Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104390**

ID профиля: **323721**

Вариант 22

Чистовик (1) Вариант 22

№1.

1) Поскольку прогрессия возрастающая, и все члены в ней - целые числа, разность прогрессии - натуральное число, т.е. если прогрессия имеет вид

$a_k = a_1 + (k-1)b, \quad b \in \mathbb{N}$

2) $a_7 = a_1 + 6b$

$a_{16} = a_1 + 15b$

$a_7 a_{16} = a_1^2 + 21a_1 b + 90b^2$

$a_{11} = a_1 + 10b$

$a_{12} = a_1 + 11b$

$a_{11} a_{12} = a_1^2 + 21a_1 b + 110b^2$

$S = a_1 + a_2 + \ldots + a_{15} = 15a_1 + \frac{14 \cdot 15}{2} b = 15a_1 + 105b.$

3) $\left.\begin{array}{l} a_{11}a_{12} < S+4 \\ -(a_7 a_{16}) < -(S-24) \end{array}\right\} + \quad a_{11}a_{12} - a_7 a_{16} = 20b^2 < 28.$

Отсюда $b^2 < 1{,}4$. $b = 1$, поскольку при $b \geq 2$ $\quad b^2 \geq 4$.

4) $a_{11} a_{12} = a_1^2 + 21a_1 + 110$ чистовик ②

$S = 15a_1 + 105.$

$a_{11} a_{12} < S + 4$

$a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 109.$

$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0.$

$(a_1 + 3)^2 - 8 < 0.$

$a_1 \in (-3 - 2\sqrt{2};\ -3 + 2\sqrt{2})$

$2\sqrt{2} < 2 \cdot 1{,}5 = 3,\quad 2\sqrt{2} > 2 \cdot 1 = 2, \Rightarrow$

$a_1 \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$

5) $a_7 a_{16} = a_1^2 + 21a_1 + 90$

$a_7 a_{16} > S - 24.$

$a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 81$

$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0.$

$(a_1 + 3)^2 > 0$

$a_1 \in \{\ldots, -5, -4, -2, -1, \ldots\},\quad a_1 \neq -3.$

Отсюда $a_1 \in \{-5; -4; -2; -1\}$

Чистовик (3)

Проверка:

$a_1 = -5$ $a_7 = 1$ $a_{16} = 10$ $a_{11} = 5$ $a_{12} = 6$

$S = 30$

$a_7 a_{16} = 10 > 6 = S - 24$

$a_{11} a_{12} = 30 < 34 = S + 4$

$a_1 = -4$ $a_7 = 2$ $a_{16} = 11$ $a_{11} = 6$ $a_{12} = 7$

$S = 45$

$a_7 a_{16} = 22 > 21 = S - 24$

$a_{11} a_{12} = 42 < 49 = S + 4$

$a_1 = -2$ $a_7 = 4$ $a_{16} = 13$ $a_{11} = 8$ $a_{12} = 9$

$S = 75$

$a_7 a_{16} = 52 > 51 = S - 24$

$a_{11} a_{12} = 72 < 79 = S + 4$

$a_1 = -1$ $a_7 = 5$ $a_{16} = 14$ $a_{11} = 9$ $a_{12} = 10$

$S = 90$

$a_7 a_{16} = 70 > 66 = S - 24$

$a_{11} a_{12} = 90 < 94 = S + 4$

Все значения подходят.

Ответ: $-5;\ -4;\ -2;\ -1$

Чистовик (4)

№2.

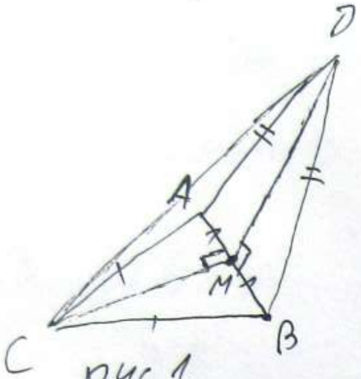


рис.1.

1) $\triangle ADB$ - равнобедренный $(AD = DB)$, $\Rightarrow$ если M - середина AB, $DM \perp AB$.

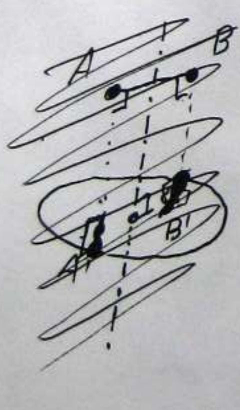
Аналогично $\triangle ACB$ - равнобедренный, $CM \perp AB$.

2) Рассмотрим плоскость CMD:

$\{CD, MD, MC\} \in CMD$, $\underbrace{MD \perp AB,\ MC \perp AB}$

по признаку перпендикулярности прямой и плоскости, $AB \perp CMD$, $\Rightarrow AB \perp CD$.

3) Поскольку $CD \parallel$ оси цилиндра,



$AB \perp$ оси цилиндра. Заметим, что ось цилиндра перпендикулярна сечению цилиндра, а значит все перпендикуляры, проведённые к сечению цилиндра, параллельны оси цилиндра и, как следствие, $\perp AB$.

Пусть $A'B'$ - проекция AB на какое-то сечение цилиндра (рис.2). Тогда

$\angle AA'B' = \angle BB'A' = 90^\circ$

Но $AA' \perp AB$, $\angle A'AB = 90^\circ$

Аналогично $\angle B'BA = 90^\circ$.

$\Rightarrow ABB'A'$ - прямоугольник, $AB = A'B'$.

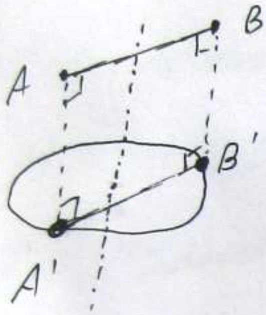


рис. 2.

4) Спроецируем все точки цилиндра на плоскость одного из его сечений. Тогда все точки боковой поверхности спроецируются на окружность, точки C и D перейдут в одну (поскольку $CD \parallel$ оси цилиндра, ось $\perp$ плоскости сечения $\Rightarrow CD \perp$ плоскости), AB перейдёт в хорду $A'B'$ (см. рис. 3).

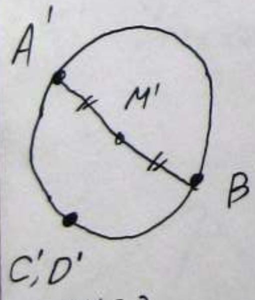


рис. 3

Поскольку в полученной окружности помещается хорда $A'B'$ длиной $A'B' = AB = 4$, её радиус не меньше, чем $\frac{A'B'}{2} = 2$. Радиус минимален, когда равен 2, т.е. $A'B'$ - диаметр окружности.

5) Поскольку прямые AB, AM и BM совпадают, п.3 верен также для точек A, M и B, M. Значит, если M' - проекция M, $A'M' = AM$ и $B'M' = BM$, т.е. M' - середина $A'B'$. Тогда $M'C' = 2$, а поскольку

Чистовик (6)

$M'C'$ принадлежит плоскости сечения, перпендикулярной CD, $M'C' \perp CD$. Откуда следует, что радиус цилиндра минимален только тогда, когда расстояние между M' и CD (а поскольку $MM' \perp$ плоскости сечения, $MM' \parallel CD$ и расстояние между M' и CD равно расстоянию между M и CD) равно 2.

6) Из $\triangle ADM$.

$$DM = \sqrt{AD^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{7^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{45}$$

Из $\triangle ACM$

$$CM = \sqrt{AC^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{21}.$$

7) Рассмотрим $\triangle CMD$, MH - высота (рис. 4). Считая $MH = 2$, получим

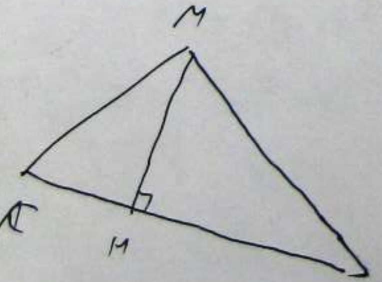


рис. 4

$$DH = \sqrt{DM^2 - MH^2} = \sqrt{45 - 2^2} = \sqrt{41}.$$

$$CH = \sqrt{CM^2 - MH^2} = \sqrt{21 - 2^2} = \sqrt{17}$$

Поскольку C и D могут располагаться как по одну, так и по разные стороны от H, $CD = \sqrt{41} + \sqrt{17}$ или $CD = \sqrt{41} - \sqrt{17}$.

Ответ: $\sqrt{41} \pm \sqrt{17}$.

чистовик (7)

№3.

Неравенство $a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50)$ можно переписать, как

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le 14a+2b. \end{cases}$$

Упростим второе:

$$a^2-14a+b^2-2b \le 0.$$
$$a^2-14a+49+b^2-2b+1 \le 49+1.$$
$$(a-7)^2+(b-1)^2 \le 50.$$

Итого $a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 50 \\ (a-7)^2+(b-1)^2 \le 50. \end{cases}$

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \Leftrightarrow (a-x)^2+(b-y)^2 \le 50.$

Итого начальная система нер-ств равносильна следующей:

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 50 \\ (a-7)^2+(b-1)^2 \le 50 \\ (a-x)^2+(b-y)^2 \le 50. \end{cases}$$

Чтобы проверить, существует ли пара $(a;b)$, ~~[illegible]~~

рассмотрим первые 2 нер-ва в системе координат aOb (a- абсцисса, b- ордината.

Чистовик (8)

1 нер-во – круг радиусом $5\sqrt{2}$ с центром в $(0;0)$

2 нер-во – круг радиусом $5\sqrt{2}$ с центром в $(7;1)$.

Заметим, что точка $(7;1)$ принадлежит обоим кругам: Второму кругу – очевидно, первому
$\sqrt{(7-0)^2+(1-0)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} = R_1$ круга.

Центр 2 круга лежит на окружности с центром $(0;0)$ и радиусом $5\sqrt{2}$.

3 нер-во – круг с радиусом $5\sqrt{2}$ с центром в точке $(x;y)$. Наличие a и b для x и y означает, что 3 круг имеет хотя бы одну общую точку с первыми двумя.
~~Множество точек~~ Множество точек a, b как фигуры на рис. 1.

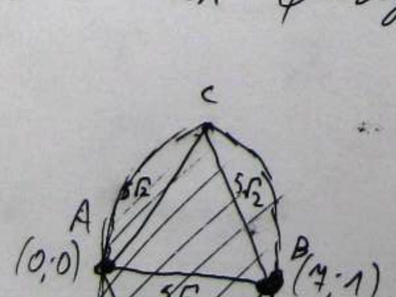


рис. 1.

Если точка $(x;y) \in \angle CAD$, то макс. расстояние до точки A равно $10\sqrt{2}$ в противном случае круг 3 не имеет общих точек с кругом 1, а часть круга 2 $\in$ кругу 1.

чистовик (9)

Аналогично если $(x;y) \in \angle CBD$, то $B(x;y) \leq 10\sqrt{2}$.

Если же $(x;y) \notin \angle CBD$ и $\notin \angle CAD$, то точка $(x;y)$ лежит ~~на~~ ~~круге~~ с центром в C или D и радиусом $5\sqrt{2}$, в зависимости от того, какая точка ближе; иначе ~~кругу~~ кругу 3 не будут принадлежать ни одна точка множества из рис. 1.

Отмечу, что $AC = BC = AB = 5\sqrt{2}$, $\Rightarrow \angle CAB = 60^\circ$, $\angle CAD = \angle CBD = 120^\circ$

Множество M на рис. 2.

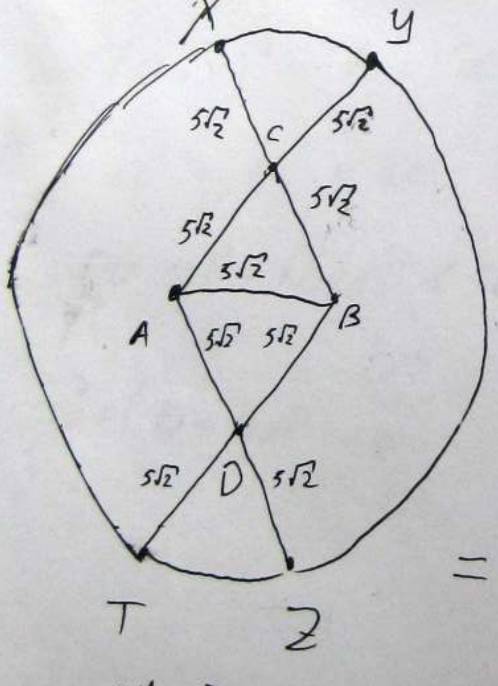


рис. 2.

X, Y, Z, T - границы дуг.

Отсюда площадь фигуры M

$$2\pi(10\sqrt{2})^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} + 2\pi(5\sqrt{2})^2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} - S_{ACBD} =$$

$$= \frac{2}{3}\pi \cdot 200 + \frac{1}{3}\pi \cdot 50 - 2 \cdot S_{ABC} =$$

$$= 150\pi - \frac{25\sqrt{2} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = 150\pi - \frac{50\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 150\pi - 25\sqrt{3}.$$

Ответ: $150\pi - 25\sqrt{3}$.

Черновик. 1

$a_7 = a_1 + 6b$

$x = a_1^2 + 21a_1b + 90b^2$

$a_{16} = a_1 + 15b$

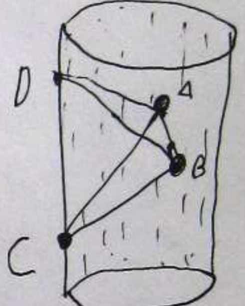
разность - $20b^2$

$a_{11} = a_1 + 10b$

$x = a_1^2 + 21a_1b_1 + 110b^2$

$a_{12} = a_1 + 11b$

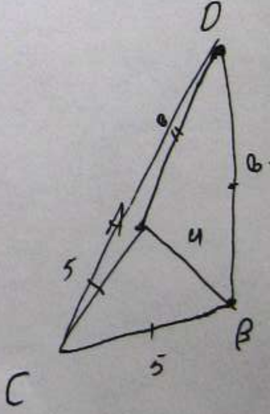
$S = 15a_1 + \frac{14\cdot 15}{2}b = 15a_1 + 105b$



$1+2 = 2\cdot$

$\cancel{715}$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
3 6 10 15 21 28 36 45 55 66 78 91 105



$a_1^2 + 21a_1b + 90b^2 > 15a_1 + 105b - 24$

$S+4$ $\qquad$ $S-24$

$a^2 + 21a_1b + 110b^2 < S+4$

$-(a_1^2 + 21a_1b + 90b^2) < -(S-24)$

$20b^2 < 28, \Rightarrow b = 1$

$a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4$

$a_1^2 + 6a_1 - 9 < 0$

$2a^2 - 14a + 49 + 2b^2 - 2b + 1 \le 100$

$2a^2 - 14a + 2b^2 - 2b \le 50$

$2a^2 = 1$

черновик (2)

1) $a^2+b^2 \le 50$ $5\sqrt{2}$

2) $a^2+b^2 \le 14a+2b$

$a^2-14a+b^2-2b \le 0$

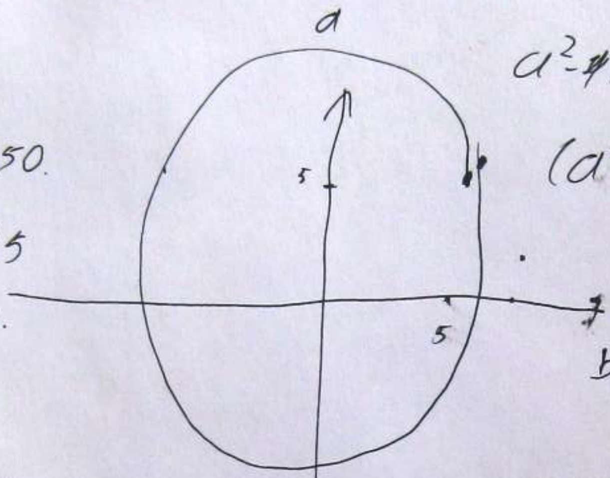
$a^2-14a+49+b^2-2b+1 \le 50$

$(a-7)^2+(b-1)^2 \le 50$

$14a+2b=50$

$7a+b=25$

$b=25-7a$



$48 \times 7 = 50$

28

330

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 50$

$50a^2-14a-336$

$-350a+\ldots+625=50$

$(a-x)^2+(b-y)^2 \le 50$

$a^2+b^2 \le 50$

a^2

24

144×4

570

585

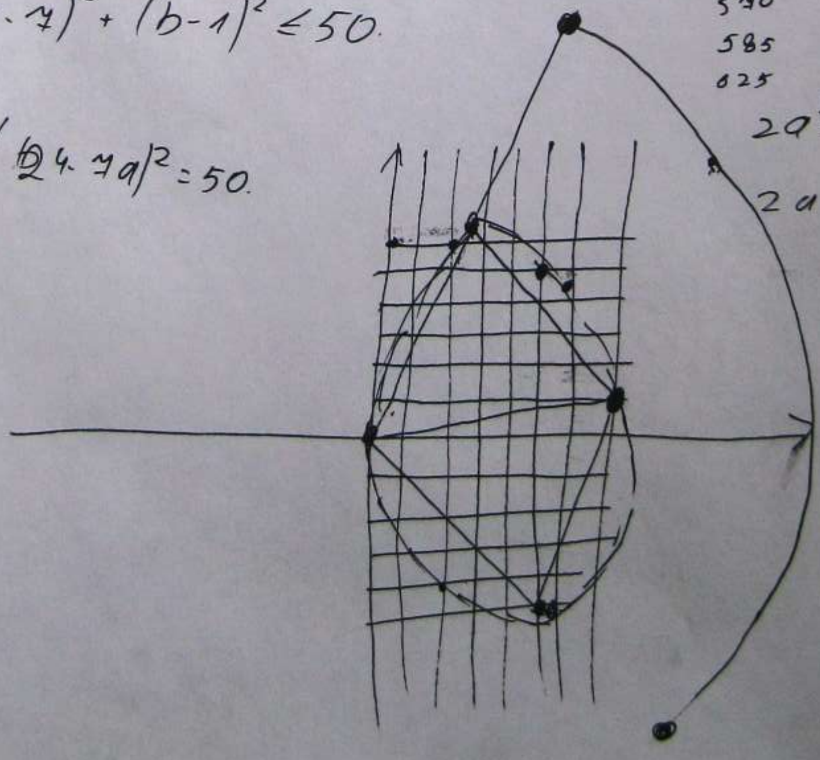
625

$(a-7)^2+(b-1)^2 \le 50$

$2a^2-14a+25=2$

$(a-7)^2+(24-7a)^2=50$

$2a^2-14a+23=0$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

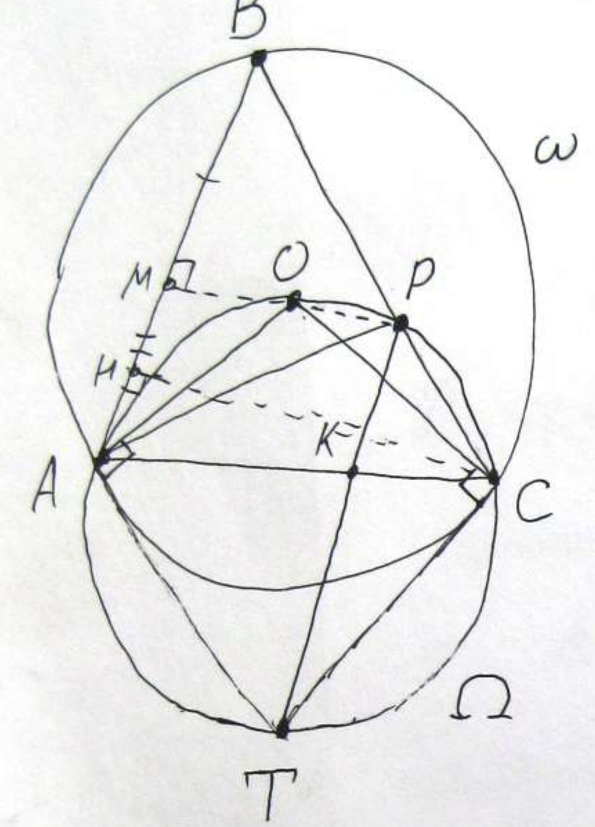
Шифр: **21104390**

ID профиля: **323721**

Вариант 22

Черновик (1) Вариант 22.

№6.



Пусть Ω - окружность, описанная вокруг $\triangle AOC$. Отсюда $P \in \Omega$.

Докажем, что $T \in \Omega$.

Поскольку AT и CT - касательные к ω, OA и OC - радиусы ω, $\angle OAT = \angle OCT = 90°$, а их сумма - $180°$. Отсюда $OCTA$ - вписанный четырёхугольник, $T \in \Omega$.

~~Тогда~~ Пусть $\angle ABC = \alpha$. Т.к. $\angle ABC$ - вписанный, а $\angle AOC$ - центральный, $\angle AOC = 2\alpha$. Из вписанности $AOPC$ $\angle APC = \angle AOC = 2\alpha$.

Поскольку $AT = CT$ (касательные к ω), $\breve{AT} = \breve{CT}$, $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle APT = \angle CPT = \frac{\angle APC}{2} = \frac{2\alpha}{2} = \alpha = \angle CBA$.

$\angle CPT = \angle CBA$, $\Rightarrow PT \parallel BA$, а поскольку $\angle ACB$ - общий, $\triangle CPK \sim \triangle CBA$.

Черновик (2)

Поскольку в $\triangle APK$ и $\triangle CPK$ высоты из точки P к основаниям равны, $\frac{AK}{KC} = \frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{7}{5}$.

Из подобия $\triangle CBA$ и $\triangle CPK$.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CPK}} = \left(\frac{AC}{CK}\right)^2 = \left(\frac{AK+CK}{CK}\right)^2 = \left(1+\frac{AK}{KC}\right)^2 = \frac{144}{25}.$$

$$S_{ABC} = \frac{144}{25} S_{CPK} = \frac{144}{25} \cdot 5 = \frac{144}{5} = 28{,}8.$$

Поскольку $\angle APC$ - внешний для $\triangle ABP$,

$\angle ABP + \angle BAP = \angle APC$, $\Rightarrow \angle BAP = \angle APC - \angle ABP = 2\alpha - \alpha = \alpha$, $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\triangle ABP$ - равнобедренный, $\Rightarrow$ P лежит на ~~серпер~~ серединном перпендикуляре к AB, как и точка O.

Пусть M - середина AB. Тогда P, O, M лежат на одной прямой, перпендикулярной AB.

Поскольку $\frac{PC}{BP} = \frac{KC}{AK} = \frac{5}{7}$ по т. Фалеса $(PT \parallel AB)$,

Если мы опустим перпендикуляр к AB из C (CH), то по т. Фалеса $\frac{HM}{BM} = \frac{PC}{BP} = \frac{5}{7}$ $(CH \parallel PM)$.

$\frac{BM}{HM} = \frac{BP}{CP}$, $\Rightarrow \triangle BPM \sim \triangle BCH$.
$\angle ABC$ - общий.

Чистовик ③

Пусть длина $PM = 3x$. Тогда $AM = BM = \dfrac{PM}{tg\angle ABC} = 4x$,

$AB = 8x$. Из подобия $CH = PM \cdot \dfrac{CB}{BP} = PM\left(1 + \dfrac{CP}{BP}\right) = \dfrac{12}{7} \cdot 3x =$

$= \dfrac{36}{7}x$. Тогда

$$S_{ABC} = 28{,}8 = \frac{CH \cdot AB}{2} = \frac{8x \cdot \frac{36}{7}x}{2} =$$

$$= \frac{144x^2}{7}.$$

$$x^2 = \frac{28{,}8 \cdot 7}{144} = 1{,}4.$$

Из подобия $BH = BM \cdot \dfrac{BH}{BM} = BM \cdot \left(1 + \dfrac{HM}{BM}\right) = \dfrac{12}{7} BM = \dfrac{48}{7}x.$

Тогда $AH = 8x - \dfrac{48}{7}x = \dfrac{8}{7}x.$

По т. Пифагора

$$AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{\frac{64}{49}x^2 + \frac{1296}{49}x^2} = \sqrt{\frac{1360}{49} \cdot 1{,}4} =$$

$$= \sqrt{\frac{136 \cdot 2}{7}} = \sqrt{16 \cdot \frac{17}{7}} = 4\sqrt{\frac{17}{7}}$$

Ответ: $28{,}8$; $4\sqrt{\frac{17}{7}}$.

Чистовик (4)

Поскольку НОД $(a; b; c) = 14$, числа a, b, c имеют вид $a = 14 \cdot 2^p \cdot 7^q$

$$b = 14 \cdot 2^s \cdot 7^t$$

$$c = 14 \cdot 2^r \cdot 7^w.$$

При этом хотя бы одно из чисел p, s, r и одно из чисел q, t, w должно равняться 0, в противном случае НОД $(a; b; c) \neq 14$.

Поскольку НОК $(a; b; c) = 2^{17} \cdot 7^{18}$, степень 2 хотя бы у одного из чисел должна быть 17, а степень 7 - 18, т.е. одно из чисел p, s, r равно 16, а остальные не больше, одно из чисел q, t, w равно 17, а остальные - не больше.

Рассмотрим p, s, r.

~~Перв~~ 1) Если ровно одно число равно 16, ровно одно равно 0, то кол-во троек $(p; q; r)$ равно $6 \cdot 15 = 90$.

Чистовик 5

2) Если ровно 2 равны 16

кол-во троек - 3: $(16; 16; 0)$ $(16; 0; 16)$ $(0; 16; 16)$

3) Если ровно 2 равны 0

кол-во троек - 3.

Итого, кол-во троек $(p; s; r)$

равно $6 \cdot (16-1) + 3 + 3 = 96$.

Аналогично кол-во троек (q, t, w)

равно $6 \cdot (17-1) + 3 + 3) = 102$.

Итого, кол-во троек $(a; b; c)$ равно

$96 \cdot 102 = 9792$.

Ответ: 9792.

Чистовик (6)

№5.

Пусть $\frac{x}{2}+1=t$ $\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=S$ $\frac{3x}{2}-6=P$

Тогда $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\log_{t^2}S=\frac{\log_t S}{2}$

$$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2=\log_{\sqrt{S}}P^2=4\log_S P$$

$$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=\log_{\sqrt{P}}t=2\log_P t.$$

Заметим, что

$$t^1=t=P^{\log_P t}=\left(S^{\log_S P}\right)^{\log_P t}=\left(\left(t^{\log_t S}\right)^{\log_S P}\right)^{\log_P t}=$$

$$=t^{\log_t S\cdot\log_S P\cdot\log_P t},\ \Rightarrow \log_t S\cdot\log_S P\cdot\log_P t=1.$$

Пусть 2 из данных чисел равны y, а третье - $y-1$.

Тогда $\frac{\log_t S}{2}\cdot 4\log_S P\cdot 2\log_P t=y\cdot y\cdot(y-1)=\frac{4\cdot 2\cdot 1}{2}=4.$

$y^3-y^2=4.$

$y^3-y^2-4=0$

$(y-2)(y^2+y+2)=0.$

Решение ур-ия - $y=2$.

Чистовик (7)

Соответственно, 2 числа равны 2, одно число равно 1.

1) $\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=1$

$\frac{x^2}{4}+x+1=\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$

$\frac{x^2}{4}-\frac{5x}{2}+\frac{21}{4}=0$

$x^2-10x+21=0$

$(x-3)(x-7)=0$

$x=3$ и $x=7$.

При $x=3$ $\frac{3x}{2}-6<0$, корень не имеет смысла,

При $x=7$ $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2=2$, $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=2$.

$x=7$ подходит.

2) $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2=1$. Отсюда $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=2$.

$\frac{3x}{2}-6=\frac{x}{2}+1$. $x=7$, но при $x=7$

1 число $=1$, противоречие.

3) $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=1$.

Чистовик (8)

$$\frac{3x}{2}-6=\frac{x^2}{4}+x+1.$$

$$\frac{x^2}{4}-0,5x+7=0,$$

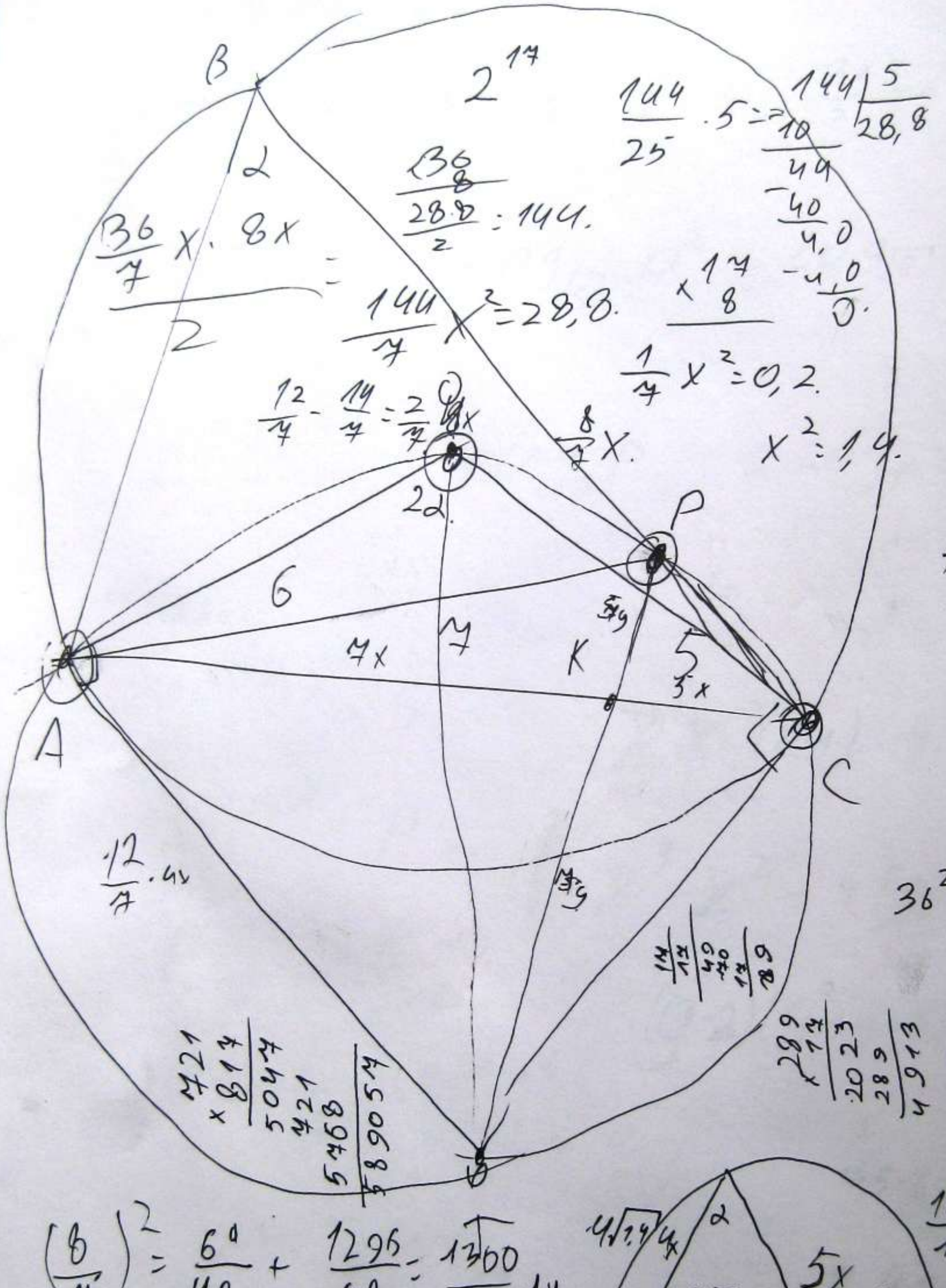
$$x^2-2x+28=0.$$

не имеет решений.

Единственное значение $x=7$.

Ответ: 7.

Черновик (1) $14\cdot 2^a\cdot 7^b$ $14\cdot 2^a\cdot 7^b$ $14\cdot 2^a\cdot 7^b$



2^{17}

$\frac{144}{25}\cdot 5 = \frac{144}{5} = 28,8$

$3\cdot\frac{12}{7} = \frac{36}{7}$

$\frac{36}{7}x\cdot 8x \over 2$ $=$ $\frac{144}{7}x^2 = 28,8$

$\frac{28,8}{2} = 144$

$\frac{1}{7}x^2 = 0,2$

$x^2 = 1,4$

$\frac{12}{7} - \frac{14}{7} = \frac{2}{7}$

$\frac{8}{7}x$

$17\cdot 2 = 34$

$136 : 2 = 68$, $68 : 2 = 34$, $34 : 2 = 17$

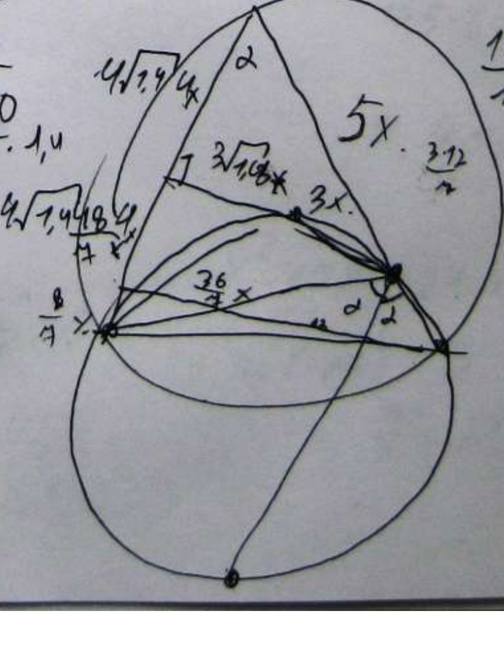
$1360 : 7$

$36^2 = 1296$
$+ 64$
1360

$\frac{12}{7}\cdot 4x$

$\left(\frac{8}{7}\right)^2 = \frac{60}{49} + \frac{1296}{49} = \frac{1360}{49}\cdot 1,4$

$\frac{136\cdot 14}{49} = \frac{136\cdot 2}{7} =$
$= \frac{272}{7} =$



$\frac{2,4\cdot 7}{16,8} - 12x^2$

$12x^2 = 16,8$

$x^2 = \frac{16,8}{12} = 1,4$

Черновик (2)

Пусть $\frac{x}{2}+1=t$ $\quad \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=s$ $\quad \frac{3x}{2}-6=p$

$\log_{t^2} s \quad \log_{\sqrt{s}} p^2 \quad \log_{\sqrt{p}} t.$

$\frac{\log_t s}{2} \quad 4\log_s p \quad 2\log_p t. \quad \frac{21}{2}-\frac{17}{4}$

$\log_{0,25}=$ $\quad$ $\shortparallel$ 4. $\quad 10,5-4,25$

$t^{\log_t s}=s \qquad \cancel{z}\cdot\cancel{z}\cdot(\cancel{z}-1)=4.$

$z\to y$

$s^{\log_s p}=p \qquad \cancel{z}^3-\cancel{z}^2-4=0.$

$3\cdot 7$

$p^{\log_p t}=t. \qquad (y-2)(y^2+y+2)=0.$

$t=s^{\log_s p\,\log_p t}$

2

$\log_{2,5}. \quad 10,5-6=4,5^2.$

$4,5-6$

$\frac{x^2}{4}+x+1=\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}.$

$x^2-10x+21=0$

$\frac{x^2}{4}-\frac{5x}{2}+\frac{21}{4}=0.$

$(x-3)(x-7)=0$

$\frac{49}{2}=24,5-4,25=20,25.$

$4,5^2$

$x=3 \qquad x=7. \qquad 2,5$

Черновик 3

№1.

Поскольку НОД (a; b; c) = 14, числа a, b, c имеют вид $a = 14\cdot 2^p 7^q$ $b = 14\cdot 2^s\cdot 7^t$

$c = 14\cdot 2^r\cdot 7^w$.

Поскольку НОК $(a; b; c) = 2^{17}\cdot 7^{18}$, степень 2 одного из чисел должна быть 17, а степень 7 - 18. Т.е. одно из чисел p, s, r равно 16, а остальные - не больше, одно из чисел q, t, w равно 17, а остальные не больше.

Кол-во троек чисел (p, s, r) с числами от 1 до 16 - 16^3 (все тройки)

Кол-во троек чисел (p, s, r) с числами от 1 до 15 - 15^3 (тройки без 16)

Кол-во троек чисел (p, s, r), среди которых есть хотя бы одно число 16 - все тройки без троек без 16 $= 16^3 - 15^{-3} = 4096 - 3375 =$
$= 7.21.$