

Часть 1

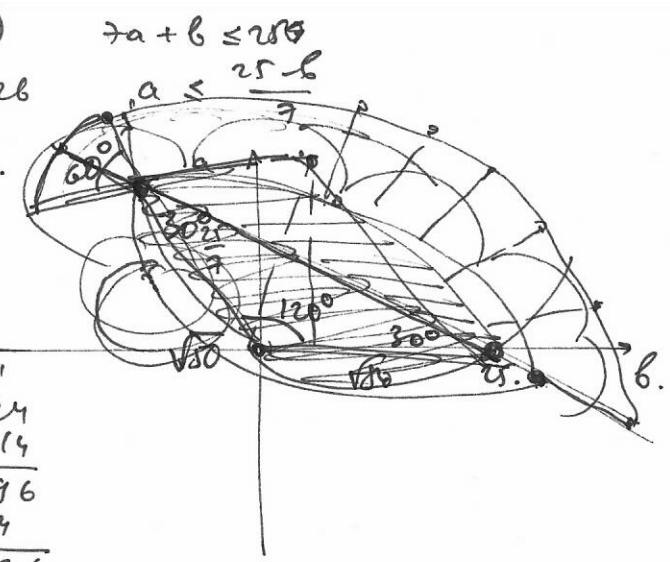
Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103684**

ID профиля: **826711**

Вариант 22

Упробем. (числ 1 из 9) (14a+2b ≤ 50)
 нестр. мин-во сумм a²+b² ≤ 14a+2b
 (a-7)²+(b-1)² ≤ 50.



$$\begin{cases} (a-7)^2 + (b-1)^2 = 50 \\ 7a + b = 25 \end{cases}$$

$$b = 25 - 7a$$

$$(a-7)^2 + (25-7a-1)^2 = 50;$$

$$a^2 - 14a + 49 + (24-7a)^2 = 50.$$

$$a^2 - 14a + 49 + 576 - 336a + 49a^2 = 50$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 24 \\ \hline 24 \\ + 196 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 14 \\ \hline 196 \\ + 24 \\ \hline 336 \end{array}$$

$$50a^2 - 350a + 575 = 0$$

$$2a^2 - 14a + 23 = 0.$$

$$D = 196 - 4 \cdot 2 \cdot 23 = 196 - 184 = 12$$

$$14^2 = 196$$

$$\frac{14}{2} = 7$$

$$a = \frac{14 \pm \sqrt{12}}{4}$$

$$\left[\begin{array}{l} a = \frac{7 - \sqrt{3}}{2} \\ a = \frac{7 + \sqrt{3}}{2} \end{array} \right]$$

$$\begin{array}{r} 350 \mid 25 \\ -25 \mid 14 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 875 \mid 25 \\ -80 \mid 23 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 23 \\ \hline 46 \\ \times 8 \\ \hline 184 \end{array}$$

N1. $\frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15$

$$\begin{cases} (a_1 + 5d)(a_1 + 15d) > (a_1 + 7d) \cdot 15 - 24 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) < (a_1 + 7d) \cdot 15 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ a_1^2 + 21a_1d + 110d^2 < 15a_1 + 105d + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ 15a_1 + 105d + 4 > a_1^2 + 21a_1d + 110d^2 \end{cases}$$

$$\cancel{a_1^2 + 21a_1d + 90d^2} + 15a_1 + 105d + 4 > \cancel{15a_1 + 105d - 24} + \cancel{a_1^2 + 21a_1d + 110d^2}$$

$$90d^2 + 4 > -24 + 110d^2$$

$$28 > 20d^2$$

$$d^2 < \frac{28}{20} \Rightarrow d^2 < \frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow d = 1$$

$$\rightarrow d = 1$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4 \end{cases}$$

$$a_1^2 + 6a_1 + 9 \geq 0$$

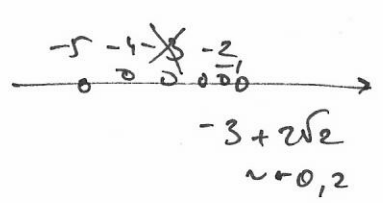
$$(a_1 + 3)^2 \geq 0, a_1 \neq -3$$

$$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$$

$$D = 36 - 4 = 32 = (4\sqrt{2})^2$$

$$a_1 = \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -3 \pm 2\sqrt{2}$$

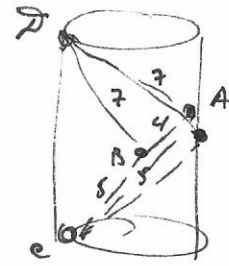
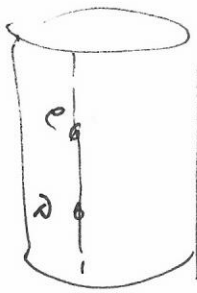
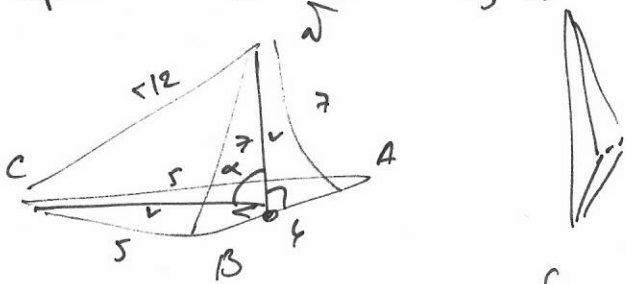
$$\sqrt{-5, -4, -2, -1}$$



т.е. все числа в промежутке
 между, то и
 решение урав
 так еще и не менее
 т.е. не менее. ↑

-3 + 2√2
 ~ 0,2

Чермобин. (лист 2 из 4)



$$a = \frac{7-\sqrt{3}}{2}; \frac{7+\sqrt{3}}{2};$$

$$a^2 = \frac{49+3-14\sqrt{3}}{4} = \frac{52-14\sqrt{3}}{4}$$

$$7a+b=25$$

$$\frac{7(7-\sqrt{3})}{2} + b = 25 \quad | \cdot 2$$

50 -

$$49-7\sqrt{3} + 2b = 50$$

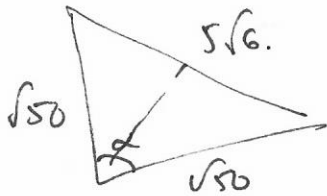
$$49+7\sqrt{3}+2b=50 \quad 2b = 1+7\sqrt{3}$$

$$2b = \frac{1-7\sqrt{3}}{2} \quad b = \frac{7\sqrt{3}+1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 3 \\ \hline 147 \end{array}$$

$$\left(\frac{1-7\sqrt{3}}{2} - \frac{7\sqrt{3}+1}{2} \right)^2 = \left(\frac{1-7\sqrt{3}-7\sqrt{3}-1}{2} \right)^2 = \left(\frac{14\sqrt{3}}{2} \right)^2 = (7\sqrt{3})^2 = 147$$

$$\frac{7-\sqrt{3}-7-\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{147+3} = \sqrt{25 \cdot 6} = 5\sqrt{6}$$



$$5\sqrt{6} = 2 \cdot 50 \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{2 \cdot 50} = \frac{\sqrt{25 \cdot 6}}{\sqrt{4 \cdot 50}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{4 \cdot 2}}$$

$$50+50 = 2 \cdot 50 \cdot \cos \alpha = 100$$

$$100 - 100 \cos \alpha = 150$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$

$$\frac{\pi \cdot (150)^2 \cdot \frac{1}{3}}{2} \quad 2 \cdot 50$$

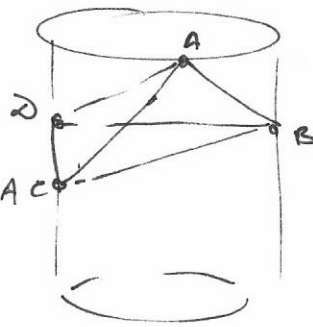
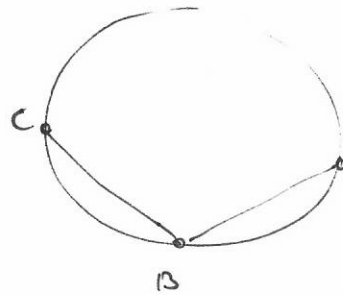
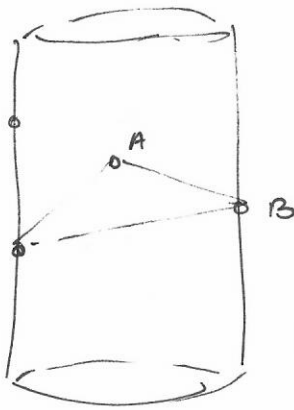
$$\pi \cdot (250)^2 \cdot \frac{1}{3} = \pi \cdot \frac{200}{3}$$

$$\frac{400\pi}{3} + 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot \frac{1}{6} = \frac{400\pi}{3} + \frac{50\pi}{3} = \frac{450\pi}{3} = 150\pi$$

= 150π
ул. eq.

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 14 \\ \hline 196 \\ + 24 \\ \hline 336 \end{array}$$

Червяком (шар δ из η)



хм...

н7 $a^2 + b^2 \leq \min(14a + 2b, 50)$

$14a + 2b < 50.$

$7a < 25 - b \Rightarrow 7a + b = 25$

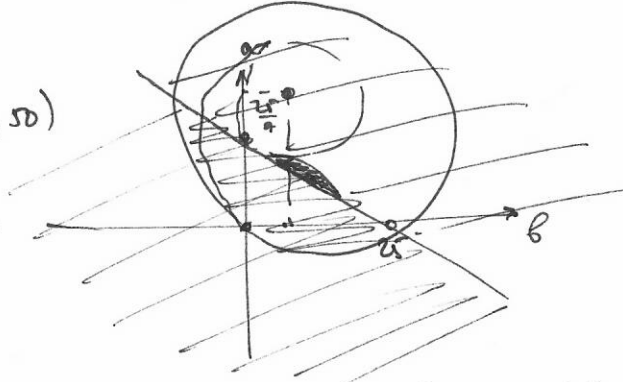
$a < \frac{25 - b}{7}$

$a^2 + b^2 \leq 14a + 2b$

$(a-7)^2 - 49 + b^2 - 2b \leq 0.$

$(a-7)^2 - 49 + (b-1)^2 - 1 \leq 0.$

$(a-7)^2 + (b-1)^2 \leq 50.$



$(a-7)^2 + (b-1)^2 = 50.$

$14a + 2b = 50; \Rightarrow a + b = 25$
 $b = 25 - 7a$

$(a-7)^2 + (25-7a-1)^2 = 50.$

$a^2 - 14a + 49 + (24-7a)^2 = 50$

$a^2 - 14a + 576 - 196a + 49a^2 = 1$

$50a^2 - 250a + 575 = 0$

$2a^2 - 10a + 23 = 0.$

$D = 100 - 4 \cdot 2 \cdot 23 < 0 \Rightarrow$

$a^2 + b^2 \leq 50.$

$a^2 + b^2 = 50$

$7a + b = 25$

$b = 25 - 7a$

$a^2 + (25-7a)^2 = 50$

$a^2 + 625 - 350a + 49a^2 - 50 = 0$

$50a^2 - 350a + 575 = 0$

$2a^2 - 14a + 23 = 0$

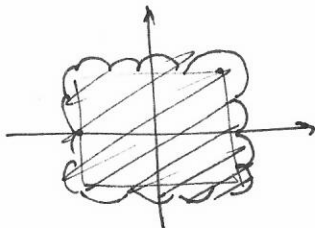
$D = 196 - 4 \cdot 2 \cdot 23 = 12$

2
 $\times \frac{23}{2}$
 $\frac{184}{184}$

$a = \frac{14 \pm 2\sqrt{3}}{4} \left[\begin{array}{l} a = \frac{7 + \sqrt{3}}{2} \\ a = \frac{7 - \sqrt{3}}{2} \end{array} \right.$

$a = 1, b = 0.$

$1 + 0 \leq \min(14 + 0, 50)$



Черновик (лист 4 из 4)

N1. S - сумма перв. 15 членов ↑ арифм. прогрессии из зад. чис.

$$a_7 + a_{16} > S - 24; \quad a_{11} + a_{12} < S + 4.$$

число a_1 - первый член, d - разность прогрессии

$$S = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15; \quad \begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 15d) > (a_1 + 7d) \cdot 15 - 24 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) < (a_1 + 7d) \cdot 15 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1d + 6a_1d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ a_1^2 + 11a_1d + 10a_1d + 110d^2 < 15a_1 + 105d + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ a_1^2 + 21a_1d + 110d^2 < 15a_1 + 105d + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 = b \\ 15a_1 + 105d = c \end{cases}$$

$$\begin{cases} b > c - 24 \\ b + 20d^2 < c + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} b > c - 24 \\ c + 4 > b + 20d^2 \end{cases}$$

$$24 > 20d^2; \quad d^2 < \frac{24}{20}; \quad d^2 < \frac{6}{5} \Rightarrow \underline{\underline{d = 1}}$$

$$\begin{aligned} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24 \\ a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0. \quad D = 36 - 4 \cdot 9 = 0 \\ (a_1 + 3)^2 > 0. \quad a_1 \neq -3. \quad a_1 = \frac{-6 \pm 0}{2} \begin{cases} a_1 = -4 \\ a \end{cases} \end{aligned}$$

$$a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4.$$

$$a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 109$$

$$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0.$$

$$\begin{array}{c} -5 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \\ \hline -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \\ \hline -3 - 2\sqrt{2} \quad -3 + 2\sqrt{2} \end{array} \rightarrow a_1$$

$$D = 36 - 4 = 32$$

$$a_1 = \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} a_1 = -3 - 2\sqrt{2} \\ a_1 = -3 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\frac{-1 \mp (-3 + 2\sqrt{2})}{2 \mp 2\sqrt{2}} \cdot \frac{625}{84} \sqrt{\frac{2401}{180}}$$

$$625 \cdot 180 \sqrt{2401 \cdot 84}$$

$$\frac{49 \cdot 49 \cdot 49}{240} \sqrt{49 - 4} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

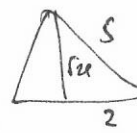
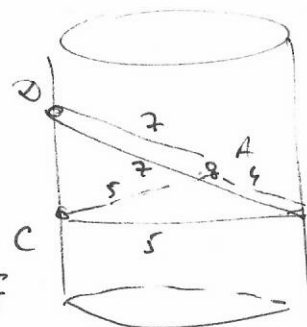
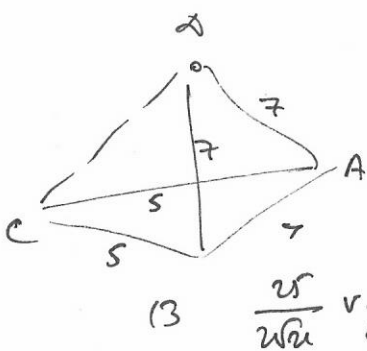
$$S = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{5} \cdot 2 = 3\sqrt{5}$$

$$3\sqrt{5} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 8}{4R}$$

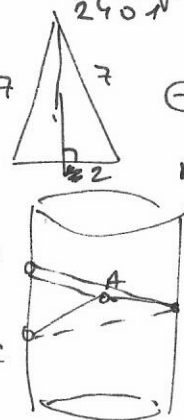
$$R = \frac{49}{6\sqrt{5}}$$

голосов, если площадь не параллельна, тогда, если $R = \frac{25}{2\sqrt{5}}$ то пер. سطح не из стороны

N2



$$S = \sqrt{u} \quad \frac{5 \cdot 5 \cdot 2}{4R} = \sqrt{u} \quad R = \frac{25 \cdot 2}{4 \cdot \sqrt{u}}$$



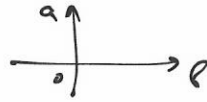
Числовый (числ 2 из 5)

№3

$$\left. \begin{aligned} &(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 50 \quad (1) \\ &a^2 + b^2 \leq \min(14a + 2b, 50) \quad (2) \end{aligned} \right\}$$

сначала изобразим на плоскости
мин-во точек $\{a, b\}$, удовлетворяющих
уравнению (2).

$a^2 + b^2 \leq \min(14a + 2b, 50)$ на плоскости для



1) $14a + 2b \leq 50$

$7a + b \leq 25$

$a \leq \frac{25-b}{7}$

(все, что ниже
прямой l -
подходит)

контроль: точка $(0,0)$.

в этом случае:

$a^2 + b^2 \leq 14a + 2b$

$a^2 - 14a + b^2 - 2b \leq 0; \quad (a-7)^2 + (b-1)^2 \leq 49 + 1 = 50.$

это окружность с центром в точке $(7; 1)$ и рад. $\sqrt{50}$.

найдем точки ее пересечения с прямой l :

$$\left. \begin{aligned} &a = \frac{25-b}{7} \\ &(a-7)^2 + (b-1)^2 = 50. \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &b = 25 - 7a \\ &(a-7)^2 + (25-7a)^2 = 50. \end{aligned}$$

$a^2 - 14a + 49 + 576 - 336a + 49a^2 = 50$

$50a^2 - 350a + 575 = 0$, сократим на 25;

$2a^2 - 14a + 23 = 0 \quad D = 14^2 - 4 \cdot 2 \cdot 23 = 196 - 8 \cdot 23 = 196 - 184 = 12$

$a = \frac{14 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$a = \frac{7 - \sqrt{3}}{2} \Rightarrow b = 25 - \frac{49 - 7\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + 7\sqrt{3}}{2}$ (точка D)

$a = \frac{7 + \sqrt{3}}{2} \Rightarrow b = 25 - \frac{49 + 7\sqrt{3}}{2} = \frac{1 - 7\sqrt{3}}{2}$ (точка C)

\Rightarrow подходящ. область огранич. дугой окружн при $a \in \left(\frac{7-\sqrt{3}}{2}; \frac{7+\sqrt{3}}{2}\right)$ и прямой

2) $14a + 2b > 50$

$a > \frac{25-b}{7}$

\Rightarrow область под
прямой $a = \frac{25-b}{7}$.

найдем ее точки пересек с прямой l

$$\left. \begin{aligned} &a^2 + b^2 = 50 \\ &b = 25 - 7a \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^2 + 625 - 350a + 49a^2 - 50 = 0$$

$50a^2 - 350a + 575 = 0$

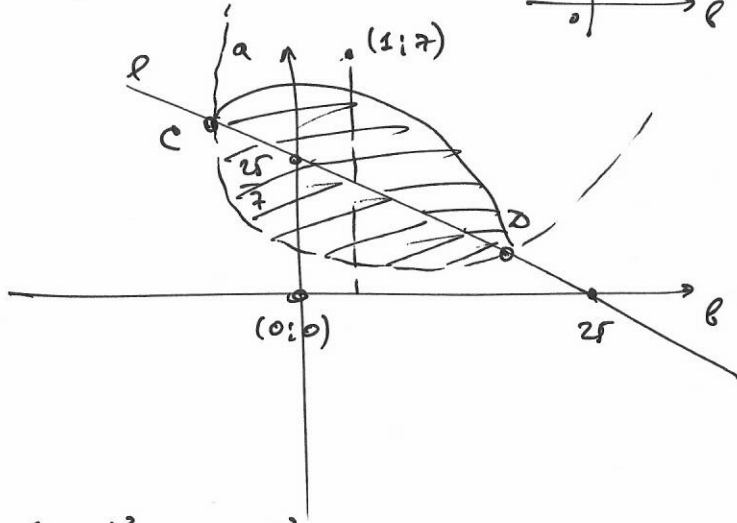
$2a^2 - 14a + 23 = 0$

$\Rightarrow a^2 + b^2 \leq 50$, окружность с центром
в $(0;0)$ и рад. $\sqrt{50}$

меньшим радиусом чем уравнение,
или и в первом пункте

пройти. на листе 3

\Rightarrow также пересечает в т. C и т. D.



используем. (имеет 4 чл.)

$$\Rightarrow S_{O_1D} = \pi (2\sqrt{50})^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{200\pi}{3}$$

$$S_{O_2FE} = \pi \cdot (2\sqrt{50})^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{200\pi}{3}$$

S_{FAC} - площадь сегмента окружн. радиус. $FA = \sqrt{50}$ и центром в т. А.

($\angle FAC = 60^\circ$ ($\angle O_1AB = \angle O_1BA = \angle O_2AB = \angle O_2BA = 30^\circ$ или углы или осев. равнобедр. Δ с углом при верш. 120°)).

$$\Rightarrow S_{FAC} = \pi \cdot (\sqrt{50})^2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} = 50\pi \cdot \frac{1}{6} = \frac{25\pi}{3}$$

$$S_{BED} = S_{FAC} = \pi (\sqrt{50})^2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{25\pi}{3} \text{ (аналогичная ситуация)}$$

замечим, что площади S_{O_1D} и S_{O_2FE} кельзю, т.е. форма или углы

\Rightarrow посчитаем $S_{O_1AB} + S_{O_2AB}$ и вычтем и $S_{O_1AD} + S_{O_2AD}$ углами.
 $\pi \sin 120^\circ \cdot (\sqrt{50})(\sqrt{50}) + \frac{1}{2} \cdot \pi \sin 120^\circ \cdot (\sqrt{50})(\sqrt{50}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 50 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 50 =$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 50 = 25\sqrt{3}$$

\Rightarrow искомая площадь равна:

$$\begin{aligned} S_{O_1D} + S_{O_2FE} + S_{BED} + S_{FAC} &= \frac{200\pi}{3} + \frac{200\pi}{3} + \frac{25\pi}{3} + \frac{25\pi}{3} - 25\sqrt{3} = \\ &= \frac{450\pi}{3} - 25\sqrt{3} = \underline{150\pi - 25\sqrt{3}} \text{ квадратных единиц.} \end{aligned}$$

подсказка: очевидно, что, чтобы понять границы фигуры, можно, которой удовлетворяют первому уравнению нулем смотреть точки на границе фигуры, точки которой удовлетвор. уравн. (2).

\Rightarrow все эти точки образуют сектор круга, т.е. через центр и точку на дуге и пошу провести радиусы и отметить за эту точку отрез. равной радиусу и покруить дугу и наиболее удаленным от центра точк.

(N: B - на границе фигуры где ср. (2) O_2B за точку B, $BE = \sqrt{50}$.

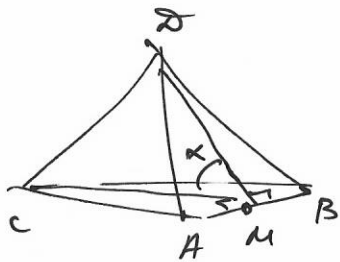
\Rightarrow E - на границе фигуры где ср. (1).

в точках B и A будут края и FAC и BED - сектора с радиусом $\sqrt{50}$.

Ответ: $150\pi - 25\sqrt{3}$

четовки (или 5 из 5)

N2



если M - середина AB , то $DM \perp AB$

и $CM \perp AB$

($\triangle DAB$ - PIB и $\triangle CBA$ - PIB)

\Rightarrow при изменении длины CD будет
меняться величина угла двугранного угла
 $\angle CMD$.

числов (имеет 1 и 5)

N1.

число a_1 - первый член этой прогрессии (из условия следует, что $a_1, d \in \mathbb{Z}$)
 d - ее разность $d > 0$

\Rightarrow заменим условие задачи в задачу, используя только a_1 и d

$\Rightarrow S = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = 3(a_1 + 7d) \cdot 15$ - сумма первых 15-ти членов прогрессии

$\Rightarrow a_7 \cdot a_{16} = (a_1 + 6d)(a_1 + 15d) = a_1^2 + 15a_1d + 6a_1d + 90d^2 = a_1^2 + 21a_1d + 90d^2$

$a_{11} \cdot a_{12} = (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 11a_1d + 10a_1d + 110d^2 = a_1^2 + 21a_1d + 110d^2$

$a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 > (a_1 + 7d) \cdot 15 - 24$

$a_1^2 + 21a_1d + 110d^2 < (a_1 + 7d) \cdot 15 + 4$

переменные введем уравн. системы, заменив оба большего роль

$a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 > (a_1 + 7d) \cdot 15 - 24$

$(a_1 + 7d) \cdot 15 + 4 > a_1^2 + 21a_1d + 110d^2$

но св-ву неравенств мы можем сложить сооб. левые и правые части

$a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 + (a_1 + 7d) \cdot 15 + 4 > (a_1 + 7d) \cdot 15 - 24 + a_1^2 + 21a_1d + 110d^2$ и получить пер-во с тем же знаком.

приведем подобные

$90d^2 + 4 > -24 + 110d^2$
 $28 > 20d^2$

$\Rightarrow d^2 < \frac{28}{20}$, т.ч. $d \in \mathbb{Z}$, $d > 0$, но единственной может $d = 1$.

\Rightarrow переменные введем систему, учитывая то, что $d = 1$

\Rightarrow при $d = 1$ $d^2 < \frac{28}{20}$, при $d = 2$ $4 > \frac{28}{20}$

$a_1^2 + 21a_1 + 90 > (a_1 + 7) \cdot 15 - 24$
 $a_1^2 + 21a_1 + 110 < (a_1 + 7) \cdot 15 + 4$

$a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24$
 $a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4$

$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \rightarrow (a_1 + 3)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq -3$
 $a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$

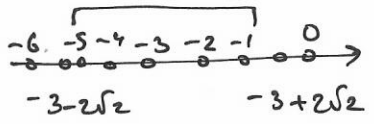
$\Delta = 36 - 4 = 32 = 2 \cdot 16 = (4\sqrt{2})^2$

$a_1 = \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -3 \pm 2\sqrt{2}$

$-3 + 2\sqrt{2} \neq 0$
 $2\sqrt{2} \neq 3$
 $8 \neq 9$

$-3 - 2\sqrt{2} \neq -6$
 $-2\sqrt{2} \neq -3$
 $2\sqrt{2} \neq 3$
 $8 \neq 9$

$-3 - 2\sqrt{2} \neq -5$
 $-2\sqrt{2} \neq -2$
 $2\sqrt{2} \neq 2$
 $8 \neq 4$



$-3 + 2\sqrt{2} \neq -1$
 $2\sqrt{2} \neq 2$
 $8 \neq 4$

$a_1 \neq -3$
 $a_1 = \{-5, -4, -3, -2, -1\}$ Ответ: $-5, -4, -2, -1$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103684**

ID профиля: **826711**

Вариант 22

Черновик. (шесть 2 и 3 5)

№9 итд.

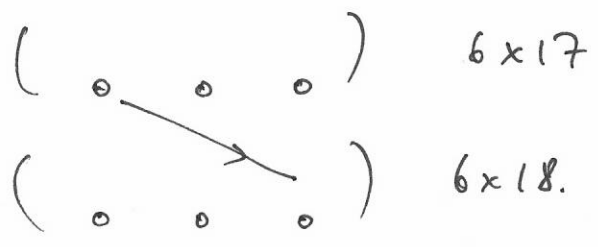
$$a = 2^{k_1} \cdot 7^{k_2}$$

$$b = 2^{p_1} \cdot 7^{p_2}$$

$$c = 2^{q_1} \cdot 7^{q_2}$$

⇒

~~не~~ выразить число = 17 3
 выразить число = 1 2
 выразить число 17.



6x17 x 6x18 3x2 6^3 · 17 · 18

№5 ~~log_a b~~; ~~log~~ $\frac{1}{2} \log_a b$; $4 \log_b c$; $2 \log_c a$;

1) $\frac{1}{2} \log_a b = 4 \log_b c$
 $2 \log_c a = \frac{1}{2} \log_a b + 1$

$\log_c a = \log_{c^2} c^2 \cdot \log_c a$
 ~~$\log_a a$~~
 $\log_c a = \log_c b \cdot \log_b a$

$\log_c a = \frac{8}{\log_a b} \cdot \log_c a = \frac{8}{\log^2 ab}$

$\log_c b = \log_a b$
 $\frac{16}{\log^2 ab} = \frac{1}{2} \log_a b + 1$

$\frac{16}{t^2} = \frac{1}{2} t + 1$
 $t = 4$

$\log_a b = 4 \Rightarrow 2 = 4 \log_b c$ $2 = \log_b c$

$c = b^2$; $\frac{3x}{2} - 6 = \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)^2$

$\frac{3x}{2} - 6 = \frac{49x^2}{4} - \frac{119x}{4} + \frac{289}{16}$
 $\frac{6x}{4} - \frac{96}{16} = \frac{49x^2}{4} - \frac{119x}{4} + \frac{289}{16}$
 $\frac{49x^2}{4} - \frac{125x}{4} + \frac{385}{16} = 0 \quad || \cdot 16$

$\frac{1}{289}$
 $+$
 $\frac{96}{385}$
 $\times \frac{49}{4}$
 $\frac{196}{196}$

~~$\frac{17}{2}$~~ · $\frac{7x}{2} \cdot \frac{17}{4} \cdot 2 = \frac{119x}{4}$

$\frac{500}{2 \cdot 14} = \frac{250}{14} = \frac{125}{7}$

$196x^2 - 500x + 385 = 0$

$\left(14x - \frac{125}{7}\right)^2 + \dots$

$x = 121$ $x = 4$ $x = \frac{125}{7}$

NS. $\frac{1}{2} \log_a b$; $4 \log_e c$; $2 \log_e a$

1) $\frac{3x}{2} - 6 > 1$; $\frac{3x}{2} > 7$; $x > \frac{7 \cdot 2}{3} = \frac{14}{3}$

$\frac{3 \cdot 49}{4} = \frac{147}{4}$

при $x > \frac{14}{3}$ $\frac{x}{2} + 1 > \frac{14}{6} + 1 = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$

$a > \frac{10}{3}$; $b > \frac{147}{12}$

$\frac{7x}{2} - \frac{17}{4} > \frac{7 \cdot 14}{3 \cdot 2} - \frac{17}{4} = \frac{49}{3} - \frac{17}{4} = \frac{196 - 51}{12} = \frac{145}{12}$

$c > 1$

$\frac{7x}{2} - \frac{17}{4} \rightarrow \frac{3x}{2} - 6$

$2x \rightarrow \frac{14}{4} - 6$

$2x \rightarrow -\frac{7}{4}$

$x > \frac{14}{3}$; $x < 7$

$\Rightarrow a \neq c$

$\frac{1}{2} \log_a b > \frac{1}{2}$; $4 \log_e c$

$c < a < b$

$\frac{x}{2} + 1 \vee \frac{3x}{2} - 6$
 $x + 2 \vee 3x - 12$
 $14 \vee 2x$
 $7 \vee x$

при $x \in (\frac{14}{3}; 7)$

$\frac{1}{2} \log_a b > \frac{1}{2}$
 $4 \log_e c < 4$
 $2 \log_e a > 2$

$\log_4 b$

$\frac{1}{2} \log_a b = 2 \log_e a$ $\log_a b = 4 \log_e a$
 $4 \log_e c = \frac{1}{2} \log_a b - 1$

$\log_e c = \log_e a \cdot \log_a c = \log_e a \cdot \frac{4}{\log_a b} = \frac{4}{\log_a b}$

$\log_e c = \log_e a \cdot \frac{4}{\log_a b} = \frac{4}{\log_a b}$

$4 \cdot \frac{4}{\log_a b} = \frac{1}{2} \log_a b - 1$

$\log_a b = 4$

$\frac{16}{t^2} = \frac{t}{2} - 1$

$t = 2$; $t = 4$

$\log_{\left(\frac{x}{2} + 1\right)} \frac{7x - 17}{4} = 4$

$\frac{16}{16} = 2 - 1$

$\log_{\left(\frac{x}{2} + 1\right)} \left(\frac{7x - 17}{4}\right)$

$\log_a c = \frac{4}{\log_a b} \Rightarrow \log_a c = 1$

$a = c \Rightarrow \frac{x}{2} + 1 = \frac{3x}{2} - 6$

$x + 2 = 3x - 12$

$14 = 2x$

$x = 7$

$a = b$

$a = c \Rightarrow b =$

$\frac{x}{2} + 1 = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}$

$2x + 4 = 14x - 17$

$21 = 12x$

$x = \frac{7}{4}$

NS. Чертюбун. (мет 4 (13 5))

$$a = \frac{x}{2} + 1, b = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}; c = \frac{3x}{2} - 6.$$

$x > 4$ единств. вып.

$$\frac{x \cdot 14}{56}$$

при $x > 4$ $a > 3$
 $b > \frac{39}{4}$

$$\log_{a^2} b; \log_{b^{\frac{1}{2}}} c^2; \log_{\sqrt{c}} a$$

$$\frac{1}{2} \log_a b; 4 \log_b c; \frac{2}{3} \log_c a.$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \log_a b = 4 \log_b c \\ 4 \log_b c - 1 = 2 \log_c a \end{cases}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{\log_b c}{\log_a b}$$

$$\log_a \frac{\sqrt{b}}{a} = \log_c a^2$$

$$\frac{1}{2} \log_a b - 1 = 2 \log_c a$$

$$\log_a \sqrt{b} - \log_a a = \log_c a^2$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \log_a b = 4 \log_b c \\ \frac{1}{2} \log_a b - 1 = 2 \log_c a \end{cases}$$

$$\log_c a \cdot \log_a b = \log_c b$$

$$\log_c a = \frac{\log_c b}{\log_a b} = \frac{8}{\log_a^2 b}$$

$$\frac{\log_a b}{2} = \frac{4}{\log_c b} \Rightarrow \log_c b = \frac{8}{\log_a b}$$

$$\frac{1}{2} \log_a b - 1 = \frac{8}{\log_a^2 b}$$

$$\frac{t}{2} - 1 = \frac{8}{t^2}$$

$$\log_a b = t \quad [a < b] \quad \wedge a > 1$$

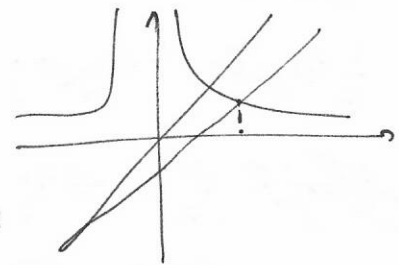
$$\rightarrow t > 0.$$

$$t = 2; t = 4; 2 - 1 = \frac{8}{16} \quad \text{O}$$

$$\frac{x}{2} + 1 \leq \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} \quad | \cdot 4$$

$$2x + 4 \leq 14x - 17$$

$$21 \leq 12x$$



$$a > 3$$

$$\Rightarrow \log_a b \quad b > a \wedge a > 1$$

$$\Rightarrow \log_a b > 1$$

$$\frac{1}{2} \log_a b > \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 17 \\ \hline 68 \\ \times 6 \\ \hline 102 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 17 \\ \hline 68 \\ \times 6 \\ \hline 108 \end{array}$$

NS. $a = 2^{k_1} \cdot 7^{k_2}$
 $b = 2^{p_1} \cdot 7^{p_2}$
 $c = 2^{q_1} \cdot 7^{q_2}$

если $\text{НОД}(a, b, c) = 2 \cdot 7$

$$\Rightarrow \min(k_1, p_1, q_1) = 1.$$

$$\max(k_2, p_2, q_2) = 17$$

если $\text{НОК} = 16$

\Rightarrow максимум цифр имеет 16.

Вариантов выбора нуля при перб. $\frac{3 \cdot 2}{6}$.

k_1, p_1, q_1 $3 \cdot 2 = 6 \cdot 17 = 102$.
 Вспомог. 1 и 17

$$k_2, p_2, q_2 = 3 \cdot 2 \cdot 18 = 108.$$

и всего модиф.

6 вып. выбора 3 нуля из $\{k_1, p_1, q_1\}$ и $\{k_2, p_2, q_2\}$
 $\boxed{6 \cdot 108 \cdot 102} \dots$

$$\begin{array}{r} \text{НОД} \\ \times 102 \\ \hline 2016 \end{array} \quad \text{Всего модиф.}$$

№4 Численные (метод 5)

$$\text{НОД}(a, b, c) = 14$$

$$\text{НОУ}(a, b, c) = 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$a = 2^{k_1} \cdot 7^{q_1}$$

$$b = 2^{p_1} \cdot 7^{q_2}$$

$$c = 2^{q_1} \cdot 7^{q_2}$$

$$k_1, p_1, q_1 \leq 17$$

$$k_2, p_2, q_2 \leq 18$$

$$\Rightarrow \text{норм. } p_1, q_1, k_2 = 1$$

$$1) p_1 = q_1 = k_1 = 1$$

.....

general ma:

$$2 \cdot 7^k$$

$$2 \cdot 7^p$$

$$2 \cdot 7^2$$

$$\min(k_1, p_1, q_1) = \min(k_2, p_2, q_2) = 1$$

min(a)

$$\text{NS. } a = \frac{x}{2} + 1$$

$$\frac{x}{2} + 1 > 0$$

$$b = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}$$

$$\frac{7x}{2} - \frac{17}{4} > 0$$

$$c = \frac{3x}{2} - 6$$

$$\frac{3x}{2} - 6 > 0$$

$$x > -2$$

$$x > \frac{17}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{17}{14}$$

$$x > 6 \cdot \frac{2}{3} = 4$$

$$\Rightarrow \boxed{x > 4}$$

$$\frac{3x}{2} - 6 \neq 1 \Rightarrow \frac{3x}{2} \neq 7 \mid \boxed{x \neq \frac{14}{3}}$$

$$\log_{a^2} b; \log_{\sqrt{b}} c^2; \log_{\sqrt{c}} a$$

$$1) \frac{1}{2} \log_a b = 4 \log_c c$$

$$\log_a b = 8 \log_c c$$

$$\frac{\log_a b}{\log_c c} = 8; \log_a b \cdot \log_c c = 8$$

$$\frac{1}{2} \log_a b; 4 \log_c c; 2 \log_c a$$

$$1) \frac{1}{2} \log_a b \mid \frac{x}{2} + 1 \triangleq \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} \mid 4$$

$$2x + 4 \triangleq 14x - 17$$

$$21 \triangleq 12x$$

$$x > 4$$

$$1) \left. \begin{array}{l} \log_a b \\ \log_c c \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{2} \log_a b = 4 \log_c c \\ \log_c c = 8 \log_c a \end{array}$$

$$\Rightarrow \log_c c = \frac{1}{8} \log_a b$$

$$\log_c c = 8 \log_c a$$

$$\log_c a \cdot \log_a b = \log_c b$$

$$\Rightarrow \log_c a = \frac{\log_c b}{\log_a b} = \frac{8 \log_c a}{\log_a b} = 8 \log_c^2 a$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2 \log_c a} - 1 = 2 \cdot 8 \log_c^2 a$$

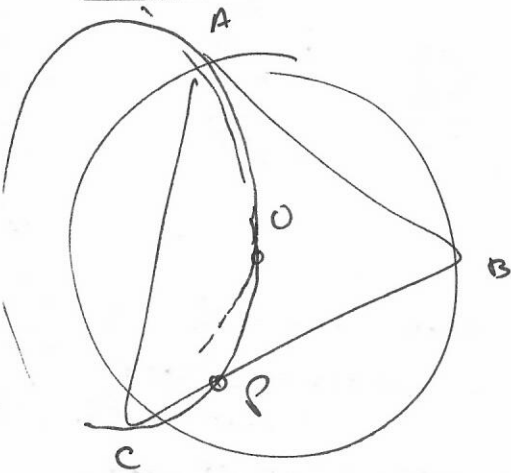
$$\frac{1}{2t} - 1 = 16t^2 \mid 2t$$

$$32t^3 + 2t - 1 = 0$$

$$1 - 2t = 32t^3$$

$$96t^2 + 2 > 0 \quad \uparrow$$

$$a < b \quad \text{D}$$



числовыми (или 1 из 4)

№4 из того, что $\text{НОК}(a, b, c) = 2^{17} \cdot 7^{18}$ следует, что

$$2^{17} \cdot 7^{18} : a; \quad 2^{17} \cdot 7^{18} : b; \quad 2^{17} \cdot 7^{18} : c \text{ из чего можно сделать}$$

вывод о том, что в разложении на простые множители числа a, b, c не могут содержать других чисел, кроме 2 и 7.

пусть пусть

$$\begin{cases} a = 2^{k_1} \cdot 7^{q_1} \\ b = 2^{p_1} \cdot 7^{r_1} \\ c = 2^{q_2} \cdot 7^{r_2} \end{cases}$$

т.ч. их $\text{НОД} = 14 = 2 \cdot 7$ содержащий в своем разложении только 2 в 1 степени

$$\Rightarrow \min(k_1; p_1; q_1) = 1, \text{ поскольку в противном случае}$$

все три числа будут делиться хотя бы на $2^2 \Rightarrow \nexists (14|4)$

по аналогичным соображениям

$$\max(k_2; p_2; q_2) = 17.$$

(если хотя бы одно число $> 17 \Rightarrow 2^{17} \cdot 7^{18} \nmid 2^{18}$ в разл. \Rightarrow и число тогда не дел.)

\Rightarrow по аналогичным соображениям получаем a и $c \neq b$ разности

| | | |
|--|--|---|
| $\begin{cases} \min(k_1; p_1; q_1) = 1 \\ \max(k_1; p_1; q_1) = 17 \\ \min(k_2; p_2; q_2) = 1 \\ \max(k_2; p_2; q_2) = 18 \end{cases}$ | | определим место, куда поставим 1 (3 вар.) |
| | | определим место, куда поставим 17 (2 вар.) |
| | | третье место выбираем только для одной позиции. |
| | | и принимаем любое значение от 1 до 17 \Rightarrow (17 вар.) |
| \Rightarrow вариантов с учетом порядка | | |
| собрать тройку $(k_1; p_1; q_1) = 3 \cdot 2 \cdot 17 = 102$ | | |

по аналогичным соображениям

$$\text{вариантов собрать тройку } (k_2; p_2; q_2) = 3 \cdot 2 \cdot 18 = 108$$

и данных трех взаимными образом определяются числа a, b, c

$$(a = 2^{k_1} \cdot 7^{q_1}; \quad b = 2^{p_1} \cdot 7^{r_1}; \quad c = 2^{q_2} \cdot 7^{r_2})$$

\downarrow
итоговое кол-во вариантов: $102 \cdot 108 = 11016$.

Ответ: 11016

Чтобы решить (система 2 из 4)

N5 запишем условия, которые должны удовлетворять x :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{x}{2} + 1 > 0 & x > -2 \\ \frac{x}{2} + 1 \neq 1 & x \neq 0 \\ \frac{3x}{2} - 6 > 0 & x > 4 \\ \frac{3x}{2} - 6 \neq 1 & x \neq \frac{14}{3} \\ \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} > 0 & x > \frac{17}{14} \\ \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} \neq 1 & x \neq \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

\Rightarrow $x > 4$ и $x \neq \frac{14}{3}$ ← наши условия.

Решим 3 системы уравнений, упростим это будем записывать

$] a = \frac{x}{2} + 1; b = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}; c = \frac{3x}{2} - 6.$

$\Rightarrow \log_a a^2 = b = \frac{1}{2} \log_a b; \log_{\sqrt{b}} c^2 = 4 \log_b c; \log_{\sqrt{c}} a = 2 \log_c a$

\Rightarrow Теперь у нас есть 3 уравнения: $\frac{1}{2} \log_a b; 4 \log_b c; 2 \log_c a$

известно, что 2 из них равны или совпадают, а третье - меньше их на 1.

1) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \log_a b = 4 \log_b c \quad (1) \\ \frac{1}{2} \log_a b = 2 \log_c a + 1 \quad (2) \end{array} \right.$

$\log_c a = \log_c b \cdot \log_b a = \frac{\log_c b}{\log_a b}$
 по свойству логарифмов $\log_c b = \frac{1}{\log_b c} = \frac{1}{\frac{1}{8} \log_a b} = \frac{8}{\log_a b}$

$\Rightarrow \log_c a = \frac{8}{\log_a b}$ подставим это во (2) уравнение:

$\frac{1}{2} \log_a b - 1 = 2 \cdot \frac{8}{\log_a b};$ пусть $\log_a b = t$

$\frac{1}{2} t - 1 = \frac{16}{t^2}$ решим это уравнение:

при $t < 0$ $\frac{16}{t^2} > 0$, а $\frac{t}{2} - 1$ в силу своего монотонно возрастает.

при $t \geq 0$ $\frac{1}{2} t - 1 \uparrow$ $\frac{16}{t^2} \downarrow$ \Rightarrow не более одного корня, который мы найдем подберем:
 $\in (-\infty; -1) \Rightarrow$ на отрезке $t < 0$ нет корня.

$t = 4 \left(\frac{1}{2} \cdot 4 - 1 = 1 = \frac{16}{4^2} \right).$

$\Rightarrow \log_a b = 4 \Rightarrow \log_c a = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \sqrt{c} \Rightarrow \frac{x}{2} + 1 = \sqrt{\frac{3x}{2} - 6} \quad | \cdot 4$

$4x^2 + 16x + 16 = 3x - 12; 4x^2 + 13x + 28 = 0.$

проверим на странице 3

Числовые. (числа 3 и 4)

$$4x^2 + 13x + 28 = 0.$$

$$D = 169 - 4 \cdot 4 \cdot 28 < 0$$

⇒ корни в сумме, когда $\frac{1}{2} \log_a b = 1 \log_c c$ или \ominus

$$2) \begin{cases} \frac{1}{2} \log_a b = 2 \log_c a & \Rightarrow \log_c c = \log_a a \cdot \log_a c = \frac{\log_a c}{\log_a b} = \frac{1}{\log_a b \cdot \log_c a} = \\ \frac{1}{2} \log_a b - 1 = 4 \log_c c & \nearrow \text{инвертируем} \\ & \text{аналогичные} \\ & \text{преобразов., если ч} \\ & \text{в числителе} \end{cases} = \frac{4}{\log_a^2 b}$$

$$2) \frac{\frac{1}{2} \cdot \log_a b - 1}{t} = 4 \cdot \frac{4}{\log_a^2 b}$$

из аналогичных числителю ± разменив. переносим:

$$\frac{t}{2} - 1 = \frac{16}{t^2} \Leftrightarrow t = 4.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \log_a b = 2 \log_c a \Rightarrow 2 = 2 \log_c a \Rightarrow \log_c a = 1; a = c$$

$$\frac{x}{2} + 1 = \frac{3x}{2} - 6; |2$$

$$x + 2 = 3x - 12; 14 = 2x \Rightarrow \boxed{x = 7} - \text{входит в обд. сумм.}$$

$$3) \begin{cases} 4 \log_c c = 2 \log_a a \\ 4 \log_c c - 1 = \frac{1}{2} \log_a b \end{cases}$$

~~$$\log_a a = \log_c c \cdot \log_c a =$$~~

$$\log_a b = \log_a c \cdot \log_c b = \frac{1}{\log_c a \cdot \log_c c} = \frac{1}{2 \log_c^2 c}$$

$$2) 4 \log_c c - 1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2 \log_c^2 c}$$

$$4 \log_c c - 1 = \frac{1}{4 \log_c^2 c} \Rightarrow \text{число } t = \log_c c$$

$$4t - 1 = \frac{1}{4t^2}; \text{аналогичные сомнож.}$$

$$t < 0 \Rightarrow 4t - 1 < -1; \frac{1}{4t^2} > 0. \Rightarrow \emptyset$$

$$t \geq 0 \Rightarrow \underbrace{4t - 1}_{\text{возраст.}} \uparrow \quad \underbrace{\frac{1}{4t^2}}_{\text{убыв.}} \downarrow \Rightarrow \text{сумми. макс.}$$

найдем его по формуле:

$$t = \frac{1}{2} \Rightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 1 = \frac{1}{4 \cdot (\frac{1}{2})^2}$$

$$\Rightarrow \log_c c = \frac{1}{2} \Rightarrow c = \sqrt{c}; 4 \cdot \frac{1}{2} = 2 \log_c a \Rightarrow \log_c a = 1.$$

$$c = \sqrt{b}; \frac{3x}{2} - 6 = \sqrt{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \quad || \cdot 4 \quad \text{a=c?}$$

$$24x - 96 = \sqrt{14x - 17}$$

← x=7 - не подходит

у этого уравн нет корней
кроме на стороне, 4

~~логарифмическое~~ уравнение. имеет 4 корня
логарифмическое $x=7$ в некоем уравнении. (приверстка)

$$\log_{\left(\frac{7}{2}+1\right)^2} \left(\frac{98}{4} - \frac{17}{4}\right); \log_{\sqrt{\frac{98}{4} - \frac{17}{4}}} \left(\frac{21}{2} - \frac{12}{2}\right)^2; \log_{\sqrt{\frac{98}{4} \cdot \frac{21}{2} - \frac{12}{2}}} \left(\frac{7}{2}+1\right).$$

$$\underbrace{\frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} \left(\frac{81}{4}\right)}_{\frac{1}{2} \cdot 2 = 1}; \underbrace{4 \log_{\frac{81}{4}} \frac{9}{2}}_{4 \cdot \frac{1}{2} = 2}; \underbrace{2 \log_{\frac{9}{2}} \frac{9}{2}}_{2 \cdot 1 = 2} - \underline{\text{некорректно}}.$$

Ответ: 7