Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104440**

ID профиля: **353428**

Вариант 22

в − 22 Чистовик

№1. Пусть d − разность прогрессии (где $d>0$)

a_1 − первый член

Т.к. прогрессия состоит из целых чисел, то $\begin{cases} a_1 \in \mathbb{Z} \\ d \in \mathbb{Z} \end{cases}$

По условию: $\begin{cases} a_7 \cdot a_{16} > S_{15} - 24 \\ a_{12} \cdot a_{11} < S_{15} + 24 \end{cases}$, где S_{15} − сумма первых 15 членов

Выразим все через a_1 и d: $S_{15} = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = 15a_1 + 105d$

$$\begin{cases} (a_1+6d)\cdot(a_1+15d) > 15a_1 + 105d - 24 \\ (a_1+11d)\cdot(a_1+10d) < 15a_1 + 105d + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21d \cdot a_1 + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ a_1^2 + 21d \cdot a_1 + 110d^2 < 15a_1 + 105d + 4 \end{cases}$$

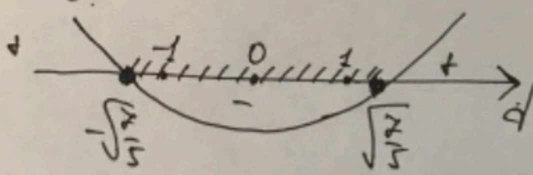
сложим полученные нер-ва.

$$a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 + 15a_1 + 105d + 4 > a_1^2 + 21da_1 + 110d^2 + 15a_1 + 105d - 24$$

$$28 > 20d^2$$

$$\frac{7}{5} > d^2$$

$$\left(d - \sqrt{\frac{7}{5}}\right)\left(d + \sqrt{\frac{7}{5}}\right) < 0$$



Т.к. $d \in \mathbb{Z}$ и $d>0$, то из решений нер-ва подходит $d=1$.

Подставим обратно в систему:

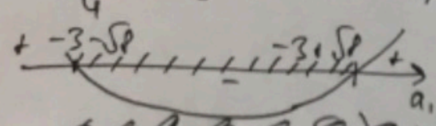
$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \ (1) \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \ (2) \end{cases}$$

1) $(a_1+3)^2 > 0$

$a_1 \in (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$

2) $a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$

$\frac{D}{4} = 9 - 1 = 8$ $\quad a_1 = -3 \pm \sqrt{8}$



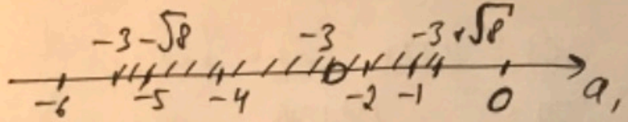
$a_1 \in (-3-\sqrt{8}; -3+\sqrt{8})$

продолжение →

1

№1 (продолжение) Чистовик в-22

$$\begin{cases} a_1 \in (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty) \\ a_1 \in (-3-\sqrt{8}; -3+\sqrt{8}) \end{cases}$$



$$\Updownarrow$$

$$a_1 \in (-3-\sqrt{8}; -3) \cup (-3; -3+\sqrt{8})$$ (2)

Т.к. $a_1 \in Z$, то подходят: $-5; -4; -2; -1$.

Ответ: $-5; -4; -2; -1$.

Чистовик в-22

№2 Точка C равноудалена от точек A и B, точка D ~~[illegible]~~ равно D так же равноудалена от A и B.

Пусть H – середина отрезка AB.

Тогда точки $H, C, D \in$ пл-ти α, где $(\alpha) \perp AB$

С другой стороны $CD \parallel$ оси цилиндра, значит

или $(\alpha) \parallel$ оси цилиндра или ось цилиндра принадлежит пл-ти (α).

В обоих случаях получаем, что $AB \perp$ оси цилиндра, а значит параллельна пл-тям основания.

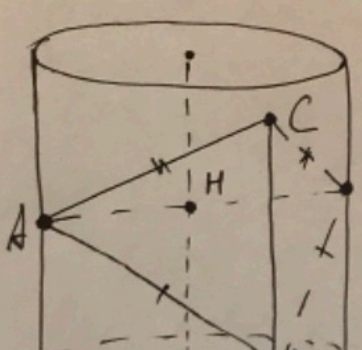
Пусть $AB \neq 2R$ (где R – радиус окр-ти основания), тогда:

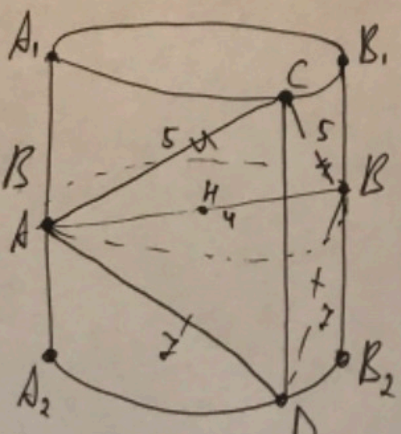
1) $AB > 2R$: тогда хотя бы 1 из точек A и B будет за пределами поверхности цилиндра – не подходит

2) $AB < 2R$.

тогда $R > \frac{AB}{2}$ и будет больше чем $R = \frac{AB}{2}$, а значит не наименьший

Получили, что при $AB = 2R$ – наименьший радиус.





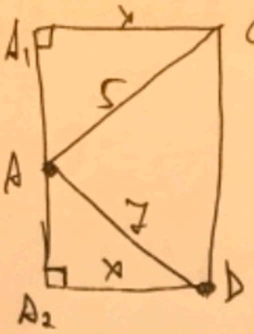
Т.к. $CD \parallel$ оси цилиндра и т. C и т. D принадлежат боковой поверхности, то максимальная длина CD соответствует нахождению т. C и т. D на ~~соответств~~ окружностях оснований

Опустим проекции ~~точек~~ точек A и B на нижнее и верхнее основ (A_1 и A_2) (B_1 и B_2)

продолжение →

№2 (продолжение) Чистовик в-22

Р-м сечение A_1CDA_2. В сечении прямоугольник.

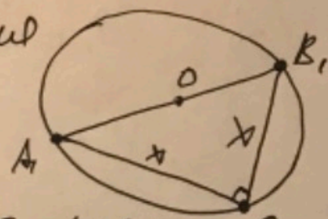


Пусть $A_1C = x$, тогда $A_2D = x$

По т. Пифагора для $\triangle A_1AC$ и $\triangle A_2AD$:

$A_1A = \sqrt{25-x^2}$ $AA_2 = \sqrt{49-x^2}$

Р-м ~~осн~~ пл-ть верхнего основания



~~$\angle AB_1$~~ $\angle A_1CB_1$, опирается на диаметр AB_1

$\Rightarrow \angle A_1CB_1 = 90°$

Т.к. $AB \parallel$ пл-тям оснований, то $AA_2 = BB_2$, значит прямоугольные $\triangle AA_2D = \triangle DBB_2$ и $\triangle AA_1C = \triangle BB_1C$ (по 2 катетам)

Значит $B_2D = A_2D = x$ и $CB_1 = A_1C = x$

По т. Пифагора для $\triangle A_1B_1C$: $2x^2 = A_1B_1^2$

$x^2 = 8$

$A_1A = \sqrt{25-8} = \sqrt{17}$ $AA_2 = \sqrt{49-8} = \sqrt{41}$

Максимум длины $CD = \sqrt{17}+\sqrt{41}$. Любая меньшая длина допустима.

(т.к. по условию это тэтраэдр $CD>0$)

Ответ: $CD \in (0; \sqrt{17}+\sqrt{41}]$

4

Черновик

Положительные результ S

$\frac{7}{105}$

$a_{15} = a_1 + 14d$

№1. $a_1 \in Z$ $S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = 15a_1 + 105d$

$d \in Z$

$$\begin{cases} a_7 a_{16} > S - 24 \\ a_{11} \cdot a_{12} < S + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} (a_1 + 6d) \cdot (a_1 + 15d) > 15a_1 + 105d - 24 \\ (a_1 + 10d) \cdot (a_1 + 11d) < 15a_1 + 105d + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 6ad + 15ad + 90d^2 > 15a + 105d - 24 \\ a^2 + 11ad + 10ad + 110d^2 < 15a + 105d + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 21ad > 90d^2 + 15a + 105d - 24 \\ a^2 + 21ad < 110d^2 + 15a + 105d + 4 < 0 \end{cases}$$

$-110d^2 + 4 > \cancel{x} > -90d^2 - 24$ $a - ?$

$28 > 20d^2$

$\sqrt{1{,}4}$ $1\frac{2}{5}$

$d^2 < \frac{28}{20}$ $\sqrt{\frac{7}{5}}$ $\left(d - \sqrt{\frac{28}{20}}\right)\left(d + \sqrt{\frac{28}{20}}\right) < 0$

$d = -1, 0, 1.$

-1 0 1

$-\sqrt{\frac{28}{20}}$ $\sqrt{\frac{28}{20}}$

1) $d = -1.$ $a^2 - 21a + 90 > 15a - 105 - 24.$

$a^2 - 36a + 219 > 0$

$\frac{D}{4} = 18^2 - 219. = 105.$

$18 \pm \sqrt{105} \approx 10.$

$18 - \sqrt{105}$ $18 + \sqrt{105}$

8 $28.$

$a =$

$a = 8.\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1\ 0\ -1\ -2\ -3\ -4\ -5\ -6\ -7$

$-14 > 15 - 24.$

$a = 1$ $1 + 21 + 90 > 15 + 105 - 24.$

$22 + 90 > 105 - 9.$

$112 >$

21104440 (U353428 M1302072)

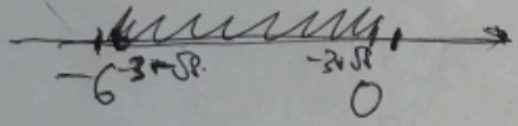
$d=1$. черновик $\begin{array}{r} -105 \\ 24 \\ \hline 81 \end{array}$ $\quad -\frac{90}{81}$

$\begin{cases} a^2+21a+30>15a+105-24 \\ a^2+21a+110<15a+105+4 \end{cases}$

$a^2+6a+9>0$ $\quad a^2+6a+1<0$

$(a+3)^2>0$ $\quad \frac{D}{4}=9-1=8$

$a\neq -3$ $\quad a=-3\pm\sqrt8$



$d=1$

$a=-6$. $\quad a_7=-6$

$a_{16}=-6+15=11$

-90

$0>-90+105$

1) $a=-5$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

$S=13+17=30$

$10>30-24$

$30<30+4$

$\begin{array}{ccc} 13 & 14 & 15 \\ \hline 15 & 16 & 17 \end{array}$

2) $=a-4$.

$2\cdot 11>45-24$. $\quad 42<45+4$.

$22>21$.

~~3)~~ $a=-3$.

$3\cdot 12>59-24$. $\quad \begin{array}{r} 59 \\ -24 \\ \hline 35 \end{array}$ $\quad S=-15+105$

$59+4=63$.

$7\cdot 8<70$

4) $a=2$. $\quad a=-1$ $\quad 5\cdot 14>90-24$. $\quad \begin{array}{r} 15 \\ \times 6 \\ \hline 90 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 105 \\ -24 \\ \hline 81 \end{array}$

$90<90+4$.

$\boxed{d=-1,0,1}$

$a=0$.

$6\cdot 15>105-24$

$110<105+4$.

Черновик

$a^2+21ad-15a+105d > -90d^2-24.$

$a^2+21ad+15a-105d < -110d^2+4.$

$-110d^2+4 > x > -90d^2-24$

$-110d^2+4 > -90d^2-24$

$28 > 20d^2$

$\frac{7}{5} > d^2$

-1 0 1

$-\sqrt{\frac{7}{5}}$ $\sqrt{\frac{7}{5}}$

1) $d=0$

$\begin{cases} a^2 > 15a-24 \\ a^2 < 15a+4 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2-15a+24>0 \\ a^2-15a-4<0 \end{cases}$

$24 \cdot 4 = 96$ $225-96=29$

$D_1 = 225-96=29.$ $a=\frac{15\pm\sqrt{29}}{2}$

$D_2 = 225+16=241$ $a=\frac{15\pm\sqrt{241}}{2}$

$15-\sqrt{29}$ $15+\sqrt{29}$

$a=10.$

$15-\sqrt{241}$ $15+\sqrt{241}$

0

10 10 10 10 10 10 10.

$100 > 150-24.$

$100 < 150+4$

$\frac{15-\sqrt{29}}{2}$ $\frac{15+\sqrt{29}}{2}$

5 10.

$a=5.$

$\frac{15-\sqrt{241}}{2}$ $\frac{15+\sqrt{241}}{2}$

0 15.

$a=5.$ $25 > 75-24.$

$a=4$ 16

$25 > 25-24$ $25 < 25+4.$

$\cancel{15 \cdot 5}$

6 $a=6.$ $36 > 90-24.$

$(0;5) \cup (10;15)$

$a=0.$ V

$0 > -24$

$0 < 4.$

$15 \cdot 4$

$a=1.$ $1 > 15-24$

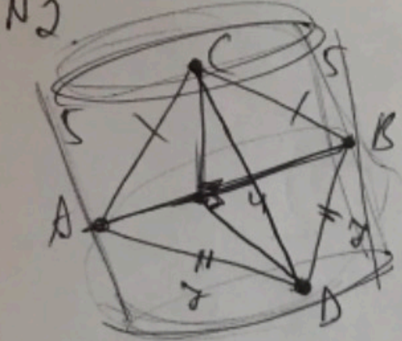
$1 < 15+24$

$a=4.$

$16 > 60-24.$

$a=2$ $4 > 30-24.$

№2.

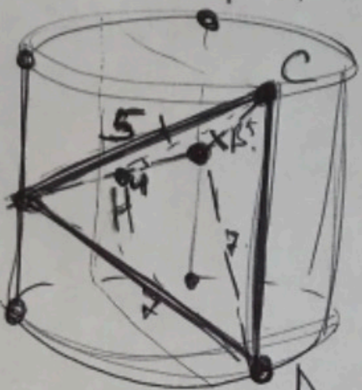


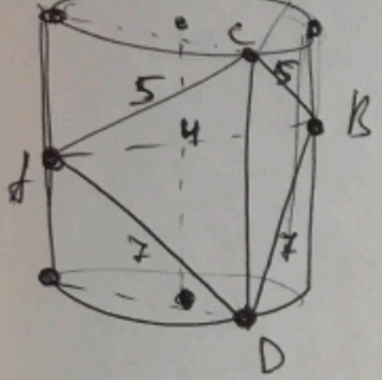
R наим?

перпенд CD-?

На боковой поверхности.

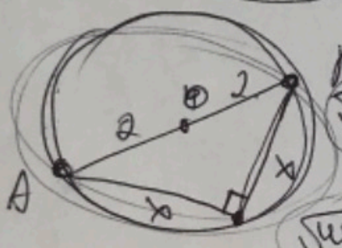
CD || оси и на бок пов => обе точки на окр оси.

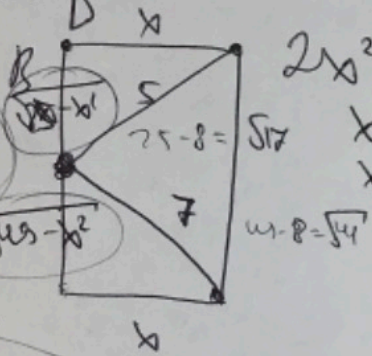




наим AB - диаметр

R = 2





$2x^2 = 16$

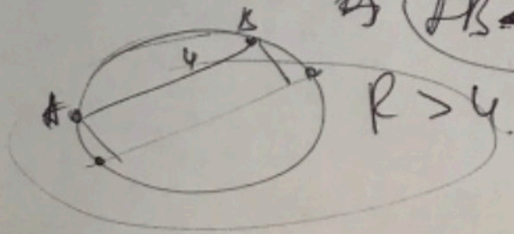
$x^2 = 8$

$x = 2\sqrt{2}$.

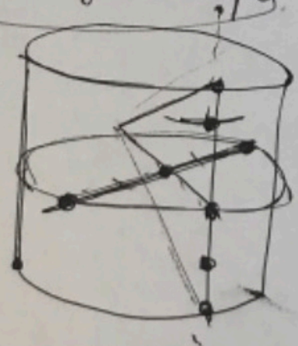
$CD = \sqrt{17} + \sqrt{41}$.

Пусть AB не диаметр

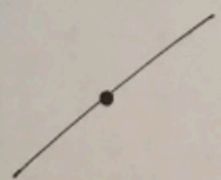
=> AB < Диаметра т.к. точки на бок поверх.



R > 4.



(О ; В плоск || оси



C ∈ сер

пл-ть ⊥ AB.

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104440**

ID профиля: **353428**

Вариант 22

Чистовик в-22

№4 $\begin{cases} НОД(a;b;c)=14 \\ НОК(a;b;c)=2^{17}\cdot 7^{18} \end{cases}$

Представим числа a, b, c ~~в виде произв простых множителей~~ в виде разложения на множители:

$a=2^{\alpha_a}\cdot 7^{\beta_a}$
$b=2^{\alpha_b}\cdot 7^{\beta_b}$
$c=2^{\alpha_c}\cdot 7^{\beta_c}$

(Исходя из усл-вия делаем вывод, что других простых множителей кроме чисел 2 и 7 у a, b, c нет)

Т.к. $НОД(a;b;c)=2^1\cdot 7^1$, $\min(\alpha_a,\alpha_b,\alpha_c)=1$ и $\min(\beta_a,\beta_b,\beta_c)=1$

и этот минимум обязательно присутсвует и для α и для β.

Т.к. $НОК(a;b;c)=2^{17}\cdot 7^{18}$, $\max(\alpha_a,\alpha_b,\alpha_c)=17$ и $\max(\beta_a,\beta_b,\beta_c)=18$

и этот максимум обязательно присутсвует.

Чтобы сформировать тройку чисел нам нужно выбрать ~~значения для 6 ст~~ ~~показателей~~ 6 степеней. При этом должны присутсвовать максимум и минимум.

$a=2^{\alpha_a}\cdot 7^{\beta_a}$
$b=2^{\alpha_b}\cdot 7^{\beta_b}$
$c=2^{\alpha_c}\cdot 7^{\beta_c}$

Р-м степени 2-ки:
Место для 1 (минимума) можно выбрать 3 способами. Остается 2 степени, значит 2 способа выбрать место для 17 (максимума). Оставшаяся степень может принимать значения [1;17] значит выбрать ее у нас есть 17 способов. Итого: 3·2·17

Р-м степени 7-ки:
Место для 1 (min) так же выбрать можно 3 способами, для 18 (max) – 2, оставшаяся степень принимает значения [1;18], выбрать ее у нас есть 18 способов. Итого: 3·2·18.

События независимы. Перемножаем способы для 7-ки и 2-ки

9·24·17·18 = 11016 Ответ: 11016

1

21104440 (U353428 M1302073)

Чистовик в-22

№ 5 Пусть $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=a$

$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=\log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2=b$

Тогда: $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2=4\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}\left(\frac{3x}{2}-6\right)=$

$$=4\cdot\frac{\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{3x}{2}-6\right)}{\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}=\frac{4}{\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)\cdot\log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}=\frac{4}{ab}$$

Р-м несколько случаев:

1) $\begin{cases} a=\frac{4}{ab} & (1)\\ b=a-1 & (2)\end{cases}$ Подставим ур-ние (2) в ур-ние (1)

$a^3-a^2-4=0$

$(a-2)(a^2+a+2)=0$

$$\begin{array}{r|l} a^3-a^2-4 & a-2\\ \cline{2-2} -\;a^3-2a^2 & a^2+a+2\\ \hline a^2-4 & \\ -\;a^2-2a & \\ \hline 2a-4 & \\ -\;2a-4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\begin{cases} a=2\\ b=1\end{cases}$ Подставляем исходные логарифмы:

$\begin{cases} \log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=2\\ \log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2=1 \quad (3)\end{cases}$

Р-м ур-ние (3):

$\left(\frac{x}{2}+1\right)^2=\left(\frac{3x}{2}-6\right)$

$\frac{x^2}{4}+x+1=\frac{3x}{2}-6.$

$x^2-2x+28=0$

$\frac{D}{4}=1-28<0$

Система решений не имеет

2) $\begin{cases} a=b & (4)\\ \frac{4}{ab}=a-1 & (5)\end{cases}$ Подставим (4) в (5):

$4=a^3-a^2$

$(a-2)(a^2+a+2)=0$

$\begin{cases} a=2\\ b=2\end{cases}$ Вернемся к исходным:

$\begin{cases} \log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=2 \quad (7)\\ \log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2=2 \quad (6)\end{cases}$

2 ст

продолжение →

Р-м №5 (продолжение) Чистовик 6-22

ур-ние (6): $\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 = \left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$

$\frac{x^2}{4}+x+1 = \frac{9x^2}{4} - 18x + 36$

$8x^2 - 4\cdot 19x + 35\cdot 4 = 0.$

$2x^2 - 19x + 35 = 0$

$D = 19^2 - 8\cdot 35 = 81$ $\quad x = \frac{19\pm 9}{4}$ $\quad x_1 = 7$

$x_2 = \frac{5}{2}$ – не подходит, т.к. не входит в область допустимых значений.

для $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

$\frac{3x}{2} - 6 > 0$

$x > \frac{14}{3}$

$x=7$ Подставим в ур-ние (7) $\log_{\left(\frac{9}{2}\right)^2}\left(\frac{81}{4}\right)=1$ – верное равенство

$x=7$ – подходит.

3) $\begin{cases} b = \frac{4}{ab} & (9) \\ a = b-1 & (8) \end{cases}$ Ур-ние (8) в (9)

$b^3 - b^2 - 4 = 0$

$(b-2)(b^2+b+2) = 0.$

$\begin{cases} b=2 \\ a=1. \end{cases}$ К исходному: $\begin{cases} \log_{\left(\frac{3x}{2}-6\right)}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 = 2 & (10) \\ \log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right) = 1 & (11) \end{cases}$

Р-м ур-ие (11):

$\frac{7x}{2} - \frac{17}{4} = \frac{x^2}{4} + x + 1$ $\quad \frac{D}{4} = 25 - 21 = 4$

$14x - 17 = x^2 + 4x + 4$ $\quad x = 5\pm 2$

$x^2 - 10x + 21 = 0$

$x_1 = 7$ $\quad x_2 = 3$ не входит в область допуст. значений для $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

$x=7$ Подставляем в ур-ние (10):

$\log_{\frac{9}{2}}\left(\frac{9}{2}\right)^2 = 2$ – верное равенство

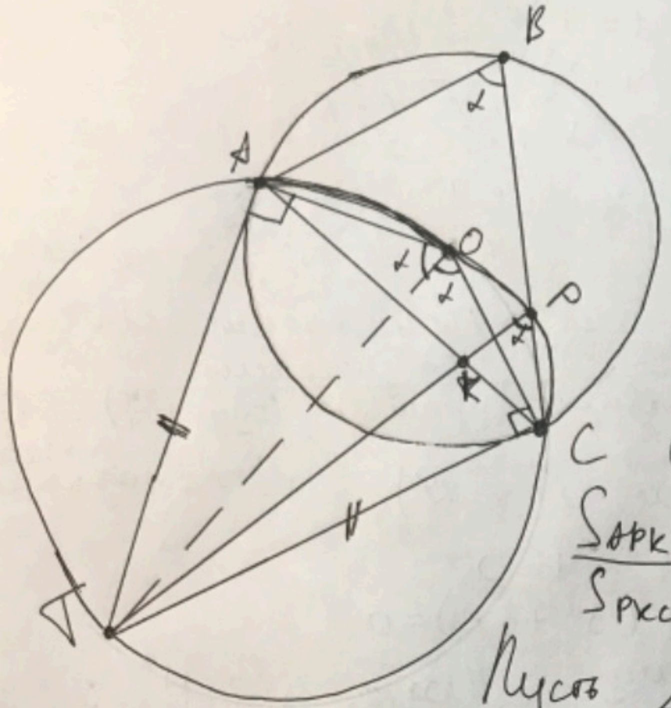
$x=7$ – подходит.

Ответ: $x = 7$.

3 стр

Чистовик

№6 в-22



$\triangle AOC$ – р/б ($AO = OC = R$, где R – радиус окр ω)

$\angle OCT = 90^\circ$, и $O, C \in$ второй окр-ти $\Rightarrow$ т. $T \in$ второй окр-ти и $OT =$ диаметру второй окр

$$\frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{AK}{CK} = \frac{7}{5}$$

Пусть $\angle TPC = \alpha$, тогда $\angle COT = \alpha$, как опирающийся на TC.

$\triangle AOT = \triangle TCO$ (как прямоугольные по 3 сторонам)

$\angle AOT = \angle COT = \alpha$.

Центральному углу $\angle AOC$ соответствует вписанный $\angle ABC$, значит $\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2}(\angle AOT + \angle TOC) = \frac{2\alpha}{2} = \alpha$

$\triangle CPK \sim \triangle CBA$ (по 2 углам)

Пусть $CK = 5x$, тогда $AK = 7x$, значит $\frac{CK}{CA} = \frac{5x}{7x+5x} = \frac{5x}{12x}$.

$$\frac{S_{CPK}}{S_{ABC}} = \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{25}{144} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{144 \cdot S_{CPK}}{25} = \frac{144}{5}$$

Испр

Ответ: $\frac{144}{5}$

$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$ $4\cdot\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}\left(\frac{3x}{2}-6\right)$ $\log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2$

$$\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}\left(\frac{3x}{2}-6\right)=\frac{\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{3x}{2}-6\right)}{\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}=\frac{1}{\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}\cdot\log_{(\frac{3x}{2}-6)}(x+1)^2$$

$$\boxed{a \quad ; \quad \frac{4}{ab} \quad ; \quad b}$$

1) $\begin{cases} a=\frac{4}{ab} \\ b=a-1 \end{cases}$ $a^2b=4$ $a^2(a-1)=4$ $a^3-a^2-4=0$ $8-4-4=0$

$(a-2)(a^2+a+2)=0$ $D=1-\ <0$

$$\begin{array}{l|l} a^3-a^2-4 & a-2 \\ \underline{-a^3-2a^2} & a^2+a+2 \\ \quad a^2-4 & \\ \underline{-a^2-2a} & \\ \quad 2a-4 & \end{array}$$

$a=2$ $b=1$

$\begin{cases} \log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=2 \\ \log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2=1 \end{cases}$ $\begin{cases} \left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\left(\frac{x}{2}+1\right)^4 \\ \left(\frac{x}{2}+1\right)^2=\left(\frac{3x}{2}-6\right) \end{cases}$

$\left(\frac{x^2}{4}+x+1\right)^2$

$\cancel{\frac{14x-17}{4}=\frac{x^4}{16}+x+1+\frac{x^2}{2}+2x+\frac{x^3}{2}}$ $\left(\frac{7}{2}+1\right)^2=\left(\frac{9}{2}\right)^2$

$\frac{x^2}{4}+x+1=\frac{3x}{2}-6$ $x^2+4x+4=6x-24$

$x^2-2x+28=0$ $\frac{D}{4}=1-\ <0$ $\varnothing$

2) $\begin{cases} b=\frac{4}{ab} \\ a=b-1 \end{cases}$ $\log_{\frac{21}{2}}$ $ab^2=4$ $b^3-b^2-4=0$ $\begin{cases} b=2 \\ a=1 \end{cases}$

$\log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2=2$

$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=1$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\frac{x^2}{4}+x+1$ $\frac{D}{4}=25-21=4$

$14x-17=x^2+4x+4$ $x=5\pm2$ $x_1=7$ $x_2=3$

$\frac{21}{2}-6=\frac{21-12}{2}$ $\frac{9}{2}-6$

$x^2-10x+21=0$

$x_1=7$ $\vee$ $\log_{\frac{5}{3}}$ $\cancel{x=3}$ $\log$

21104440 (U353428 M1302073)

№4. кол-во троек нат чисел (a,b,c)?

$$\begin{cases} НОД(a,b,c)=14 \\ НОК(a,b;c)=2^{17}\cdot 7^{18} \end{cases}$$

наим общ к.

$(2;4)=②$

$(2;4)=④$

$a=2\cdot 7\cdot k.$

$b=2\cdot 7\cdot m$

$c=2\cdot 7\cdot n.$

$a=2^{\alpha}\cdot 7^{\beta}$

$b=2\cdot 7$

$c=2\cdot 7$

$\alpha_{1a,b,c}\geq 1$

$\alpha_{4a,b,c}\geq 1.$

$\max(\alpha_a,\alpha_b,\alpha_c)=17$

$\max(\alpha_{4a},\alpha_{4b},\alpha_{4c})=18$

$[1;3]$

$1\,2\,3$

$\alpha_{a,b,c}\in[1;17]$

$\beta_{a,b,c}\in[1;18].$

$\boxed{\alpha_{min}=1 \quad \alpha_{max}=17}$

$\beta_{min}=1 \quad \beta_{max}=18$

$2:\ 1\ \ 17\ \ -\qquad 3\cdot 2\cdot 17.\qquad [1;17].$

$7:\ 1\ \ 18\ \ -\qquad 3\cdot 2\cdot 18$

$\boxed{9\cdot 4\cdot 17\cdot 18}$

17, 9, 153, 72, 306, 1071, 11016

18, 4, 72

36, 17

17, 136, 153, 306, 36, 1836, 918, 11016

$\frac{49}{2}-\frac{17}{4}$

$$144x^2=2R^2-2R^2\cdot\cos 2\alpha$$

$$R=\frac{12x}{2\sin\alpha}=\frac{12x}{2\cdot 3}5=10x.$$

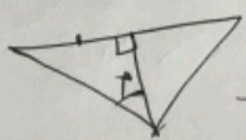
$\sin\alpha=\frac{3}{5}$

$\cos 2\alpha=$ ~~...~~

$\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$$144x^2=2R^2(1-\cos 2\alpha)=\frac{16}{25}-\frac{9}{25}=\frac{7}{25}$$

$=2\cdot 100\cdot x^2\cdot\frac{7}{25}$



$\operatorname{tg}\alpha=\frac{6x}{OM}.$

$\left(\frac{3}{5}\right)^2=1+\frac{7}{2}$

$\sin\alpha=\frac{6x}{R}=\frac{3}{5}.$

$x=\frac{R}{10}$

$x^2+4x+4=6x-24$

$x^2-2x\ 128$

№5. x - ? 3 случая.

$\boxed{a, b, c}$ $\begin{cases} a = b \\ c = a - 1 \end{cases}$

1) $\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = \log_{\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)^4$

Ограничения: $\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 \neq 1$. $\frac{x}{2}+1 \neq \begin{matrix} +1 \\ -1 \end{matrix}$ $\frac{x}{2} \neq -2$.

$\boxed{\begin{matrix} x \neq 0 \\ x \neq -4 \end{matrix}}$

$\cancel{\frac{7x}{2}} > \frac{17}{4}$. $14x > 17$ $\boxed{x > \frac{17}{4}}$ $4\frac{1}{4}$

$\frac{7x}{2} - \frac{17}{4} \neq 1$. $\frac{7x}{2} \neq \frac{21}{4}$ $14x \neq 21$ $x \neq \frac{3}{2}$.

$\frac{3x}{2} - 6 \neq 0$ $3x \neq 12$ $x \neq 4$.

$\frac{3x}{2} - 6 > 0$ $3x > 12$ $x > 4$.

$\frac{3x}{2} - 6 \neq 1$. $3x \neq 14$ $x \neq \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$

$\frac{x}{2}+1 > 0$ $x > -2$.

$\cancel{\frac{\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)}{\log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}}$

$\cancel{\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}\right)}$ $\frac{1}{\log_{\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2} = \log_{\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)^4$

$\begin{cases} \log_a\left(\frac{3x}{2} - 6\right)^4 \cdot \log_a\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 = 1. \\ \log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 = \log_a\left(\frac{3x}{2} - 6\right)^4 - 1. \end{cases}$

$\log_c b$.

$\log_a b \log_c a =$

$\log_c a \cdot \log_a b = \log_c b$

=

$$\begin{cases} a=b \\ \frac{4}{ab}=a-1 \end{cases} \quad \frac{4}{a^2}=a-1 \quad 4=a^3-a^2 \quad a=2=b.$$

$18 \cdot 4 = 72$ $\quad \frac{6\cdot 3\cdot 2}{76} \ 4 \ 19$

$$\begin{cases} \log_{(\frac{3x}{2}-6)}(\frac{x}{2}+1)^2=2 \\ \log_{(\frac{x}{2}+1)^2}(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})=2. \end{cases}$$

$\frac{x^2}{4}+x+1=\frac{9x^2}{4}-18x+36.$

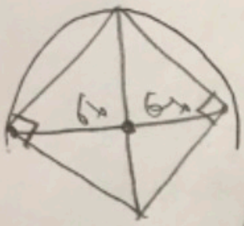
$x^2+4x+4=9x^2-72x+144.$

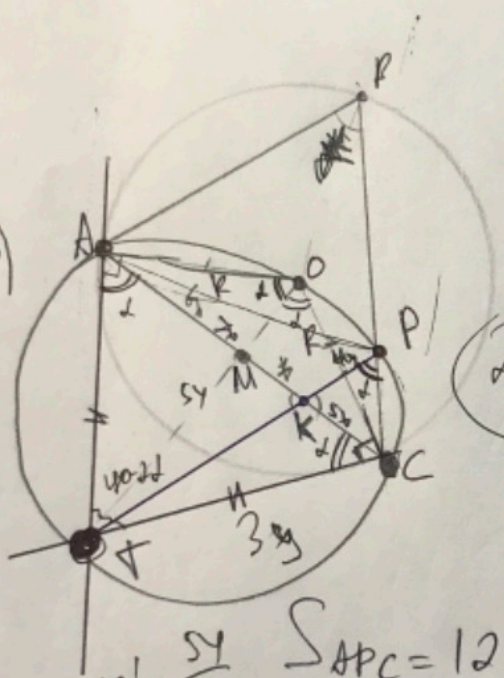
$8x^2-76x+140=0$

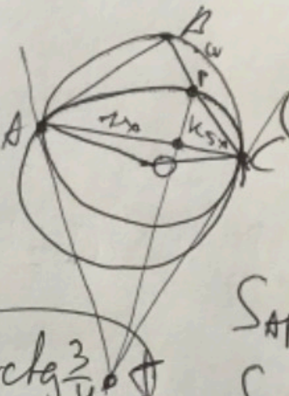
$4x^2-19x+70=0.$

$D=19^2-16\cdot 70<0.$

№6.







$S_{ABC}\cdot ?$

$\angle=\operatorname{arctg}\frac{3}{4}.$

$S_{APK}=7$

$S_{CPK}=5.$

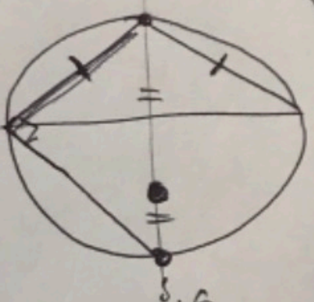
$S_{ABC}=\frac{abc}{4R}$ $\quad P=\frac{abc}{4S}$

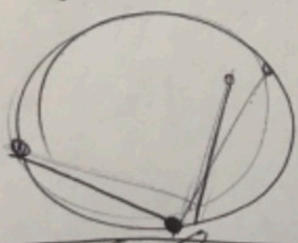
$AC=12x.$

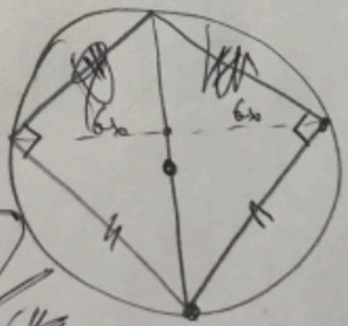
$P'=\frac{5y}{2}.$ $\quad S_{APC}=12.$

$R=\frac{a}{2\sin\angle}.$

$T\in 2$ окр.







$\frac{PK}{AK}=\frac{CK}{KT}=\frac{K}{AT}$

$\triangle ATM \sim \triangle MOC$

$\frac{AM}{MC}$ $\quad \frac{AT}{}$

$19 \cdot 19$ $\quad 361$

$=\frac{21}{4}$

$-19x$

$2x^2$

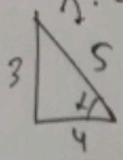
$35 \cdot 8 = 280$

$361 - 280 = 81$

$\frac{15}{4}-\frac{24}{4}.$

$\operatorname{tg}\angle=\frac{3}{4}.$

$\frac{3\cdot 5}{2\cdot 2}-6$



$3x>14$

$x>\frac{14}{3}$