Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102890**

ID профиля: **348531**

Вариант 22

Чистовик вар.22 Математика, 11 класс

Задача 1

$$S=S_{15}=\frac{2a_1+d(15-1)}{2}\cdot 15=(2a_1+14d)\cdot\frac{15}{2}=(a_1+7d)\cdot 15$$

$a_7=a_1+6d$ $\quad a_{11}=a_1+10d$

$a_{16}=a_1+15d$ $\quad a_{12}=a_1+11d$

$$\begin{cases}a_7\cdot a_{16}>S-24\\ a_{11}\cdot a_{12}<S+4\end{cases}\qquad\begin{cases}(a_1+6d)(a_1+15d)>15a_1+105d-24\\ (a_1+10d)(a_1+11d)<15a_1+105d+4\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+21a_1d+90d^2>15a_1+105d-24\\ a_1^2+21da_1+110d^2<15a_1+105d+4\end{cases}$$

$$\begin{cases}-a_1^2-21a_1d-90d^2<-15a_1-105d+24\\ a_1^2+21da_1+110d^2<15a_1+105d+4\end{cases}$$

$$\cancel{a_1^2}+\cancel{21da_1}+110d^2-\cancel{a_1^2}-\cancel{21a_1d}-90d^2<\cancel{15a_1}+\cancel{105d}+4-\cancel{15a_1}-\cancel{105d}+24$$

$20d^2<28$

$10d^2<14$ $\quad$ т.к. все члены арифм. прогрессии целые числа, то

$d^2<1,4$ $\quad$ d - целое число

$\Rightarrow d=1$ $\quad$ $a_n=a_1+\underbrace{d(n-1)}_{\text{целое}}$ (a_1 — целое, d — целое)

$\Rightarrow S=(a_1+7)\cdot 15$

$a_7=a_1+6$ $\quad a_{11}=a_1+10$

$a_{16}=a_1+15$ $\quad a_{12}=a_1+11$

$$\Rightarrow\begin{cases}a_1^2+21a_1+90>15a_1+105-24\\ a_1^2+21a_1+110<15a_1+105+4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1^2+6a_1>105-90-24\\ a_1^2+6a_1<105+4-110\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a_1^2+6a_1>-9\\ a_1^2+6a_1<-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(a_1+3)^2>0\\ a_1^2+6a_1+1<0\end{cases}$$

$\leftarrow$ при любом $a_1\neq -3$

$D=36-4=32\Rightarrow a_{11}=\frac{-6+4\sqrt2}{2}$

$a_{12}=\frac{-6-4\sqrt2}{2}$

1

21102890 (U348531 M1298711)

Чистовик

Задача 1 (продолжение)

$\Rightarrow a_1 \in \left(\frac{-6-4\sqrt{2}}{2}; \frac{-6+4\sqrt{2}}{2}\right)$

$a_1 \in (-3-2\sqrt{2}; -3+2\sqrt{2})$

$-3-2\sqrt{2} \approx -3-2\cdot 1{,}4 \approx -3-2{,}8 \approx -5{,}8$

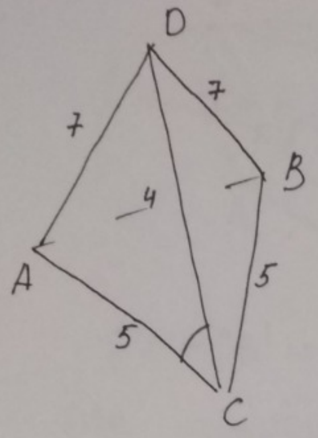
$-3+2\sqrt{2} \approx -3+2\cdot 1{,}4 \approx -3+2{,}8 \approx -0{,}2$

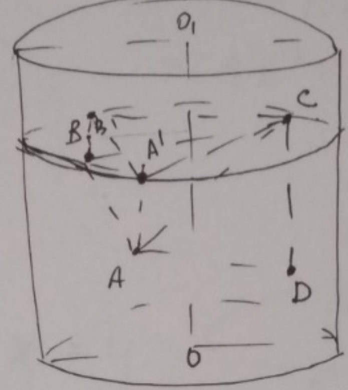
$a_1 \in (-5{,}8; -0{,}2) \Rightarrow a_1 = \{-5; -4; -2; -1\}$

Ответ: $-5; -4; -2; -1$

Чистовик. вар. 22 Математика, 11 класс

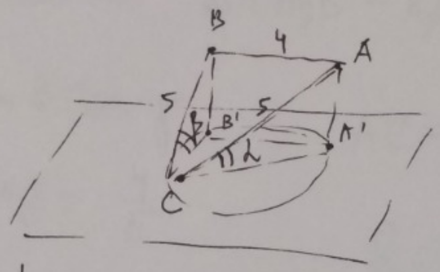
Задача 2





1) т.к. все точки $\in$ боковой поверхности, то $\triangle ABC$ - вписан или в окружность или в элипс

Проведем плоскость α через т. C.



$CD \perp \alpha$

Проекция $\triangle ABC$ на эту плоскость вписан в окр.

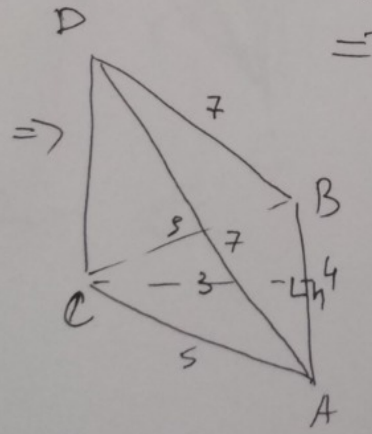
$S = pr$

1) Предположим $\triangle ABC$ вписан в окруж.

$\Rightarrow$ (ABC) || плоскости основания

$\Rightarrow CD \perp (ABC)$

$\Rightarrow$



$CD = \sqrt{49-25} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$CH = 3$

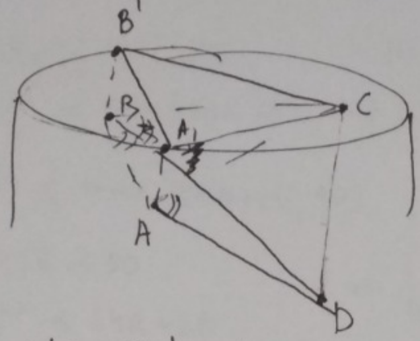
$R = \frac{abc}{4S} = \frac{5\cdot 5\cdot 4}{4\cdot \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4} = \frac{25}{6} \approx 4,1$

Т.к. $AC = AB$ то угол между плоскость || основания и (ABC) при этих сторонах одинаков.

3

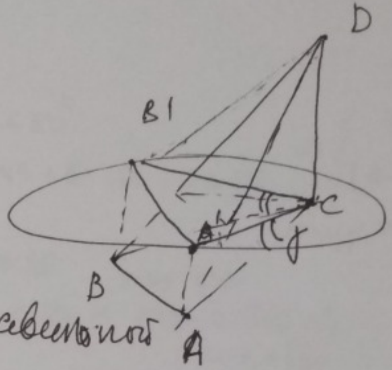
Листовин вар. 22 Математика 11 класс

Задача 2 (продолжение)



$B'A' = AB$, т.к. $\alpha = \beta$

$\Rightarrow A'B' = 4$



$A'C = CB' = AC\cos\gamma = 4$

так, чтобы $\Delta CA'B'$ – правильный

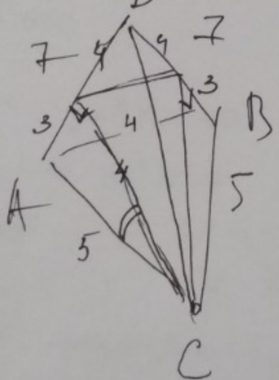
$4 = 5\cos\gamma$

$\cos\gamma = \frac{4}{5}$

$A'C = CB' = 4$

$$R = \frac{\cancel{16}\cdot\cancel{4}}{\cancel{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\cancel{16}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \approx 2{,}2$$

$\Rightarrow$



Ответ: $2\sqrt{6}$.

4

Чистовик вар. 22 Математика, 11 класс

Задача 3

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 & (1) \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b;\,50) & (2) \end{cases}$$

(2) $a^2+b^2 \le \min(14a+2b;\,50)$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 14a+2b < 50 \\ a^2+b^2 \le 14a+2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 14a+2b<50 \\ a^2-14a+49+b^2-2b+1 \le 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7a+b<25 \\ (a-7)^2+(b-1)^2 \le 50 \end{cases} \\ \begin{cases} 14a+2b \ge 50 \\ a^2+b^2 \le 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7a+b \ge 25 \\ a^2+b^2 \le 50 \end{cases} \end{array}\right.$$

фигур. огр. окр. с $C(7;1)$ $R=\sqrt{50}$

фигур огр. окр. с $C(0;0)$ и $R=\sqrt{50}$

$R=\sqrt{50}=5\sqrt{2}\approx 5\cdot 1{,}4 \approx 7$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 7a+b<25 \\ (a-7)^2+(b-1)^2 \le 50 \end{cases} \\ \begin{cases} 7a+b \ge 25 \\ a^2+b^2 \le 50 \end{cases} \end{array}\right.$$

(1) $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 50$

$(a-x)^2+(b-y)^2 \le 50$

круг с $C(x;y)$ и $R=\sqrt{50}$

~~такой круг, что наполовину всю часть пересекает заштрих область~~

круг включается в себя всю область

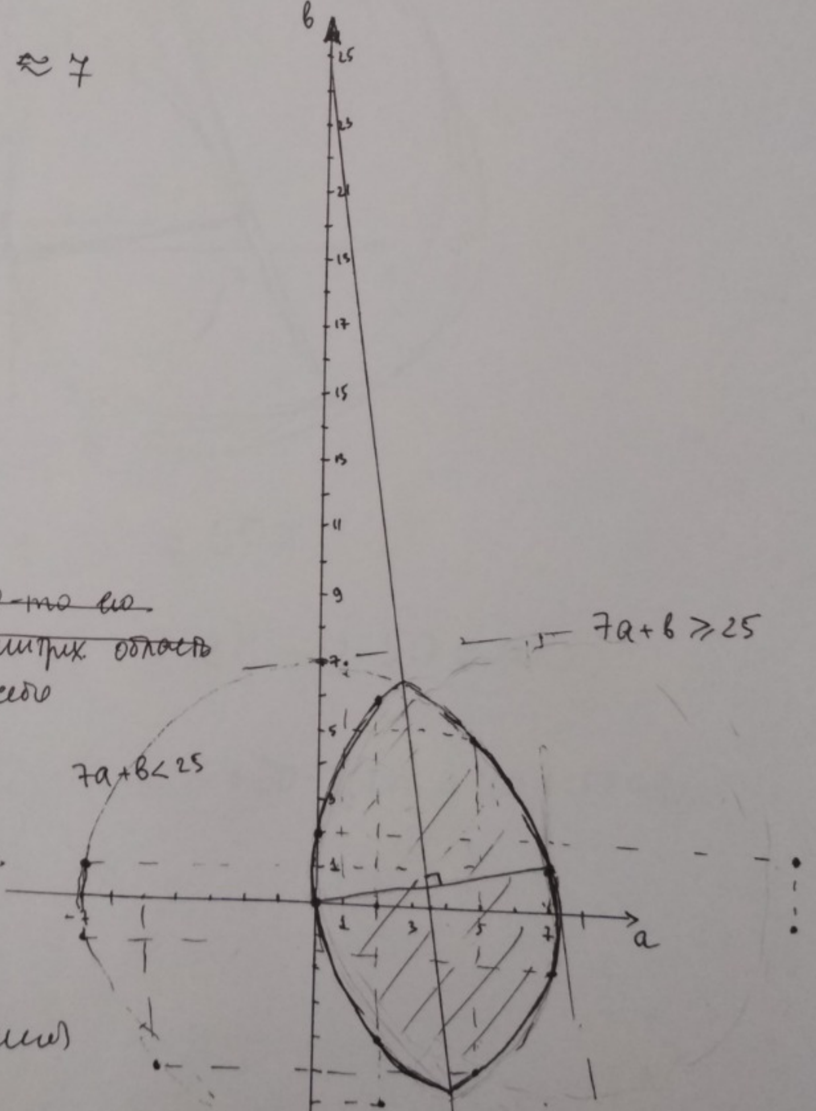
$a \ge 0$

$b \in (7;-7)$ (примерно).

Условие выполняются если ~~коор~~ x и y (значения) ~~фокус~~ связаны соотношением:

$y=\frac{1}{7}x$

5



$b=ka+c$

$0=0+c \Rightarrow c=0$

$1=7k$

$\Rightarrow k=\frac{1}{7}$

$\Rightarrow b=\frac{1}{7}a$

21102890 (U348531 M1298711)

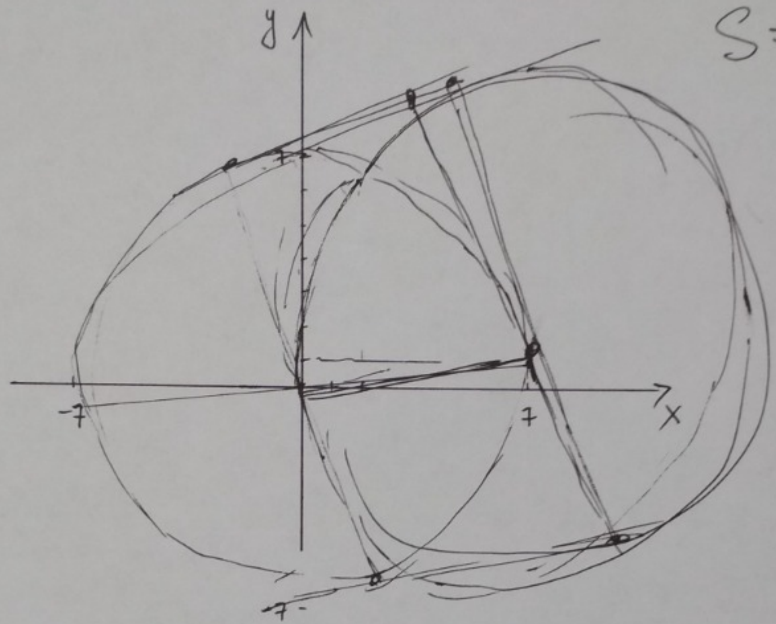
Задача 3 (продолжение)

$$(a-x)^2+(b-y)^2 \le 50$$

$b=\frac{1}{7}a$ $\qquad b\in[0;1]$

$\qquad\qquad\qquad a\in[0;7]$

$$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 50$$



$S = S_{круга} + S_{прям.}$

$$S_{круг} = \pi R^2 = \pi\cdot 50 = 50\pi$$

$$S_{прям.} = 2R\cdot R = 2\cdot R^2 = 2\cdot 50 = 100$$

$$S = 100+50\pi \approx 100+50\cdot 3{,}14 = 100+157=257$$

Ответ: 257.

$S_{15} = \frac{2a_1 + d(15-1)}{2} \cdot 15$

$d > 0$

целые, d - целое

$a_7 \cdot a_{16} > S - 24$

$a_{11} \cdot a_{12} < S + 4$

$a_1 = ?$

$a_7 = a_1 + d(n-1)$

$a_7 = a_1 + d(7-1)$

$S_{15} = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15$

$a_7 = a_1 + 6d$

$a_{16} = a_1 + 15d$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{12} = a_1 + 11d$

$$\begin{cases} (a_1+6d)(a_1+15d) > (a_1+7d)\cdot 15 - 24 \\ (a_1+10d)(a_1+11d) > (a_1+7d)\cdot 15 + 4 \end{cases}$$

$15 \cdot 6 = 90$

$15 \cdot 7 = 105$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6da_1 + 15da_1 + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ a_1^2 + 10da_1 + 11da_1 + 110d^2 > 15a_1 + 105d + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ a_1^2 + 21da_1 + 110d^2 > 15a_1 + 105d + 4 \end{cases}$$

$x_1 \cdot x_2 = 1$

$x_1 + x_2 = -6$

$90d^2 - 110d^2 > -24 - 4$

$D = 36 - 4$

$= 32$

$-20d^2 > -28$

$70 : 5 = 1,4$

$\frac{-6 \pm \sqrt{32}}{2}$

$20d^2 < 28$

$5d^2 < 7$

$\sqrt{1,4}$

$d^2 < \frac{7}{5}$

$d < \sqrt{1,4}$

$\frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2}$

$24 - 15 = 9$

$0 < d < \sqrt{\frac{7}{5}}$

$d^2 < 1,4$

$-3 \pm 2\sqrt{2}$

$d = 1$

$-9 = 15 - 24$

$-5 + 4 = -1$

~~[illegible]~~

11:53

$a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24$

$a_1^2 + 21a_1 + 110 > 15a_1 + 105 + 4$

$a_1^2 + 21a_1 - 15a_1 > 105 - 90 - 24$

$a_1^2 + 21a_1 - 15a_1 > 105 - 110 + 4$

$a_1^2 + 6a_1 > -1$

$a_1^2 + 6a_1 > -9$

$a_1^2 + 6a_1 + 1 > 0$

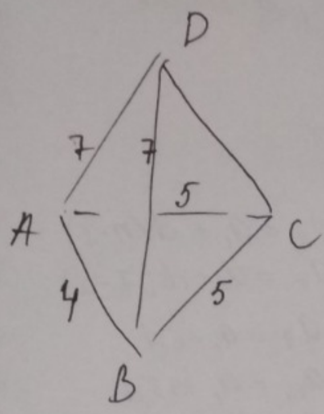
или

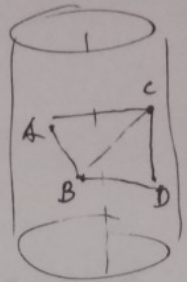
если,

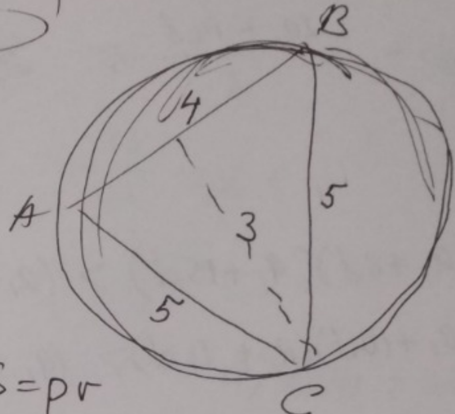
ACB – вис

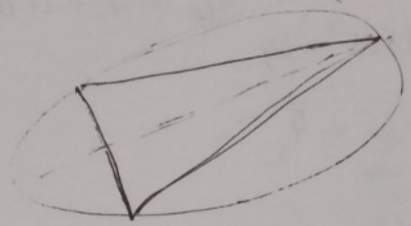
в окр. ег.

и



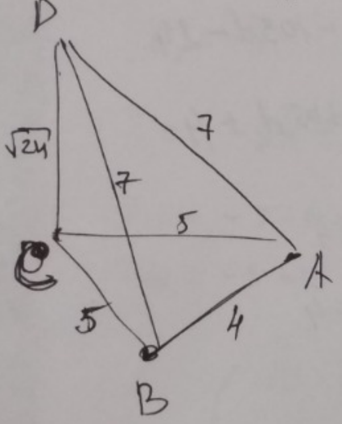






$S = pr$

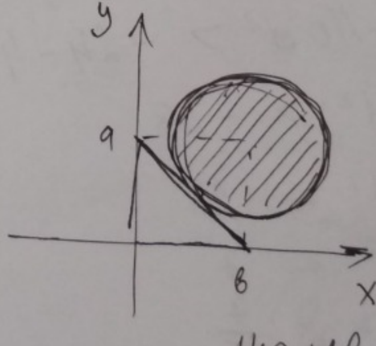
$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4}{14} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}.$



$49 - 25 = 24$

3. $(x-a)^2 + (y-b)^2 \le 50$

$a^2 + b^2 \le \min(14a + 2b, 50).$



$14a + 2b$

50

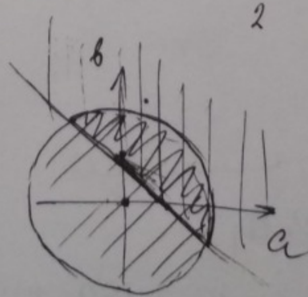
$a = 2$

$b = 11$

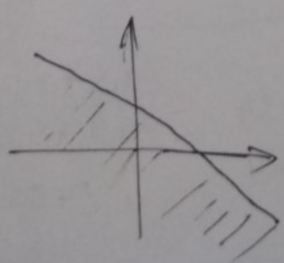
$14a + 2b \geqslant 50$

$\Rightarrow a^2 + b^2 \le 50$

2



$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 14a + 2b > 50 \\ a^2 + b^2 \le 50 \end{cases} \\ \begin{cases} 14a + 2b \le 50 \\ a^2 + b^2 \le 14a + 2b \end{cases} \end{array}\right.$$



$7a + b > 25$

$b = 25 - 7a \qquad b > 25 - 7a$

$-a_1^2 + 21a_1d - 80d^2 < -15a_1 - 105d + 24$

$\cancel{a_1^2} + \cancel{21a_1}d + 110d^2 - \cancel{a_1^2} - \cancel{21a_1}d - 80d^2 < \cancel{15a_1} + \cancel{105}d + 4 - \cancel{15a_1} - \cancel{105}d + 24$

$20d^2 < 28$

$d^2 < \frac{28}{20} = \frac{14}{10} = 1{,}4$

$d^2 < 1{,}4$

$d = 1$

$a_1 = -5$

$S = (-5+7) \cdot 15 = 30$

$a_7 = -5+6 = 1$ $\quad a_4 = -5+10 = 5$

$a_{16} = -5+15 = 10$ $\quad a_{12} = -5+11 = 6$

$10 > 30 - 24 = 6$

$30 < 30 + 4$ ok.

$a_1 = -1$

$S = (-1+7) \cdot 15 = 90$

$a_7 = 5$ $\quad a_{11} = 9$

$a_{16} = 14$ $\quad a_{12} = 10$

$\cancel{7}0 > 90 - 24$

$90 < 90 + 4.$ ok.

$a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24$

$a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4$

$a_1^2 + 6a_1 > 105 - 90 - 24$

$a_1^2 + 6a_1 < 105 - 110 + 4$

$a_1^2 + 6a_1 > 15 - 24$

$a_1^2 + 6a_1 < -5 + 4$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 > -9 \\ a_1^2 + 6a_1 < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases}$$

$(a_1 + 3)^2 > 0$

$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$

$D = 36 - 4$

$x_{1/2} = \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2}$

$x_{1/2} = -3 \pm 2\sqrt{2}$

$-5; -4; -3; -2; -1$

$-5{,}8$ $\quad -0{,}2$

$x_1 \approx -3 - 2 \cdot 1{,}4 = -3 - 2{,}8 = -5{,}8$

$x_2 \approx -3 + 2 \cdot 1{,}4 = -3 + 2{,}8 \approx -0{,}2$

$y = kx + c$

$b = ka + c$

$0 = 0 + c$

$1 = 7a + c$

$1 = 7a$

$\times 3{,}14$
50
$157{,}00$

$S = \frac{3a}{}$

$\frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2} \cdot r$

$\frac{\sqrt{3}}{2}a = r$

$[-1;1]$

$a = 5\underbrace{\cos\alpha}$

$40 \mid 1{,}8$
$36 \mid 2{,}2$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4 = r$

$\frac{a^2}{4\frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}a$ $\quad 0{,}86 \cdot 4{,}5$ $\quad r = 0{,}86 \cdot 4$

$4 = 5$ $\quad \times 0{,}86$
4
$3{,}44$

$\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 4$

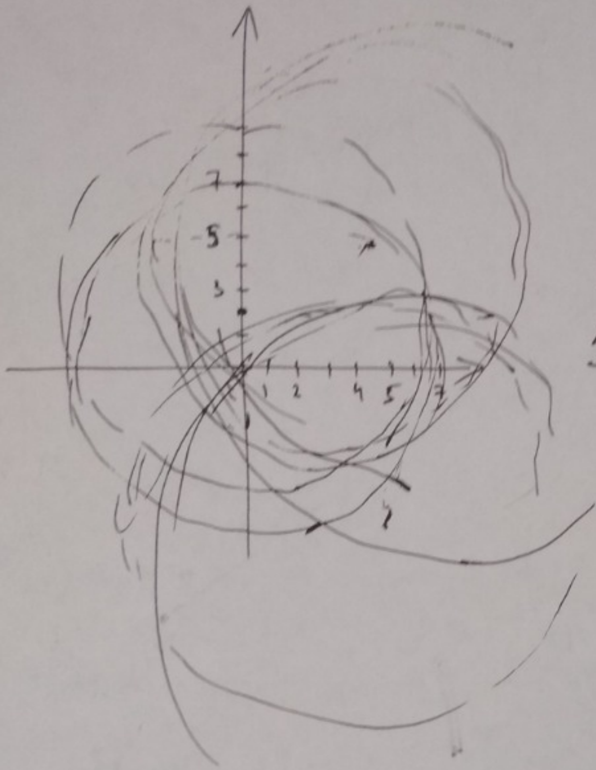
$1{,}33 \cdot 1{,}8$ $\quad \frac{4+4+4}{2} = 6$ $\quad S = \frac{1}{2}16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

$\times 1{,}4$
$0{,}6$
$\times 0{,}66$
$1{,}4$
$3{,}44$
$6\,6$
$1{,}04$

$0{,}66 \cdot 1{,}4$

$\frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$

21102890 (U348531 M1298711)

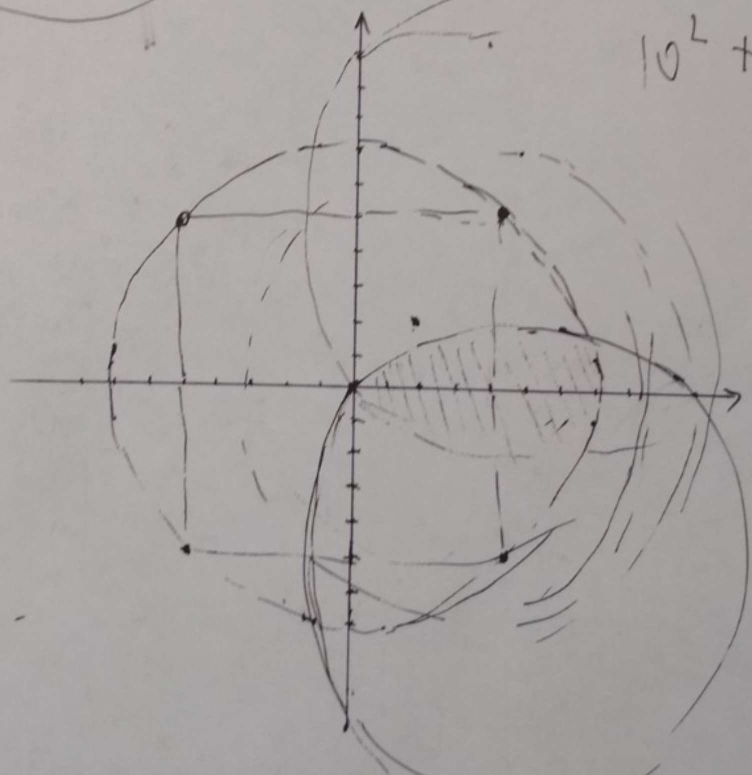


a ; b	
0 2	$x^2+(y-2)^2 \le 50$
0 0	$x^2+y^2 \le 50$ $x^2+y^2 \le 50$
5 5	$(x-5)^2+(y-5)^2 \le 50$
5 -5	$(x-5)^2+(y+5)^2 \le 5$

$x^2+(y-2)^2$

5 7

$10^2+(y-2)$

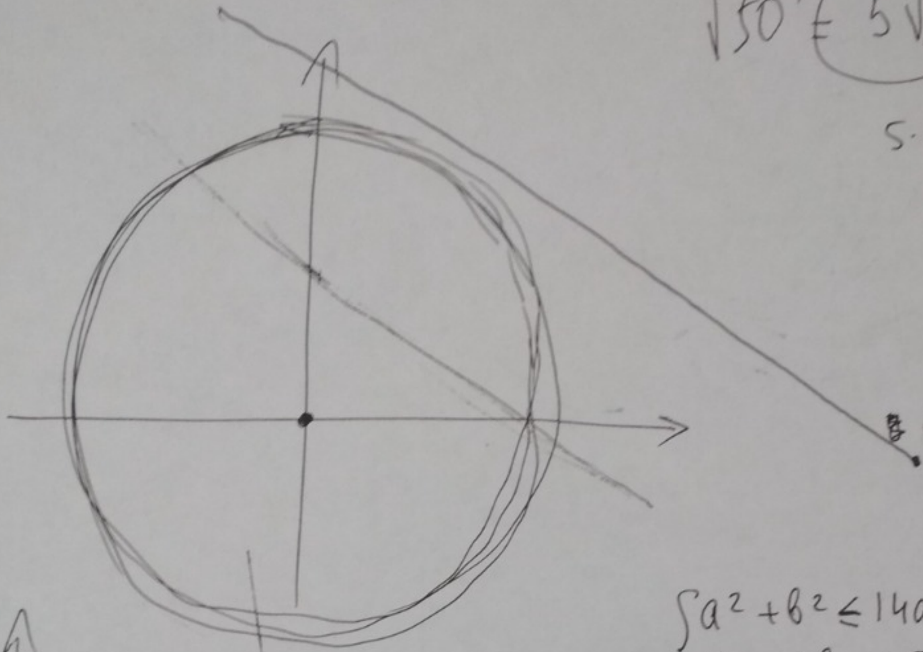


21102890 (U348531 M1298711)

$$\begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2\le 50\\ a^2+b^2\le \min(14a+2b; 50)\end{cases}$$

$\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

$5\cdot 1{,}4=7{,}0$



$25 : 7 = 3{,}5$

$14a+2b$

$$\begin{cases}a^2+b^2\le 14a+2b\\ 14a+2b<50\end{cases}$$

$a^2+b^2-14a-2b\le 0$

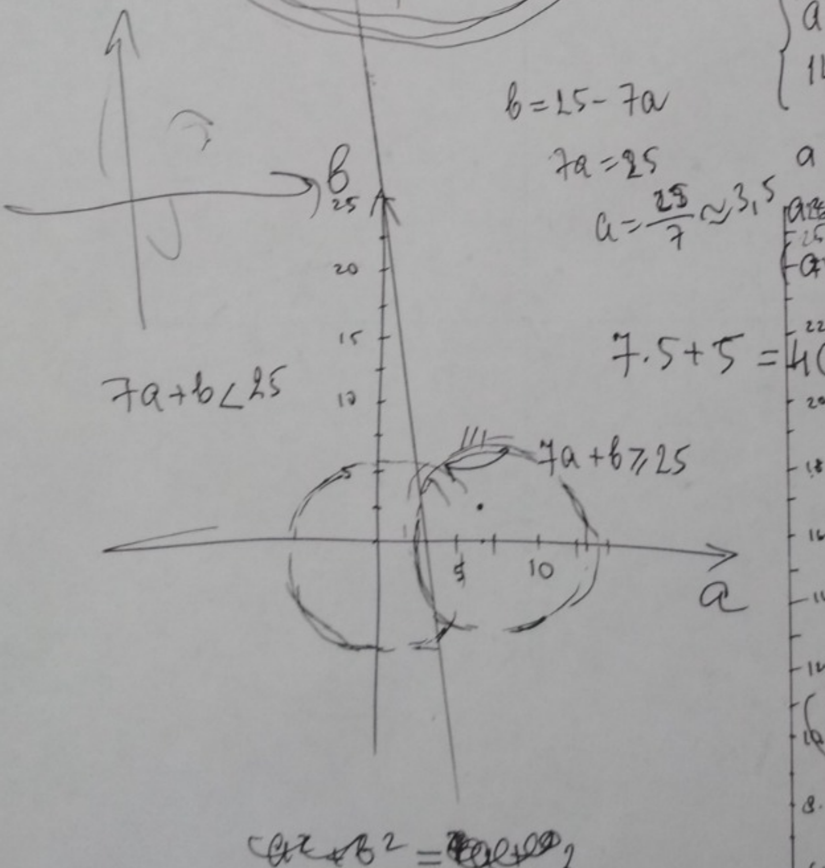
$a^2-14a+49+b^2-2b+1\le 50$

$(a-7)^2+(b-1)^2\le 50$

$b=25-7a$

$7a=25$

$a=\frac{25}{7}\approx 3{,}5$



$7a+b<25$

$7a+b\geq 25$

$7\cdot 5+5=40$

$\frac{25}{2}=12{,}5$

$1{,}4\times 5=7{,}0$

$(a-7)$

$(b-1)$

-4

$a=3$

$3-7=4$

16

25

$50-16=34$

34

$45+1$

$25+25$

-7

4^2

16

$9+41$

$4+46$

$\cancel{a^2+b^2=\dots}$

$$\begin{cases}a^2+b^2=50\\ 7a+b=25\end{cases}$$

2

6

21102890 (U348531 M1298711)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102890**

ID профиля: **348531**

Вариант 22

Чистовик. Вар. 22 вар. Математика, 11 класс

Задача 4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c) = 14 = 2\cdot 7 \\ \text{НОК}(a;b;c) = 2^{17}\cdot 7^{18} \end{cases}$$

1) Т.к. НОД = 14, то a, b, c содержат 2 и 7 минимум в 1 степени

Т.к. НОК $= 2^{17}\cdot 7^{18}$, то одно из чисел имеет 2^{17} и какое-то число имеет 7^{18}

2) Пусть $a = 2^{\alpha}\cdot 7^{\beta}$, $b = 2^{x}\cdot 7^{y}$, $c = 2^{n}\cdot 7^{m}$

a, b, c – не содержат простых в разложении кроме 2 и 7. Если это не так, то НОК $\neq 2^{17}\cdot 7^{18}$

• рассмотрим степени двоек.

α	17	17		17
x	1	1	...	17
n	1	2	...	17

Пусть $\alpha = 17$, тогда выбрать x и n можно $17\cdot 17 = 17^2$ способами

Аналогично, если $x = 17$, $n = 17$

$\Rightarrow$ выбрать для чисел степени двойки равны $\boxed{17^2\cdot 3 - 2}$, т.к. (17; 17; 17) – встречается в нашем случае.

• Аналогично для семерок.

$\boxed{18^2\cdot 3 - 2}$

3)

1

21102890 (U348531 M1298712)

Чистовик вар. 22 Математика, 11 класс

Задача 4 (продолжение)

3) рассмотрим степени 2.

Для выполнения условия в наборе $(\alpha; x; n)$ должна быть максимальная степень 17 и минимальная степень 1.

α	17	17	17	...	1	1	17
x	1	1	1	...	17	17	17
n	1 ...	2	17	...	1	2	17

~~всего вариантов.~~ $\rightarrow 2\cdot 17$

α	17	17	17	...	1	1	1
x	1	2	17	...	1	2	17
n	1	1	1	...	17	17	17

$\rightarrow 2\cdot 17$

α	1	2	17	...	1	2	17
x	17	17	17	...	1	1	1
n	1	1	1	...	17	17	17

$\rightarrow 2\cdot 17.$

Итого: повторения с одинаковыми цифрами:

$2\cdot 17\cdot 3 - 6\cdot 2$

Аналогично для степени 7

$2\cdot 18\cdot 3 - 6\cdot 2$

5) Для каждого набора степеней двойки можно поставить каждый набор степеней семерки

$\Rightarrow$ всего вариантов $(6\cdot 17 - 6\cdot 2)\cdot(6\cdot 18 - 6\cdot 2)$

$= 6(17-2)\cdot 6(18-2) = 36\cdot 15\cdot 16$

$= 240\cdot 36 = 8640$ способов

2

Ответ: 8640 способов.

Листовик. вар. 22 Математика 11 класс

Задача 5

$A = \log_{(\frac{x}{2}+1)^2} \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)$

$B = \log_{\sqrt{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}} \left(\frac{3x}{2} - 6\right)^2$

$C = \log_{\sqrt{\frac{3x}{2} - 6}} \left(\frac{x}{2} + 1\right)$

① $\begin{cases} A = B \\ C = A - 1 \end{cases}$

② $\begin{cases} A = C \\ B = A - 1 \end{cases}$

③ $\begin{cases} B = C \\ A = C - 1 \end{cases}$

1) $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2} \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = \log_{\sqrt{\frac{7x}{2} - \frac{17x}{4}}} \left(\frac{3x}{2} - 6\right)^2$

$\frac{1}{2} \log_{\frac{x}{2}+1}$

1) $ABC = \frac{1}{2} \log_{\frac{x}{2}+1} \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) \cdot \frac{2}{\frac{1}{2}} \log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \left(\frac{3x}{2} - 6\right) \times$

$\times \cancel{2} \log_{\frac{3x}{2} - 6} \left(\frac{x}{2} + 1\right)$

$= \frac{\cancel{1}}{2} \cdot \cancel{2} \cdot 4 \log_{\frac{x}{2}+1} \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) \cdot \log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \left(\frac{3x}{2} - 6\right) \times$

$\times \log \log_{\frac{3x}{2} - 6} \left(\frac{x}{2} + 1\right)$

$= 4 \log_{\frac{x}{2}+1} \left(\frac{3x}{2} - 6\right) \cdot \log_{\frac{3x}{2} - 6} \left(\frac{x}{2} + 1\right) = 4$

2) $A = B$

$CB = AC$

~~$B \cdot A = A \cdot B$~~

$\Rightarrow 2 \log_{\left(\frac{3x}{2} - 6\right)} \left(\frac{x}{2} + 1\right) \cdot 4 \log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \left(\frac{3x}{2} - 6\right)$

$= \log_{(\frac{x}{2}+1)^2} \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) \cdot \log$

3

Чистовик вар. 22 Математика 11 класс

Задача 5

$$A = \frac{1}{2} \log_{(\frac{x}{2}+1)} \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)$$

$$B = 4 \log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \left(\frac{3x}{2} - 6\right)$$

$$C = 2 \log_{\frac{3x}{2} - 6} \left(\frac{x}{2} + 1\right)$$

11 $\begin{cases} A = Б \\ C = A - 1 \end{cases}$

$A - 1 = Б - 1$

$\frac{1}{2}a - 1 = 4в - 1$

$a - 2 = 8б - 2$

$$\log_{(\frac{x}{2}+1)} \left(\frac{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}{(\frac{x}{2}+1)^2}\right) = \log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \left(\frac{(\frac{3x}{2} - 6)^8}{(\frac{7x}{2}}\right.$$

$$CB = AC = \frac{4}{B}$$

$\cancel{8} \cancel{\log}$ $CB^2 = 4$

$$2 \cdot \log_{\frac{3x}{2} - 6} \left(\frac{x}{2} + 1\right) \cdot 16 \cdot \log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \left(\frac{3x}{2} - 6\right).$$

$$\log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \left(\frac{3x}{2} - 6\right) = 4$$

$$32 \log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \left(\frac{\cancel{3}x}{2} + \cancel{1}\right) \cdot \log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \left(\frac{3x}{2} - 6\right) = 4$$

$$\log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \left(\left(\frac{x}{2} + 1\right)\left(\frac{3x}{2} - 6\right)\right) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{x}{2} + 1\right)\left(\frac{3x}{2} - 6\right) = \sqrt[8]{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}$$

$$\left(\frac{x}{2} + 1\right)^8 \left(\frac{3x}{2} - 6\right)^8 = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} = \frac{1}{2}\left(7x - \frac{17}{2}\right).$$

4

21102890 (U348531 M1298712)

Чистовик вар. 22 Математика 11 класс

1

$\begin{cases} ABC = 4 \\ A = B \\ C = A - 1 \end{cases}$ $\begin{cases} B^2C = 4 \\ C = A - 1 \end{cases}$ $B^2C = 4$ $\Rightarrow C = \frac{4}{B^2}$

$C = B - 1$

$\frac{4}{B^2} = B - 1$

$4 = B^3 - B^2$

$B^3 - B^2 - 4 = 0$

$B = 2 \quad (8 - 4 - 4 = 0)$

$(B-2)(B^2+B+2) = 0$

$D = 1 - 4 \cdot 2 < 0$

$$\begin{array}{r|l} B^3 - B^2 - 4 & B - 2 \\ \underline{B^3 - 2B^2} & B^2 + B + 2 \\ B^2 - 4 & \\ \underline{B^2 - 2B} & \\ 2B - 4 & \\ \underline{2B - 4} & \\ 0 & \end{array}$$

$B = 2$

ОДЗ:

$\begin{cases} \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} > 0, \neq 1 \\ \frac{x}{2} + 1 > 0, \frac{x}{2} + 1 \neq 1 \\ \frac{3x}{2} - 6 > 0, \neq 1 \end{cases}$

2 $\begin{cases} ABC = 4 \\ C = B \\ A = C - 1 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} C^2A = 4 \\ A = C - 1 \end{cases}$

$\Rightarrow B = 2$
$C = 2$
$A = 2$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)} \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = 2$

$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)} \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = 4$

$\frac{7x}{2} - \frac{17}{4} = \left(\frac{x}{2} + 1\right)^4$

$\Rightarrow 4 \log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \left(\frac{3x}{2} - 6\right) = 2$

$\frac{3x}{2} - 6 = \sqrt{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \rightarrow \left(\frac{3x}{2} - 6\right)^2 = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}.$

$\Rightarrow \log_{\frac{3x}{2} - 6} \left(\frac{x}{2} + 1\right) = 1$

$\frac{x}{2} + 1 = \frac{3x}{2} - 6$

$1 + 6 = \frac{3x}{2} - \frac{x}{2} \Rightarrow 7 = x$

Ответ: $x = 7$

5

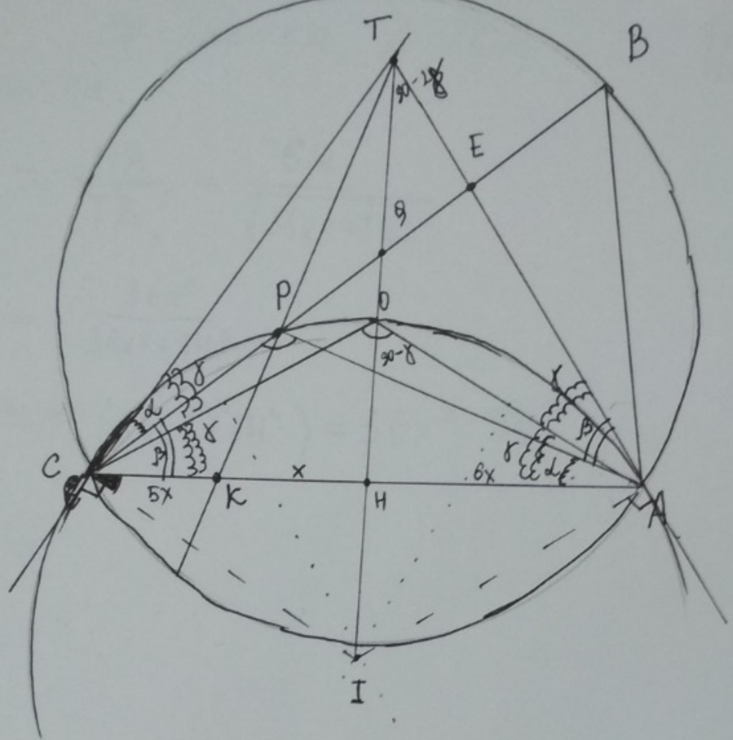
21102890 (U348531 M1298712)

Чистовик. вар. 22 Математика 11 класс

Задача 6

$S_{APK} = 7$

$S_{CPK} = 5$



$\frac{CP}{PB} = ?$

1) $\frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{KA}{CK} = \frac{7}{5}$

2) CIAT – вписанный четырехугольник, т.к. $\angle TCI = \angle TAI = 90^\circ$ и TI – диаметр окр., $CI = IA$ (радиусы) $\Rightarrow CT = TA$ $\Rightarrow CH = HA$ $\Rightarrow T\ O \in TI$ и $TI \perp CA$.

3) $\angle CPA = \angle COA$ т.к. опир. на одну дугу.

4) $CK = 5x$, $KA = 7x$ $\Rightarrow CA = 12x$ $\Rightarrow CH = HA = 6x$

По т. Менелая:

ΔATK: $\frac{AE}{ET} \cdot \frac{TP}{PK} \cdot \frac{CK}{CA} = 1$

ΔACE: $\frac{KA}{CK} \cdot \frac{CP}{PE} \cdot \frac{TE}{TA} = 1$

$\frac{AE}{ET} \cdot \frac{TP}{PK} \cdot \frac{5x}{12x} = 1$

$\frac{7x}{5x} \cdot \frac{CP}{PE} \cdot \frac{TE}{TA} = 1$

ΔATH: $\frac{AE}{TE} \cdot \frac{TQ}{QH} \cdot \frac{CH}{CA} = 1$

ΔKTH: $\frac{HQ}{QT} \cdot \frac{TP}{PK} \cdot \frac{CK}{CH} = 1$

$\frac{AE}{TE} \cdot \frac{TQ}{QH} \cdot \frac{6x}{12x} = 1$

$\frac{HQ}{QT} \cdot \frac{TP}{PK} \cdot \frac{5x}{6x} = 1$

$\frac{AE}{TE} \cdot \frac{TQ}{QH} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{HQ}{QT} \cdot \frac{TP}{PK} \cdot \frac{5}{6} = 1$

$\frac{AE}{TE} \cdot \frac{TP}{PK} = \frac{6 \cdot 2}{5} = \frac{12}{5}$

6

21102890 (U348531 M1298712)

5) $\angle TAO = \angle ACO = \angle OAC$ (угол между хордой и касательной и Δ OCA-р/б)

$\Rightarrow$ OA - бис-са $\angle CAT$

Аналогично CO - бис-са $\angle TCA$

$\Rightarrow$ TO - би-са.

Исстовели.

$$\frac{OH}{TO} = \frac{HA}{TA} = \frac{6x}{\sqrt{36x^2+TH^2}}$$

$$\frac{OH^2}{TO^2} = \frac{36x^2}{36x^2+TH^2}$$

$$(TH-TO)^2 \cdot (36x^2+TH^2) = 36x^2 \cdot TO^2$$

НОД $(a;b;c) = 2\cdot 7$

НОК $(a;b;c) = 2^{17}\cdot 7^{18}$

$a = 2^{\alpha}\cdot 7^{\beta}$

$b = 2^{x}\cdot 7^{y}$

$c = 2^{k}\cdot 7^{m}$

у всех есть хотя бы от двух 2 и 7

НОД – наим степень у всех

НОК – наиб степень у всех.

2^{17} – наиб степень

2

2

7^{18} – наиб степ.

7

7

15 | 6 | НОД 3
$3\cdot 5$ | $3\cdot 2$ |
$3\cdot 5\cdot 2$ | 30 |
$3^1 5^1 2^1$

18 | 27 | НОД 3
$3^2\cdot 2$ | 3^3 | НОК $3^3\cdot 2$

$\alpha, x, k \in [1; 17]$ 17 вар.

$\beta, y, m \in [1; 18]$ 18 вар. 1 2 3

2^{α} 1 1 любые числа от 1 до 17

2^{x} 1 2

2^{k}

17 17 17 17

17 наиб / 1 наим

α	1	17
x	1	17
k	17	17

$17\cdot 17 = 17^2$

$17^2\cdot 3\cdot 18^2\cdot 3$

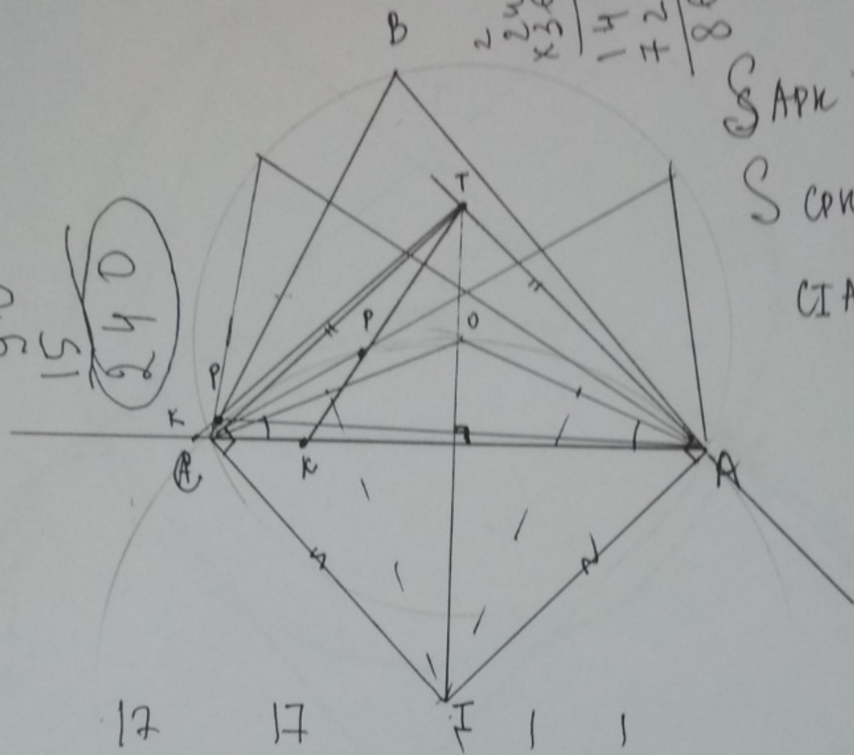
$(10+5)(10+6)$

$100+50+60+30$

$210+5$

$15 \times 16 = 90 + 15 = 240$

240×36: 144, 72, 8640



$S_{APK} = 7$

$S_{APC} = 2$

$S_{CPK} = 5$

CIAT - впис.

-8

17	17	1	1
1	1	17	17
1	17	1	17
17			
1			
1			

17	17
1	1
1	17
1	1
17	17
1	17

1 1 17

1 2 17

2 1 17

17 1 1

17 17 17

1 17 1

17 17 17

16 17 16

1 17

1 | 1 1'

17 | 1 18

1 | 18 18

$2 \cdot 7$

$2^{19} \cdot 7^{18}$

$2 \cdot 7^{18}$

2 17

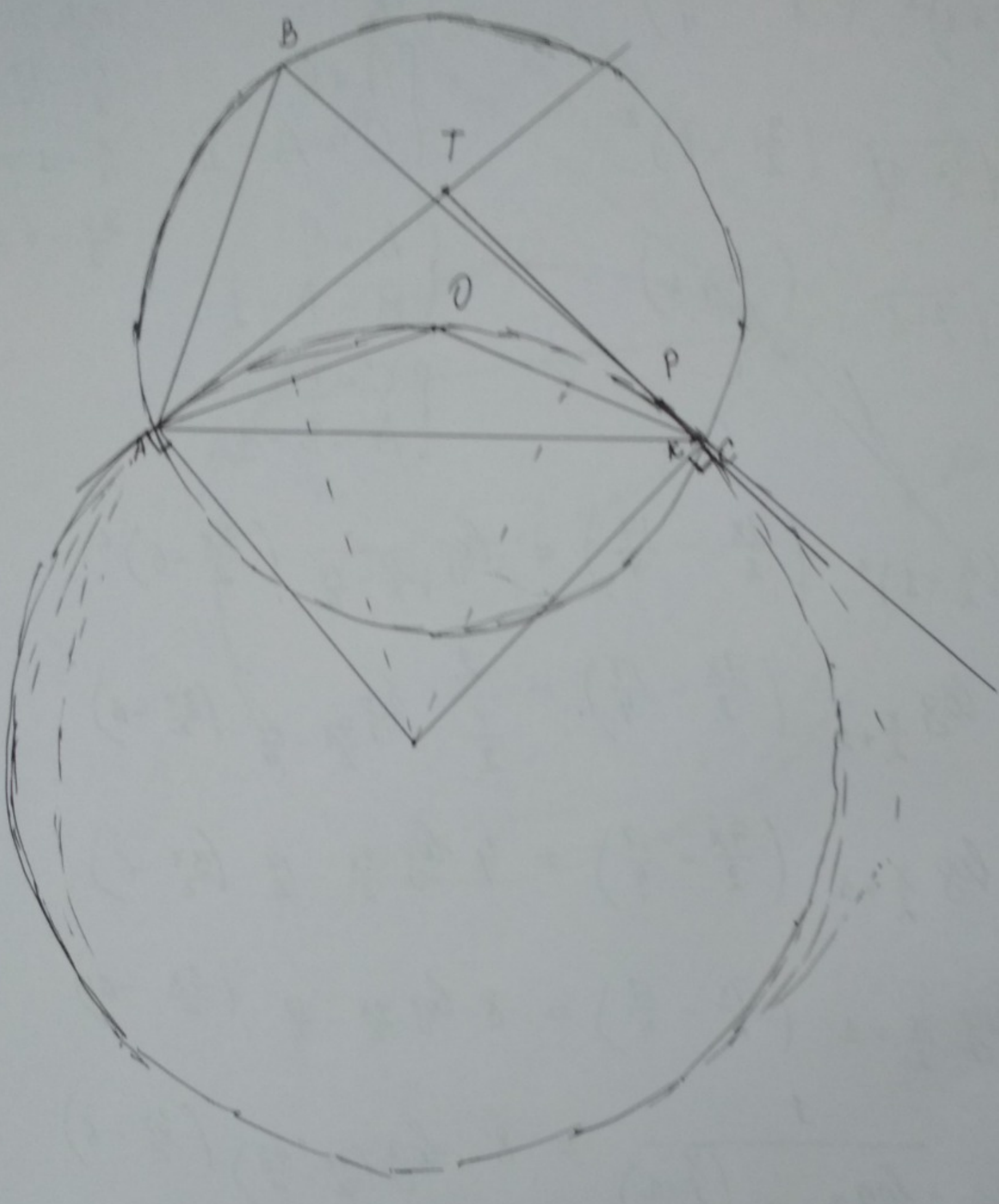
x 1

n 1

1 | 1 2

1 | 1 1

17 | 18 18



B
T
O
P
A
K
C

$A = \log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)$

$B = \log_{\sqrt{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)^2$

$C = \log_{\sqrt{\frac{3x}{2} - 6}}\left(\frac{x}{2} + 1\right)$

$\begin{cases} A = B \\ C = A - 1 \end{cases}$

$\begin{cases} A = C \\ B = A - 1 \end{cases}$

$\begin{cases} C = B \\ A = B - 1 \end{cases}$

0, 1, 3

$\frac{7x}{2} - \frac{17}{4} > 0, \neq 1$

$\frac{x}{2} + 1 > 0, \neq 1$

$\frac{3x}{2} - 6 > 0, \neq 1$

$$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = \log_{\sqrt{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)^2$$

$$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = \frac{2}{\frac{1}{2}}\log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)$$

$$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = 4\log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)$$

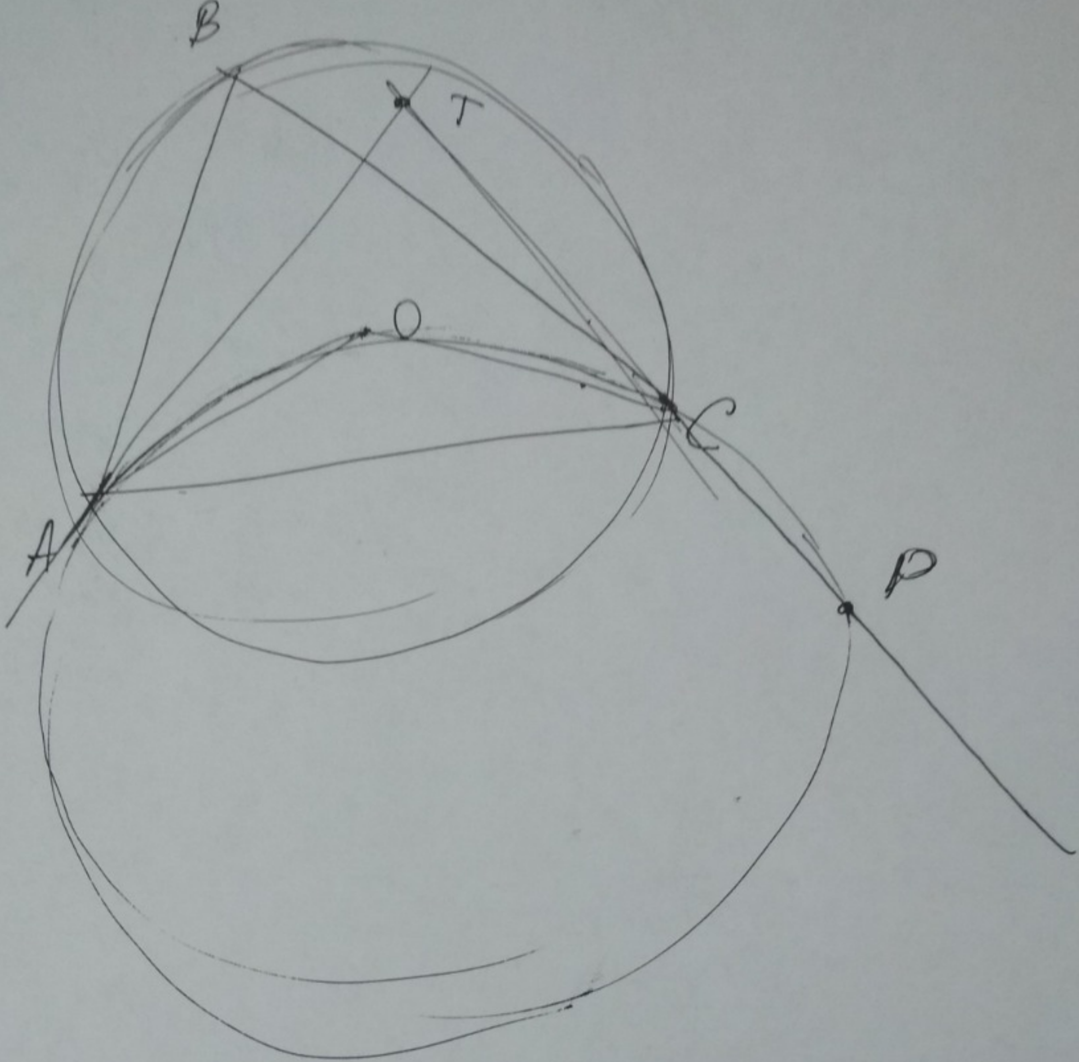
$$\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = 8\log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)$$

$$\frac{1}{\log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}\left(\frac{x}{2}+1\right)} = 8\log_{\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)$$

$$\frac{1}{\log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}\left(\frac{x}{2}+1\right)} = \log_{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)^8$$

$$\frac{\ln\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)}{\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)} = 8\,\frac{\ln\left(\frac{3x}{2} - 6\right)}{\ln\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)}$$

$$\ln^2\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = 8\ln\left(\frac{3x}{2} - 6\right)\cdot\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)$$


B
T
O
C
A
P

$\neq 1$

$\neq 1$

$\neq 1$

$$\frac{x}{2} + 1 + \frac{3x}{2} - 6 = 2x - 5$$

$$\frac{1}{\log_a b} = \log_a c$$

$$1 = \log_a c \cdot \log_a b$$

$$\log_b a = \log_a c$$

$$\cancel{\frac{\log_b a}{\log_a c} = 1}$$

$$\frac{\log_b a}{\log_b b} = \frac{\log_a c}{\log_a a}$$

$$\log_b a \cdot \log_a a$$

$$\frac{\log_a a}{\log_a b}$$