Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103627**

ID профиля: **257977**

Вариант 22

Чистовик

№1 Вариант 22 Часть 1 Лист 1 из 9

a_1

$a_2 = a_1 + d$

$\vdots$

$a_{15} = a_1 + 14d$

$d > 0$ т.к. прогрессия возрастающая

$S = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15$

$(a_1 + 6d)(a_1 + 15d) > S - 24$

$(a_1 + 10d)(a_1 + 11d) < S + 4$

$a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 > \overset{S}{\cancel{15a_1 + 105d}} - 24$

$a_1^2 + 21da_1 + 110d^2 < S + 4$

$S - 24 - 90d^2 < a_1^2 + 21da_1 < S + 4 - 110d^2$

$-90d^2 - 24 < 4 - 110d^2$

$20d^2 < 28$

$d^2 < \frac{7}{5}$

$a_1, a_2 \ldots a_{15}$ – целые числа $\Rightarrow d$ – тоже целое

$\Rightarrow d = 1$

$d = -1$ не подходит т.к. $d > 0$ прогрессия возрастающая

$d = 0$ не интересует т.к. тогда $a_1 = a_2 = \ldots = a_{15}$

Пусть $d = 1$

тогда $S = 15a_1 + 105$

$\Rightarrow d^2 = 1$

$a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24$

$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \quad (a_1 + 3)^2 > 0 \Rightarrow$ $a_1 \in \mathbb{Z} \setminus \{-3\}$

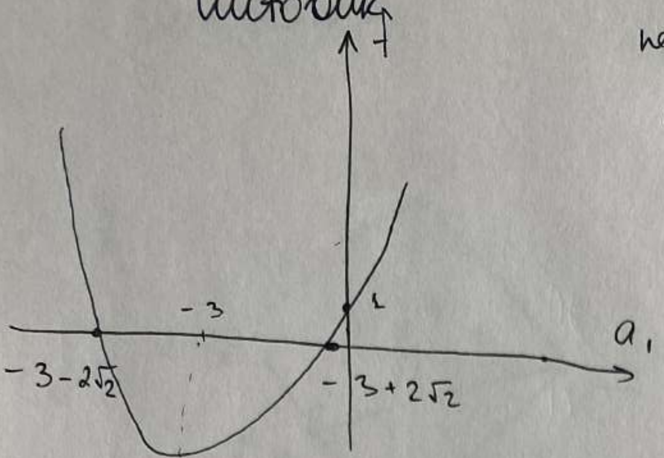
$a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + \overset{109}{105 + 4}$

$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \quad D = 36 - 4 = 32$

$a_{1\,верш} = \frac{-6}{2} = -3 \qquad a_1 = \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -3 \pm 2\sqrt{2}$

Чистовик

$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$ Лист 2 из 9



подходят

$\cancel{a_1 = -4}$ $a_1 = -3$ не подходит из другого неравенства

$a_1 = -4$ из симметрии и $a_1 = -2$

$16 - 24 + 1 < 0 =$

$= -8 + 1 = -7 < 0$

$a_1 = -5$: и $a_1 = -1$

$25 - 30 + 1 = -4$ — подходит

$a_1 = 0$ и $a_1 = -6$

$1 > 0 \Rightarrow a_1 = 0$ и $a_1 = -6$ не подходят

Итого: $a_1 \in \{-5; -4; -2; -1\}$ для $d = 1$

Ответ: $a_1 \in \{-5; -4; -2; -1\}$

$d = -1$

$\cancel{a_1^2 - 21a_1 + 90 > 15a_1 - 105 - 24}$ -129

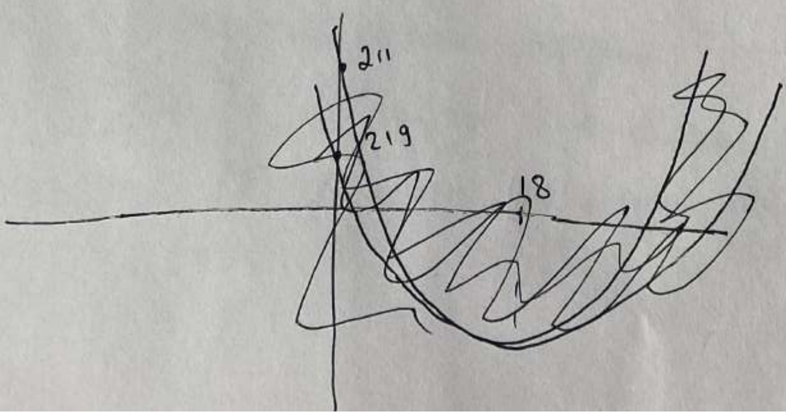
$\cancel{a_1^2 - 36a_1 + 219 > 0 \to D = 36^2 - 4 \cdot 219 =}$

$\cancel{a_1^2 - 21a_1 + 110 < 15a_1 - 105 + 4}$ -101

$\cancel{a_1^2 - 36a_1 + 211 < 0}$

$\cancel{x_в = \frac{+36}{2} = 18}$

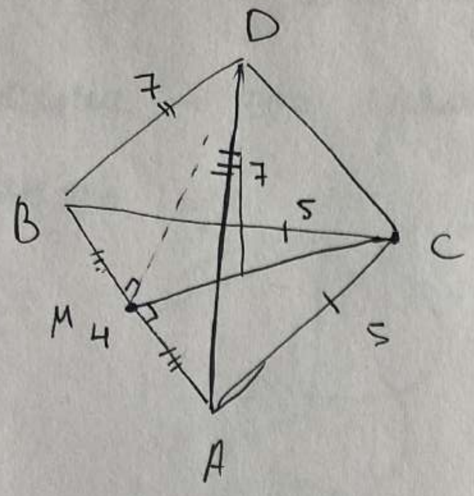
$\cancel{a_1^2 - 36a_1 < -211 < a_1^2 - 36a_1 + 8}$



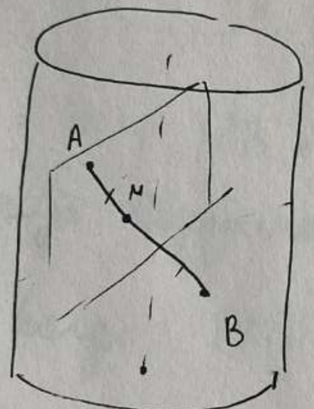
Чистовик

Лист 3 из 9

№2 Вариант 22 Часть 1

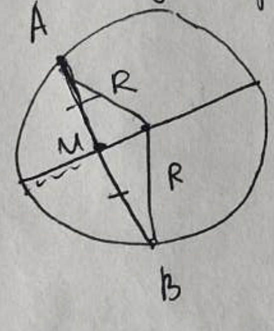


тк ABD и ABC - р/б
Треугольники с основанием
BA =>
их вершины C и D лежат
на серединных перпендикулярах
к BA => M - середина BA =>
MDC - серединная плоскость разбивающая
BA пополам и симметрично.

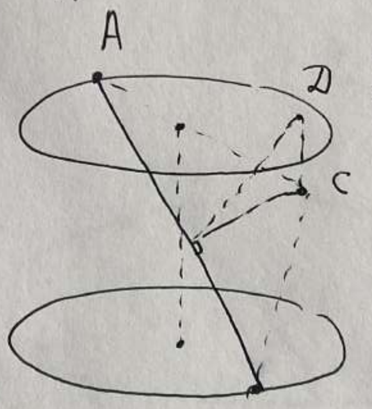


на поверхности цилиндра
отмечаю точки A и B =>
отмечаю середину M и провожу
плоскость через M и ⊥ AB → плоскость α
Эта плоскость пересекает бок
поверхност цилиндра.

Вид сверху:



AB



плоскость через M
будет всегда пересекать
боковую цилиндра
~~ровно~~ тк в точке K
тк KA = KB
(K ∈ плоскости) =>
равноудалена

=> K лежит ~~на~~ посередине
между окружностями, которым
принадлежат A и B, но K не обязана
быть ∉ AB не обязана, но может, тогда K = M

Чистовик

Тк $CD \parallel$ оси цилиндра, а $CD \in \alpha$ $(M \in \alpha)$ и $\alpha \perp AB$

$\Rightarrow$ и $C, D \in$ сечению α и боковой поверхности $\Rightarrow$

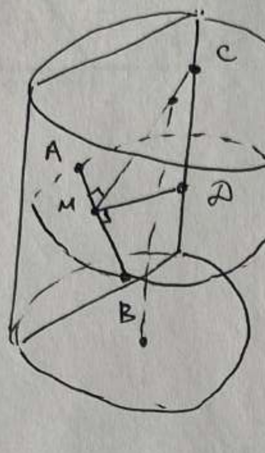
сечение – это прямое $\parallel$ оси $\Rightarrow$ $\alpha \perp$ основания

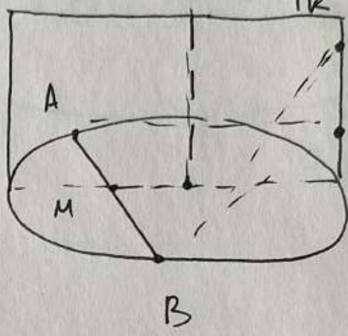
цилиндра $\Rightarrow$

Тк $\alpha \perp AB$ и $\alpha \perp$ основания

$\Rightarrow$ $AB \parallel$ плоскости основания.

$\Rightarrow$ α содержит в себе ось цилиндра

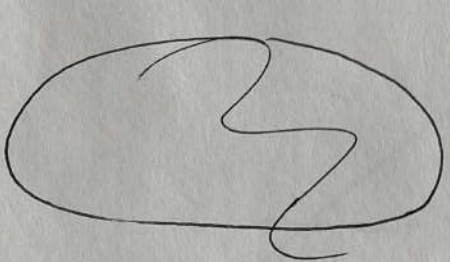


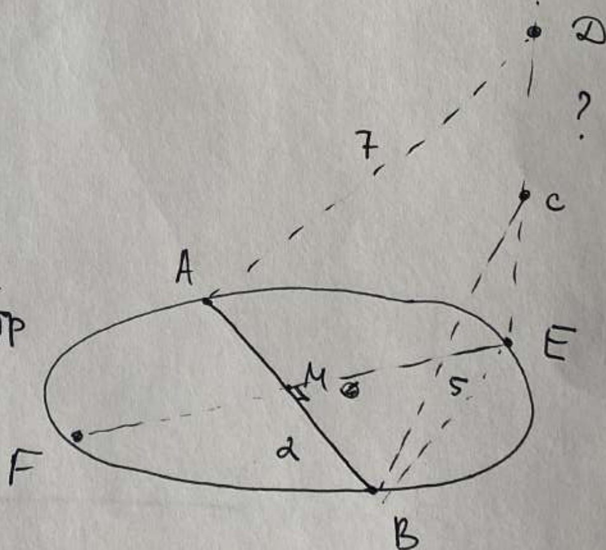


Тк M - середина хорды $\Rightarrow$ $\perp$ к M проходит через центр окружности

Тк $AB = 4 \Rightarrow MB = 2$

а радиус окружности ≥ 2 тк AB хорда $\Rightarrow$ наименьший радиус когда $MB = 2$ и есть радиус окружности.





$ME = MB$ тк $EF \perp AB$ $\Rightarrow$ тоже диаметр

$\Rightarrow EB = \sqrt{2}\, MB = 2\sqrt{2}$

Δ CBE прямоугольный тк $CE \perp$ основанию

$\Rightarrow CB = 5 \quad BE = 2\sqrt{2}$

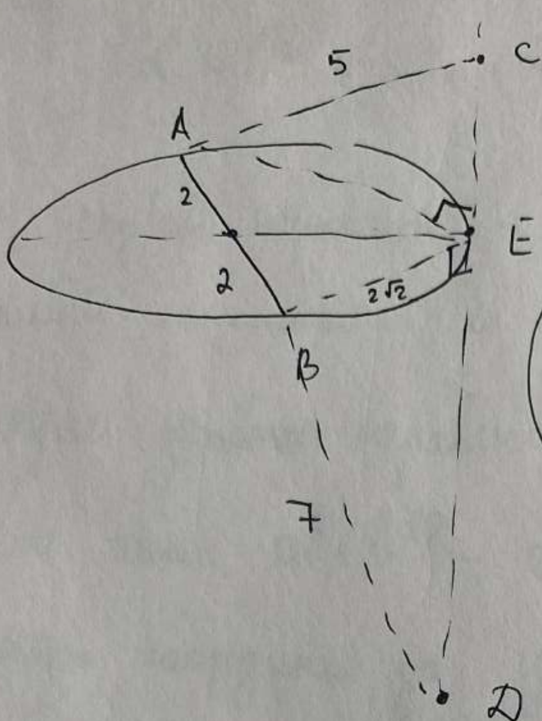
$CE^2 = 25 - \underset{8}{4 \cdot 2} = 17$

Аналогично $AE = 2\sqrt{2}$; $AD = 7 \Rightarrow DE^2 = 49 - 8 = 41$

$\Rightarrow CD = \sqrt{41} - \sqrt{17}$

Чистовик

И еще случай, когда C лежит по другую сторону от AB



$\Rightarrow ED^2 = 49 - 8 = 41$

$CE^2 = 25 - 8 = 17$

$\Rightarrow CD = \sqrt{41} + \sqrt{17}$

Ответ: $CD = \sqrt{41} + \sqrt{17}$

$CD = \sqrt{41} - \sqrt{17}$

Чистовик   №3   Вариант 22 Часть 1   Лит вуз ик 9

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b,\ 50) \end{cases}$$

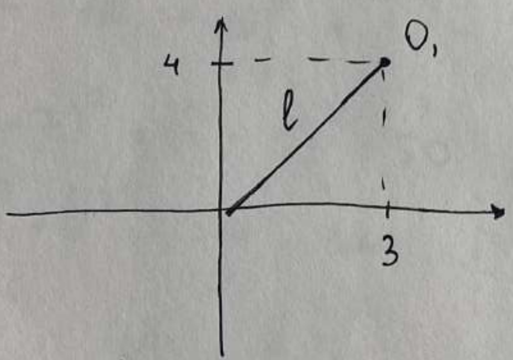
первое неравенство – это все точки внутри и на самой окружности с центром в (a, b) и радиусом ~~2~~ $5\sqrt{2}$

второе ~~уравнен~~ неравенство задает возможные a и b,

что такое a^2+b^2? – это ~~рас~~ квадрат расстояния от центра координат до центра окружности

$l^2 \le \min(14a+2b,\ 50)$ → ~~тогда вообще~~

~~l может ≤ принимать значения~~



~~$a=3$ → что ≤ 50~~
~~$b=4$~~

$a=3 \quad 14a=42$

$b=4 \quad 2b=8$

$l=5 \Rightarrow \underline{25<50}$ выполняется

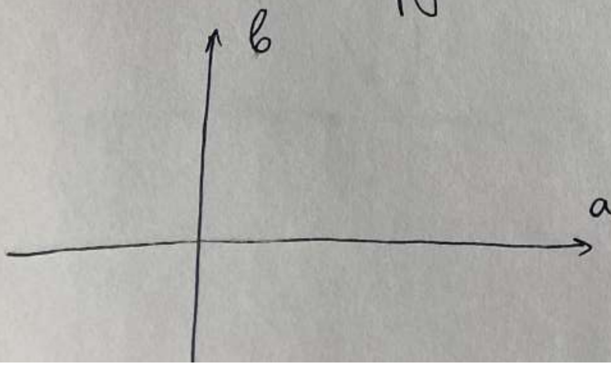
пусть $a=3$
$b=5$ $\Rightarrow$ тогда $50 =$ ~~2500~~

$14a+2b$ → это прямая на координатах $bOya$

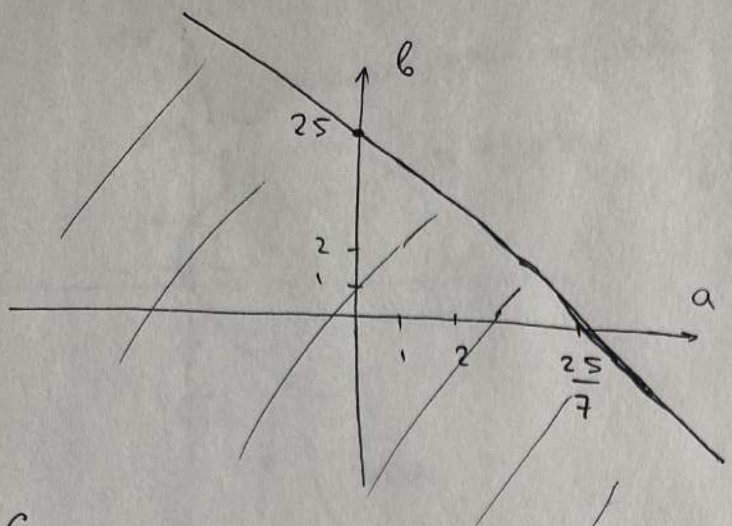
~~$l = \sqrt{9+25} = \sqrt{34} < \sqrt{2500}$~~

$l^2 = 9+25 = 34 < 50$

подходит



~~Черновик~~ Чистовик Лист 7 из 9



$14a+2b \le 50$

$b \le \cancel{50}\ 25 - 7a$

Если $a<0$ и $b<0$, то $l^2 <$ отрицательное число $\Rightarrow$ не может.

$14a+2b \geq 0$

должно быть, что $l^2>0$ было

$a^2+b^2 \le 14a+2b$, если $14a+2b \le 50$

$a^2+b^2 \le 50$, если $14a+2b > 50$

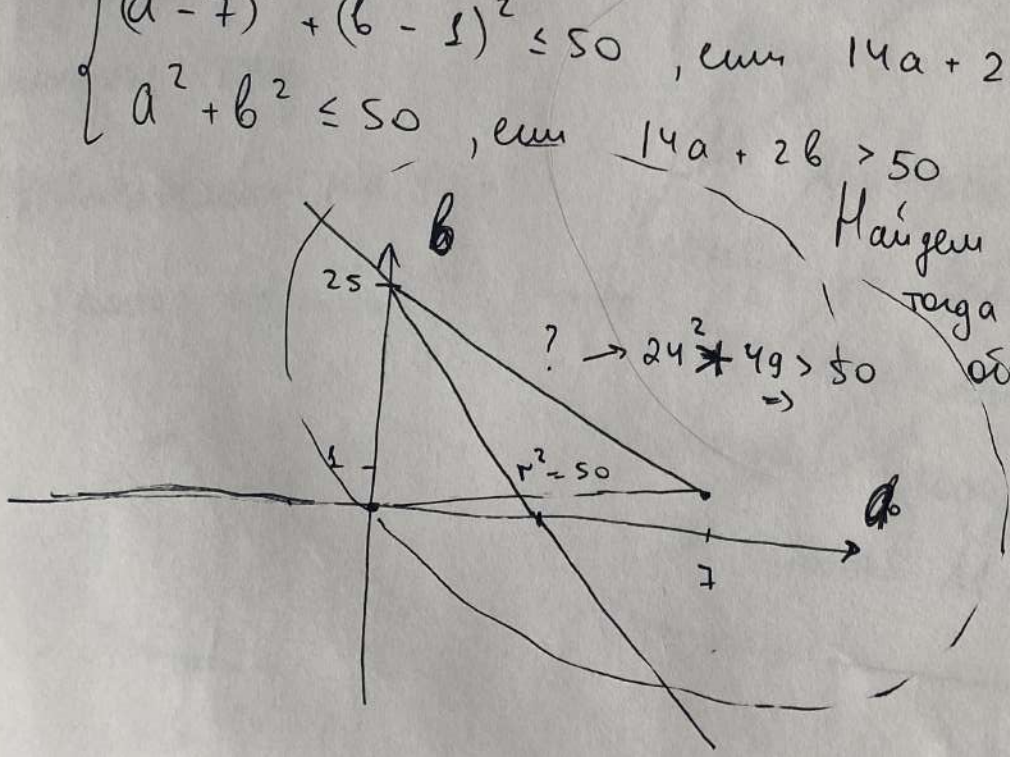
$a^2-14a+49+b^2-2b+1 \le 50$

$b \le 25 - 7a$

$b=0$

и $a = \frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$

$$\begin{cases} (a-7)^2+(b-1)^2 \le 50, \text{ если } 14a+2b \le 50 \\ a^2+b^2 \le 50, \text{ если } 14a+2b > 50 \end{cases}$$



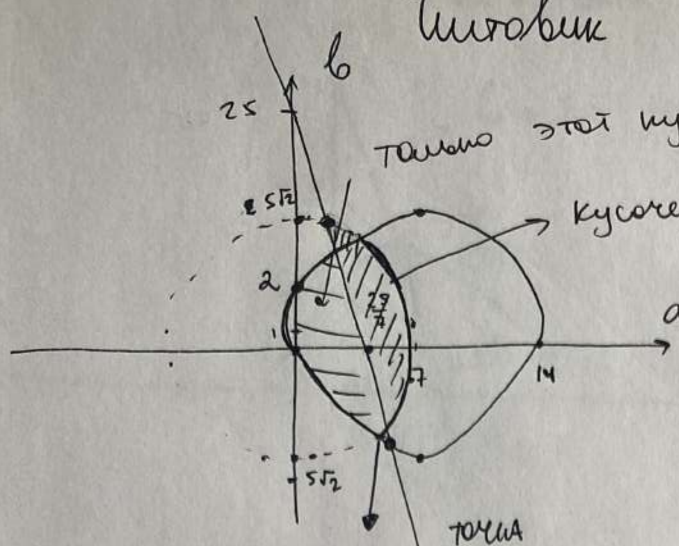
? $\to 24^2 + 49 > 50 \Rightarrow$

Найдем множество (a, b) тогда поймем как выглядит объединение окружностей

$\leftarrow$ окружность.

Чистовик

Лист 8 из 9



только этот кусочек тк $b \le 25 - 7a$

кусочек

при $b > 25 - 7a$

и окружности

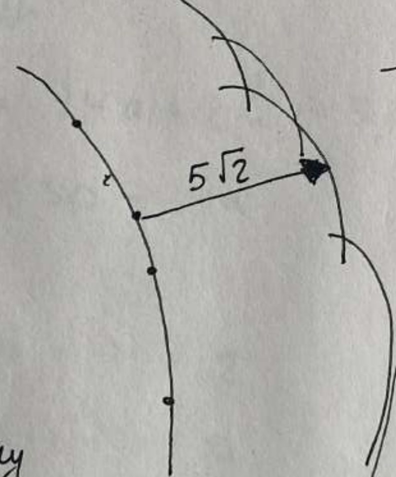
$a^2 + b^2 \le 50$ → равно расстояние от центра координат до центра окружности $(a-7)^2 + (b-1)^2 = 50$.

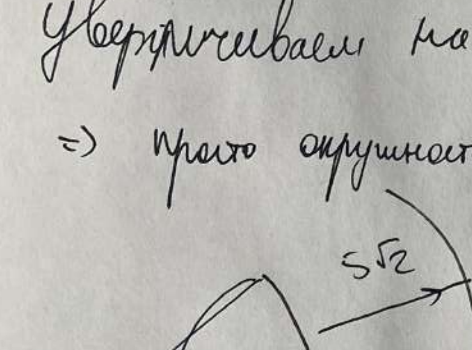
Каждое b и a – центр окружности еще с радиусом $5\sqrt{2}$

просто склеивается 2 куска окружностей

Каждую точку увеличиваем на $5\sqrt{2}$

=> просто окружности





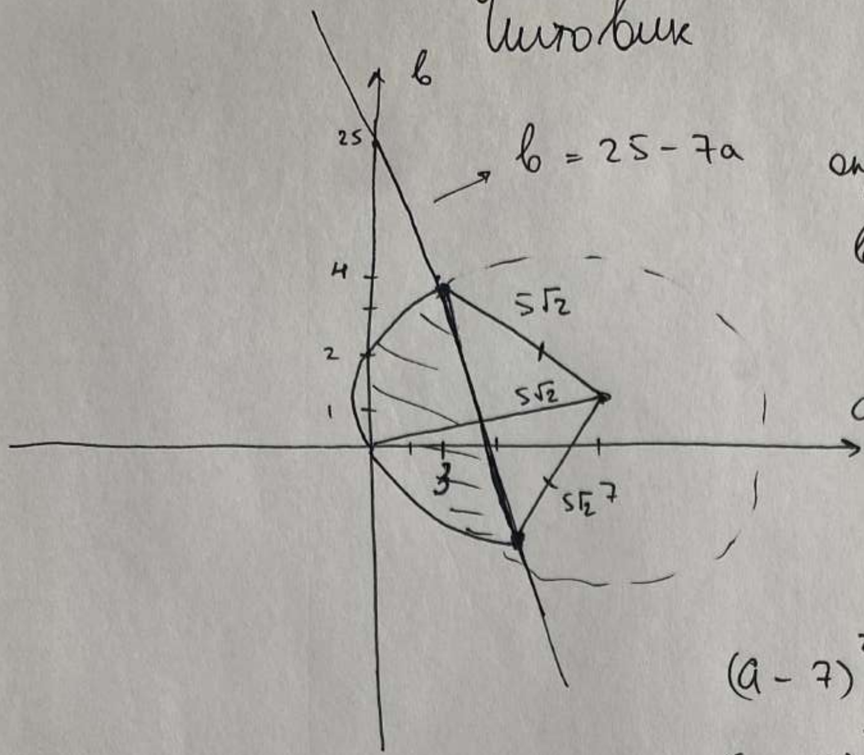
=> $R = 10\sqrt{2}$

Читать! Это важно!

если провести все окружности, то огибающая обрежет нашим искомым фигурой M, это как в принципе Гюйгенса в физике. Узнав по краю фигуры в координатах a b, малой M проводится окружности как в центре, а волновой фронт – это огибающая => фигура в координатах a, b (хорошая аналогия) и искомая M – будут подобны!

Чистовик

Лист 9 из 9



окружность

$b -$

$(a-7)^2 + (b-1)^2 = 50$

$(a-7)^2 + (25-1-7a)^2 = 50$

$(a-7)^2 + (24-7a)^2 = 50$

$\cancel{a^2 - 14a + 49}$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 14a + 2b = 50 \\ 2b = 50 - 14a \end{cases}$$

$a^2 + (25-7a)^2 = 50$

$a^2 + 49a^2 - 50 \cdot 7a + 625 = 50$

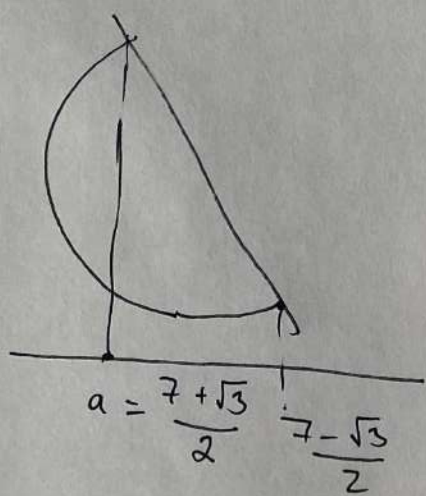
$2a^2 - 14a + 25 = 2$

$2a^2 - 14a + 23 = 0$

$a = \frac{14 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{3}}{2}$

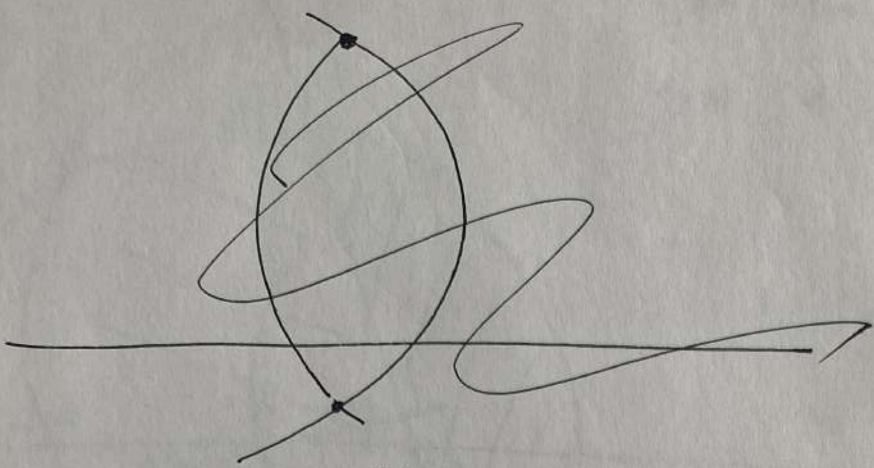
$D = 14^2 - 4 \cdot 2 \cdot 23 = 4(49 - 46) = 4 \cdot 3$

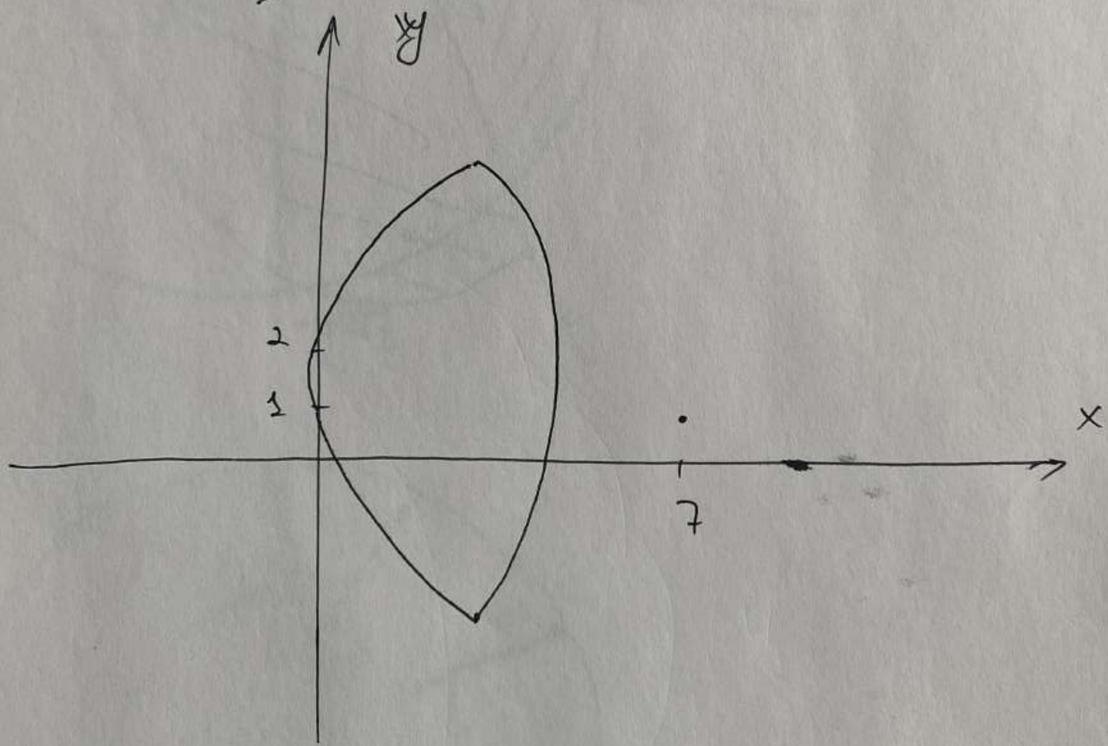
$\Rightarrow$



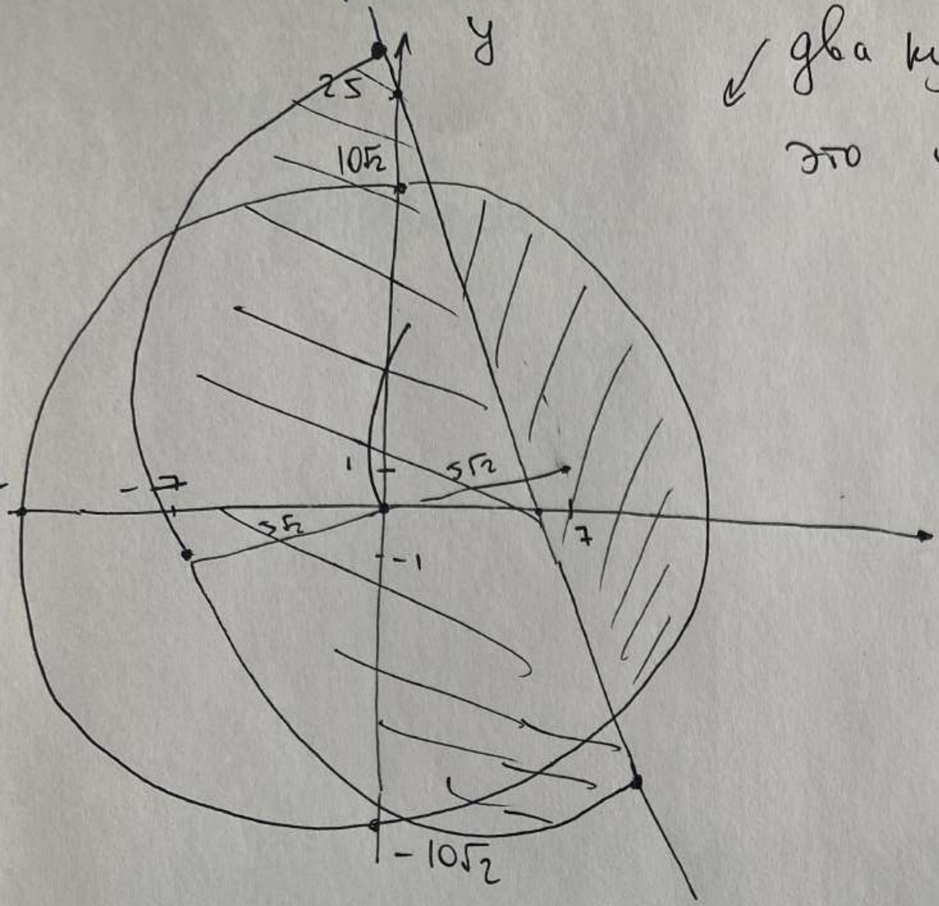
Дальше не успел.

Черновик

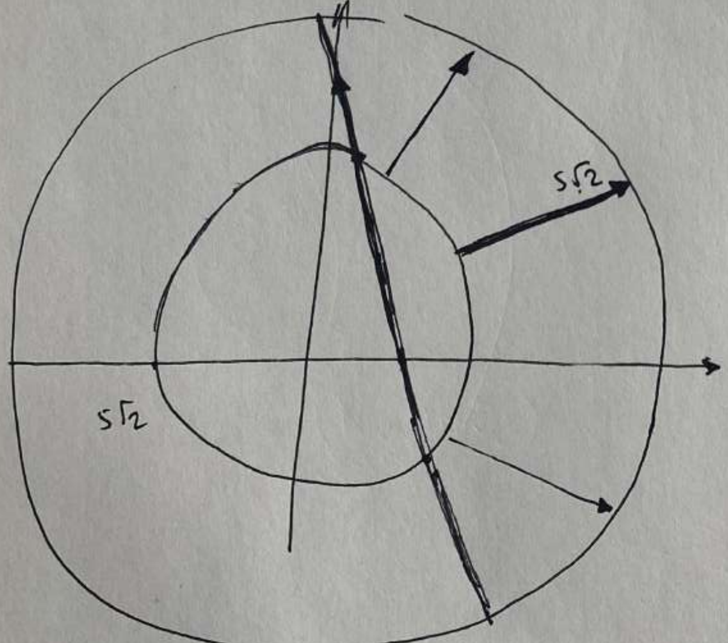




Черновик



два куска окружностей это и есть M.



Черновик

$a_1 t_1$

$a_1 t_1^2 + b a_1 t_1$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103627**

ID профиля: **257977**

Вариант 22

Чистовик N4 Вариант 22 Лист 1 из 9

$$\begin{cases} НОД(a,b,c) = 14 = 2 \cdot 7 \\ НОК(a,b,c) = 2^{17} \cdot 7^{18} \end{cases}$$

$a = 2 \cdot 7 \cdot \alpha$ при этом α, β, γ содержат 2^m и 7^q, но

$b = 2 \cdot 7 \cdot \beta$

$c = 2 \cdot 7 \cdot \gamma$ других чисел не содержат, тк тогда бы в НОК они были

Например $a = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $НОД = 2 \cdot 3$

$b = 2 \cdot 3 \cdot 7$ $НОК = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ $\Rightarrow$ в НОК все числа, которые не попали в НОД, то есть разные.

Пусть $\alpha = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2}$

$\beta = 2^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2}$

$\gamma = 2^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2}$

Когда формировали НОК: взяли $2 \cdot 7$ из НОДа и потом

$\alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 2^{16} \cdot 7^{17}$ тк $2 \cdot 7$ - это из НОДа.

$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 16$

$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 17$

при этом Если $\beta_1 \neq 0$ то ~~в~~ и $\gamma_1 \neq 0$, и $\alpha_1 \neq 0 \Rightarrow$

мы возьмем в НОД наименьшее ~~общее~~ из $\beta_1, \gamma_1, \alpha_1$, потому что в других числах тоже

$\Rightarrow \beta_1 \neq 0$, а $\gamma_1 \neq 0$ $\alpha_1 = 0$

~~только так, одно нуль другие нет.~~ есть одно обязательно нуль.

Аналогично с ~~$\alpha_2, \beta_2, \gamma_2 \Rightarrow \alpha_2 \neq 0$ $\beta_2 \neq 0$ $\gamma_2 = 0$~~

$\alpha_2, \beta_2, \gamma_2 \Rightarrow$ одно нуль, другие могут нет.

Лист 2 из 9

Чистовик

Шары - это степени

$\alpha_1+\beta_1+\gamma_1=16$ добавляем 2 шара => 18 шаров

$\alpha_1 = 0$ $\beta_1=1$ $\gamma_1=15$

| ⊗ ○ | ○ ○ ○ ⊗

Ставим перегородки 17 мест

=> ~~вот~~ вариантов поставить перегородку 17. Удаляем 2 шара.

и ~~[illegible]~~ $17\cdot 3$ и ~~вычитаем 3~~

↑ меняем α_1, β_1, γ_1

~~тк $\alpha_1=\beta_1=\gamma_1=0$~~

~~посчитали 3 раза~~

Аналогично с $\alpha_2+\beta_2+\gamma_2=17$

=> 19 шаров 18 мест 18 вариантов

~~$18\cdot 3 - 3$~~

~~$9\cdot 18\cdot 17$~~

~~Вместе: $(17\cdot[illegible])\cdot 3\cdot(18\cdot[illegible])\cdot 3 = 9\cdot 16\cdot 17$~~

~~Ответ: [illegible]~~

Кол-во шаров - это степень α_1, или α_2 и т.д.

Чистовик №5 Вариант 22

Лист 4 из 9

$$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$$ $\frac{x}{2}+1=m$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=n$

$$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$$ $\frac{3x}{2}-6=q$

$$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$$

①, ③ — номера чисел.

$$\log_{m^2} n, \quad \log_{\sqrt{n}} \cdot q^2, \quad \log_{\sqrt{q}} \cdot m$$

$$\frac{1}{2}\log_m n \quad 4\log_n q, \quad \frac{2}{1}\log_q m$$

Заметим, что ①·③ $\Rightarrow \log_m n \cdot \log_q \cdot m = \frac{\log_m n}{\log_m q} =$
число число

$= \log_q n = \frac{1}{\log_n q}$

Пусть ① = ③ = A, тогда ② = A - 1

$$\Rightarrow \frac{1}{\log_n q} = A^2 = (4\log_n q + 1)^2$$

~~$1 = 4\log_n^2 q + \log_n q$~~

~~$t = \log_n q$~~

$4t^2$ ~~$+ t - 1 = 0$~~

$t =$ ~~$1 + 4 \cdot 4 = 17$~~

$t = \log_n q$

$$\frac{1}{t} = (4 \cdot t + 1)^2 = 16t^2 + 8t + 1 \qquad 16t^3 + 8t^2 + t - 1 = 0$$

$t = \frac{1}{4} \qquad 4 = (1+1)^2$

$$\begin{array}{r|l} 16t^3 + 8t^2 + t - 1 & 4t - 1 \\ \cline{2-2} -\ 16t^3 - 4t^2 & 4t^2 + 3t + 1 \\ \hline 12t^2 + t & \\ -\ 12t^2 - 3t & \\ \hline 4t - 1 & \\ -\ 4t - 1 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$D = 9 - 4 \cdot 4 < 0$

больше нет корней $\Rightarrow \log_n q = \frac{1}{4}$

Чистовик Лит 5 из 9

$\log_n 9 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{\log_n 9} = A^2 = 4 \quad \underline{A = 2}$

$\Rightarrow$ ~~$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2} \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} = 2$~~

~~$\left(\frac{x}{2}+1\right)^4 = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}$~~

$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}} \left(\frac{x}{2}+1\right) = 2$

номер 5

N5

Ответ: 7

$\frac{3x}{2} - 6 = \frac{x}{2} + 1$

$x = 7 \quad x = 7$ подходит

~~не подходит.~~

~~$m = \frac{7}{4} + 1 = \frac{11}{4}$~~

~~$n = \frac{49}{4} - \frac{17}{4} = \frac{32}{4} = 8$~~

~~$9 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{2} - 6 < 0$ не может.~~

Пусть:

$\Rightarrow$ ① = ② = A ③ = $A - 1$

$2 \log_m n \cdot \log_n 9 = A^2$

$2 \cancel{\frac{\log_m n}{\log_n m}} \frac{\log_n 9}{\log_n m} = 2 \cdot \log_m 9 = A^2 = (2 \log_9 m + 1)^2$

$t = \log_9 m$

$\frac{2}{t} = (2t+1)^2 = 4t^2 + 4t + 1$

$4t^3 + 4t^2 + t - 2 = 0$

$t = \frac{1}{2} \Rightarrow 4 = (1+1)^2 \Leftrightarrow$

$$\begin{array}{l|l} 4t^3 + 4t^2 + t - 2 & 2t - 1 \\ \hline -\,4t^3 - 2t^2 & 2t^2 + 3t + 2 \\ \quad 6t^2 + t & \\ -\,6t^2 - 3t & \\ \quad 4t - 2 & \\ -\,4t - 2 & \\ \quad\quad 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow$ только один корень $t = \frac{1}{2}$

$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 2 < 0$

$\log_{\frac{3x}{2}-6} \frac{x}{2} + 1 = \frac{1}{2}$

$\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 = \frac{3x}{2} - 6 = \frac{x^2}{4} + x + 1 \Big| \cdot 4$

$3x - 24 = x^2 + 4x + 4$

$x^2 + x + 28 = 0$

$D = 1 - 4 \cdot 28 < 0$

Чистовик Лит 6 из 9

$$\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)=\frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)^{\frac{1}{4}}=\frac{3x}{2}-6 \qquad \frac{3x}{2}-6>0 \qquad \boxed{x>4}$$

$$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\left(\frac{3x}{2}-6\right)^4=\left(\frac{9x^2}{4}-18x+36\right)^2=$$

$$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\left(\frac{9x^2}{4}-18x+36\right)^2=$$

ОДЗ:

$$\frac{3x}{2}-6>0 \qquad \frac{3x}{2}-6\neq 1 \qquad x>4 \qquad x\neq\frac{14}{3}$$

$$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0 \qquad \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq 1 \qquad x>\frac{17}{14} \qquad x\neq 3$$

$$\frac{x}{2}+1>0 \qquad \frac{x}{2}+1\neq 1,\ \neq -1 \qquad x>-2 \qquad x\neq 0,\ x\neq -4$$

$$\Rightarrow\ x>4 \text{ и } x\neq\frac{14}{3}$$

$$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\left(\frac{3x}{2}-6\right)^4 \quad |\cdot 16 \qquad 7x\cdot 8-17\cdot 4=(3x-12)^4=$$
$$=81(x-4)^4$$

$$(x-4)^4=(x^2-8x+16)(x^2-8x+16)=x^4+64x^2+16^2-2\cdot 8x^3+2\cdot 16\cdot x^2-16^2x$$

$$\frac{(14x-17)4}{81}=(x^4-16x^3+96x^2-256x+256)$$

$$81x^4-16\cdot 81x^3+96\cdot 81x^2-256\cdot 81x+256\cdot 81=$$
$$=56x-17\cdot 4$$
68

Пусть ② = ③ = A ① = A − 1 Чистовик Лист 7 из 9

$$A^2 = 8\log_n 9 \cdot \log_9 m = 8\frac{\log_9 m}{\log_9 n} = 8\log_n m$$

$$A^2 = \left(\frac{1}{2}\log_m n + 1\right)^2 \quad t = \log_m n$$

$$\frac{8}{t} = A^2 = \left(\frac{1}{2}t + 1\right)^2 \quad t = 2$$

$$4 = (1+1)^2 \Rightarrow \frac{8}{t} = \frac{t^2}{4} + t + 1 \quad t^2 + 4t + 4 = \frac{32}{t}$$

$$t^3 + 4t^2 + 4t - 32 = 0$$

$$t^3 + 4t^2 + 4t - 32 \;|\; t - 2$$
$$-\,t^3 - 2t^2 \quad\quad t^2 + 6t + 16$$
$$6t^2 + 4t$$
$$-\,6t^2 - 12t$$
$$16t - 32$$
$$-\,16t - 32$$

$$D = 36 - \overset{64}{4 \cdot 16} < 0$$

⇒ один корень

$$\Rightarrow \log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = 2$$

$$175 = 25 \cdot 7$$

$$\left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + x + 1 = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} \quad |\cdot 4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 14x - 17$$

$$x^2 + 28x + 21 = 0$$

$$D = 28^2 - 4 \cdot 21 = \cancel{7} \quad 175 \cdot 4$$
$$= 4(14^2 - 21) = \quad 196 - 21$$
$$100 + 16 + 80$$

$$x = \frac{-28 \pm 2\sqrt{175}}{2}$$

$$-\cancel{28} \quad -14 \pm 5\sqrt{7}$$

$$5\sqrt{7} - 14 \;\vee\; 0$$

$$5\sqrt{7} \quad 14$$

$$\sqrt{7} < 3$$

$$5 \cdot \sqrt{7} < 15 - 14 > 0$$

, но надо чтобы $\underline{x > 4}$.

N 5

Ответ: $x = 7$ первое равно третьему

Чистовик   Лист 3 из 9

Каждый набор $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \to$

$\to$ это отдельная тройка (a, b, c)

$a = 14 \cdot 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2}$

и тд

$\alpha_1 = 0$ $\quad \beta_1 = 0 \quad \gamma_1 = 16$

Меняем то, что может быть нулем

$\alpha_1 = 0 \quad \beta_1 = 16 \quad \gamma_1 = 0$

Меняем то, что может быть нулем точно:

$\beta_1 = 0 \quad \alpha_1 = 16 \quad \gamma_1 = 0$

$\beta_1 = 0 \quad \alpha_1 = 0 \quad \gamma_1 = 16$ при суммировании,

и Аналогично   мы 6 раз посчитали

$\alpha_1 = 16 \quad \beta_1 = 0 \quad \gamma_1 = 0$ 3 одинаковых

$\alpha_1 = 0 \quad \beta_1 = 16 \quad \gamma_1 = 0$ варианта $\Rightarrow$ надо из

$17 \cdot 3 - 3$

Аналогично с $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ вычесть 3 $\Rightarrow 16 \cdot 3$

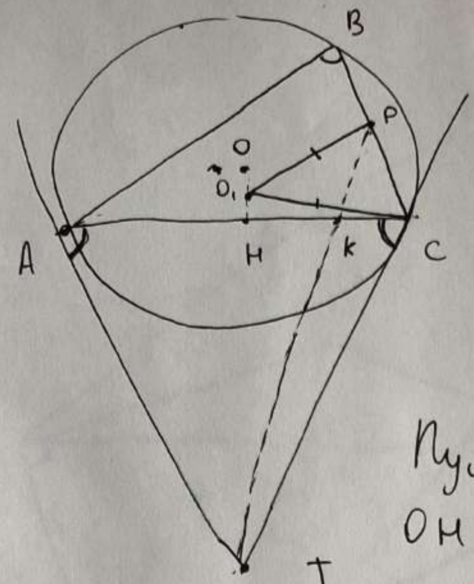
Там $18 \cdot 3 - 3 \Rightarrow 17 \cdot 3$

Всего: $17 \cdot 3 \cdot 16 \cdot 3 = 9 \cdot 17 \cdot 16 = 16 \cdot 10 \cdot 17 - 16 \cdot 17$

$= 16 \cdot (170 - 17) = 16 \cdot 153 = 1530 + 918 = 2448$

Ответ: 2448 вариантов

Чистовик N6 Лист 8 из 9



Тк △ APK и KPC содержат одну высоту на AC ⇒

$$\frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{AK}{KC} = \frac{7}{5}$$

Пусть $AK = 7x$; $KC = 5x$

Пусть O_1 – центр окр через AOC

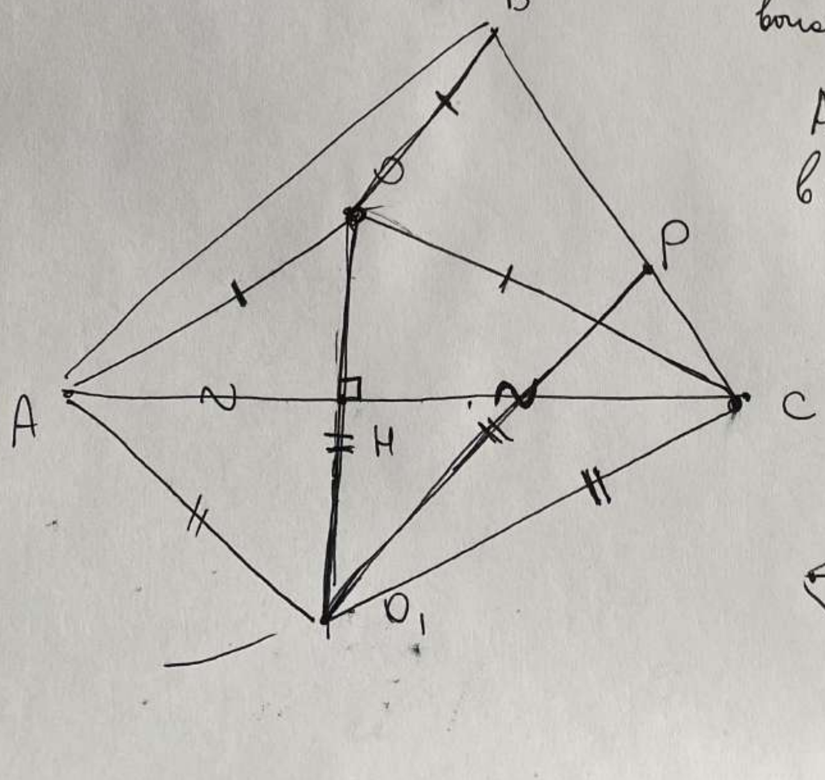
OH – серединный перпендикуляр к AC ⇒ по опред центр описанной окр лежит на пересечении сер. перпендикуляров. тогда $O_1 \in OH$

$\Rightarrow AO_1 = O_1C = O_1P$

$S_{ABC} = H \cdot AC = H \cdot 12x$; $S_{APK} = h \cdot 7x = 7$

высота из B на AC

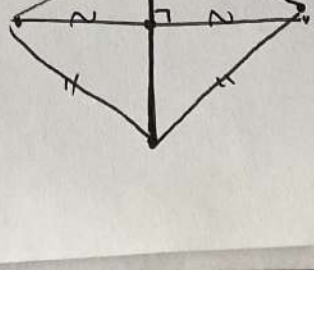
высота из P на AC



$AOCO_1$ – четырехугольник в котором OO_1 – диагональ $\perp AC$ и $AH = HC$

⇒ ~~это ромб~~

И 2 стороны равны.



△ равны и симметричны.

Черновик

$\alpha_1+\beta_1+\gamma_1=16$ → пусть ~~эти~~ шары это степени,

O O | O | O O O O O O O ... O

Тк можно, чтобы $\alpha_1=0$ ~~или~~ $\beta_1=0$ или другие,

=> добавляем 2 шара => 18 шаров ставим перегородки

17 вариантов для первой и 16 для второй.

~~17·16~~

α_1 - β_1 γ_1

$\otimes$ | $\otimes$ | O O . . . O O

=> $\alpha_1=0$ $\beta_1=0$ $\gamma_1=16$

Кто-то из них обязательно нуль =>

первая перегородка всегда стоит =>

18 шаров

17 мест

O | O O O O O . . .

=> 16 вариантов => потом удаляем для перегородки первой шар. и последний

и перестановка $\alpha_1 <=> \beta_1 <=> \gamma_1$ => 16·3

Аналогично $\alpha_2+\beta_2+\gamma_2=17$ 18 шаров

α_2 β_2 γ_2

| $\otimes$ O | O O O O O O O O O | $\otimes$

=> вариантов поставить

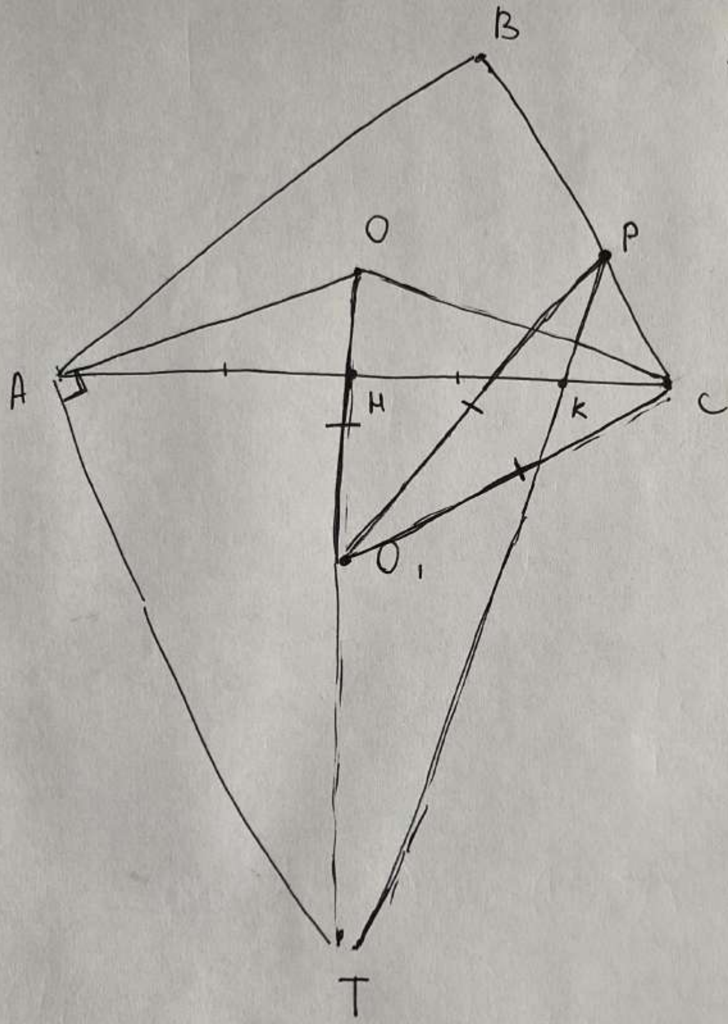
Чистовик

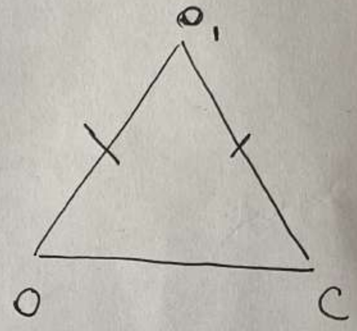
Лист 9 из 9

Надо из отношения

$$\frac{BC}{PC} = \frac{H}{h} \text{ (подобие)}$$

Найти отношение $\frac{BC}{PC}$





Черновик $\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1 = 16$

$\beta_2 + \alpha_2 + \gamma_2 = 17$

рассматриваем случаи:

$\alpha = 0$

Пусть $\gamma_1 = 0 \quad \alpha_1 = 0$

$\gamma = 0$

$\gamma_2 = 0 \quad \alpha_2 = 0 \Rightarrow \beta_1 = 16 \quad \beta_2 = 17$

тогда $\Rightarrow$ меняем $\alpha_1, \gamma, \beta_1 \Rightarrow$ 3 варианта.

Пусть $\alpha = 0 \quad \gamma \neq 0 \quad \beta \neq 0$

$\gamma_1 + \beta_1 = 16 \quad \gamma_1 \to 1 \quad \beta_1 \to 15 \quad \gamma_2 \to 1 \quad \beta_2 \to 16$

$\gamma_2 + \beta_2 = 17$

15 вариантов

16 вариантов

$\gamma_1 \to 15 \quad \beta_1 \to 1 \quad \gamma_2 \to 16 \quad \beta_2 \to 1$

$15 \cdot 16$

и еще $\gamma_1 = 0 \quad \beta_1 = 16$ +16 вариантов $\beta_1 = 0 \quad \gamma_1 = 16$

$\gamma_2 = 1 \quad \beta_2 = 16$

16 вариантов

$\gamma_2 = 16 \quad \beta_2 = 1$

Итого:

$15 \cdot 16 + 16 \cdot 2 + 15 \cdot 2$

$3 \cdot$

~~все поменяем~~ поменяем все буквы местами

$\beta_2 = 0 \quad \gamma_2 = 17$

$\beta_2 = 1 \quad \gamma_2 = 15$

15 вариантов

$\beta_2 = 17 \quad \gamma_2 = 0$

15 вариантов

Случай $\alpha \neq 0 \quad \gamma \neq 0 \quad \beta \neq 0$

первые 2 шара убираем

18 шаров 2 - перегородки

$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 16$

$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 17$

0 | 0 0 | 0 . . . 0 0 0 0

~~18~~ ~~17~~

17 промежутков в первый раз

16 во второй

$17 \cdot 16$

во втором случае 19 шаров

Черновик

ab

$a = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$b = 2 \cdot 3$

$2 \cdot 3 \cdot 5$

$2 \cdot 3 \cdot 7$

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

$6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

$2 \cdot 3 \cdot 7$

$\cancel{2 \cdot 5}$

5