^3 - 91 \cdot 3x^2 + 8 + 12x - 6^4}{(z-1)(z^2 + 3z + 4)} = 0$$

$$D = 9 - 16 < 0$$

$$\left(\frac{9}{4}x^2 - (18x + 36)\right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$\frac{17}{4} = \left(\frac{15}{2} - \frac{12}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\frac{61}{16}x^4 - \frac{9}{2}x^2(18x + 36) + (18x + 36)^2 = \frac{61}{16}x^4 - 81x^3 - 162x^2 + 324x^2 + 16 \cdot 36x + 1296$$

$$\frac{x+1}{2} > 0 \Leftrightarrow x > -2$$

$$\frac{x}{2} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$$

$$\frac{4x-17}{2} \geq 0 \Leftrightarrow 4x \geq 17 \Leftrightarrow x \geq \frac{17}{4}$$

$$\frac{4x-17}{2} + \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{4x-17}{2} \neq \frac{21}{4} \Leftrightarrow x \neq \frac{37}{4}$$

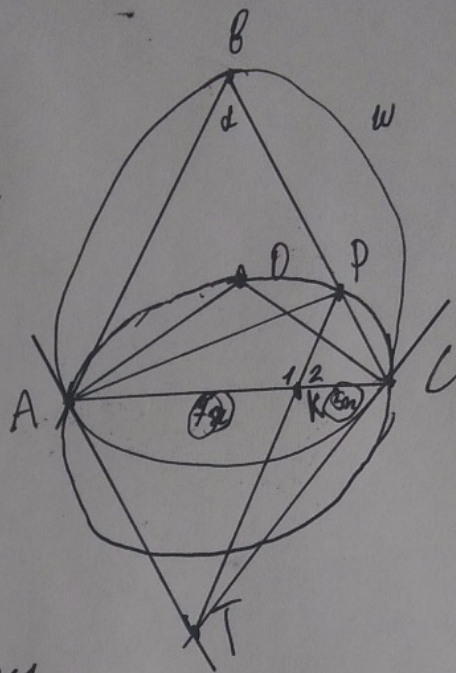
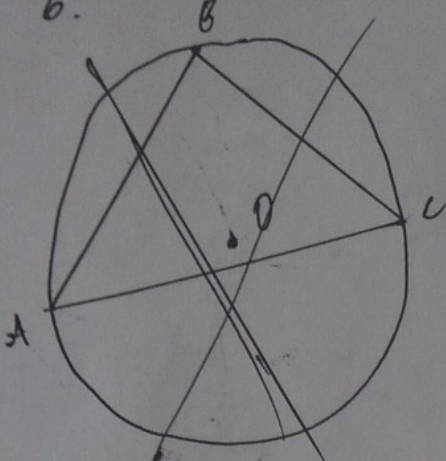
$$\frac{3x-6}{2} > 0 \Leftrightarrow 3x > 12 \Leftrightarrow x > 4$$

$$\frac{3x-6}{2} \neq 1 \Leftrightarrow 3x \neq \frac{14}{2} \Leftrightarrow x \neq \frac{14}{3}$$

$$\frac{1}{2} a \cdot \frac{1}{4} b \cdot \frac{1}{2} z = 4 \Rightarrow \frac{1}{8} abz = 4 \Rightarrow abz = 32$$

Мультипликатор

6.



(3)

a)  $\angle K$ .  $S_{APK} = \frac{AK \cdot PK \cdot \sin \alpha}{2}$   
 $S_{CPK} = \frac{CK \cdot PK \cdot \sin \beta}{2}$

$\Rightarrow AK : KC = S_{APK} : S_{CPK} = 4 : 5$

$\angle 1$  и  $\angle 2$  - вписанные  $\Rightarrow$  хорды  $\sin$  хорды

Пусть  $\angle ABC = \alpha$ . Он вписан в  $\theta w \Rightarrow$  соответствующий  $\angle AOC = 2\alpha$ , где угол между кас. и хордой  $\angle CAT = \alpha$ ; м.к.  $\angle CAT$  и  $\angle TPC$  во вписанной окружности  $\Rightarrow \angle TPC = \alpha$

$\angle ABC = \alpha \Rightarrow AB \parallel TP$  Th. Паскаля

$BP : PC = AK : KC = 4 : 5 \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin \alpha$   
 $S_{KPC} = \frac{1}{2} KC \cdot PC \cdot \sin \alpha$

$= \frac{49}{25} \Rightarrow S_{ABC} = S_{KPC} \cdot \frac{49}{25} = \frac{5 \cdot 49}{25} = \frac{49}{5}$

Ответ:  $\frac{49}{5}$

Мерквал

1

4.  $KO_{17}(a;b;c) = 4 \cdot 2^1$

$KO_{14}(a;b;c) = 2^{14} \cdot 4^{18}$

$$\begin{cases} a = 4^{x_a} \cdot 2^{y_a} \\ b = 4^{x_b} \cdot 2^{y_b} \\ c = 4^{x_c} \cdot 2^{y_c} \end{cases}$$

$\Rightarrow x_a, y_a, x_b, y_b, x_c, y_c \geq 1$

$\max(x_a, x_b, x_c) = 18$

$\max(y_a, y_b, y_c) = 14$

Проб 2:  $K_{14} = 18 = 3 \cdot 18 \cdot 18 = 2$

$x_a, y_a, x_b, y_b, x_c, y_c$

$18, 18, 18$   
-  $\text{max}$

Проб 2:  $\begin{matrix} 1 & 1 & 18 \\ 18 & 1 & 1 \\ 1 & 18 & 1 \\ 18 & 18 & 1 \\ 1 & 18 & 18 \\ 18 & 1 & 18 \end{matrix}$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 14 \\ \hline 252 \\ + 36 \\ \hline 612 \\ \times 18 \\ \hline 9852 \\ + 612 \\ \hline 9492 \end{array}$$

$360 \cdot 210 + 42$   
 $240$

$612 \cdot 18 = (600+12) \cdot (10+8) = 6000 + 3600 + 120 + 42 =$   
$$\begin{array}{r} 9600 \\ \hline 9420 \\ \hline 9492 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3432 \\ \times 612 \\ \hline 9852 \\ + 3642 \\ + 612 \\ \hline 9492 \end{array}$$