Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103474**

ID профиля: **65180**

Вариант 22

Чистовик №1 Математика, 11

$a_1 < a_2 \ldots < a_n \ldots$ – арифм. прогрессия

По условию, она состоит из целых чисел $\Rightarrow$ разность прогрессии $d = a_2 - a_1 \to$ целая, т.к. $a_1, a_2 \in \mathbb{Z}$

также, $a_2 > a_1 \Rightarrow d \geq 1$

По формуле суммы арифм. прогрессии $S = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 =$

$= \frac{a_1 + a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15$

$$\begin{cases} a_7 a_{16} > S - 24 \\ a_{11} a_{12} < S + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 15d) > S - 24 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) < S + 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21ad_1 + 90d^2 > S - 24 \\ a_1^2 + 21ad_1 + 110d^2 < S + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21ad_1 - S > -90d^2 - 24 \\ a_1^2 + 21ad_1 - S < 4 - 110d^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow 4 - 110d^2 > a_1^2 + 21ad_1 - S > -90d^2 - 24 \Rightarrow$

$4 + 24 > 110d^2 - 90d^2 \Leftrightarrow 28 > 20d^2 \Rightarrow d^2 < 2$, т.к. $d \geq 1$

$\Rightarrow \boxed{d = 1}$

$\Rightarrow S = 15a_1 + 105d = 15a_1 + 105$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 81 \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 109 \end{cases}$$ (переписанная система с подстановкой $d=1$ и S)

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1 + 3)^2 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases}$$

$D = 36 - 4 = 32$

$\Rightarrow a_1 = \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -3 \pm 2\sqrt{2}$

$2\sqrt{2} = \sqrt{8} < \sqrt{9} \Rightarrow$

$-3 \pm 2\sqrt{2} < 0$

$-3 - 2\sqrt{2} > -6$

Т.к. $-3 - 2\sqrt{2} < -5$ (т.к. $2 < 2\sqrt{2}$)

и $-3 + 2\sqrt{2} > -1$ (т.к. $2\sqrt{2} > 2$)

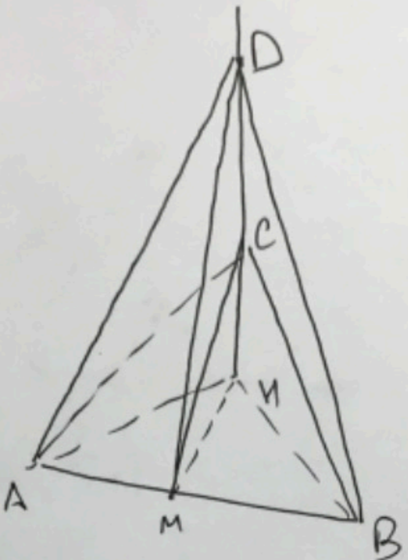
$\Rightarrow a_1 \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$

НО из условия $(a_1 + 3)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq -3 \Rightarrow$

Ответ: $\{5; -4; -2; -1\}$

лист 1

Чистовик №2 (продолжение) Математика, 11



I случай: C и D лежат по одну сторону от (AHB)

~~⇒ т.к центр опис. окружности~~

M – сер. AB, $\Rightarrow AM = MB = 2$,

медиана Δ прямоуг Δ равна половине гипотенузы $\Rightarrow MH = 2$

ΔADM – прямоуг $\Rightarrow AD^2 = AM^2 + MD^2 \Rightarrow$

$MD^2 = AD^2 - AM^2 = 49 - 4 = 45$

$\Delta AMC \to$ прямоуг $\Rightarrow AC^2 = AM^2 + MC^2 \Rightarrow$

$MC^2 = AC^2 - AM^2 = 25 - 4 = 21$

$\cancel{HC^2}$ т.к. $CH \perp (AHB) \Rightarrow CH \perp HM \Rightarrow CH^2 + MH^2 = CM^2 \Rightarrow$

$CH^2 = 21 - 4 = 17$

$DH^2 + HM^2 = MD^2 \Rightarrow DH^2 = 45 - 4 = 41 \Rightarrow$

$CD = HD - CH = \sqrt{41} - \sqrt{17}$

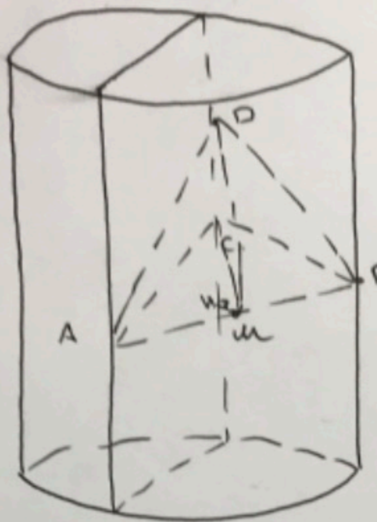
Если C и D лежат по разные стороны от (AHB), то

$CD = CH + HD = \sqrt{41} + \sqrt{17}$ (понятно, что вычисления не изменятся)

$\Rightarrow$ Ответ: $\{\sqrt{41} - \sqrt{17}; \sqrt{41} + \sqrt{17}\}$

лист 3

Чистовик №2 Математика, 11



Пусть M - середина AB

тогда т.к. Δ ACB - р/б (AC = CB)

=> CM ⊥ AB (высота совпадает с медианой в р/б Δ)

~~Ан~~ Аналогично, MD ⊥ AB (по условию AD = DB, => Δ ADB - р/б)

$\Rightarrow \left.\begin{matrix} CM \perp AB \\ DM \perp AB \end{matrix}\right\} AB \perp (DCM)$

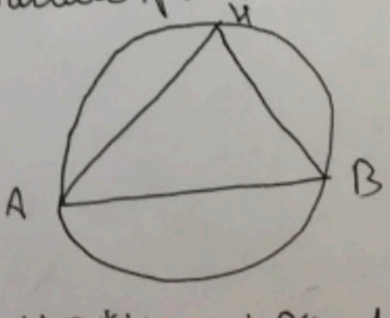
=> AB ⊥ CD, т.к. CD ∈ (DCM)

Пусть MH - перпендикуляр из т. M на CD, тогда

$\left.\begin{matrix} DH \perp MH \\ DH \perp AB \end{matrix}\right\} DH \perp (AHB)$ => т.к. DH ⊥ плоскости основания

=> (AHB) || пл-ть основания.

Рассмотрим пл-ть AHB:



ΔAHB → Δ, у которого радиус опис. окр равен радиусу цилиндра. => по теореме синусов $\frac{AB}{\sin\angle AHB} = 2R$

т.к. по условию R → наименьшее, => т.к. AB → const (= 4), то уменьшить радиус можно при максимуме sin∠AHB, т.е. при sin∠AHB = 1, т.к. иначе увеличив синус радиус уменьшится. =>

sin∠AHB = 1 <=> ∠AHB = 90°

=> R = 2

Теперь расчитаем CD:

Лист 2

Чистовик

№3

Математика, 11

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50) \end{cases}$$

Зафиксируем т. $A(a,b)$, тогда все точки (x,y), такие что лежат в круге радиуса $\sqrt{50}$ удовлетворяют.

Поймем, какие точки $A(a,b)$ удовлетворяют второму условию:

(I) $14a+2b \le 50$

$7a+b \le 25$

$a^2+b^2 \le 14a+2b \Leftrightarrow a^2-14a+b^2-2b \le 0 \Leftrightarrow a^2-14a+49-49+b^2-2b+1-1 \le 0$

$\Rightarrow (a-7)^2+(b-1)^2 \le 50$

(II) $14a+2b > 50$

$7a+b > 25$

$a^2+b^2 \le 50$

Т.е. рассмотрим прямую $y=25-7x$.

Если точка лежит на выше этой прямой и принадлежит кругу (лежит внутри или на границе) с центром в $(7;1)$ и радиусом $\sqrt{50}$ → то она подходит

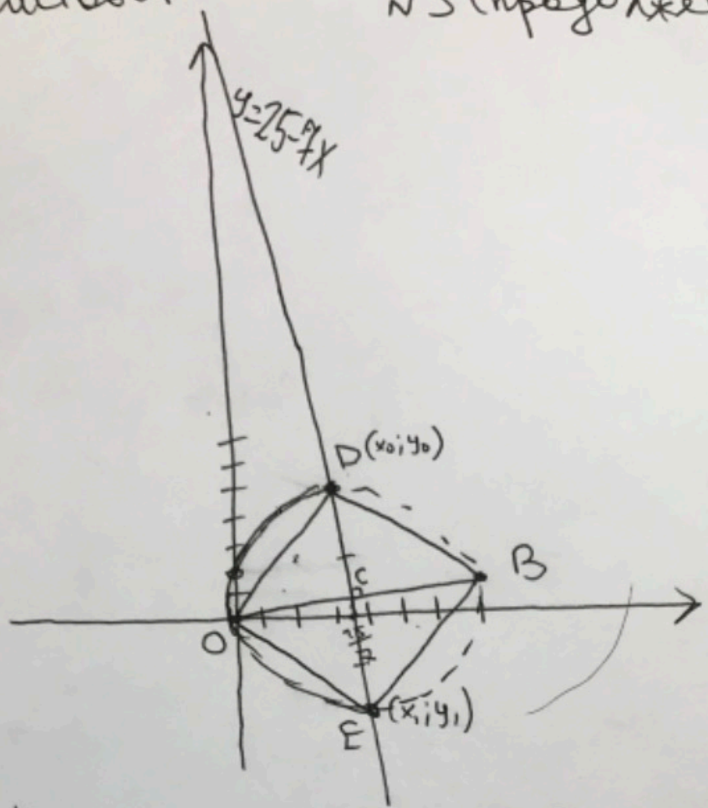
Иначе, если она выше прямой $y=25-7x$, то если она принадлежит кругу $(0;0)$ с радиусом $\sqrt{50}$, то она удовлетворяет.

Сделаем эскиз происходящего:

(на следующей странице) ⇒

лист 4

Чистовик   №3 (продолжение)   Математика, 11



$B(7;1)$, $O(0;0)$

Заметим, что на ~~окр~~ окр $(x-7)^2+(y-1)^2\le 50$ лежит точка $(0;0)$ и $(0;7)$

Рассмотрим прямую ~~параллел~~ перпендикулярную $y=25-7x$ и проход. через $(7;1)$

$y=kx+b$

тогда $k\cdot -7=-1 \Rightarrow k=\frac{1}{7}$

$1=\frac{1}{7}\cdot 7+b \Rightarrow b=0$

$\Rightarrow OB\perp y=25-7x$ | BO – радиус, DE – перпен хорда $\Rightarrow DC=CE$

Найдем пересечение OB и $y=25-7x$, $OB: y=\frac{x}{7} \Rightarrow$

$\frac{x}{7}=25-7x \Rightarrow x=\frac{7}{2} \Rightarrow y=25-\frac{49}{2}=\frac{1}{2} \Rightarrow C\left(\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$

Заметим, что точки D и E принадлежат окружности из т. $O(0;0)$ и $R=\sqrt{50}$, т.к. $(x_0-7)^2+(y_0-1)^2=50 \Rightarrow$

$x_0^2+y_0^2-14x_0-2y_0+50=50 \Rightarrow x_0^2+y_0=14x_0+2y_0=50$ (т.к. $(x_0;y_0)\in y=25-7x$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. и D и C $\in$ окр. $x^2+y^2=50$ и т. B, т.к. $7^2+1^2=50$

$\Rightarrow \angle DOE=\angle DBE=120^\circ$, т.к. $\triangle DOB$ – р/с $\Rightarrow$ т.к. все стороны это $\sqrt{50}$ (из радиусов) $\Rightarrow \angle DOB=60$, аналог $\angle BOE=60$

$\Rightarrow$ площадь подходящих точек $(a;b)$ $\to$ это

$2\cdot\left(\frac{\pi R^2}{360}\cdot 120^\circ-\frac{1}{2}R^2\cdot\sin 120\right)=2\left(\frac{\pi 50}{3}-25\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{100\pi}{3}-25\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ Рассмотрев 4 окружности

т.к. $DO=OB=\sqrt{50} \Rightarrow$; окружност

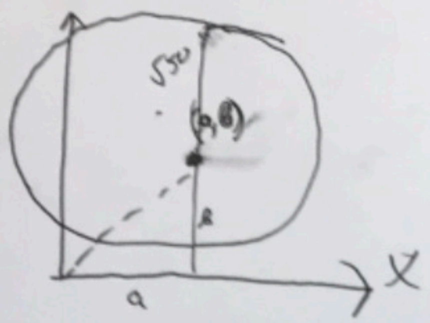
лист 5

21103474 (U65180 M1295535)

М – фигура $\to$ (x,y)

$A(a,b)$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le \min(14a+2b,50)\end{cases}$$



$2y+14x=0 \quad y=-7x$

~~$y=14x+2b$~~

$14a+2b\le 50 \Rightarrow (a-7)^2+(b-1)^2\le 50$

$7a+b\le 25$

Если $7a+b\le 25$ то $(a-7)^2+(b-1)^2\le 50$

Иначе $a^2+b^2\le 50$

(a,b)

$(7-x_0)^2+(y_0-1)^2=50$

$\Downarrow$

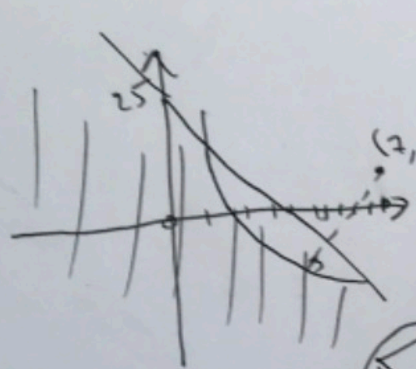
$x_0^2+y_0^2=50$

3

$7x+y=25$

$\rho(x,y)=\dfrac{|7\cdot 7+1-25|}{\sqrt{49+1}}=\dfrac{3}{\sqrt{50}}$

$x_0^2+y_0^2=$



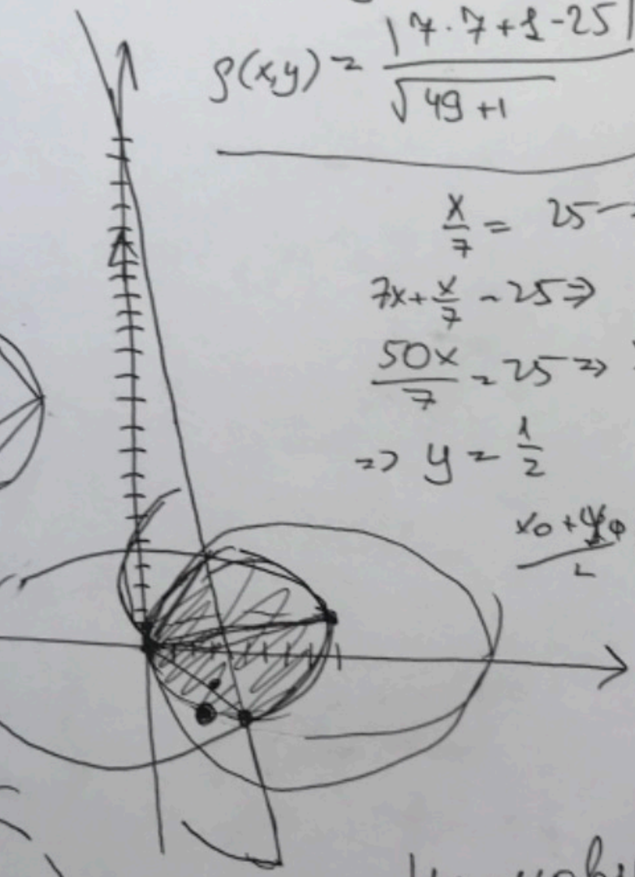
$\dfrac{x}{7}=25-7x$

$7x+\dfrac{x}{7}=25\Rightarrow$

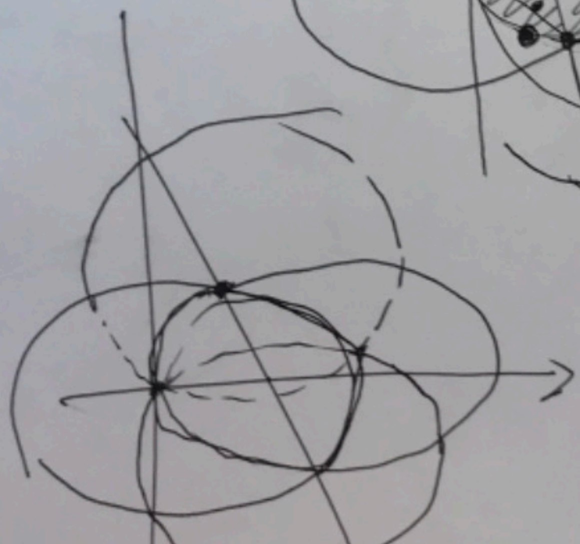
$\dfrac{50x}{7}=25\Rightarrow x=\dfrac{7}{2}$

$\Rightarrow y=\dfrac{1}{2}$

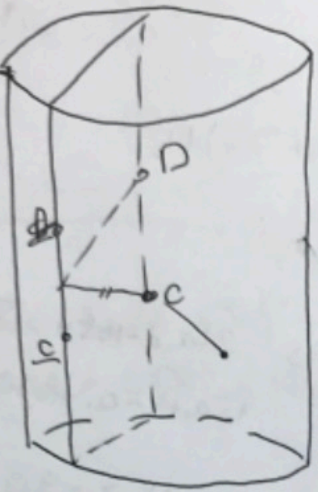
$\dfrac{x_0+y_0}{2}=$

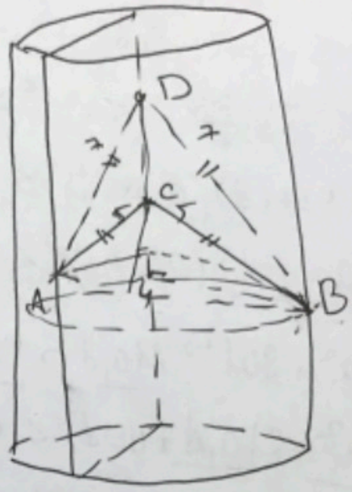


Черновик



Черновик





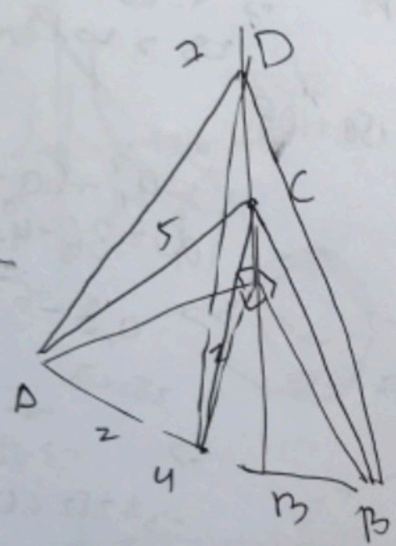
$0 < \angle AOB < 180^\circ$

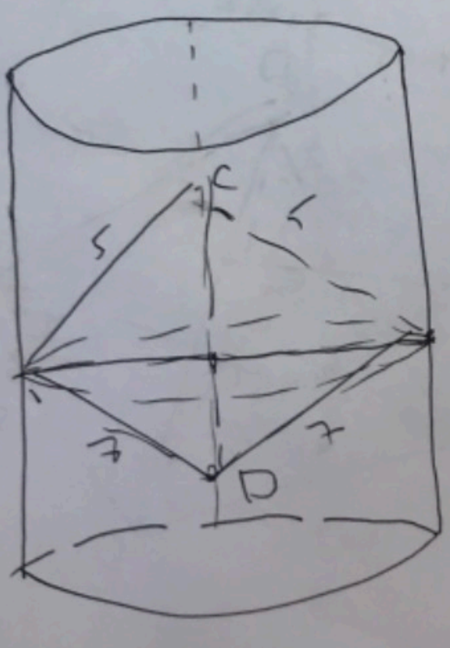
$2R = \dfrac{AB}{\sin\angle AOB}$

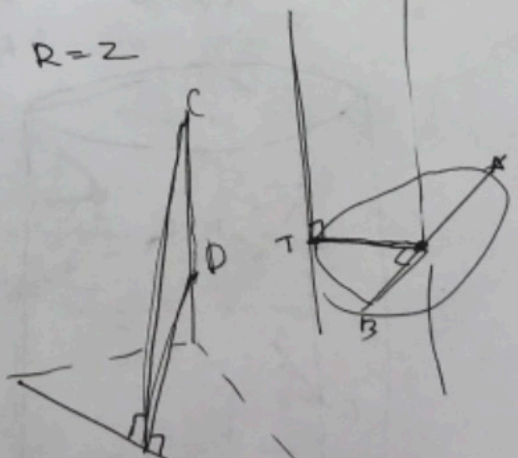
$R \to$ наим $\Rightarrow \sin\angle AOB \uparrow$

$\Rightarrow \sin\angle AOB = 90$

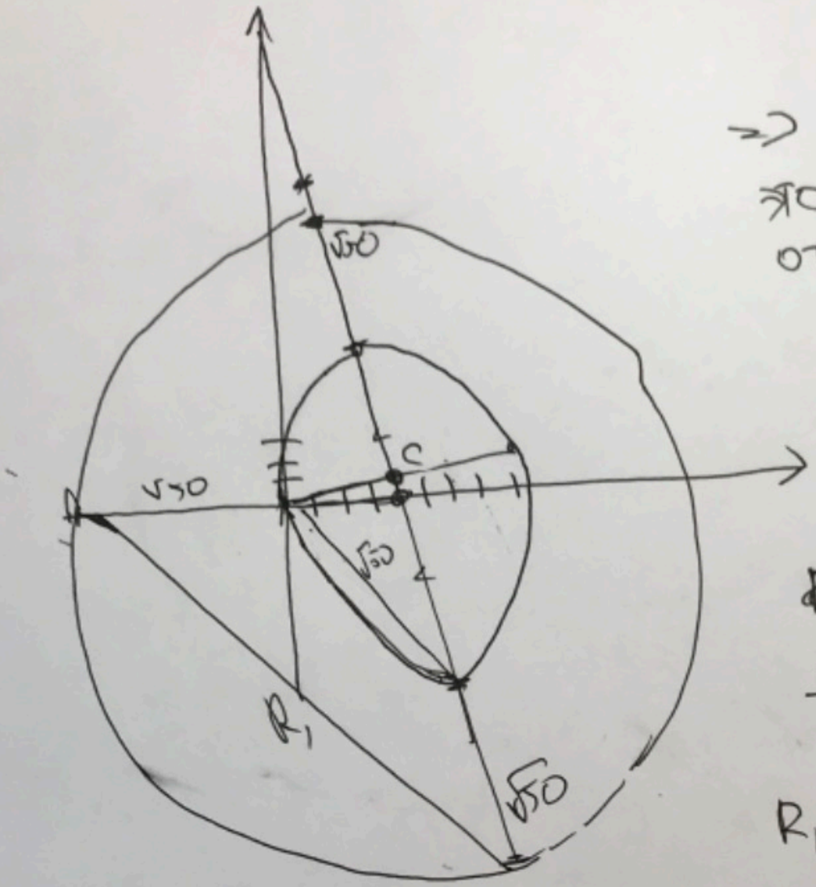
$R = 2$







Чистовик №3 (продолжение) Математика, 11



$\Rightarrow$ Область M $\Rightarrow$ это область, отложенная от мн-ва точек (a, b) на $\sqrt{50}$ $\Rightarrow$ это опять же 2 части окружности

$\Rightarrow$

$$\frac{\sqrt{50}}{R_1} = \frac{\frac{25}{7}}{\frac{25}{7}+\sqrt{50}} \Rightarrow$$

$$R_1 = \frac{25\sqrt{50}}{7}+50 \Big/ \tfrac{25}{7}$$

$$R_1 = 25\sqrt{50}+350/25 = \sqrt{50}+14$$

$$\Rightarrow \boxed{S = 2\left(\frac{\pi(\sqrt{50}+14)^2}{3} - \frac{1}{2}(\sqrt{50}+14)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

лист 6

21103474 (U65180 M1295535)

Черновик

S - первых 15 $\qquad a_1, a_2, \dots a_n$ - целые

$d>0 \qquad a_7 a_{16} > S-24$

$a_{11} a_{12} < S+4$

a_1, a_1+d

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$15a_1 + \Sigma_{1..14} = \frac{15\cdot 14}{2} = 7\cdot 15\,d$

$S_{15} = \frac{a_1+a_{15}}{2}\cdot 15 = \frac{a_1+a_1+14d}{2}\cdot 15 = (a_1+7d)15$

$(a_1+6d)(a_1+15d) > 15a_1+105d-24$

$(a_1+10d)(a_1+11d) < 15a_1+105d+4$

$a_1^2+90d^2+21a_1d > 15a_1+105d-24 \Rightarrow 21a_1d-105d > 15a_1-24-a_1^2-90d^2$

$15a_1+4-a_1^2-110d^2$

$a_1^2+21a_1d+110d^2 < 15a_1+105d+4$

$a_1^2+21a_1d-15a_1-105d > -90d^2-24$

$4-110d^2$

$\Rightarrow 4-110d^2 > -90d^2-24$

$28 > 20d^2 \Rightarrow |d|<2$

$\Rightarrow \underline{d=1}$

$S = 15a_1+105$

$a_1^2+6a_1+1<0$

$D = 36-4 = 32 = 16\cdot 2$

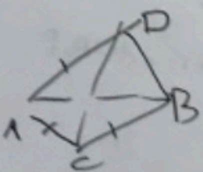
$\Rightarrow a_1 = \frac{-6\pm 4\sqrt{2}}{2} = -3\pm 2\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}<3$

$\Rightarrow \quad -3-2\sqrt{2} \quad -3+2\sqrt{2}$

$-3+2\sqrt{2}<0$

$-3+2\sqrt{2}$



N2

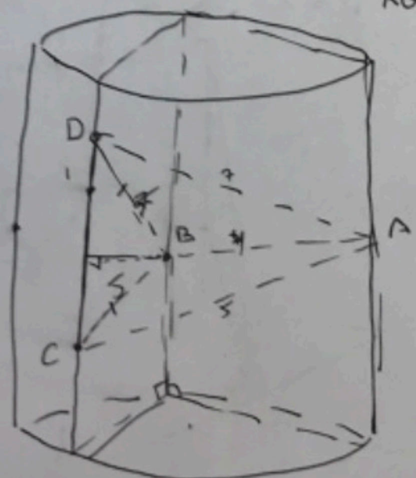
Rшара

$a_1 =$

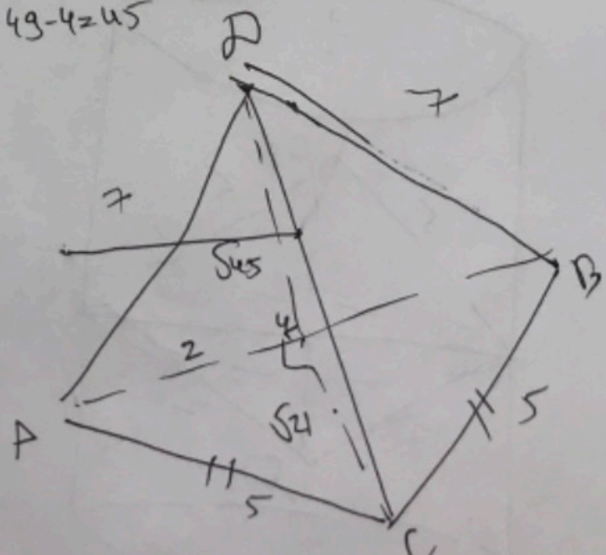
AB=4

AC=CB=5

AD=DB=7



49-4=45



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103474**

ID профиля: **65180**

Вариант 22

Чистовик №4 Математика, 11

$$\begin{cases} \text{НОД}(a,b,c)=14 \\ \text{НОК}(a;b;c)=2^{17}\cdot 7^{18} \end{cases}$$

Т.к. $a \vdots$ НОД(a,b,c) => $a=14k$. Предположим, что $a \vdots p$, где p - простое число, отличное от 2 и 7, тогда т.к НОК$(a,b,c) \vdots a$ => НОК$(a,b,c) \vdots p$ => $2^{17}\cdot 7^{18} \vdots p$ => ~~Б~~ такое невозможно => $a=2^{\alpha}\cdot 7^{\beta}$. Аналогично для b и c.

Т.к каждое из чисел делится на НОК $(a;b;c)$, т.е. на 14, то степень вхождения 2, и 7 в каждое из чисел ≥ 1. При этом если все делятся на 2^{α}, где $\alpha \geq 2$, или на 7^{β}, где $\beta \geq 2$, то НОД тоже бы делился на них. => Среди чисел найдется такое, что в него 2 входит в первой степени, и такое, что в него 7 входит в 1-ой степени.

~~II случай: число~~ Также заметим, что нок делится на 2^{17} => какое-то из чисел ~~до~~ содержит равно 2^{17}. ~~каждое на~~, ~~т.к.~~ ~~НОК определительно если каждое на~~

Т.к. степень вхождения 2 в НОК определяется максимумом из 3 степеней вхождения 2 в a, b и c. (Если у НОК степень меньше, то какое-то не будет на него делиться, а если больше, то поделив на два получим меньшее число, удовлетворяющее условию делимости, => было не наим)

Аналогично с 7. => У нас есть

~~I случай:~~

2^{17}	7^{18}	=> Всего троек при const x и y $3\cdot 2\cdot 1=6$
2^{1}	7^{1}	
2^{x}	7^{y}	
$(1\leq x\leq 17)$	$(1\leq y\leq 18)$	

$\boxed{\text{лист 1}}$

И число для набора получается произведением числа из одного столбика на число из другого, например, $a=2^{17}\cdot 7^{18}$, $b=2^{1}\cdot 7^{y}$, $c=2^{x}\cdot 7^{1}$.

Чистовик

№5

$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$; $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$ $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

Усл:

$$\begin{cases} \frac{3x}{2}-6>0 \\ \frac{3x}{2}-6\neq 1 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq 1 \\ \frac{x}{2}+1\neq 1 \\ \frac{x}{2}+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>4 \\ x\neq \frac{14}{3} \\ x>\frac{17}{14} \\ x\neq\frac{3}{2} \\ x\neq 0 \\ x>-2 \end{cases}$$

$(4;\frac{14}{3})$; $(\frac{14}{3};+\infty)$

Заметим, что среди них нет нулей, т.к (лог-ов то, что стоит под логарифмом $\neq 1$)

$a=\frac{x}{2}+1$; $b=\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$; $c=\frac{3x}{2}-6 \Rightarrow a, b, c>0$

$N=\log_{a^2}b=\frac{1}{2}\log_a b$; $M=\log_{\sqrt{b}}c^2=\cancel{\log}\ 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\log_b|c|=\log_b c$

$K=\log_{\sqrt{c}}a=\frac{1}{2}\log_c a$ ~~Перейдем~~

~~Тогда~~ $N\cdot M=\frac{1}{2}\log_a b\cdot\log_b c=\frac{1}{2}\frac{\log_b c}{\log_b a}=\frac{1}{2}\log_a c=\frac{1}{4K}$

$N\cdot K=\frac{1}{4}\log_c a\cdot\log_a b=\frac{1}{4}\frac{\log_a b}{\log_a c}=\frac{1}{4}\log_c b=\frac{1}{4M}$

$KM=\frac{1}{2}\log_b c\cdot\log_c a=\frac{1}{2}\frac{\log_c a}{\log_c b}=\frac{1}{2}\log_b a=\frac{1}{4N}$

$\Rightarrow NMK=\frac{1}{4} \Rightarrow 4NMK=1 \Rightarrow NMK=t^2(t-1)$

$\Rightarrow t^3-t^2=\frac{1}{4} \Rightarrow t^3-t^2-\frac{1}{4}=0$

$4t^3-4t^2-1=0$

~~отсюда x=~~ $3a-c=9$

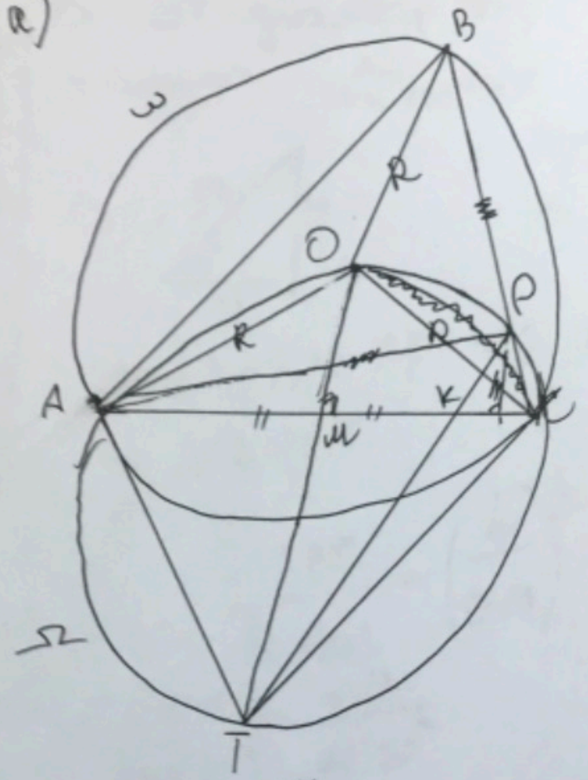
$7a-b=\frac{45}{4}$ $\Rightarrow$ $\underline{7a-b=3b-7c}$

$3b-7c=\frac{42\cdot4-51}{4}=\frac{45}{4}$

лист 3

чистовик №6 $\Omega = (AOC)$

а)



AT – кас, $\Rightarrow \angle TAC = \angle B$ (угол, между хорд и касат)

$\Rightarrow \angle TAC = \angle B$

$TA = TC \Rightarrow \angle ATC = 180^\circ - 2\angle TAC =$ (как отр. касат) $= 180^\circ - 2\angle B$

$\angle AOC$ - центр для $\cup AC$, на которую опирается угол $\angle B \Rightarrow \angle AOC = 2\angle B$

$\Rightarrow \angle AOC + \angle ATC = 180^\circ \Rightarrow$ $AOCT$ – вписанный $\Rightarrow T \in \Omega$

$\angle CPT = \angle TAC$ (опир на $\cup TC$) $\Rightarrow$

$\angle CPT = \angle TAC = \angle B \Rightarrow PK \parallel AB$

$\Rightarrow \dfrac{CP}{PB} = \dfrac{CK}{KA}$

У Δ APK и CPK → одна высота → $\dfrac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \dfrac{AK}{CK} \Rightarrow$

$\dfrac{CK}{AK} = \dfrac{5}{7}$. S8

У Δ APC и Δ PAB одна высота $\Rightarrow \dfrac{S_{APC}}{S_{ABP}} = \dfrac{CP}{BP} =$

$= \dfrac{CK}{KA} = \dfrac{5}{7} \Rightarrow S_{ABC} = S_{APC} + S_{ABP} = S_{APC} + \frac{7}{5} S_{APC} =$

$= S_{APC} \cdot \dfrac{12}{5} = (S_{APK} + S_{CPK}) \dfrac{12}{5} = \dfrac{144}{5}$

б) $AO = OC$ и $AT = TC \Rightarrow$ ~~T~~ ΔAOC и ΔTAC – р/б

$\Rightarrow$ у них оси общее $\Rightarrow$ т.к. O и $T \in$ сер.пер. к AC, то

$\Rightarrow OT \perp AC$ и OT – делит AC на 2 равные части

$\Rightarrow OM$ также биссектр. $\Rightarrow \angle AOT = \angle B \Rightarrow$

$AT \perp OA$ (радиус $\perp$ касательной) $\Rightarrow$

$\angle OAT = 90^\circ \Rightarrow \dfrac{AT}{OA} = tg\angle\dfrac{AOC}{2} = tg\angle B = \dfrac{3}{4} \Rightarrow AT = \dfrac{3}{4}R$

лист 4

№4 (продолжение)

Теперь будем считать.

Давайте для начала найдем колво при

$2 \le x \le 17$ и $1 \le y \le 18$

~~Это будет~~ 6 → колво перестановок чисел ~~из разных столбцов~~:

$2^{17}\cdot 7^{18}, 2^{x}\cdot 7^{1}, 2^{1}\cdot 7^{y}, 2^{?}\cdot 7^{18}$

Рассмотрим какую-то подходящую тройку.

~~Т.к. x и y независимы~~, то ~~колво вариантов~~

$= 15\cdot 16 \Rightarrow$

~~При этом мы ничего не посчи~~ $6\cdot 15\cdot 16$

Таких троек 6 ⇒

Теперь если $x=1$

$2^{17}\cdot 7^{\alpha}; 2^{1}\cdot 7^{\beta}; 2^{1}\cdot 7^{\gamma} \rightarrow$ $(\alpha;\beta;\gamma)$ это $(18, x, 1) \rightarrow$

$6\cdot 18 - 1$, т.к. $\beta=\gamma$ посчитали дважды

черновик

21103474 (U65180 M1295536)

$2^{17}\cdot$ $\quad 2^{17}\cdot 2^{18}$ $\quad 14$ $\quad 2^{17}\cdot 2^{18}$

$2^x\cdot 2^y$ $\quad 2^{17}\,7^{18};\ 2^{17}\cdot 7^{18}$

$2^{17}\cdot 2^{18}$

$90\cdot 16=$

$\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

$x^2(x-1)=\frac{1}{4}$

$x^3-x^2=\frac{1}{4}$

$t^3-t^2-\frac{1}{4}=0$

$P(2)=8-4-\frac{1}{4}>0$

$P(1)=-\frac{1}{4}$

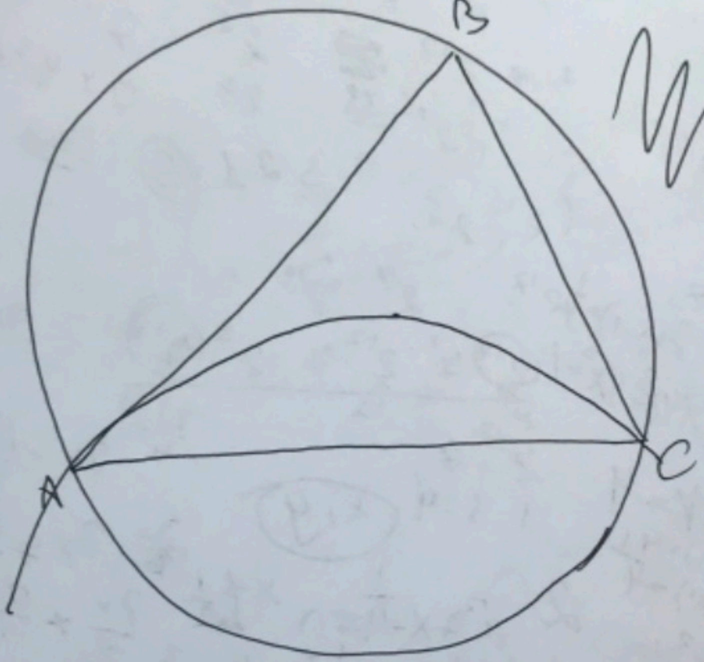
$\frac{3}{2}=\frac{27}{8}-\frac{18}{4}-\frac{1}{4}=$

$t^3 2t^2-2=0$

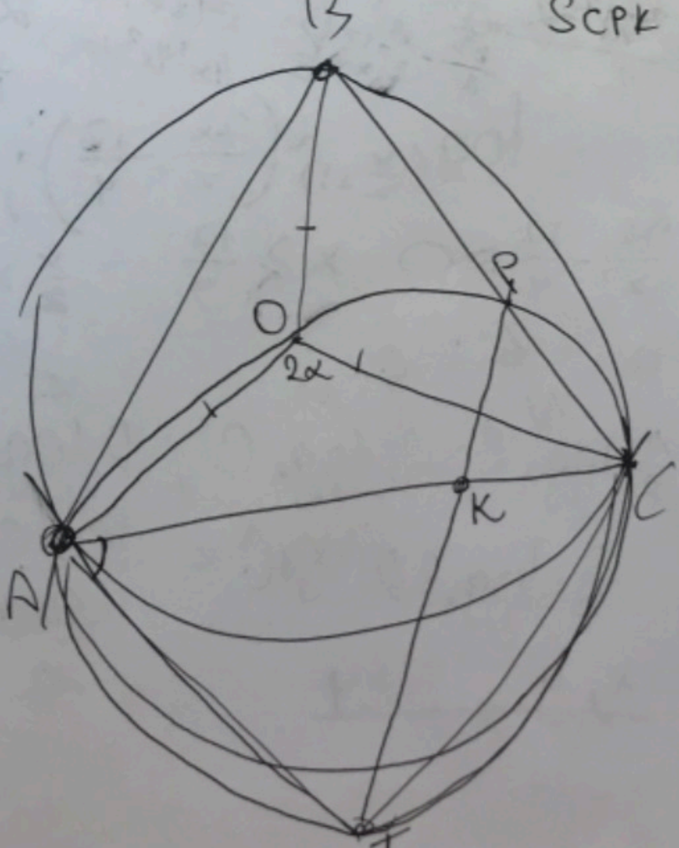
$2(t^2-1)=t^3$

$2(a^2+q^2)=\frac{4}{9}$

$a=2$



$\frac{S_{APK}=7}{S_{CPK}=5}$



черновик

21103474 (U65180 M1295536)

черновик

НОД$(a, b, c) = 14$

НОК$(a; b; c) = 2^{17} \cdot 7^{18}$

$2^1 \cdot 7^1; 2^x \cdot 7^y$ 2^{16-x} $17-x$

$x \to 1 \dots 15$

$(c-a)$

$15 \cdot 16$

$a : $ НОД$(a, b; c) =$ $a = 14k$, $b = 14k$ $c = 14k$

$x^2(x-1)$

$3\left(\frac{x}{2}+1\right) - 9$

$2^1 \cdot 7^x$, $7^1 \cdot 2^y$; 7 $t^2(t-1) = \frac{1}{4}$

a $2^{a_1} \cdot b^{b_1}$

b 2^{a_1} 7^{b_2}

c 2 7^{b_3}

$2^{17} \cdot 7^{17}$

$2^{17} \cdot 7^1$

$2^{17} \dots 7^{18}$

$x^3 = x^2 - \frac{1}{4} = 0$

2^1 7^1

$4x^3 - 4x^2 + 1 = 0$

3. $2^1 \cdot 7^1$ $2^1 \cdot 7^1$

$1 \dots 17$ 2^{17}

x^+ y^+ $1 \dots 18$

2^x 7^y

$t > 0$

$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

$2^1 \cdot 7^1$, $2^x \cdot 7^B$, $2^{17} \cdot 7^{18}$ ($1-17$)

$(2^{17} \cdot 2^y; \quad ; \quad ;)$

2^{17}

2^{17} 7^{17}

$7x - \frac{17}{2}$

$2^x \cdot 7^y$ $2^1 \cdot 7^1$ $2^{18} \cdot 7^{17}$

$x^2(x-1) = \frac{1}{4}$

2^{17}

$4x^3 - 4x^2 = 1$

$2^{17} \cdot 7^x$, $2^{17} \cdot 7$, $2^1 \cdot 7^{18}$

$\frac{21}{4} - 1$

$(2^x \cdot 7^{18}; 2^{17} \cdot 7^y; 2^1 \cdot 7^1)$

$2^{17} \cdot 7$,

$7x - \frac{17}{2} \neq 1$

$(2^{17} \cdot 7^{18}; 2^{17} \cdot 7^{18})$

NMK = 4

1 $1-4$ $(x; y)$

$7x \neq \frac{19}{2}$

8-8

$x^2(x-1) = 4 \cdot 1$

$x^2(x+1) = 4$

$27 - 18 - 2$

2 $x^3 + x - \frac{1}{4} = 0$ $x \neq \frac{1}{2}$ $\frac{7x}{2} \neq \frac{21}{4}$

$64 - 32 - 2$ $\frac{k^3 - 2k^2 - 2}{2}$ $2^1 \cdot 7^1$ $\frac{k^3}{2} - k^2 - 1 = 0$ $x = \frac{k}{2}$

$4x^3 - 4x^2 - 1 = 0$

$\frac{1}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

$x^3 - x^2 - \frac{1}{4} = 0$

$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right); \log_{\sqrt{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2} - 6\right); \log_{\sqrt{\frac{3x}{2} - 6}}\left(\frac{x}{2} + 1\right)$

$\frac{7x}{2} - \frac{17}{4} > 0$ $x \geq \frac{17}{7}$ $\frac{x}{2} > -2$ $x > 4$ $x > 4$

a b c M K

N

$x^2 y^2 = 1$ $t^2 \cdot 2 <$

$2x^2 y = \frac{1 \cdot 2}{y}$

$\frac{1}{2}\log_a b; 2\log_b c; 2\log_c a$

$\frac{1}{2} \cdot \log_a b \cdot 2^{\log_b c} = \frac{\log_a c}{\log_a a} = \log_c a$

$\frac{\log_a a}{\log_a a}$ $\frac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b$

$x, y, 2xy$

ЧЕРНОВИК

21103474 (U65180 M1295536)

черновик

$2^{17} \cdot 2^{18}$ $2^{17} \cdot 2^{18}$

$2^{17} \cdot \cancel{7}^{18}$ $2^{17} \cdot 7^{18}$

a b c

13 15

17 $\frac{18}{3}$ 2^{17} –

15 · 16 · 6

2^1 4

17
× 6
102

$2^{17} \cdot 7^{18}$, $2^{17} \cdot \cancel{7}^{18}$, $2^1 \cdot \cancel{7}$

$2^1 \cdot 7^{18}$

фикс фикс

$2^1 \cdot 7^{18}$

x=17

x=17

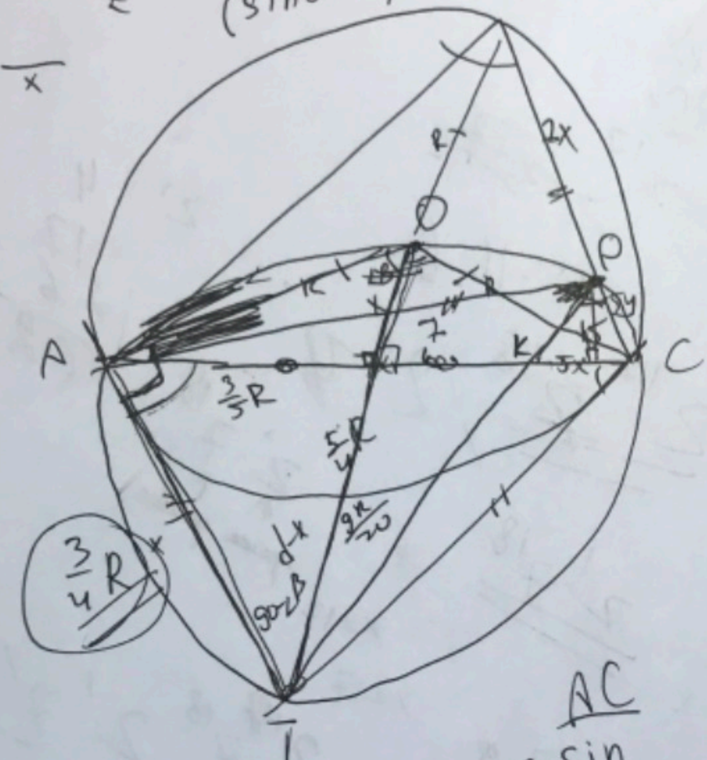
$2^{17} \frac{7^{18}}{7^{18}}$

$2^{\cancel{17}} \frac{7^{18}}{7^{18}}$ $2^1 \, 7^1$

21103474 (U65180 M1295536)

$\frac{1}{2}R^2(\sin 2\angle B+\sin 90^\circ-\angle B)$ arctg $\frac{3}{4}$

$(\sin 90-\angle B)$



$\frac{Ak}{kC}=\frac{7}{5}$

$S_1=\frac{7\cdot 12}{5}=$

$\frac{12}{S_1}=\frac{5}{7}=$

$=\frac{7\cdot 12}{5}+12$

$\frac{3}{5}$ arctg $\frac{3}{4}$

$\frac{AC}{\sin}=2R$

$\frac{abc}{4R}=\frac{144}{5}$

$\frac{5}{x}=\left(\frac{5}{12}\right)^2$

$AC=2R\cdot\frac{3}{5}$

$x=\frac{\cancel{80}}{5}=15$

$AC=\frac{6R}{5}$

$\frac{AC}{\sin}$

$x(d-x)=AC$

$R^2\frac{5}{4}$ $\Rightarrow$ $R_1=\frac{5R}{8}$

$\frac{x}{R}=\operatorname{tg}B$

$\frac{AC}{\sin(180-\angle\ldots)}$ $\frac{5R}{4}$

$\frac{3}{4}R$

$\frac{9}{10}R^2-\frac{9}{25}R^2$ $\frac{3}{5}R\sqrt{25-16}$ $\frac{9R}{4\cdot 5}=$

$9R$

$\frac{1}{2}hAC=12$

$hAC=24$

$\frac{25}{20}R\Rightarrow$

$\frac{1}{2}h_1AC=S$ $\frac{144}{5}$

$hAC=$

ЧЕРНОВИК

чистовик

№4 (продолжение)

Т.к. x и y → независимы, то

17·18 → т.к. перестановок 6 то

6·17·18.

Но что-то мы посчитали несколько раз, а именно когда x, y = {17, 18, 1}

$\underline{2}^{17} \cdot \underline{\cancel{7}}^{18}$, $2^{17} \cdot \cancel{7}^{18}$ ~~→ и наоборот~~ ~~⇒ C_3^2~~ 3.

↑ фик ↑ фикс ↑ x=17 ↑ y=18

⇒ ~~3~~

Понятно, при ~~x=17 и y=18~~.

фикс x из {17; 1} ~~y~~ все считается два раза

т.е. при x=17 y=18 и y=1 → 3·3·2 = 18

при x=1 аналогично ⇒

⇒ $\frac{18\cdot 2}{2} = 18$

$$\begin{array}{r} 102 \\ \times\ 18 \\ \hline 816 \\ 102\ \ \\ \hline 1836 \end{array}$$

Ответ: 6·17·18 − 18 = 18·(102) = 1836

лист 2

21103474 (U65180 M1295536)

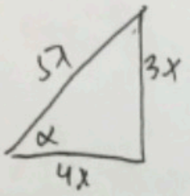
Задание 16 чистовик

$\Rightarrow OT = \sqrt{\left(\frac{3}{4}R\right)^2 + R^2} = \frac{5}{4}R \Rightarrow$ т.к. в (AOCT) $\angle OAT = 90^\circ$

$\Rightarrow$ OT – диаметр

т. синусов $\frac{AC}{\sin\angle ABC} = 2R$

$tg\,\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{3}{5}; \cos\alpha = \frac{4}{5}$



$\Rightarrow \underline{\alpha = \angle B}$

$PK \parallel AB = \angle APT = \angle BAP$, $\angle APT = \angle ACT = \angle B \Rightarrow$

$\triangle APB$ – р/б

$$\frac{S_{APK}}{S_{AOC}} = \left(\frac{h_1}{OM}\right)^2$$

$$\frac{h_1}{BH} = \frac{5}{12} \Rightarrow h_1 = \frac{5\cdot BH}{12} = \frac{5\cdot\frac{2S_{ABC}}{AC}}{12} = \frac{5\cdot 2\cdot 144}{5\cdot 12\cdot AC} =$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{24}{AC}$$

$$\frac{12}{\frac{1}{2}OM\cdot AC} = \frac{24^2}{AC^2\cdot OM^2}$$

$$AC\cdot OM = \frac{24^2}{6} = 24\cdot 4 = 96$$

$\Rightarrow S_{AOC} = 48$

$S_{AOC} = \frac{1}{2}R^2\sin 2B$

$\sin 2B = 2\sin\angle B\cos\angle B = 2\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5} = \frac{24}{25}$

$\Rightarrow R^2 = \frac{2S_{AOC}}{\sin 2B} = \frac{2\cdot 48\cdot 25}{24} = 4\cdot 25 = 100 \Rightarrow R = 10$

$\Rightarrow \frac{AC}{\sin\angle B} = 2R = 20 \Rightarrow AC = 20\cdot\sin\angle B = 20\cdot\frac{3}{5} = 12$

Ответ: 12

лист 5