Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103347**

ID профиля: **378377**

Вариант 22

Чистовик. лист 1.

Задача № 1.

Пусть a_1 – первый член прогрессии, а $n^{ый}$ член прогрессии: $a_n = a_1 + (n-1)q$ где q – шаг арифм. прогрессии

Тогда $S = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{2a_1 + 14q}{2} \cdot 15 = 15a_1 + 105q$

$a_7 = a_1 + 6q$ $\quad a_{11} = a_1 + 10q$

$a_{16} = a_1 + 15q$ $\quad a_{12} = a_1 + 11q$

По условию: 1) $(a_1+6q)(a_1+15q) > 15a_1 + 105q - 24$ $\quad (a_7 a_{16} > S - 24)$

$a_1^2 + 21a_1q + 90q^2 > 15a_1 + 105q - 24$

$a_1^2 + a_1(21q - 15) > 105q - 24 - 90q^2$ (I)

2) $(a_1+10q)(a_1+11q) < 15a_1 + 105q + 4$

$a_1^2 + a_1(21q-15) < 105q + 4 - 110q^2$ (II)

учитывая (I) и (II): $105q - 24 - 90q^2 < a_1^2 + a_1(21q-15) < 105q + 4 - 110q^2$

тогда $105q - 24 - 90q^2 < 105q + 4 - 110q^2$

$20q^2 < 28$; $q^2 < \frac{28}{20}$; $q \in \left(-\sqrt{\frac{28}{20}}; \sqrt{\frac{28}{20}}\right)$

Так как все члены последовательности целые числа: $q \in \mathbb{Z}$

Тогда $\left[\begin{array}{l} q = 1 \\ q = -1 \\ q = 0 \end{array}\right.$, но последовательность возрастающая $\Rightarrow$ $\underline{q = 1}$

при $q = 1$: (I): $a_1^2 + a_1 \cdot 6 - 105 + 24 + 90 > 0$

$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0$; $(a_1 + 3)^2 > 0$ (– верно $\forall a_1 \neq -3$)

(II): $a_1^2 + 6a_1 - 105 - 4 + 110 < 0$

$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$; $a \in (-3-\sqrt{8}; -3+\sqrt{8})$

$3 > \sqrt{8} > 2 \Rightarrow -5 > -3-\sqrt{8} > -6$

$-1 < -3+\sqrt{8} < 0$ $\Rightarrow$ ~~в промежут~~ на интервале $(-3-\sqrt{8}; -3+\sqrt{8})$ содержатся

следующие целые числа: $-5; -4; -3; -2, -1$, с учетом того, что $a_1 \neq -3$:

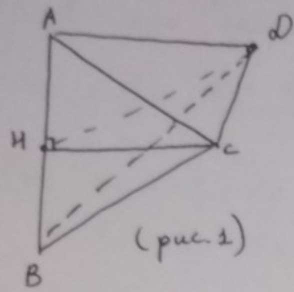
Ответ: $-5; -4; ~~-3~~; -2; -1$.

21103347 (U378377 M1296965)

Чистовик. лист 2

Задача № 2.

(п/у – прямоугольный Δ)



(рис. 1)

ΔBAC и ΔABD – равнобедренные, с общей стороной AB.

Пусть H: основание высоты, проведенной из точки C в ΔABC $\Rightarrow$ H – сер. AB.

Тогда и $DH \perp AB$ (т.к. ΔBDA р/б, $BD = AD$)

Тогда: $\begin{matrix} CH \perp AB \\ DH \perp AB \end{matrix}$ $\Rightarrow$ $AB \perp (HDC)$

$\uparrow$ плоскость, в которой лежат точки: H, D и C

т.к. $DC \in (HDC)$ $\Rightarrow$ $\boxed{AB \perp DC}$

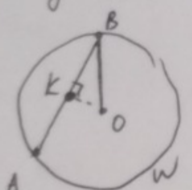
CD параллельно ~~боковой поверхности~~ оси цилиндра $\Rightarrow$

CD перпендикулярно плоскости основания цилиндра

т.к. $AB \perp DC$ $\Rightarrow$ AB параллельно плоскости основания цилиндра,

(AB перпенд. оси цилиндра)

Рас-мим сечение цилиндра плоскостью α: параллельной основанию, и такой, что $AB \subset \alpha$, сечение такой плоскостью – ~~кр~~ окружность, где AB – хорда, а центр окр. O лежит на оси цилиндра

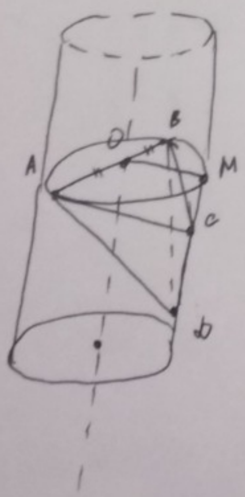


Тогда OB – радиус окружности

Пусть K – сер. AB, тогда $OK \perp AB$

ΔOKB – п/у, $\angle OKB = 90°$, OB – гипотенуза; она всегда больше $BK = \frac{1}{2}AB$ $\Rightarrow$ минимальный радиус цилиндра это $\frac{1}{2}AB$, ~~он пом~~ это возможно, если AB – и есть диаметр окружности, ~~лишн~~

(тогда радиус цилиндра равен $\frac{1}{2}AB = 2$)



вернемся к рис. 1 и найдем CH и DH по теореме Пифагора:

$$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{AC^2 - \frac{1}{4}AB^2} = \sqrt{25-4} = \sqrt{21} \ (= OC)$$

$$DH = \sqrt{AD^2 - \frac{1}{4}AB^2} = \sqrt{49-4} = \sqrt{45}. \ (= OD)$$

M – точка пересечения CD и плоскости α (OM – радиус W)

$OM \perp CD$ $\Rightarrow$ ΔODM п/у $\Rightarrow$ по теореме Пифагора:

$$OD^2 = MO^2 + DM^2 \Leftrightarrow DH^2 = \frac{1}{4}AB^2 + DM^2 \Rightarrow DM = \sqrt{45-4} = \sqrt{41}$$

ΔOMC тоже п/у $\Rightarrow$ $MC^2 = \sqrt{OC^2 - OM^2} \Leftrightarrow MC^B = \sqrt{21-4} = \sqrt{17}$

DM – расстояние от точки D до плоскости α

CM – расстояние от точки C до плоскости α; $\left[\begin{matrix} CD = MD + MC \\ CD = DM - CM \end{matrix}\right.$ ($CM < DM \Rightarrow$ точка D не может находиться между C и M)

Ответ: $CD = \sqrt{41} + \sqrt{17}$; $CD = \sqrt{41} - \sqrt{17}$

21103347 (U378377 M1296965)

Чистовик. лист 3.

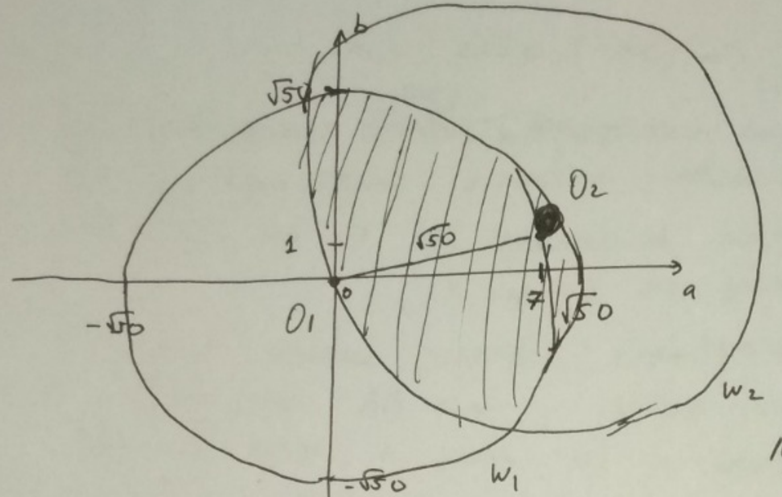
Задача № 3.

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50) \end{cases}$$

(1) если $50 \ge 14a+2b$: $a^2+b^2 \le 50$ (w_1)

(2) иначе: $a^2+b^2 \le 14a+2b \iff (a-7)^2+(b-1)^2 \le 50$ (w_2)

Построим (1) и (2) в системе координат aob:



w_1 - окр. с центром в точке $(0;0)$ и радиусом $r=\sqrt{50}$

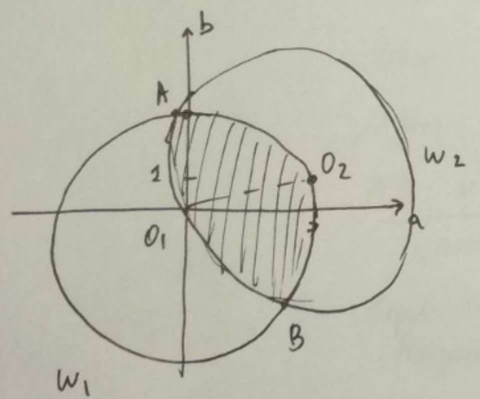
w_2 - ок с центром в точке $(7,1)$ и радиусом $=\sqrt{50}$

Точка $(0;0) \in w_2$, т.к. $\sqrt{49+1}=\sqrt{50}$

$O_2(7,1) \in w_1$ и является центром окружности w_2

Пусть A, B - точки пересечения w_1 и w_2

условие $a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50)$ эквивалентно тому, что (a,b) принадлежит заштрихованной области



$a \in [7-\sqrt{50}; 7]$ (- такие a, ~~для~~ для которых найдется такое b, что (a,b) принадлежит заштрихованной области)

Найдем координаты A и B:

$$\begin{cases} a^2+b^2=50 \\ a^2+b^2=14a+2b \end{cases}; \quad 50=14a+2b; \; b=25-7a$$

$a^2+(25-7a)^2=50$; $a^2+49a^2+25^2-350a=50$

$50a^2-350a+25^2-50=0 \quad |:5$

$10a^2-70a+115=0 \quad |:5$

~~$2a^2-35a+21=0$~~

~~$a=35\pm\sqrt{35^2-4\cdot 8}$~~

$2a^2-14a+23=0$

$a=\frac{7\pm\sqrt{49-46}}{2}=\frac{7\pm\sqrt{3}}{2}$

~~$10a^2-35a+115=0 \quad |:5$~~

~~$2a^2-7a+21=0$, $a=\frac{7\pm\sqrt{49-...}}{...}$~~

~~$a=\frac{7+\sqrt{3}}{2}$, $b=\sqrt{50-...}$~~

$1.\ 41^2 < 50$

~~Чистовик лист 3~~. Черновик

Задача №3.

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b,\ 50) \end{cases}$$

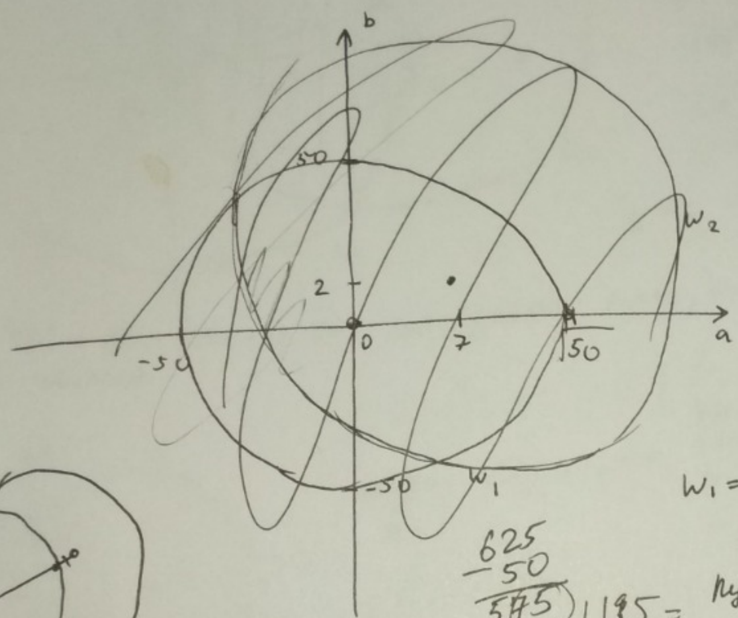
(– круг, с центром в точке (a,b) и радиусом $r=\sqrt{50}$)

если $50 \ge 14a+2b$, то $\underbrace{a^2+b^2 \le 50}$ (w_1)

иначе: $a^2+b^2 \le 14a+2b \Leftrightarrow a^2-14a+49+b^2-2b+1 \le 50$

$\underbrace{(a-7)^2+(b-2)^2 \le 50}$ (w_2)

Построим получившееся в системе координат aob:



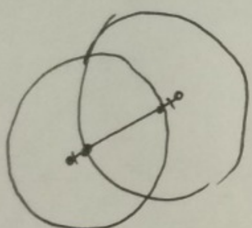
w_1 - окр. с центром в точке $(0;0)$ и радиусом $r=\sqrt{50}$

w_2 - окр с центром в точке $(7,2)$ и радиусом $r=\sqrt{50}$

$\sqrt{4+49}=\sqrt{53} > \sqrt{50}$ $(*)$

$w_1=(O_1, r)$ $\quad w_2=(O_2, r)$

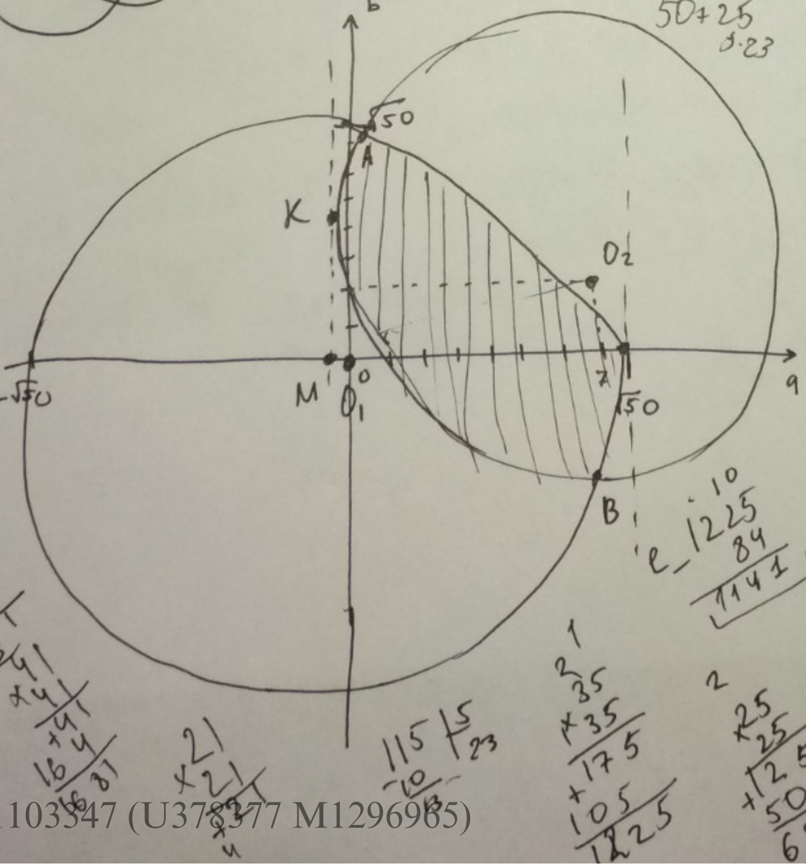
$|O_1O_2|>r$ $(*)$



$625-50=575$ $\quad 1195=$ $\quad 50+25$ $\quad 5\cdot 23$

Пусть A, B - точки пересечения окружностей.

условие $a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50)$ эквивалентно тогда тому, что (a,b) принадлежат заштрихованной области.



Пусть MK - касательная к w_2; $MK \parallel ob$

$\Downarrow$

$K(7-\sqrt{50};\ 2) \Rightarrow$

$(O_2K \perp MK,\ O_2K \perp ob)$

$\Rightarrow a \in [7-\sqrt{50};\ \sqrt{50}]$

(если проведем касат. ℓ к w_1, такую что $\ell \parallel ob$, то $\ell \cap (oa) = (\sqrt{50};0)$)

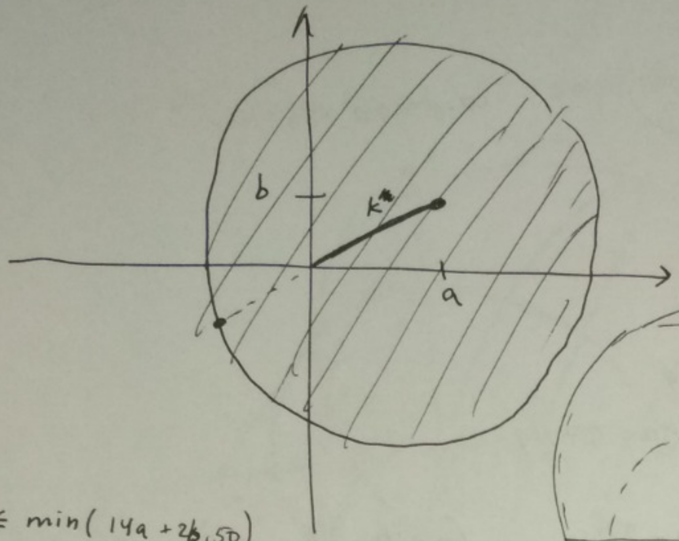
$1225-84=1141$

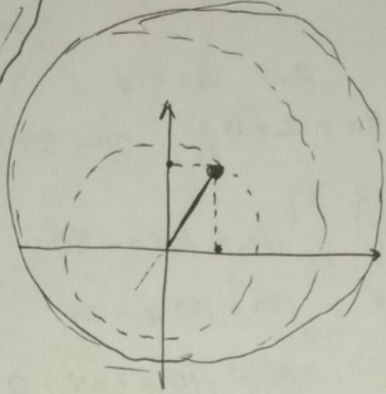
$31 \times 31 = 961$ $\quad 41 \times 41 = 1681$ $\quad 21 \times 21$ $\quad 115 \mid 5 = 23$ $\quad 35 \times 35 = 1225$ $\quad 25 \times 25 = 625$ $\quad 625-50 = 575 \mid 5 = 125$ $\quad 50+2$

21103547 (U378377 M1296965)

$\{ (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 50$ (– круг, с центром в ...

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 50 = (\sqrt{50})^2 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50) \end{cases}$$



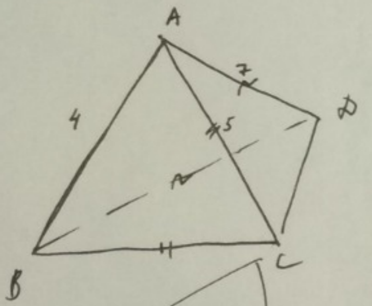


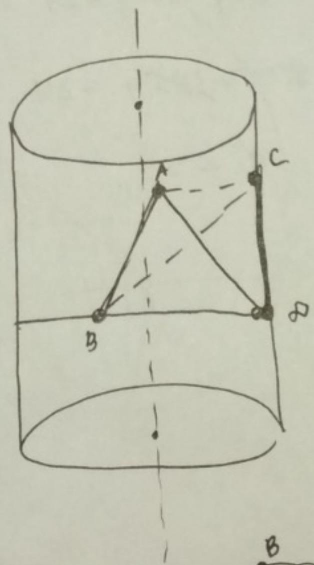
$K^2 \le \min(14a+2b, 50)$

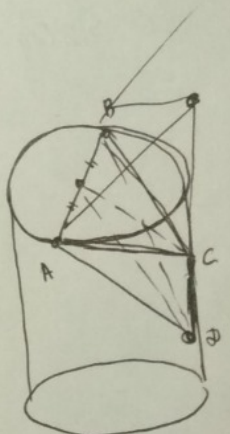
$14a+2b \ge 50 \qquad K^2 \le 50$

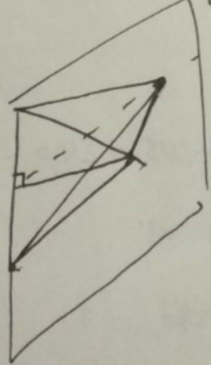
$K^2 \le r^2$

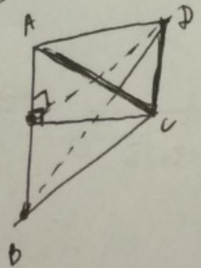
$50 \ge a^2+b^2$

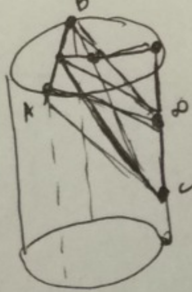












$a_1 \quad a+q_2 \ldots \quad a+14q$

$S = \frac{2a+14q}{2} \cdot 15$

$a_7 \cdot a_{16} > S - 24$

$a_{11} a_{12} < S + 4$

$a_7 - ?$

$7 \cdot 15 = 70 + 35 = 105$

$S = (a+7q) \cdot 15 = 15a + 105q$

$a_7 = a + 6q \qquad a_{11} = a + 10q$

$\cancel{a_{16} = a + 10q} \quad a_{16} = a + 15q \qquad a_{12} = a + 11q.$

$(a+6q)(a+15q) > 15a + 105q - 24$

$a^2 + aq \cdot 21 + 90q^2 > 15a + 105q - 24.$

1) $a^2 + a(21q - 15) + 90q^2 - 105q + 24 > 0$

$(a+10q)(a+11q) < 15a + 105q + 4$

$a^2 + aq21 + 110q^2 < 15a + 105q + 4$

$a^2 + \cancel{aq} a(21q - 15) + 110q^2 - 105q - 4 < 0$

$105q + 4 - 110q^2 > a^2 + a(21q - 15) > -90q^2 + 105q - 24$

$\cancel{105q} - 4 - 110q^2 > -90q^2 + \cancel{105q} - 24$

$20 > 20q^2 \quad ; \quad q^2 < 1$

6

$-105 + 24 = -8$

-81

$-81 + 90$

$-109 + 110$

$-6 \quad -3-\sqrt{8} \quad -5 \quad -1 \quad -3+\sqrt{8} \quad 0$

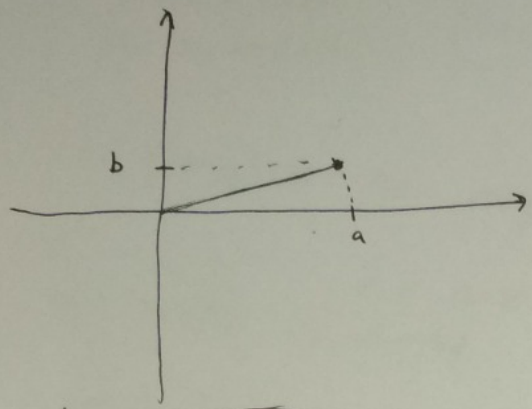
$q = -3 \pm \sqrt{9-}$

$\frac{-3 \pm \sqrt{9-1}}{1} = -3 \pm \sqrt{8}$

$-3 \pm \sqrt{9-1}$

21103347 (U378377 M1296965)

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50) \end{cases}$$



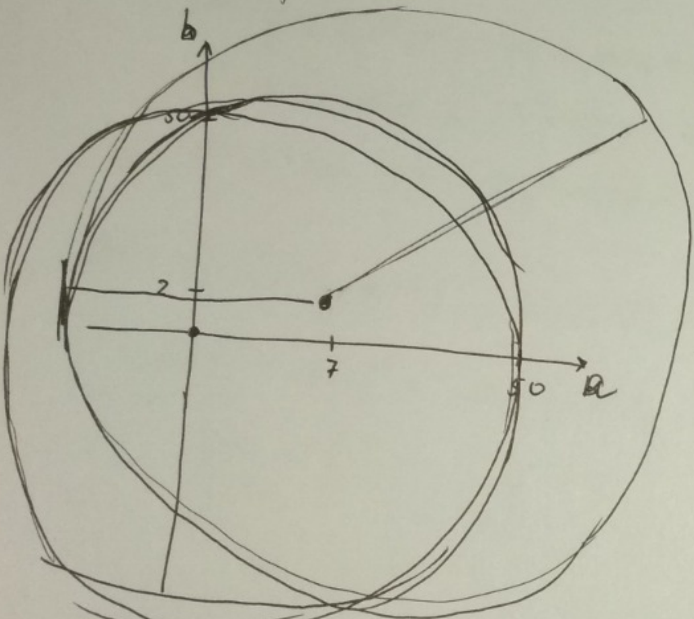
$50 \ge a^2+b^2$

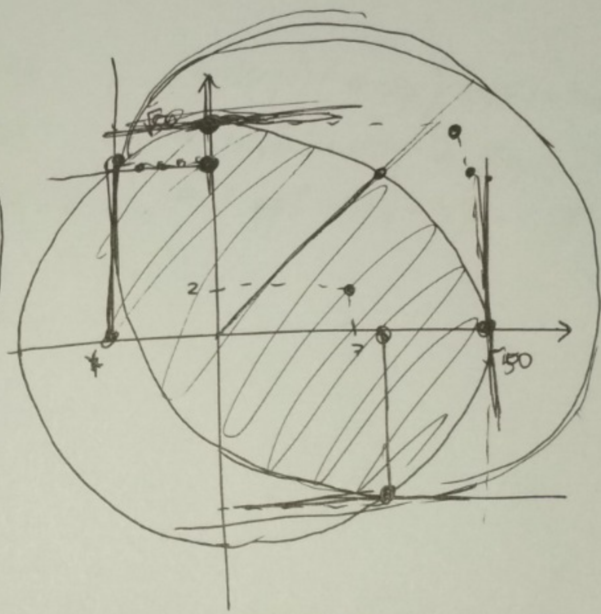
$14a+2b \ge a^2+b^2$

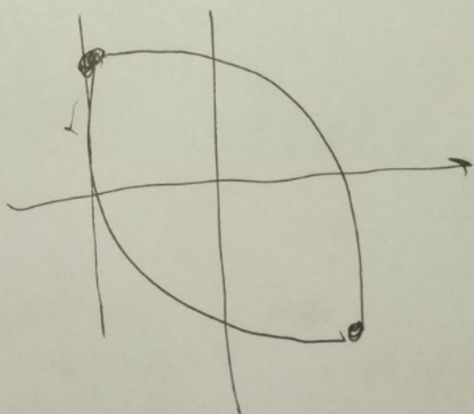
$a^2-14a+b^2-2b \le 0$

$a^2-14a+49+b^2-2b+1 \le 50$

$(a-7)^2+(b-2)^2 \le 50$







Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103347**

ID профиля: **378377**

Вариант 22

Чистовик. лист 1.

Задача №4.

$$\begin{cases} НОД(a,b,c) = 2\cdot 7 \\ НОК(a,b,c) = 2^{17}\cdot 7^{18} \end{cases}$$

числа a, b, c имеют вид $2^{\alpha}\cdot 7^{\gamma}$, где $\alpha, \gamma \in \mathbb{N}$ (#)

при чем $\alpha \le 17$ $\quad \gamma \le 18$

17 вариантов степени двойки и 18 вариантов степени семерки.

$17\cdot 18 = 306$ чисел существует вида (#)

1сл. $a = b = c = 2^{17}\cdot 7^{18}$ (- такая тройка одна)

2сл. двое из чисел равны $2^{17}\cdot 7^{18}$, а оставшееся нет

Таких троек: $C_3^2 \cdot 305 = \frac{3!}{2}\cdot 305 = 3\cdot 305$

выбираем одно из 305 вариантов для $3^{го}$ числа

выбираем 2 числа, которые будут равны $2^{17}\cdot 7^{18}$

3сл. только одно из чисел равно $2^{17}\cdot 7^{18}$

3.1. оставшиеся числа равны: таких троек $C_3^1 \cdot 305 = 6\cdot 305$

3.2. оставшиеся числа не равны: таких троек $2\cdot C_3^1 \cdot C_{305}^2 = 6\cdot \frac{305!}{303!\cdot 2}$

т.к. (a,b) и (b,a) - разные пары

выбираем число, которое будет равно $2^{17}\cdot 7^{18}$

выбираем 2 различных числа из 305 возможных

Итого: $1 + 3\cdot 305 + 6\cdot 305 + 2\cdot 6\cdot \frac{305\cdot 304}{2} =$

$= 1 + 305\cdot 9 + 3\cdot 305\cdot 304 = 305(9 + 3\cdot 304) + 1 =$

$= 305\cdot 3(3 + 304) + 1 = \boxed{19.196}$ Ответ.

$$\underbrace{1 + 3\cdot 305 + 6\cdot 305 + 6\cdot 305\cdot 304}_{\text{Ответ}}$$

Задача №5. Чистовик лист 2.

$$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right);\quad \log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2;\quad \log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$$

$$\text{ОДЗ}\begin{cases} \frac{x}{2}+1\neq 1; \quad x\neq 0 \\ \frac{x}{2}+1>0;\quad \frac{x}{2}>-1;\quad x>-2 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq 1;\quad \frac{7x}{2}\neq\frac{21}{4};\quad x\neq\frac{21\cdot 2}{4\cdot 7}\neq\frac{3}{2} \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0;\quad \frac{7x}{2}>\frac{17}{4};\quad x>\frac{17}{14} \\ \frac{3x}{2}-6\neq 1;\quad \frac{3x}{2}\neq 7;\quad x\neq\frac{14}{3} \\ \frac{3x}{2}-6>0;\quad \frac{3x}{2}>6;\quad 3x>12;\quad x>4 \end{cases} \quad x>4$$

~~Внутр ОДЗ:~~ Учитывая ОДЗ:

$$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\frac{1}{2}\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=x_1 \quad (1)$$

$$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2=2\cdot 2\cdot\log_{\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}\left(\frac{3x}{2}-6\right)=x_2 \quad (2)$$

$$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=2\log_{\left(\frac{3x}{2}-6\right)}\left(\frac{x}{2}+1\right)=x_3 \quad (3)$$

~~1сл. (1)=(2):~~ $\cancel{\frac{1}{2}\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)}}$

$$x_1\cdot x_2=2\cdot\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)}\left(\frac{3x}{2}-6\right)=2\cdot\frac{2}{x_3}=\frac{4}{x_3}$$

$$x_2\cdot x_3=8\log_{\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}\left(\frac{x}{2}+1\right)=8\cdot\frac{1}{2x_1}=\frac{4}{x_1}$$

$$x_3\cdot x_1=\log_{\left(\frac{3x}{2}-6\right)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\frac{4}{x_2}.$$

$$\begin{cases} x_1x_2=\frac{4}{x_3} \\ x_2x_3=\frac{4}{x_1} \\ x_3x_1=\frac{4}{x_2} \end{cases}$$

$$x_1^2\cdot x_2^2\cdot x_3^2=\frac{4^3}{x_1x_2x_3};\quad (x_1x_2x_3)^3=4^3;\quad x_1x_2x_3=4$$

б.о.о. пусть $x_1=x_2=x$, $x_3=x-1$: $x^2(x-1)=4$; $x^3-x^2-4=0$

$$(x-2)(x^2+x+2)=0 \quad \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\frac{-1\pm\sqrt{1-8}}{2}-\varnothing \quad (x^2+x+2>0\ \forall x) \end{array}\right.$$

Задача №5 (продолжение)

Чистовик. лист 3.

$x = 2$

т.е. какие два числа из x_1, x_2, x_3 равны 2, а какое-то оставшееся должно быть равно 1.

1сл. $x_1 = 1. \iff \left(\frac{x}{2}+1\right)^2 = \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)$

$$\frac{x^2}{4} + 1 + x = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} \quad \Big| \cdot 4$$

$$x^2 + 4 + 4x = 14x - 17$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-21}}{1} = 5 \pm 2 \qquad \left[\begin{array}{l} x = 3 \text{ — не подх. в силу ОДЗ.} \\ x = 7. \end{array}\right.$$

при $x = 7$: $x_2 = 4 \cdot \log_{\left(\frac{7\cdot 7}{2} - \frac{17}{4}\right)} \left(\frac{3\cdot 7}{2} - 6\right) = 4 \cdot \log_{\frac{81}{4}} \frac{9}{2} = 2$

$$x_3 = 2 \cdot \log_{\frac{9}{2}} \frac{9}{2} = 2$$

$\boxed{x = 7 \text{ — подх.}}$

2сл. $x_2 = 1 \iff \left(\frac{3x}{2} - 6\right)^2 = \sqrt{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}$

2сл. $x_2 = 1 \iff 1 = 4 \cdot \log_{\frac{7}{2} - \frac{17}{4}} \left(\frac{3}{2} - 6\right)$ — $\varnothing$

3сл. $x_3 = 1 \iff$ 2

2сл. $x_3 = 1 \iff \left(\frac{x}{2}+1\right) = \sqrt{\frac{3x}{2} - 6}$; $\quad \frac{x^2}{4} + 1 + x = \frac{3x}{2} - 6 \quad \Big| \cdot 4$

$$x^2 + 4 + 4x = 6x - 24$$

$$x^2 - 2x + 28 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 28}}{1} \qquad \varnothing$$

3сл. $x_2 = 1 \iff \left(\frac{3x}{2} - 6\right)^4 = \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)$;

$$\frac{81}{16}x^4 + 36^2 + 18^2x^2 + 9\cdot 18x^2 - 3\cdot 18^2 x^3 - 36^2 x = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}$$

Чистовик лист 4.

Задача №5 (продолжение)

Зсл. $X_2 = 1$ $\iff$ $\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2 = \sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}$

$X_3 = 2$

$X_1 = 2$

$\left(\frac{3x-12}{4}\right)^2 = \sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}$;

$(3x-12)^2 = \sqrt{\cancel{\;} 56x - 68}$

$56x - 68 = (3x-12)^4 = 3^4(x-3)^4$

$56x - 68 = 81\left(x^4 + 81 + 54x^2 - 12x^3 - 54x\right)$

$56x - 68 = 81x^4 + 81^2 + 54\cdot81x^2 - 12\cdot81\cdot x^3 - 54\cdot81x.$

$81x^4 - 12\cdot81x^3 + 54\cdot81x^2 \cancel{-54\cdot81x} - x(54\cdot81+56) + 68 = 0$

~~Ответ: 7.~~

$X_2 = 1 \iff \left(\frac{3x}{2}-6\right)^2 = \sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}$

$\frac{(3x-12)^2}{4} = \frac{9}{4}(x-4)^2 = \sqrt{\frac{14x-17}{4}} = \frac{\sqrt{14x-17}}{2}$

$\frac{9}{2}(x-4)^2 = \sqrt{14x-17}$

$\frac{81}{4}(x-4)^4 = 14x-17$

$\frac{81}{4}\left(x^4 + 16^2 + 64x^2 + 32x^2 - 32x^3 - 16^2x\right) = 14x - 17$

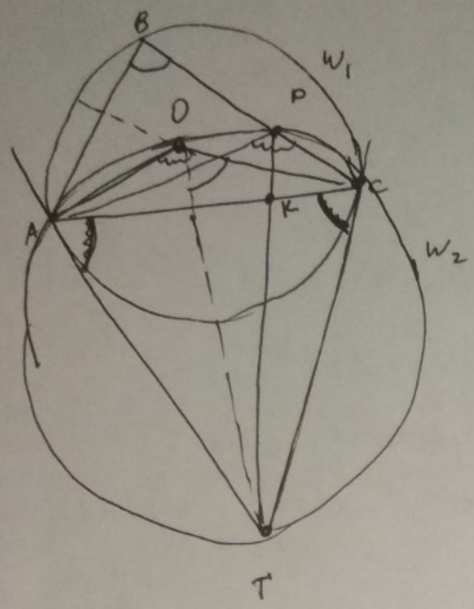
$\cancel{\left(\frac{81x^4}{4} + 4\cdot16 + 16x^2 + 8x^2 - 8x^3 - 4\cdot16x\right)\cdot81 = 14x-17}.$

$81x^4 - 81\cdot32x^3 + 81x^2(64-16^2) + 81\cdot16^2 - 14x + 17 = 0.$

Ответ: 7.

21103347 (U378377 M1296966)

Задача №6.



AT=TC (отрезки касательных)

w_1 – окр. описанная около $\triangle ABC$

w_2 – окр. описанная около $\triangle AOC$.

$\angle AOC = \angle APC = \frac{1}{2}\breve{AC}$ (вписанные углы)

$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC$ ($\angle ABC$ – вписанный, $\angle AOC$ – центральный, и они оба опираются на одну дугу)

$S_{APK} = 5$, $S_{CPK} = 7$

$\frac{AK}{CK} = \frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{5}{7}$ (~~треугольники, у к~~ т.к. высота из точки P $\triangle APK$ равна высоте из точки P $\triangle PKC$)

~~$AK \cdot KC = PK \cdot KT$~~

OT – бис-са угла AOC (т.к. T – точка пересечения касательных к одной окружности)

$\Downarrow$

$\angle COT = \frac{1}{2}\angle AOC = \angle ABC$.

$\angle KCT$ – угол между касательной и хордой (w_1); $\angle KCT = \angle ABC = \frac{1}{2}\breve{AC}$. ~~$\angle KCT = \frac{1}{2}\breve{AC} = \angle APC = \angle AOC$~~.

т.к. $\triangle CTA$ – р/б (TA=TC) : $\angle CAT = \angle ACT = \angle APC = \angle AOC$.

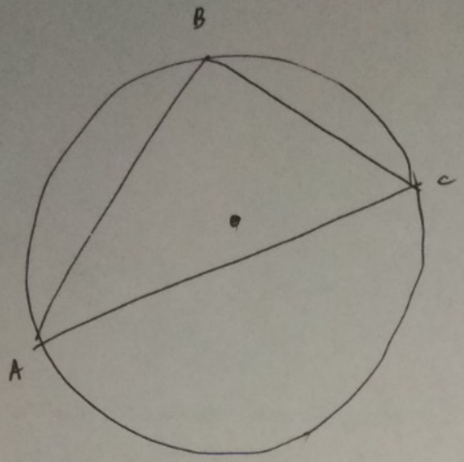
$\angle OAT = 90$, $\angle OCT = 90$ => четырехугольник AOCT вписанный => T лежит на w_2 => $\angle APT = \angle ACT (= \angle ABC)$

вписанные, опираются на дугу $\breve{AT}$.

$S_{APK} = \frac{1}{2} AP \cdot PK \cdot \sin\angle APK$

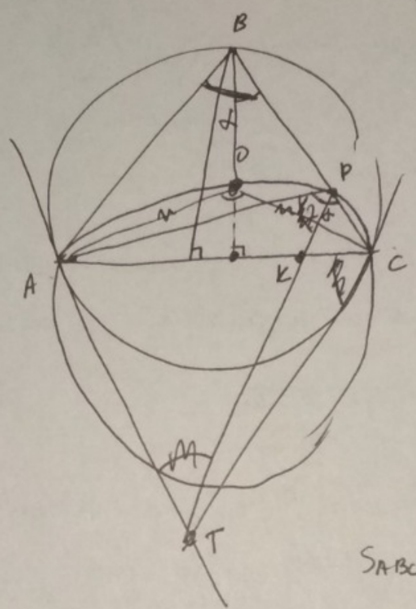
$S_{KPC} = \frac{1}{2} KP \cdot PC \cdot \sin\angle KPC$

~~$(\angle KPC = \angle APK) \Rightarrow \frac{S_{APK}}{S_{KPC}} = \frac{AP}{PC}$.~~



$S_{APK} = 7$

$S_{CPK} = 5$



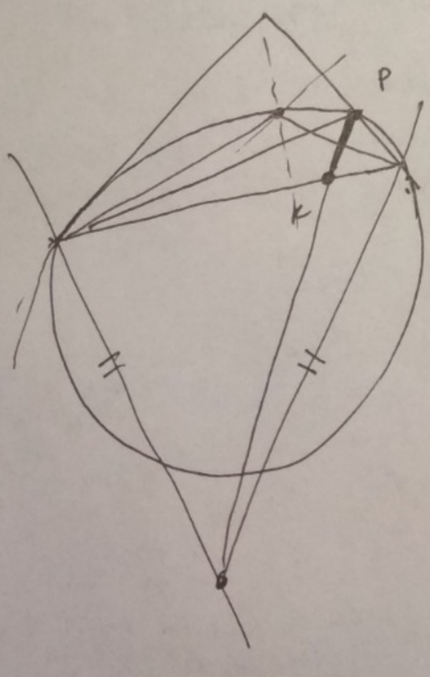
S_{ABC}

AC
arctg $\angle ABC$.

$68 = 2 \cdot 34 = 2 \cdot 17 \cdot 2 = 4 \cdot 17$

$h \cdot AC$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} h \cdot AC.$



$\frac{AK}{KC} \Rightarrow \frac{BK}{KT}$

$R^2 \cdot \sin\alpha = S_{AOC}.$

$\frac{AO \cdot OC}{AP \cdot PC}.$

$56 = 4 \cdot 16.$

$\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$

$\left(\frac{9}{4}x^2+36-18x\right)^2$

$2\frac{6\cdot 3}{2}$

$\frac{81}{16}x^4+36^2+18^2x^2+\frac{2\cdot 9}{4_2}x^2\cdot 36^{18}-$

$-2^2\cdot\frac{9}{4}x^2\cdot 18x-2\cdot 36\cdot 18x.$

$(9x^2+72x-144)^2$

$81x^4+72^2x^2+144^2$

$3^4= \quad 81$

$\underbrace{3\cdot 3}\cdot 3\cdot 3$

$(x^2+9-6x)^2=$

$x^4+81+36x^2+18x^2-12x^3-54x.$

$18\cdot 36x^2 - 36x^2$

$\frac{16}{2}$

$4\cdot 17=40+28$ $\quad 36+18=$

$40+28$ $\quad 36+18=54$

$4(14x-17)$

21103347 (U378377 M1296966)

$$\begin{cases} \text{НОД}(a,b,c)=14 \\ \text{НОК}(a;b;c)=2^{17}\cdot 7^{18} \end{cases}$$

$(x-4)^4 =$

$(x^2+16-8x)^2$

$x^2+16^2+64x^2+32x^2-\cancel{32}x^3-16^2x$

$ab=$ $28 = 2\cdot 2\cdot 7$

$6 = 3\cdot 2$

$2\cdot 3\cdot 22\cdot 2$

3

2

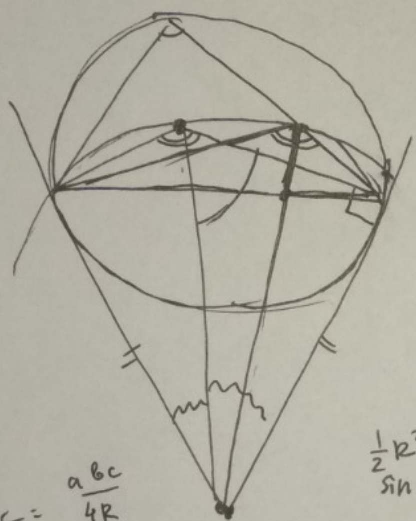
$5\cdot 2$

$5\cdot 2\cdot 3\cdot$

$3\cdot 4$

4

5^2



$$\frac{8\log^2_{\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}\left(\frac{3x}{2}-6\right)-1}{\log\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}$$

$\frac{1}{2}R^2\cdot\sin\alpha = S.$

$\sin\alpha\cdot m\cdot n\,\frac{1}{2} = S.$

$3\cdot 4\cdot 5^2\cdot 1$

$S_{ABC} = \frac{abc}{4R}$

5

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times\ 18 \\ \hline 136 \\ +\ 17 \\ \hline 306 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times\ 12 \\ \hline 162 \\ +\ 18 \\ \hline 342 \end{array}$$

		0	−4
1	−1	2	0
2 1	1		

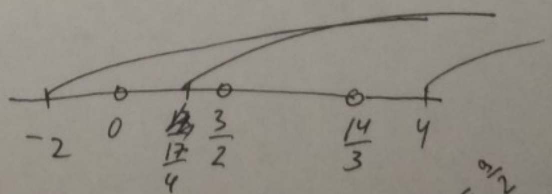
$4\log_{\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}\left(\frac{3x}{2}-6\right) < \frac{1}{2\log\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}$ 12·8

$x=$

$\ell = \frac{x_3}{2}$ $\frac{2}{x_3}$

$\frac{7}{2}-\frac{17}{4}=$ 14

1	−1	0	−4
2 1	1	2	0



$1+9\cdot 305+6\cdot 306$ 49 $\frac{98-17}{4}=\frac{81}{4}=$ $=2x_1$

$\frac{21}{2}-6=\frac{21-12}{2}=\frac{9}{2}$

$\frac{7+2}{2}=\frac{9}{2}$