Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103069**

ID профиля: **817072**

Вариант 22

Черновик 1

$a_1, a_2, \ldots, a_{15}$

$a_i \in Z$

$a_1 + a_2 + \ldots + a_{15} = S$

$\frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = S$

$\frac{a_1 + a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = S$

$(a_1 + 7d)\, 15 = S$

$15a_1 + 105d = S$

$$\begin{cases} a_7 \cdot a_{16} > S - 24 \\ a_{11}\, a_{12} < S + 4 \end{cases}$$

Найти a_1

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 15d) > S - 24 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) < S + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 d + 110d^2 < 15a_1 + 105d + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ -a_1^2 - 21a_1 d - 110d^2 > -15a_1 - 105d - 4 \end{cases}$$

$5 - 4 = 1$

$110 - 105 = 5$

$+$

$-20d^2 > -28$

$D = 36 - 4 = 32 = 16 \cdot 2 = 4\sqrt{2}$

$a = \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2} =$

$= -3 \pm 2\sqrt{2}$

$24 - 15 = 9$

$21 - 15$

$11 - 5 = 6$

$20d^2 < 28 \;/ :4$

$5d^2 < 7$

$d^2 < \frac{7}{5}$

$d \in \left(-\sqrt{\frac{7}{5}}; \sqrt{\frac{7}{5}}\right)$

$d \in (-\sqrt{1{,}4}; \sqrt{1{,}4})$

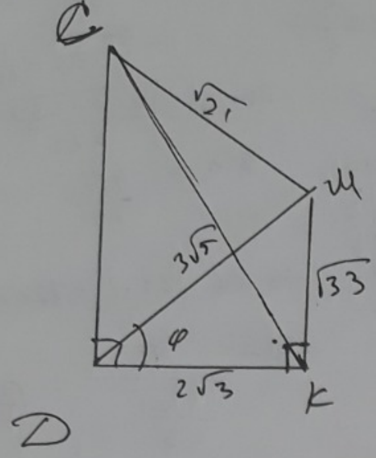
$a_i \in Z \Rightarrow a_2 = a_1 + d \Rightarrow d = a_2 - a_1 \in Z \Rightarrow d \in Z \Rightarrow$

$\Rightarrow d = \{-1; 0; 1\}$, прог - возраст $\Rightarrow d = \{0; 1\}$

21103069 (U817072 M1296489)

Черновик (4)

Черновик (6)



$DK = 2\sqrt{3}$

$CM = \sqrt{21}$

$DM = 3\sqrt{5}$

$MK = \sqrt{33}$

$\cancel{33 + 4\cdot 3 = 33 + 12 = 45}$

$$CM^2 = DM^2 + x^2 - 2\cdot DM\cdot x\cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$$

$$x^2 - 2\cdot 3\sqrt{5}\cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)x = 21 - 45 = -24$$

$$\cancel{x^2 - 2\,3\sqrt{5}}$$

$$x^2 - 6\sqrt{5}\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)x + 24 = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{=0}\cos\varphi + \sin\frac{\pi}{2}\sin\varphi = \sin\varphi \qquad \sin\varphi = \frac{\sqrt{33}}{3\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{33}{45}} = \sqrt{\frac{11}{15}}$$

$$x^2 - 6\sqrt{5}\cdot\sqrt{\frac{11}{15}}\,x + 24 = 0$$

$$x^2 - 6\sqrt{\frac{11}{3}}\,x + 24 = 0$$

$$x^2 - 2\sqrt{33}\,x + 24 = 0$$

$$D = 4\cdot 33 - 96 = 120 + 12 - 96 = 24 + 12 = 36$$

$$x = \frac{2\sqrt{33} \pm 6}{2} = \sqrt{33} \pm 3$$

$$CD = \sqrt{33} \pm 3$$

Черновик (3)

$$\begin{cases}(a_1-(18+\sqrt{105}))(a_1-(18-\sqrt{105}))>0\\(a_1-(18-\sqrt{113}))(a_1-(18+\sqrt{113}))<0\end{cases}\ \varnothing$$

$100<105<121$

$10<\sqrt{105}<11$

$28<18+\sqrt{105}<29$ $\quad -10>-\sqrt{105}>-4$

$8>18-\sqrt{105}>7$

$100<113<121$

$10<\sqrt{113}<11$

$28<18+\sqrt{113}<29$

$7<18-\sqrt{113}<8$

$\frac{1+15}{2}\cdot 15=8\cdot 15=120$

$132<120+4$ $\quad 112>120-24$

$132<124$ $\quad 112>96$ +

$11\cdot 12=(11+1)11=121+11=132$

$60+150=210$

$18-\sqrt{105}$, $18+\sqrt{105}$, 7, 8, 28, 29, a_1, $18-\sqrt{113}$, $18+\sqrt{113}$

$a_1\in\mathbb{Z}\Rightarrow\varnothing$

$15^2>15\cdot 15-24$

$\cancel{15^2<15^2+4}$

$90+24-105=$

$=24-15=5+4=9$

$14^2>15\cdot 14-24$

$196>186$ да

$196<210+4$ да

$5-4$

$210-24=200-14=186$

$90>81$

$9>0$

$3^\circ\ d=1$

$$\begin{cases}a_1^2+21a_1+90>15a_1+105-24\\a_1^2+21a_1+110<15a_1+105+4\end{cases}\quad\begin{cases}a_1^2+6a_1+9>0\\a_1^2+6a_1+1<0\end{cases}$$

$70+42=112$

$15\cdot 9=$

$=150-15=$

$=80+56=136$

$$\begin{cases}(a_1+3)^2>0\\(a_1+3)^2-8<0\end{cases}\quad\begin{cases}a_1\neq -3\\(a_1-(-3-2\sqrt2))(a_1-(-3+2\sqrt2))<0\end{cases}$$

$12\cdot 13=135$ $\quad 13\cdot 12=156$

$4<8<9$

$2<2\sqrt2<3$ $\quad -2>-2\sqrt2>-3$

$5<3+2\sqrt2<6$ $\quad 1>3-2\sqrt2>0$

$3-2\sqrt2$, $3+2\sqrt2$, -3, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

$$\boxed{a_1=\{1;2;3;4;5\}}\quad d=1$$

$d=1$

1° $a_1=1$ $\quad S=\frac{1+15}{2}\cdot 15=$

$=8\cdot 15=120$

$16\cdot 7>96$?

$112>96$ да

$11\cdot 12<124$

$132<124$ нет – $\varnothing$

2° $a=2$ $\quad S=\frac{2+16}{2}\cdot 15=$

$8\cdot 17$

$136>135-24=9\cdot 15=135$

$136<135+4$ нет

3° $a=3$ $\quad S=\frac{3+17}{2}\cdot 15=10\cdot 15=150$

$9\cdot 18$

$13\cdot 14$

$10\cdot 19$ $a=4$ $\quad 190>165-24$ да

$14\cdot 15$ $\quad S=165$ $\quad 210<165+4$ нет

$a=5$ $\quad S=180$

$11\cdot 20$

$15\cdot 16$

Ответ: $\{0;1;2;3;4;5;14;15\}$

($d=0$: 0, 1, 14, 15; $d=1$: 1, 2, 3, 4, 5)

21103069 (U817072 M1296489)

Черновик (2)

$d = \{-1; 0; 1\}$

1° $d=0$

$$\begin{cases} a_1^2 > 15a_1 - 24 \\ a_1^2 < 15a_1 + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1^2 - 15a_1 + 24 > 0 \\ a_1^2 - 15a_1 - 4 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} D = 225 - 96 = 129 & a_1 = \frac{15 \pm \sqrt{129}}{2} \\ D = 225 + 16 = 241 & a_1 = \frac{15 \pm \sqrt{241}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(a_1 - \frac{15+\sqrt{129}}{2}\right)\left(a_1 - \frac{15-\sqrt{129}}{2}\right) > 0 \\ \left(a_1 - \frac{15+\sqrt{241}}{2}\right)\left(a_1 - \frac{15-\sqrt{241}}{2}\right) < 0 \end{cases}$$

$15+12 = \frac{27}{2} = 13,5$

$16^2 = 256$
$15^2 = 225$

$144 > 129 > 121$
$12 > \sqrt{129} > 11$
$13,5 > \frac{15+\sqrt{129}}{2} > \frac{15+11}{2} = \frac{26}{2} = 13$

$-12 < -\sqrt{129} < -11$
$3 < 15 - \sqrt{129} < 4$
$1,5 < \frac{15-\sqrt{129}}{2} < 2$

$256 > 241 > 240,25$
$16 > \sqrt{241} > 15,5$
$31 > 15 + \sqrt{241} > 30,5$
$15,5 > \frac{15+\sqrt{241}}{2} > 15,25$

$-16 < -\sqrt{241} < -15,5$
$-1 < 15 - \sqrt{241} < -0,5$
$-0,5 < \frac{15-\sqrt{241}}{2} < -0,25$

$\frac{15-\sqrt{129}}{2}$ $\frac{15+\sqrt{129}}{2}$
0 1,5 2 13 13,5 14

$\frac{15-\sqrt{241}}{2}$ $\frac{15+\sqrt{241}}{2}$
$-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{4}$ 0 15 15,25 15,5

$$\boxed{a_1 = \{0; 1; 14; 15\} \text{ при } d = 0}$$

225 + 16 = 241; 15 · 15 = 225; 225 − 96 = 129; 15,5 · 15,5 = 240,25; 324 − 211 = 113; 324 − 219; 220 − 1; 80 + 24 + 1 = 105

$219 + 1 = 220 + 80 = 320 + 24 = 324$

$105 + 24 = 129$; $129 + 90 = 219$; 215; 211

2° $d = -1$

$a_1^2 - 21a_1 + 90 > 15a_1 - 105 - 24$

$$\begin{cases} a_1^2 - 36a_1 + 219 > 0 \\ a_1^2 - 36a_1 + 211 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1^2 - 36a_1 + 324 - 105 > 0 \\ a_1^2 - 36a_1 + 324 - 113 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 - 21a_1 + 110 < 15a_1 - 105 + 4 \\ a_1^2 - 36a_1 + 211 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1 - 18 - \sqrt{105})(a_1 - 18 + \sqrt{105}) > 0 \\ (a_1 - 18 - \sqrt{113})(a_1 - 18 + \sqrt{113}) < 0 \end{cases}$$

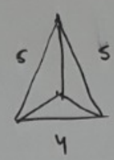
Черновик 5

$AB = 4 \quad AC = BC = 5$

$AD = BD = 7$

$625 - 289 = 336$

$336 + 289 = 625$



$4^2 = 5^2 + 5^2 - 2\cdot 5^2 \cdot \cos\varphi$

$\cos\varphi = \frac{50-16}{50} = \frac{34}{50} = \frac{17}{25}$

$\sin\varphi = \sqrt{\frac{625-289}{625}}$

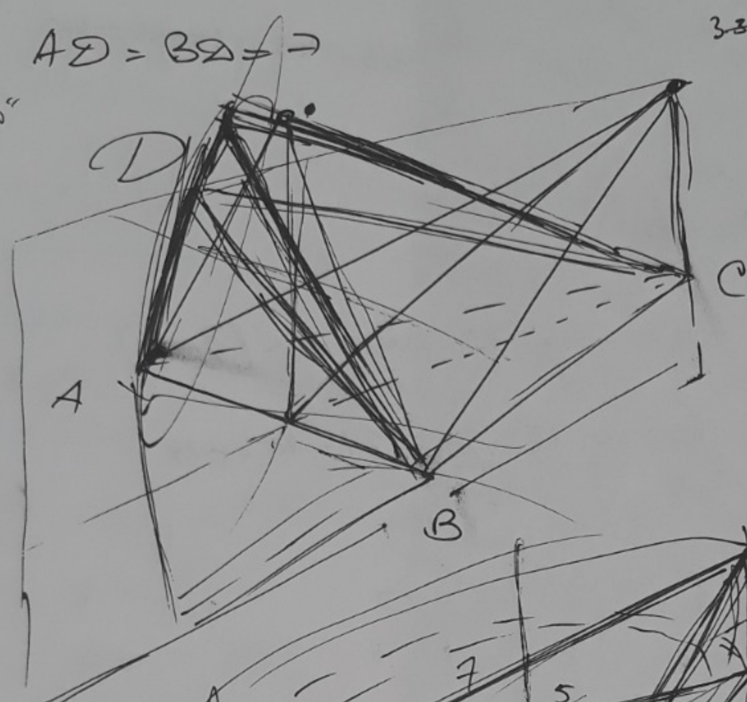
$\sin\varphi = \frac{4\sqrt{21}}{25}$

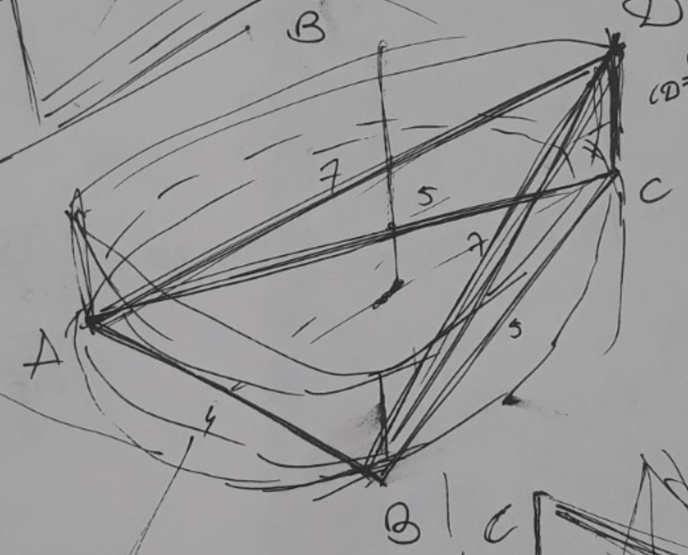
$336 \mid 3$; $112 \mid 2$; $56 \mid 2$; $28 \mid 4$; $7 \mid 7$; 1

$21\cdot 16 = 320 + 16 = 336$

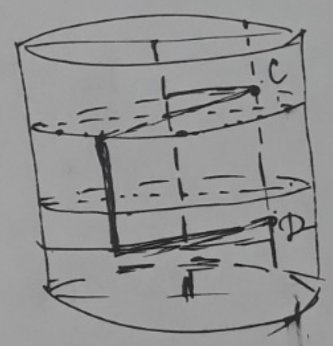
$\frac{4}{\frac{4\sqrt{21}}{25}} = 2R$

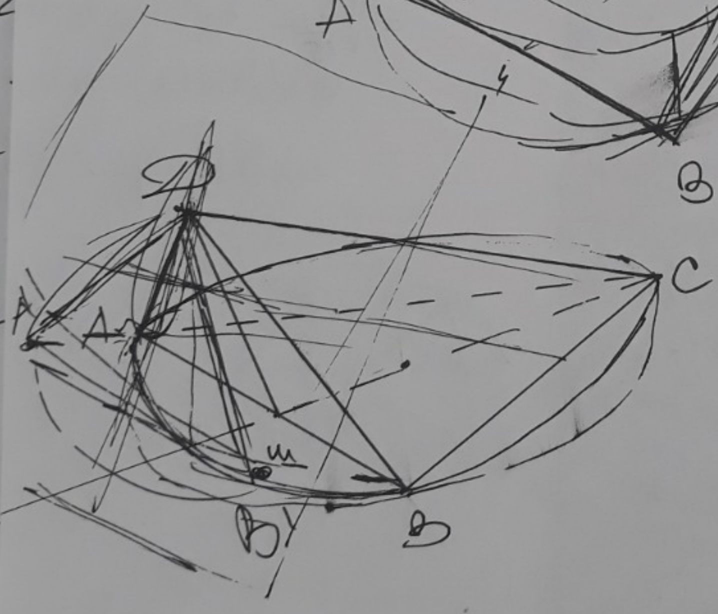
$R = \quad 2R = \frac{25}{\sqrt{21}} \quad \Big| \quad R = \frac{25}{2\sqrt{21}}$

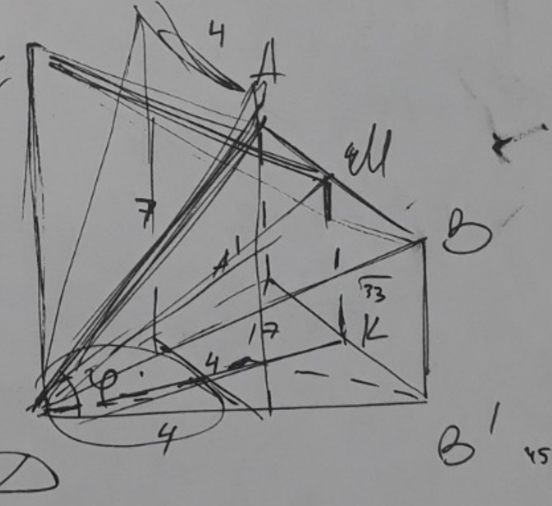




$CD = \sqrt{7^2 - 5^2} = \sqrt{49-25} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$







$45 = 9\cdot 5$

Каим раз $\Rightarrow \triangle DA'B'$ – р/ст $\Rightarrow A'B' = 4 = AB \Rightarrow DB' = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow BB' = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{49-16} = \sqrt{33} =$

$DM = \sqrt{7^2 - 2^2} = \sqrt{49-4} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$33 + 16 = 49$

$DK = 4\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

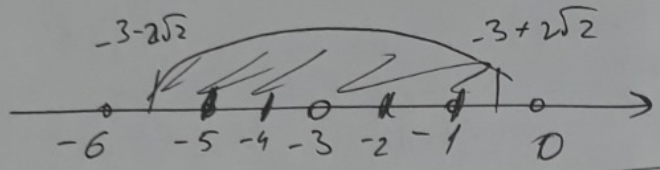
$CM = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{25-4} = \sqrt{21}$

21103069 (U817072 M1296489)

$$(a_1-(-3-2\sqrt{2}))(a_1-(-3+2\sqrt{2}))<0$$ Черновик (4)

$2<2\sqrt{2}<3$ $\quad -2>-2\sqrt{2}>-3$ $\quad 42\cdot 4=168$

$-1<-3+2\sqrt{2}<0$ $\quad -5>-3-2\sqrt{2}>-6$



Ответ: $\boxed{a\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1;14;15\}}$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le \min(14a+2b;50)\end{cases}$$

$14a+2b>50$

$7a+b>25$

$b>25-7a$

1° ~~$50>14a$~~ $14a+2b>50$ $\quad b>25-7a$

$\frac{9}{\sin}=2R$

$R=\frac{2}{\sin\varphi}$

$\sin\varphi \Rightarrow \varphi=\frac{\pi}{2}$

$$\begin{cases}x^2-2ax+a^2+y^2-2yb+b^2\le 50\\ a^2+b^2\le 50\end{cases}$$

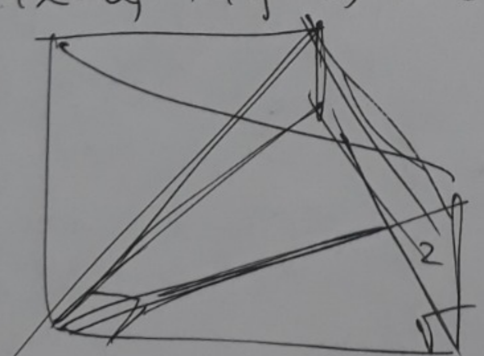
$$\begin{cases}(x^2-2ax+y^2-2yb)+a^2+b^2\le 50\\ a^2+b^2\le 50\end{cases}$$

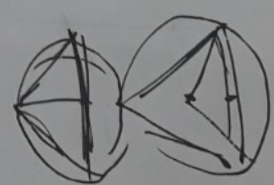
$\Rightarrow$ $x^2-2ax+y^2-2yb\le 0$

$x^2+y^2-2(ax+by)\le 0$

$x(1-2a)+y(1-2b)<0$

~~$(x-a)^2+(y-b)^2\le 50$~~





Чистовик (3)

$\triangle A'B'D$ пр/уг и $\angle B'DA' = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow B'D = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

$\triangle BB'D$ - пр/уг $\Rightarrow BB' = \sqrt{BD^2 - B'D^2} = \sqrt{7^2 - 8} = \sqrt{41} \Rightarrow$

$\Rightarrow MK = \sqrt{41}$

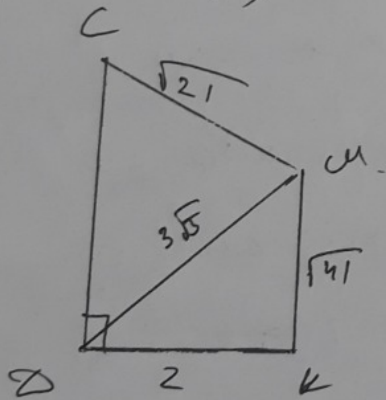
$DK = \frac{1}{2}A'B' = 2$

$CM = \sqrt{BC^2 - BM^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$

$DM^2 = \sqrt{BD^2 - BM^2} = \sqrt{7^2 - 2^2} = 3\sqrt{5}$

$\left.\begin{array}{l} CD \perp (A'B'D) \\ MK \perp (A'B'D) \end{array}\right\} \Rightarrow CD \parallel MK$

$\measuredangle\,(CMK)$



по т. косинусов

$CM^2 = DM^2 + CD^2 - 2\cdot CD\cdot DM\cdot\cos\angle(MDC)$

$CD^2 - 2\cdot DM\cdot\cos(90^\circ - \angle KDM)\cdot CD + DM^2 - CM^2 = 0$

$CD^2 - 2\cdot DM\cdot\frac{MK}{DM}\cdot CD + DM^2 - CM^2 = 0$

$CD^2 - 2\sqrt{41}\cdot CD + 24 = 0$

$D = 168 - 96 = 72$

$CD = \cancel{\sqrt{41} \pm 3\ldots} \; \frac{2\sqrt{41} \pm 6\sqrt{2}}{2} = \sqrt{41} \pm 4\sqrt{2}$

21103069 (U817072 M1296489)

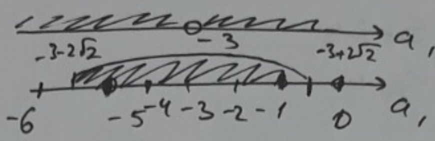
Чистовик ②

$4 < 8 < 9$

$2 < 2\sqrt{2} < 3 \qquad -2 > -2\sqrt{2} > -3$

$-1 < -3+2\sqrt{2} < 0 \qquad -5 > -3-2\sqrt{2} > -6$

$$\begin{cases} a_1 \neq -3 \\ (a_1 - (-3+2\sqrt{2}))(a_1 - (-3-2\sqrt{2})) < 0 \end{cases}$$

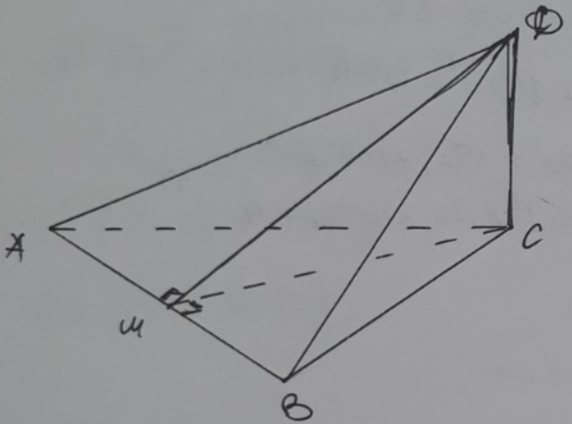


$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$, то $a_1 = \{-5; -4; -2; -1\}$

Ответ: $a_1 = \{-5; -4; -2; -1\}$

№2



Дано:

ABCD – тетраэдр

$AB = 4$

$AC = BC = 5$

$AD = BD = 7$

ABCD вписан в цил

A, B, C и D ∈ бок. пов

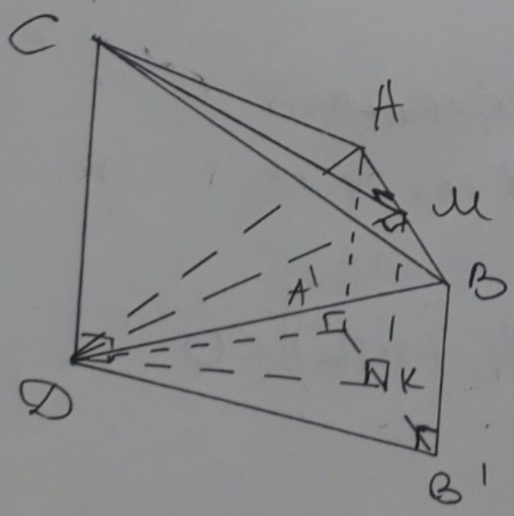
CD // оси ц-ра ; $R_{цил}$ – наим

Найти CD

Решение

CD // оси цил-ра ⇒ проведем пл. $\alpha \perp (CD)$

∃ A' и B' проекции A и B на пл. α ⇒ $A'B' = AB = 4$



Тогда $(A'B'D) \perp CD \Rightarrow (A'B'D) \perp$ оси ⇒

~~⇒ (A'B'D) – се~~

⇒ $(A'B'D)$ плоскость // осн-ю ⇒

⇒ Окр опис около $\triangle A'B'D$ равна окр-ти осн-я ⇒ $R_{A'B'D} = R_{цил}$

А т.к. $R_{цил}$ – наим ⇒ $R_{A'B'D}$ – наим ⇒

⇒ ~~△A'B'D – р/стор. ⇒ B'D = A'B'~~ = 4

21103069 (U817072 M1296489)

Чистовик ①

11 класс Вариант – 22 ч-1

№ 1

$a_1+a_2+\ldots+a_{15}=S$ $\quad$ a_q – арифм возр прогр, где $a_i \in Z$

$$\begin{cases} a_7\cdot a_{16} > S-24 \\ a_{11}\cdot a_{12} < S+4 \end{cases}$$

Найти a_1

Решение:

1) $a_1+\ldots+a_{15}=S$

$\frac{a_1+a_{15}}{2}\cdot 15=S$

$\frac{a_1+a_1+14d}{2}\cdot 15=S$

$(a_1+7d)15=S$

$S=15a_1+105d$

2) $\begin{cases} a_7\cdot a_{16} > S-24 \\ a_{11}\cdot a_{12} < S+4 \end{cases}$ $\begin{cases} (a_1+6d)(a_1+15d) > S-24 \\ (a_1+10d)(a_1+11d) < S+4 \end{cases}$

$$\begin{cases} a_1^2+21da_1+90d^2 > S-24 \\ a_1^2+21a_1d+110d^2 < S+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+21da_1+90d^2 > 15a_1+105d-24 \\ a_1^2+21a_1d+110d^2 < 15a_1+105d+4 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 20d^2 < 28$

$d^2 < \frac{7}{5}$

$d \in \left(-\sqrt{\frac{7}{5}};\sqrt{\frac{7}{5}}\right)$, но т.к. $a_i \in Z \Rightarrow d \equiv a_2-a_1 \in Z \Rightarrow$

$\Rightarrow d = \{-1;0;1\}$, а т.к. прогрессия возраст. $\Rightarrow$

$\Rightarrow d=1$

$\begin{cases} a_1^2+21a_1+90 > 15a_1+105-24 \\ a_1^2+21a_1+110 < 15a_1+105+4 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1^2+6a_1+9>0 \\ a_1^2+6a+1<0 \end{cases}$

$\begin{cases} (a_1+3)^2 > 0 \\ (a_1+3)^2-8<0 \end{cases}$ $\begin{cases} a \neq -3 \\ (a_1-(-3-2\sqrt{2}))(a_1-(-3+2\sqrt{2}))<0 \end{cases}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103069**

ID профиля: **817072**

Вариант 22

Черновик 5

$t=2$

1°

$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=t-1=1$

$\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=2$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\left(\frac{x}{2}+1\right)^2$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\frac{x^2}{4}+x+1$

$14x-17=x^2+4x+4$

$x^2-10x+21=0$

$(x-5)^2-4=0$

$(x-5-2)(x-5+2)=0$

$x=7;3$ 2) по одз $x=7$

$1\cdot 4$

$81 \cdot 16 = 486 + 81 = 1296$

1; 1 2 1; 1 3 3 1; 1 4 6 4 1

$1{,}5\cdot 2\cdot 6=3\cdot 6=18$

$36\cdot 36 = 216 + 108 = 1296$

2° $4\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)=t-1=1$

$\log_{\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^4=1$

$\left(\frac{3x}{2}-6\right)^4=\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$

$\left(\frac{9x^2}{4}-18x+36\right)^2=\frac{14x-17}{4}$

$\frac{81x^4}{16}+324x^2+1296-81x^3-36^2x+2\cdot 81x^2=\frac{14x-17}{4}$

$\frac{81}{16}x^4+324x^2+1296-81x^3-1296x+162x^2=$

$=\frac{81}{16}x^4+486$

$\frac{81}{16}x^4-81x^3+486x^2-1296x+1296$

$81x^4-1296x^3+7776x^2$

3° $2\log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{x}{2}+1\right)=t-1=1$

$\left(\frac{x}{2}+1\right)=\sqrt{\frac{3x}{2}-6}$

$\frac{x^2}{4}+x+1=\frac{3x}{2}-6$ $\quad 1\cdot 4$

$x^2+4x+4=6x-24$

$x^2-2x+28=0$

$(x-1)^2+27=0$

$\varnothing$

2° $\begin{cases}\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=2\\ \log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=2\end{cases}$

$\frac{x}{2}+1=\left(\sqrt{\frac{3x}{2}-6}\right)^2$

$0{,}5x+1=1{,}5x-6$

$x=7$

проверим для второго

$\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\left(\frac{x}{2}+1\right)^4$

$\left(\frac{49}{2}-\frac{17}{4}\right)=(3{,}5+1)^4$

21103069 (U817072 M1296490)

Черновик (4)

$$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^4-1$$

	1	0	-1	-4

$$\frac{\frac{\ln\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}{\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}}{\frac{\ln\left(\frac{3x}{2}-6\right)^4}{\ln\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}}=1$$

$$\frac{\ln^2\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}{\ln\left(\frac{3x}{2}-6\right)^4\cdot\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}=1$$

$$\log_{\left(\frac{3x}{2}-6\right)^4}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)\cdot\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=1$$

$$\log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2$$

$$\cancel{\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^4-1}$$

	1	-1	0	-4
2	1	1	2	0

$$\frac{1}{2}\frac{\ln\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}{\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)}\cdot 4\cdot\frac{\ln\left(\frac{3x}{2}-6\right)}{\ln\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}\cdot 2\,\frac{\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)}{\ln\left(\frac{3x}{2}-6\right)}=4$$

$t\cdot t\cdot(t-1)=4$

$t^2(t-1)=4$

$\cancel{t^3-t+4=0}$

$t^3-t^2-4=0$

$t^3-t^2-4=0$

$(t-2)(t^2+t+2)=0$

$(t-2)\left(t^2+t+\frac{1}{4}+\frac{7}{4}\right)=0$

$(t-2)\left(\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}\right)=0$

$t=2$

	1	0	-1	-4
2	1	2	3	2
-2	1	-2	3	-10
1	1	1	0	
-1	1	-1	0	
x	1	x		
~~4~~	1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{15}{16}$	
4	1	4		

2,5	1	2,5	6,25
1,5	1	1,5	1,25

53
486
× 16
2916
486
7776

1296
16

Черновик 3

1 $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$ 2 $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$

$2\cdot 2$

$$\begin{array}{r} +324 \\ 162 \\ \hline 486 \end{array}$$

3 $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

1 2 3

$\frac{1}{2}\log_{|\frac{x}{2}+1|}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$; $4\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left|\frac{3x}{2}-6\right|$; $2\log_{\frac{3x}{2}-6}\frac{x}{2}+1$

ОДЗ $\begin{cases} \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq 1 \\ |\frac{x}{2}+1|\neq 1 \\ \frac{x}{2}+1>0 \\ \frac{3x}{2}-6>0 \\ \frac{3x}{2}-6\neq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 7x>\frac{17}{2} \\ 7x\neq\frac{21}{2} \\ x\neq 0; -4 \\ x>-2 \\ x>4 \\ x\neq\frac{14}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} x>\frac{17}{14} \\ x\neq 1,5 \\ x\neq 0 \\ x>-2 \\ x>4 \\ x\neq\frac{14}{3}\approx 4\frac{2}{3} \end{cases}$ 2) $x\in\left(4;\frac{14}{3}\right)\cup\left(\frac{14}{3};+\infty\right)$

$\frac{7}{3}\cdot 2=\frac{14}{3}$

$x\in\left(4,\frac{14}{3}\right)\cup\left(\frac{14}{3};+\infty\right)$

2) $\frac{x}{2}+1>0$ и $\frac{3x}{2}-6>0$

1^0 $\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right) \doteq 4\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)$

$$\frac{\dfrac{\ln\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}{\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)}}{\dfrac{\ln\left(\frac{3x}{2}-6\right)}{\ln\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}}=8 \qquad \frac{\ln^2\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}{\ln\left(\frac{3x}{2}-6\right)\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)}=8$$

$$\log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)\cdot\log_{(\frac{x}{2}+1)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=8$$

$$2\log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{x}{2}+1\right)=4\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)-1$$

$\frac{17}{2}+2=\frac{17+4}{2}=\frac{21}{2}$

21103069 (U817072 M1296490)

Черновик ②

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 14 = 2\cdot 7 \\ НОК(a;b;c) = 2^{17}\cdot 7^{18} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ a, b и c имеют вид $2^k\cdot 7^m$

$\exists$ $a = 2^k\cdot 7^m$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} k \text{ или } l \text{ или } p = 1 \\ m \text{ или } n \text{ или } q = 1 \\ k \text{ или } l \text{ или } p = 17 \\ m \text{ или } n \text{ или } q = 18 \end{cases}$

$b = 2^l\cdot 7^n$

$c = 2^p\cdot 7^q$

$2^1\cdot 7^7;\ 2^4\cdot 7^{18};\ 2^{18}\cdot 7^{14}$

~~НОД = 2·7~~

~~НОК = $7^{13}\cdot 2^{18}$~~

k, l и p $\in \mathbb{N}$ и $\in\{1;\dots;17\}$

m, n и q $\in \mathbb{N}$ и $\in\{1,\dots;18\}$

36 | 2

k ; l ; p

одно из них 1 – 1 вар

одно из них 17 – 1 вар

последнее от 1 до 17 – 17 вар

$\underbrace{3}_{\text{число способов выбрать 1}}\cdot\underbrace{2}_{\text{число способов выбрать из ост 17}}\cdot\underbrace{17}_{\text{варианты последнего числа}}$

48=3·16

~~32~~

$(48;15) = (3\cdot 2^4; 5\cdot 3)$

НОД = 3

НОК = $3\cdot 2^4\cdot 5$ $\Rightarrow$ НОК · НОД = 48·15

$(48;15;63) = (3\cdot 2^4; 3\cdot 5; 3\cdot 2\cdot 7)$

$3^4\cdot 5\cdot 2^4\cdot 7$

НОД = 3

НОК $= 3\cdot 2^4\cdot 5\cdot 3\cdot 7 =$

$= 3^2\cdot 2^4\cdot 5\cdot 7$

$(36;75;24) =$

$= (2^2\cdot 3^2; 5^2\cdot 3; 2^3\cdot 3)$ | $2^5\cdot 3^4\cdot 5^2$

НОД = 3

НОК $= \cancel{2^2\cdot 5^2} = 5^2\cdot 3^2\cdot 2^3$

a · b · c = НОК · НОД²

$\frac{(40-4)}{2} = 20-2 = 18$

$C^n_{m+1} = C^n_m \cdot C^{n-1}_m$

~~$C^1_3\cdot C^1_2\cdot 18$~~

m ; n ; q

1 – 1 вар

18 – 1 вар

послед 1→18 – 18 вар

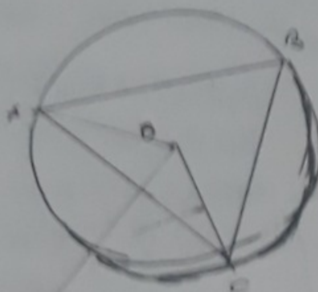
$3\cdot 2\cdot 17\cdot 3\cdot 2\cdot 18 = 36\cdot 18\cdot 17 = 18\cdot 2\cdot 18\cdot 17 = 324\cdot 34 =$

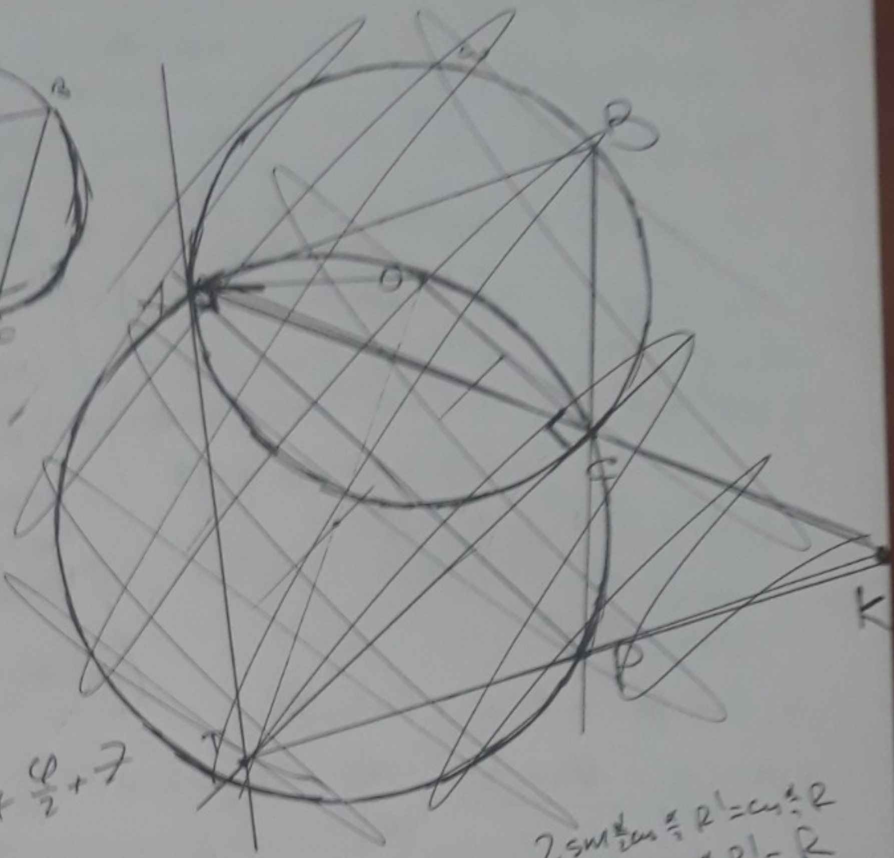
$$\begin{array}{r} 324 \\ \times\ 34 \\ \hline 1296 \\ 972\ \ \\ \hline 11016 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9720 \\ +\ 1296 \\ \hline 11016 \end{array}$$

= 11016 наверно

$A^2_3\cdot 17 \cdot A^2_3\cdot 18$

Черновик (1)





~~$S_{APK} = 7$~~

~~$S_{CPK} = 5$~~

~~$\Rightarrow S_{ACP} = 2$~~

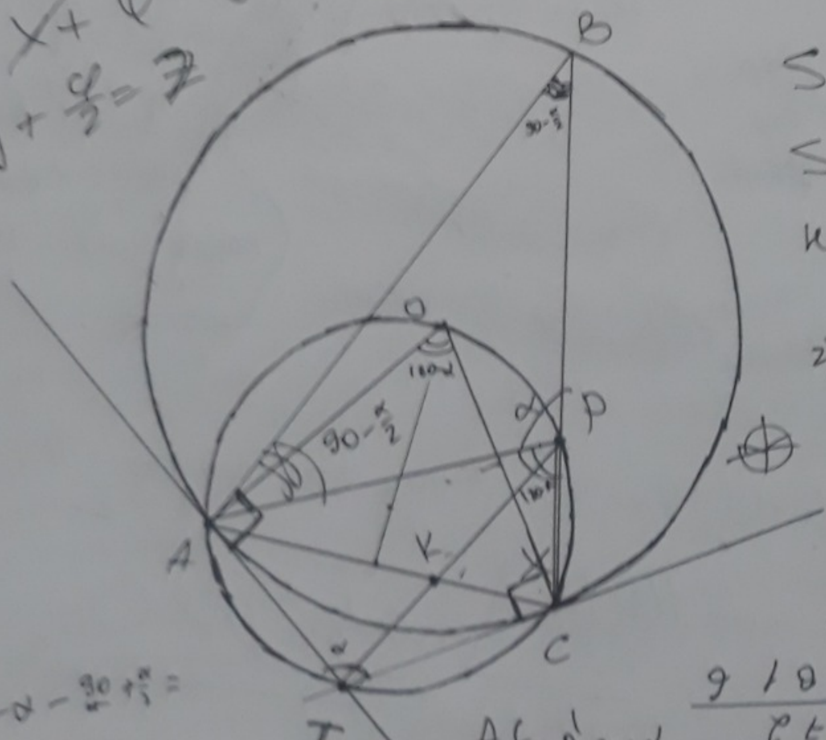
~~Найти S_{ABC}~~

$\cancel{X} + \varphi + y = \cancel{X} + \frac{\varphi}{2} + 7$

$y + \frac{\varphi}{2} = 7$

$2 \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\alpha}{2} R' = \cos\frac{\alpha}{2} R$

$2 \sin\frac{\alpha}{2} R' = R$



$S_{APK} = 7$

$S_{CPK} = 5$

Найти S_{ABC}

$\Rightarrow S_{APC} = 12$

$\frac{AC}{\sin(180-\alpha)} = 2R'$

$\frac{AC}{\sin(90-\frac{\alpha}{2})} = 2R$

$180 - \alpha - 90 + \frac{\alpha}{2} =$

$= 90 - \frac{\alpha}{2}$

$\frac{AC}{2} = R' \sin\alpha$

$\frac{AC}{2} = \cos\frac{\alpha}{2} R$

Чистовик ③

1° $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})=t-1=1$

$\log_{(\frac{x}{2}+1)}(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})=2$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=(\frac{x}{2}+1)^2$

$\frac{14x-17}{4}=\frac{x^2}{4}+x+1$

$14x-17=x^2+4x+4$

$x^2-10x+21=0$

$(x-5)^2-4=0$

$(x-7)(x-3)=0$

$x=3;7 \Rightarrow$ по ОДЗ $x=7$

2° $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}(\frac{x}{2}+1)=t-1=1$

$\log_{\frac{3x}{2}-6}(\frac{x}{2}+1)=\frac{1}{2}$

$\frac{x}{2}+1=\sqrt{\frac{3x}{2}-6}$

$\frac{x^2}{4}+x+1=\frac{3x}{2}-6$

$x^2+4x+4=6x-24$

$x^2-2x+28=0$

$(x-1)^2+27=0$

$\varnothing$

3° $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}(\frac{3x}{2}-6)^2=1$

если это число равно $=1$, тогда

$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})=\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}(\frac{x}{2}+1)=2$

$$\begin{cases}\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})=2\\ 2\log_{\frac{3x}{2}-6}(\frac{x}{2}+1)=2\end{cases}$$

$$\begin{cases}\log_{\frac{3x}{2}-6}(\frac{x}{2}+1)=1\\ \log_{(\frac{x}{2}+1)}(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})=4\end{cases}$$

Х 1 уров

$\log_{(\frac{3x}{2}-6)}(\frac{x}{2}+1)=1$

$\frac{x}{2}+1=\frac{3x}{2}-6$

$x=7$

Проверим этот корень для второго ур-я

~~$(\frac{x}{2}+1)^4=(\frac{3x}{2}-6)$~~

~~$(3,5+1)^4=(\frac{3\cdot 7}{2}-6)$~~

$(\frac{x}{2}+1)^4=(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})$

$(\frac{7}{2}+1)^4=(\frac{49}{2}-\frac{17}{4})$

$\frac{98-17}{4}=(\frac{9}{2})^4$

$\frac{81}{4}=(\frac{81}{4})^2$

$(\frac{9}{2})^2=(\frac{9}{2})^4$

$\varnothing \Rightarrow$ система не имеет реш $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ в 3° $\varnothing$

Ответ: 7

21103069 (U817072 M1296490)

Чистовик 2

№5

Дано: $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$; $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$; $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

При каких x два из этих чисел равны, а третье меньше их на 1

Решение

$$\text{ОДЗ:}\begin{cases}\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0\\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq 1\\ \frac{x}{2}+1>0\\ \frac{x}{2}+1\neq\pm1\\ \frac{3x}{2}-6>0\\ \frac{3x}{2}-6\neq 1\end{cases}\qquad \begin{cases}14x>17\\ 7x\neq\frac{21}{2}\\ x>-2\\ x\neq 0;-4\\ x>4\\ x\neq\frac{14}{3}\end{cases}\qquad x\in\left(4;\frac{14}{3}\right)\cup\left(\frac{14}{3};+\infty\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|\frac{x}{2}+1\right|=\frac{x}{2}+1$$
$$\left|\frac{3x}{2}-6\right|=\frac{3x}{2}-6$$

Два числа равные, а третье меньше на 1

$\exists$ равные числа $=t$, а третье $=t-1$

$$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)\cdot\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2\cdot\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)\cdot4\cdot\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)\cdot2\log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{x}{2}+1\right)=$$

$$=4\,\frac{\ln\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}{\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)}\cdot\frac{\ln\left(\frac{3x}{2}-6\right)}{\ln\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}\cdot\frac{\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)}{\ln\left(\frac{3x}{2}-6\right)}=4$$

$$t\cdot t\cdot(t-1)=4$$
$$t^2(t-1)=4$$
$$t^3-t^2-4=0$$
$$(t-2)(t^2+t+2)=0$$
$$(t-2)\left(\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}\right)=0$$
$$t=2$$

Получим, что равные числа $=2$, а остав. число $=t-1=1$

21103069 (U817072 M1296490)

Чистовик ① 11 кл в-22 ч-2

№ 4

$(a;b;c)$

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 14 = 2^1 \cdot 7^1 \\ НОК(a;b;c) = 2^{17} \cdot 7^{18} \end{cases}$$

Т.к. $НОК(a;b;c) = 2^{17} \cdot 7^{18}$ => числа a, b и c имеют вид $2^x \cdot 7^y$

$\exists$ $a = 2^k \cdot 7^m$
$b = 2^l \cdot 7^n$
$c = 2^p \cdot 7^q$, $НОД = 2^1 \cdot 7^1$
$НОК = 2^{17} \cdot 7^{18}$ => $\begin{cases} \min(k;l;p) = 1 \\ \min(m;n;q) = 1 \\ \max(k;l;p) = 17 \\ \max(m;n;q) = 18 \end{cases}$

$\measuredangle$ k, l и p

одно из них $= 1$, одно $= 17$ и остав $=$ любому N числу от 1 до 17 =>

=> число троек k, l и $p = \underbrace{A_3^2}_{\text{число 1 и 17}} \cdot \underbrace{17}_{\text{варианты ост. числа}} = 3! \cdot 17 = 6 \cdot 17$

$\measuredangle$ m, n и q

одно из них $= 1$, одно $= 18$ и остав. число $=$ любому N от 1 до 18

=> число троек m, n и q $= A_3^2 \cdot 18 = 6 \cdot 18$

А т.к. $(k;l;p)$ и $(m;n;q)$ не зависят друг от друга, ~~т.е.~~ =>

=> $\#(a;b;c) = 6 \cdot 17 \cdot 6 \cdot 18 = 36 \cdot 17 \cdot 18 = 18 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 18 = 324 \cdot 34 =$

$= 11016$

Ответ: 11016

№ 5

21103069 (U817072 M1296490)

Черновик 6

$$\frac{98-17}{4} = (3,5)^4$$

$$\frac{81}{4} = \left(\frac{7}{2}\right)^4$$

$$\left(\frac{9}{2}\right)^2 = \left(\frac{49}{4}\right)^2$$

$$\frac{9}{2} = \frac{49}{4}$$

$\frac{18}{4} = \frac{49}{4}$ — неверно $\Rightarrow$ $x=7$ не явл корнем для второго ур-я $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ система не имеет корней $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ в 3° $\varnothing$

Ответ: $x=7$

---

k, l, p $\qquad$ $1, 2, \ldots, 16, 17$

~~$k = 18$~~ 17 $\qquad$ 1° Если $k \in \{2; 16\}$, то l чр 1 или 17

~~18~~ $\qquad$ $15 \cdot 2$

2° Если $k = 1$ $\qquad$ $16 \cdot 17 + 17$

l – 17 вариантов

2.1° если $l = 1..16 \Rightarrow p = 17$

2.2° если $l = 17 \Rightarrow p$ – 17 вар

2.3°

$$\begin{array}{r} 17 \\ 15 \\ \hline 85 \\ 17 \\ \hline 665 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ 15 \\ \hline 85 \\ 17 \\ \hline 255 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 289 \\ 285 \\ \hline 574 \end{array}$$

$$30 + 17 \cdot 15 + 17 \cdot 17 =$$

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 3! = 6 = \cancel{\frac{30 + 665 + 289}{2}} = 289 + 285 =$$

$$= 574$$

21103069 (U817072 M1296490)