Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102940**

ID профиля: **384227**

Вариант 22

Чистовик

1. Пусть d $(d<0)$ - шаг прогрессии, тогда

$a_k = a_1 + (k-1)\cdot d$

$S = \frac{2a_1 + 14d}{2}\cdot 15 = 15a_1 + 105d$, тогда по условию:

$$\begin{cases} a_7 \cdot a_{16} > S - 24 \\ a_{11}\cdot a_{12} < S + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1+6d)(a_1+15d) > S-24 \\ (a_1+10d)(a_1+11d) < S+4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2 > \underbrace{S - 24}_{15\cdot a_1 + 105d - 24} \\ a_1^2 + 21\cdot a_1\cdot d + 110d^2 < \underbrace{S+4}_{15a_1+105d-24} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 - 21a_1 d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 \cdot d + 110d^2 < 15a_1 + 105d - 24 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21\cdot a_1\cdot d + 90\cdot d^2 - S + 24 > 0 \quad (1) \\ a_1^2 + 21a_1 d + 110d^2 - S - 4 < 0 \quad (2) \end{cases}$$

Вычтем из (1) (2) и получим неравенство:

$28 - 20\cdot d^2 > 0 \Rightarrow$ т.к. $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow d \in \mathbb{Z} \Rightarrow d = 1$ т.к $d > 0$, тогда система примет вид:

$$\begin{cases} a_1^2 + 21\cdot a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24 \\ a_1^2 + 21\cdot a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4 \end{cases}$$

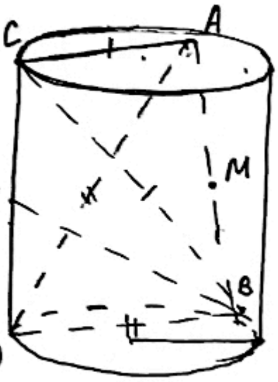
$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \Rightarrow a \neq -3 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \Rightarrow a \in (-3-2\sqrt{2}; -3+2\sqrt{2}) \end{cases} \Bigg| \Rightarrow a \in \{-5; -4; -2; -1\}$$

Ответ: $a \in \{-5; -4; -2; -1\}$

21102940 (U384227 M1302854)

Чистовик

2.



Дано:
$AB = 4$
$AC = CB = 5$
$AD = DB = 7$
тетр-р
впис. в цил-р
$CD \parallel$ оси цилиндра
Найти:
CD - ? (все зн-я)

Решение:

Пусть M - сер. AB, т.к. $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ р/б (по условию), то $AB \perp CM$, $AB \perp DM \Rightarrow AB \perp (CDM) \Rightarrow AB \perp CD. \Rightarrow$

$\Rightarrow AB \parallel$ плоскости оси вращ. цилин.

т.к. $AB = 4$, $R_{цил} \geq 2$, AB - хорда

т.к. $R_{цил} = 2$ (т.к $R_{min} \Rightarrow R_ц = 2$) $\Rightarrow AB$ - диамет. сечения цилиндр. плоскостью $\parallel$ основанию и проходящ. 2/3 AB

$\triangle ACD = \triangle CDB$ по 3 сторонам $\Rightarrow$ AH и BH - высо. $\triangle ACD$ и $\triangle CDB$ пересек. в т. $H \in CD$

BH и $AH \parallel$ плоскости основ., т.к. $\perp CD$. $\Rightarrow \triangle AHB$ прямоуг. и р/б $\Rightarrow$

$\Rightarrow AH = BH = \frac{AB}{2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$CD = CH + HD = \sqrt{BC^2 - HB^2} + \sqrt{BD^2 - HB^2} =$

$= \sqrt{25-8} + \sqrt{49-8} = \sqrt{17} + \sqrt{41}$

Ответ: $\sqrt{17} + \sqrt{41}$

21102940 (U384227 M1302854)

Чистовик.

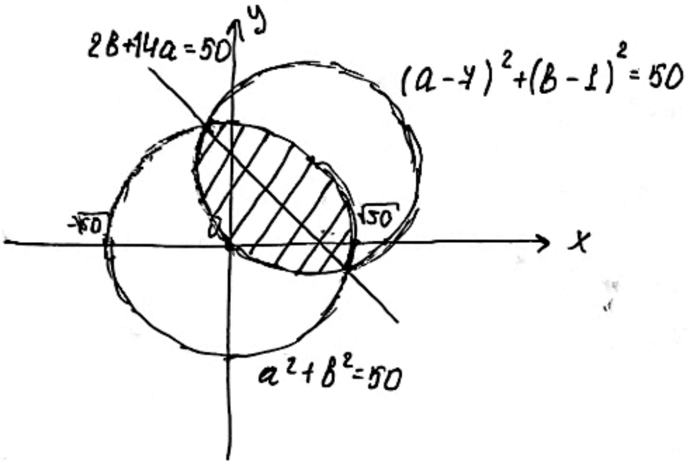
3. $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b; 50) \end{cases}$

$a^2+b^2 \le 14a+2b \Rightarrow a^2-14a+49+b^2-2b+1 \le 50 \Rightarrow (a-7)^2+(b-1)^2 \le 50$, при $14a+2b \le 50$.

при $14a+2b > 50$: $a^2+b^2 \le 50$

Заметим, что для любого x, y можно провести Окр ~~...~~ с центром в (x,y) и радиусом $\sqrt{50}$. И если она задев. область допус. значений a и b, то такая т. подходит.

Область знач. a и b:



Заштрихуем область значений a b; т. пересеч.-я: $x = \frac{7}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$
$y = \frac{1}{2} + \frac{7\cdot\sqrt{3}}{2}$

или $x = \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$
$y = \frac{1}{2} - \frac{7\sqrt{3}}{2}$

В таком случае фигуре M принад. точки, удален. от исх. фигуры не более, чем на $\sqrt{50}$. ~~Если бы областью~~ ~~Длина получ. общей хорды: $\sqrt{(\sqrt{3})^2+(7\sqrt{3})^2} = \sqrt{150}$~~ Если бы областью значен. была окружность, то взяв окр. с радиусом на 50 больше ~~окр~~ получим т.$(x; y) \in M$. Тут нужно пересеч. таких окружностей. Длина получ. общей хорды:

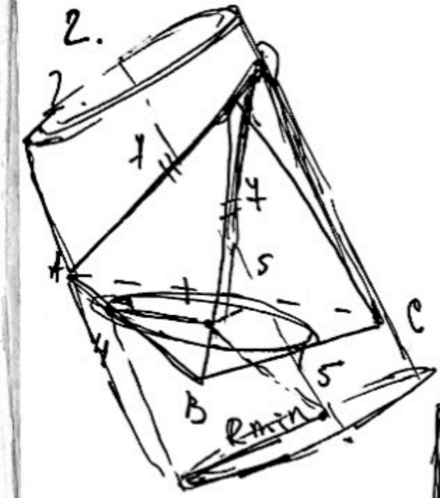
$\sqrt{(\sqrt{3})^2+(7\cdot\sqrt{3})^2} = \sqrt{150}$. Т.к мы получили подоби. фигуру взяв радиус окр-ти на 50 больше, то длина этого отр. в фиг. M:

$2\cdot\sqrt{150}$ (т.к радиус увеличат вдвое) По т. синусов:

$\frac{2\cdot\sqrt{150}}{2\cdot 2\sqrt{50}} = \sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3}$, α - угол под которым вых-а хорда из ц. окр-и.

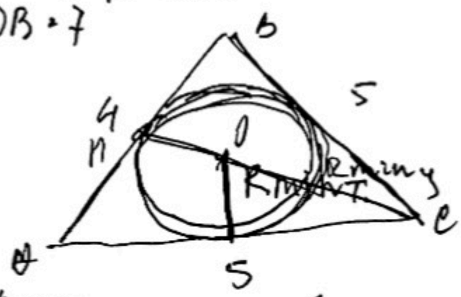
2.

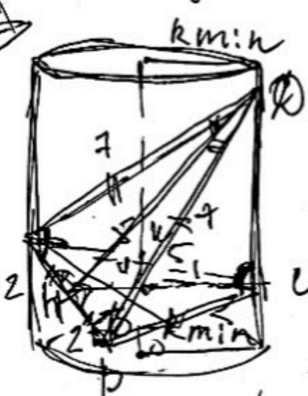
Черновик



$AD = DB = 7$

R_{min}





$h(ADA)$ => $DC \perp$

$CH = h(ABC)$

Если тетр. прямоуг-й то у $\angle ADC$ найдем DC.

$DH = \sqrt{49-4} = \sqrt{45}$

$CH = \sqrt{25-4} = \sqrt{21}$ => $DC = $

А если тетр. не прям (?)

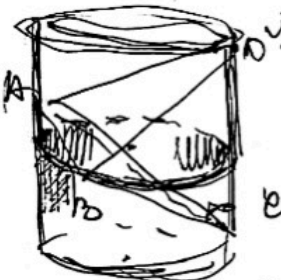
Возможно ли это?

Рассм-м тетр-р: $R_{min} = \sqrt{45+21}$

$DC \parallel$ оси цил-а OO_1

$OO_1 \perp$ основ. (если цил. пр.) => $DC \perp$ основ. => ABC

~~имеем~~ [R_{min} найдем R_{min} при R_{min} найдем и DC



условие: $R_{min} = ?$

$CH \wedge$ ... (биссек. ...) $\frac{DH}{OH} = \frac{2}{1}$

R_{min} при $(DC; ABC)$ - min, с учетом длины сторон тетр-а.

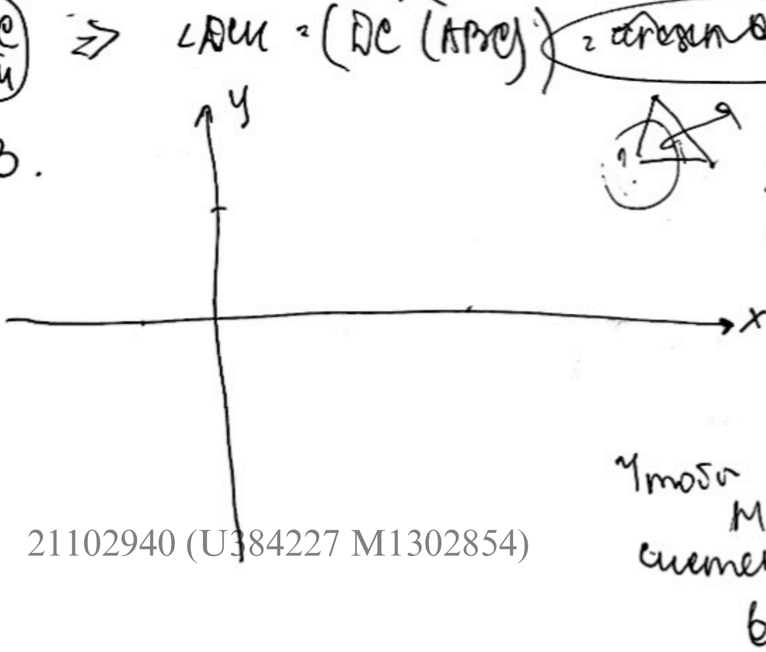
$(\widehat{DC\,(ABC)}) = \angle DCH$, $\angle DCH$ из $\triangle DCH$.

$\frac{HC}{DH} = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{45}} = \sqrt{\frac{21}{45}} = 0,4(8)$

$\frac{HC}{DH}$ => $\angle DCH = (\widehat{DC\,(ABC)})$

R_{min}

3.



$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 50\\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50)\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x-c)^2+(y-d)^2 \le 50\\ c^2+d^2 \le \min(14a+2b, 50)\end{cases}$$

Чтобы найти тип фигуры M нужно найти реш. системы и наход. ее вершины, если таковые имеются

2

Черновик

3. $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\leq 50\\ a^2+b^2\leq \min(14a+2b,50)\end{cases}$

М состоит из всех точек плоскости дек. системы коорд. $(x;y)$

вып. нер $\neq 0$

Найти: S_M-?

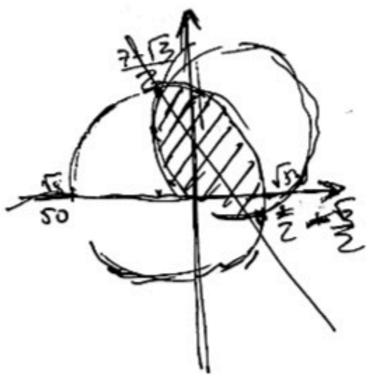
Ур-е окр-и $:(x_0-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$

$R^2=50 \Rightarrow R=50.$

$(a-7)^2-(b-1)^2=50$

у. О = $a=7$ $b=1$ $R=\sqrt{50}$

$(x-a)^2+y-b$



21102940 (U384227 M1302854)

1.

Черновик.

все числа $\in \mathbb{Z}$

$a_1, a_2, a_3 \dots a_{15}$. d

$\begin{cases} a_7 \cdot a_{16} > S - 24 \\ a_{11} \cdot a_{12} < S + 4 \end{cases}$ => найти a_1 все возможные

Пусть $a_1 = 1$. => $d = 1$ $d(10$ $\underset{?}{(a_1 + 10d)}(a_1 + 11d) \cdot 15 = 330$ $a_1^2 + 11d$

(наим. для ариф. прогр. разница)

$a_2 = 2 \Rightarrow \dots a_7 = 7$ | => $7 \cdot 16 > S_{16} - 24$ (1) => $a_1 = m$

$a_{16} = 16$.

$\boxed{S_{16} = \frac{a_1 - a_1 d}{2} \cdot n}$

$11 \cdot 12 < 7{,}5 + 4$ —

$a_7 = a_1 + d(n-1)$

$= a_1 + 6d$

a_7

a_1

$S_{16} = \frac{16 - 1}{2} \cdot 16$. => $7{,}5 \cdot 16 - 24$

$\frac{14}{2} \cdot 15$

$7 \cdot 15 = 105$

При $a_1 = 7 \Rightarrow d = 1 \Rightarrow a_2 = 8 \Rightarrow a_7 = a(~~\dots~~)$

$a_{13} = ~~\dots~~ \cdot 13$

$a_7 \cdot a_{16} = 23 \cdot 13 > S\,24$

$a_{16} = a_1 + d(n-1) = 7 + 1(15) = 23$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_7 = 7 + 1 \cdot 6 = 13$.

$a_{11} = 7 + 1 \cdot 10 = 17$

$S_{16} = \frac{23 - 7}{2} \cdot 16 = 16 \cdot 8$ (2)

~~...~~ a_{12} ~~...~~ $a_{12} = 8$.

$a_{16} = 7 + 15 = 23$

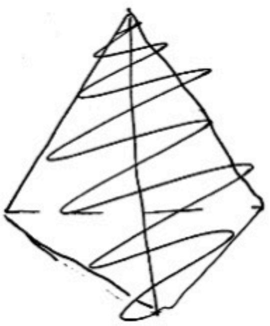
$17 \cdot 8 < 16 \cdot 8 + 4$ —

=> a_1 ~~может быть 8~~ ~~чтобы вып. это условие~~.

$\left.\begin{matrix} a_1 = 8 \\ d = 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a_{16} = a_1 + d(n-1)$

~~8 + 15 = 23~~

~~$a_{16} = 9 + 15 = 24$~~



арифметическая.

Продолжение 3 Чистовик

$S_M = 2 \cdot S_{сег} = \cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot (2 \cdot \sqrt{50})^2 \cdot \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 200 \cdot \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Ответ: $200\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

21102940 (U384227 M1302854)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102940**

ID профиля: **384227**

Вариант 22

Чистовик

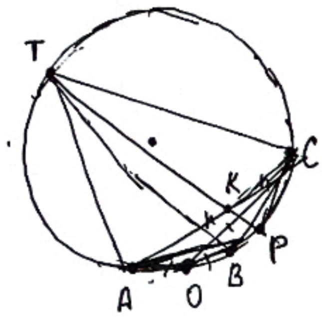
4. Т.к НОК $(a, b, c) = 2^{17} \cdot 7^{18}$ эти числа представ. из себя какие-то степени 2, умнож. на какие-то степ.-и 7.
Т.к НОД $(a, b, c) = 14 \Rightarrow$ существ-т $x, y, z \in N$: НОД $(x, y, z) = 1$ и $a = 14x$, $b = 14y$, $c = 14z$, причем для любого p простого и не равного 2 и не равного 7. $x \not\vdots p$, $y \not\vdots p$, $z \not\vdots p$. НОК $(x, y, z) = 2^{16} \cdot 7^{17}$. Т.к НОД $(x, y, z) = 1$, то хотя бы одно из чисел x, y, z не делится на 14. Т.к НОК $(x, y, z) = 2^{16} \cdot 7^{17}$, максим. степень двойки, на кот. может делится x, y или $z = 16$, а для 7 соответ. степень 17, причем хотя бы одно число содержит в своем разложении на простые множит. 2^{16} и также 7^{17}. Т.к. одно число содержит 2^{16}, то на 2 может делиться не более одного из оставшихся, причем возможн. степени двойки $\in \{0; 1 : 16\}$. То же самое и для 7, только степени $\in \{0, 1 : 17\}$. Пусть одно число равно $2^{16} \cdot 7^{17}$, пусть это x, тогда либо $y = 2^{\alpha}$, $\alpha \in \{0, 1 : 16\}$, $z = 7^{\beta}$, $\beta \in \{0, 1 : 17\}$ (17-18 вариантов), либо $y = 2^{\alpha} \cdot 7^{\beta}$, $z = 1$, также 17-18 вар-в.
Теперь пусть нет числа, делящ. на $2^{16} \cdot 7^{17}$, тогда в силу сим-и пусть $x = 2^{16} \cdot 7^{\gamma}$, $\gamma \in \{0; 1 : 16\}$, $y = 7^{17} \cdot 2^{n}$, $n \in \{0, 1 : 15\}$, $z = 1$, если $\gamma \cdot n \neq 0$, если $\gamma = 0$, $n \neq 0$, $z = 7^{m}$, $m \in \{0, 1 : 17\}$. Если $\gamma \neq 0$, $n = 0$, $z = 2^{k}$, $k \in \{0, 1 : 16\}$. $\gamma = n = 0$; $z = 2^{p} \cdot 7^{q}$, $p \in \{0, 1 : 15\}$, $q \in \{0, 1 : 16\}$. В 1 случае вар-в $15 \cdot 16$, во втором случае вар-в $15 \cdot 18$, в третьем - $16 \cdot 17$, в четвертом вар-в $16 \cdot 17$, тогда всего: $2 \cdot 17 \cdot 18 + 15 \cdot 16 + 15 \cdot 18 + 16 \cdot 17 + 16 \cdot 17) = 1666$ вариантов

Ответ: 1666 вариантов.

21102940 (U384227 M1302855)

6.

Чистовик



Дано:

$\triangle ABC$ - впис. в окр ω

$\omega(O;R)$, TA и TC - кас. к ω

$TP \cap AC = K$, K - сер. AC.

$S_{\triangle APK} = 7$

$S_{\triangle CPK} = 5$

а) Найти: $S_{\triangle ABC}$ - ?

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{3}{4}$

Найти: AC.

Решение:

а) $S_{APK} = 7$, $S_{CPK} = 5$. $TCOA$ - дельтоид с двумя прям. $\angle$

т.к кас-е TC и TA $\perp$ соот. радиусам OC и OA $\Rightarrow$ $T \in$ окр. опис. около AOC т.к дельт. впис. А г/з любые 3 точки прох-т окр-ть.

$\angle AOC = 2 \cdot \angle B$, по св-ву впис. и центр. $\angle$ $= \angle OAC + \angle TCA = 2 \cdot \angle TAC$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle B = \angle TAC = \angle TBC$ $\left((\angle TBC = \frac{1}{2} \cup TC) = \angle TAC \right)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CPK$ по $2\angle$ и $KP \parallel AB$.

$S_{ABC} = S_{TPK} \cdot \left(\frac{AC}{KC}\right)^2 = \left(\text{т.к } \frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{AK}{KC} = \frac{7}{5} \right) =$

$= S_{CPK} \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^2 = 144{,}5.$

б) $\angle B = \operatorname{arctg}\frac{3}{4} \Rightarrow \sin B = \frac{3}{5}$; $\cos B = \frac{4}{5}$.

$\angle APT = \angle TCA = \angle TAC = \angle TPC \Rightarrow PK$ - бис-а $\angle APC$ $\Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{7}{5}$.

$S_{APC} = S_{APK} + S_{CPK} = \frac{1}{2} AP \cdot PC \cdot \sin\angle APC = 12.$

$\angle APC = \angle AOC = 2\angle B$

$\sin\angle APC = \sin 2\angle B = 2\sin\angle B \cdot \cos B = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{25} \Rightarrow 12 = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{5} \cdot PC^2 \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{25} \Rightarrow PC^2 = \frac{125}{7}$

$AP^2 = \frac{7^2}{25} \cdot PC^2 = 35$

по т. косинусов $AC^2 = AP^2 + PC^2 - 2AP \cdot PC \cdot \cos 2B \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos 2\angle B = \cos^2\angle B - \sin^2\angle B = \frac{7}{25} \Rightarrow AC^2 = \frac{125}{7} + 35 - \frac{2 \cdot 25 \cdot 7}{25} =$

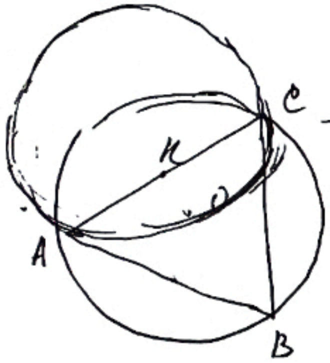
$= \frac{272}{7} \Rightarrow AC = 4\sqrt{17}$

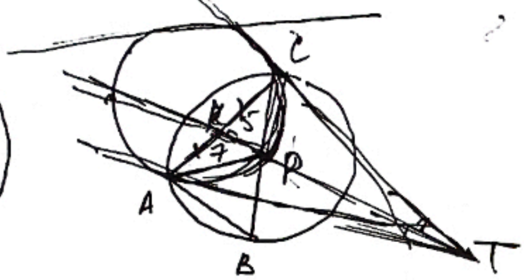
Ответ: а) 144,5 б) $4\sqrt{17}$

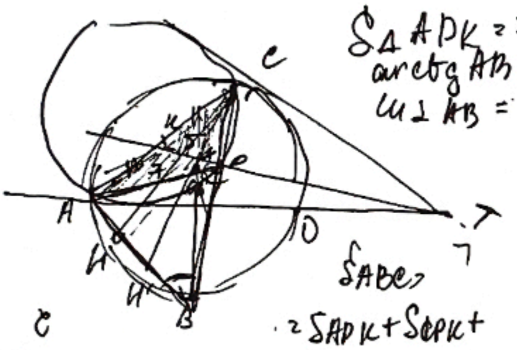
21102940 (U384227 M1302855)

6.

Черновик.







$S_{\triangle APK}=7$ $S_{\triangle CPK}=5$

arctg ABC

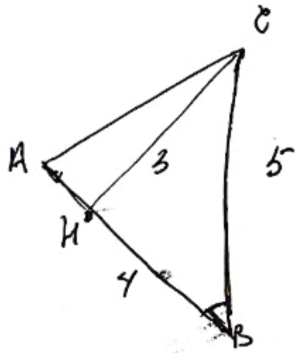
$CH \perp AB \Rightarrow \boxed{tg B = \frac{CH}{HB} = \frac{3}{4}}$

$AK = AC$.

$S_{ABC} = S_{APK} + S_{CPK} + S_{APB}$

$\frac{S_{\triangle CPK}}{S_{\triangle APK}} = \frac{CP\cdot KP}{KP\cdot PA} = \frac{5}{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{APB} = \frac{1}{2} PB\cdot AB\cdot \sin\beta$



$tg^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

~~$tg\,\alpha = \frac{1}{ctg}$~~

$\boxed{ctg^2\alpha+1=\frac{1}{\sin^2\alpha}} \Rightarrow \sin\beta$, узнаем AH, найдем AC

$\sin\beta$ из $\triangle CHB = \frac{CH}{CB}$; $=\frac{3}{5} = \boxed{0,6}$

$BC=5$, $CH=3$

AH-?

$\frac{16}{9}+\frac{9}{9} = \frac{1}{\sin^2\alpha} = \frac{25}{9} = \frac{1}{\sin^2\alpha} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{3}{5} = 0,6$

PB - внис. $\Rightarrow \cup AC = 2\angle B \Rightarrow \angle ABC = 360 - \cup AC$.

$AB = AH+HB$, $AH = AB-HB$, $HB=4 \Rightarrow AH = x-4$

по т. синусов для ω и $\triangle ABC$: $AC = 0,6R$

$R = \frac{a}{\sin\beta} \Rightarrow \frac{AC}{\sin ABC} = R$ окр-и. $\Rightarrow AC = R\cdot\sin\alpha$

R окр-и: $OB=OA=OC$, тогда найдем R.

$\frac{CO}{OH'} = \frac{2}{1} \Rightarrow OC = 2OH'$.

TC есть кас. к ω и ω', и AT - кас к ω' и сек. к ω $\Rightarrow TC^2 = OT\cdot AO$.

Черновик.

4. (a, b, c) – ?

$$\begin{cases} НОД(a,b,c)=14 & (1) \\ НОК\{a,b,c\}=2^{17}\cdot 7^{18}, & \{a;b;c\}\in N \ (2) \end{cases}$$

нат. ч.

x, y или z : 2^18, 7^17

(1) Наиб. делит. 14 → числа 14, 28, 56, 72 и т.д.

~~одно из этих чисел~~ все эти числа должны делиться на $2^{17}\cdot 7^{18}$

Наим. общ. кр. $= 2^{17}\cdot 7^{18}$

$2^0\ 2^1\ 2^{18}$ степ. $\{0;1;18\}$

2^{17} оканч. на: $\underline{0, 2, 4, 6, 8}$

$\Rightarrow 2^{18}, 7^{17} : 14$

Определим, на какое число + на какое число оканч. 7^{18}

$7^n = 7, 9, 3, 1, 5$

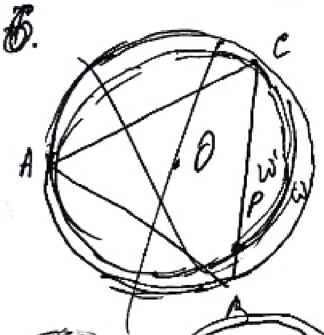
$7^n : 216 \Rightarrow N^1$

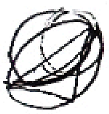
$a = 14x$, $2\cdot 7\cdot x$; $b = 14y$, $2\cdot 7\cdot y$; $c = 14z$, $2\cdot 7\cdot z$

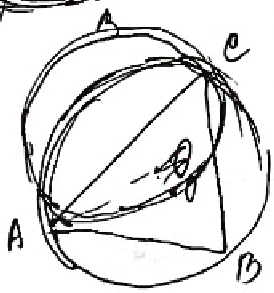
$p \not| 14y$ → ст.-прим.

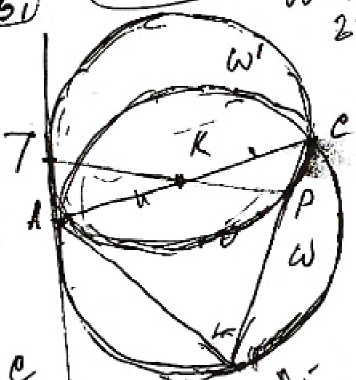
p, a $\{0;1;17\}$

6.









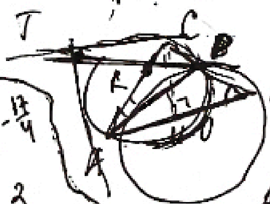
$\frac{S_{APK}}{S_{BPK}} = \frac{7}{5}$

Найти: $\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}$

а) S_{ABC} – ?

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{3}{4}$;

AC – ?



$\frac{S_{APK}}{S_{BPK}} = \frac{7}{5}$

S_{ABC} – ?

AC – ?

$\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{3}{4}$

$\operatorname{tg} = \frac{CH}{HB} = \frac{3}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow BC = 5.$

$S_{APK} = 7$

$S_{BPK} = 5$

$BC = 5$

$\angle \operatorname{arctg}\frac{3}{4} \Rightarrow S_{ABC}$ ...

$\operatorname{tg}\angle = \frac{3}{4} \Rightarrow$ подставить

$m^3 - m^2 - 4 = 0$

т.е. отношения стор.

$\log_a a = 1$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

5. $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = \frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)$

2 числа равны, а 3 меньше каждого на 1

$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)^2 = \frac{2\cdot 2}{4}\cdot \log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)$

$n^2(n-1)^2$

$\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 \Rightarrow$

$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right) = 2\log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{x}{2}+1\right) = 2\log_{\frac{x}{2}+1}\frac{3x}{2}-6$

$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = 2\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{3x}{2} - 6\right) \quad |\cdot 2$

$\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = 4\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)^4$

$\frac{7x}{2} - \frac{17}{4} = \left(\frac{3x}{2} - 6\right)^4$

$\frac{3x}{2} - \frac{12}{2} = \frac{(3x-12)^4}{4^4}$

$\frac{14x}{4} - \frac{17}{4} = \frac{14x-17}{4}$

$\frac{14x-17}{4} = \frac{(3x-12)^4}{4^4} \quad |\cdot 4^4$

$(14x-17)4^3 = (3x-12)^4$

Чистовик

5. $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$, $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$, $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

Пусть эти числа a, b, c соотв. обознач. $\alpha = \frac{x}{2}+1$, $\beta = \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$,

$\gamma = \frac{3x}{2}-6$, тогда $a = \frac{1}{2}\cdot\log_\alpha\beta$; $b = 4\log_\beta\gamma$; $c = 2\cdot\log_\gamma\alpha$.

~~[illegible]~~ $abc = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2\cdot \underbrace{\log_\alpha\beta\cdot\log_\beta\gamma\cdot\log_\gamma\alpha}_{=1} = 4$

Пусть два числа $= n$, третье $= n-1$, тогда:

$n^2\cdot(n-1)=4 \Rightarrow n^3-n^2-4=0 \Rightarrow (n-2)\cdot(n^2+n+2)=0 \Rightarrow$

соотв. $\Rightarrow$ lg от них $\neq 0$ $\Rightarrow$ т.к. сущ. логарифма по напр. основ. $\Rightarrow$ основ. $\neq 1$. $\Rightarrow$ $n \neq 2$, тогда число на един. меньшее $= 1$

поэтому справедливо $n = 2$.

Пусть $a = 1 \Rightarrow \left(\frac{x}{2}+1\right)^2 = \left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$

$x^2-10x+21=0 \Rightarrow x=3$ или $x=7$

$x=3$ не удов. ОДЗ: $\sqrt{\frac{3x}{2}-6}$, подставим $x=7$

$\alpha = \frac{9}{2}$; $\beta = \frac{81}{4}$; $\gamma = \frac{9}{2}$, $\Rightarrow a = 1$

$b = 4\cdot\log_{\frac{81}{4}}\frac{9}{2} = 2$.

$c = 2\cdot\log_\gamma\alpha = 2. \Rightarrow$ верно.

Пусть $b = 1$, тогда $c = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{3x}{2}-6 = \frac{x}{2}+1 \Rightarrow x = 7$

Пусть $c = 1$, тогда $\frac{3x}{2}-6 = \left(\frac{x}{2}+1\right)^2 \Rightarrow x^2+4x+4 = 6x-24 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2-2x+28=0$

$\varnothing$

Ответ: $x = 7$