

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102446**

ID профиля: **155355**

Вариант 22

Учусмобуки

① $(a_n): a_n \in \mathbb{Z} \quad \forall n \in \mathbb{N} : a_{n+1} > a_n$
 \downarrow
 $b \in \mathbb{Z}, a_1 \in \mathbb{Z} \quad a_{n+1} = a_n + b > a_n$
 $b > 0 \Rightarrow b \in \mathbb{N}$

$$S_{1-15} = \frac{15 \cdot (a_1 + a_{15})}{2} = \frac{15 \cdot (a_1 + a_1 + 14b)}{2} = 15(a_1 + 7b) = 15a_1 + 105b //$$

По уед: $\begin{cases} a_1 + a_{16} > S - 24 \\ a_{11} + a_{12} < S + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 6b) + (a_1 + 15b) > S - 24 \\ (a_1 + 10b) + (a_1 + 11b) < S + 4 \end{cases} //$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21ba_1 + 90b^2 > S - 24 \\ S + 4 > a_1^2 + 21ba_1 + 110b^2 \end{cases}$$

$$a_1^2 + 21ba_1 + 90b^2 + S + 4 > a_1^2 + 21ba_1 + 110b^2 + S - 24$$

$$28 > 20b^2$$

$$b^2 < \frac{28}{20}$$

$$b \in \left[-\frac{28}{20}; \frac{28}{20}\right] \cap \mathbb{N} \Rightarrow b = 1 //$$

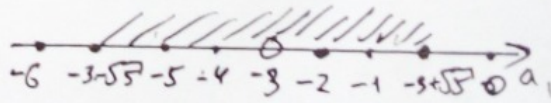
Визначимо, чимо

$$\begin{cases} (a_1 + 6b)(a_1 + 15b) > S - 24 \\ (a_1 + 10b)(a_1 + 11b) < S + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases} //$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 3)^2 > 0 \\ (a_1 - (-3 - \sqrt{5}))(a_1 - (-3 + \sqrt{5})) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 \neq -3 \\ a_1 \in [-3 - \sqrt{5}; -3 + \sqrt{5}] \\ a_1 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\uparrow$$

$$D_1 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow a_{1,2} = -3 \pm \sqrt{5}$$



$$\Downarrow$$

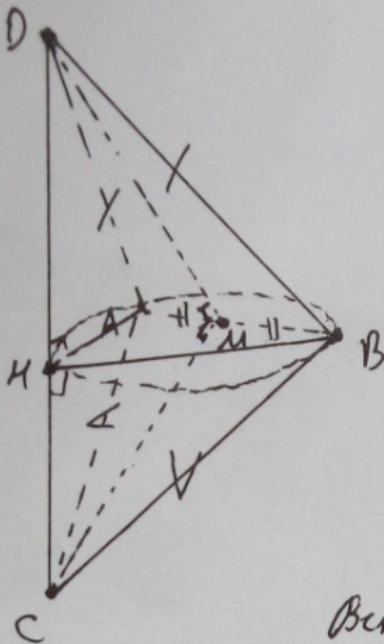
$$a_1 \in \{-5; -4; -2; -1\}$$

Одповідь: -5; -4; -2; -1.

①

② Началь

Чистовик



Проведём высоту CH, v

\square M -середу AB , тогда по опр.

DM и CM - медианы в $\triangle DAB$ и $\triangle CAB$

соотв., но эти \triangle -ки - равнобедренные по опр. (поскольку $DA=DB; CA=CB$) \Rightarrow

$\Rightarrow DM$ и CM и то же высота \Rightarrow

по опр. высоты:

$$\left. \begin{array}{l} DM \perp AB \\ CM \perp AB \\ CM \times DM \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Rightarrow \\ \text{прямая} \end{array} \Rightarrow AB \perp (DMC) \Rightarrow AB \perp CD \quad \begin{array}{l} \text{по} \\ \text{опр} \end{array}$$

Вспомним про ~~сферический цилиндр~~ описанный цилиндр
 вокруг $ABCD$ ~~цилиндра~~, т.к. CO лежит на ~~оси~~, а
 $CD \parallel$ ос, то CD лежит на образующей цилиндра.

Проведём через A плоскости $\alpha \perp$ ос образующей (и CD в
 том числе). Эта плоскость будет содержать все прямые
 \perp -ные CD через точку $A \Rightarrow B \in \alpha$

$\square \alpha \cap CD = (\cdot) M \Rightarrow AM \perp CD; BM \perp CD$

т.к. $\alpha \perp$ на образующей цилиндра, то на цилиндре она
 отсекает окружность радиуса цилиндра.

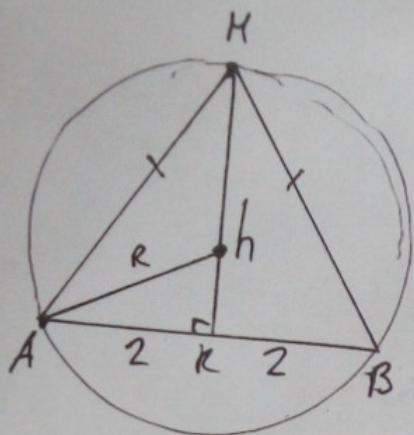
Получается $\triangle HAB$ вписан в окр. радиуса цилиндра R

Заметим, что $\triangle CBA = \triangle CDB$ по трем сторонам \Rightarrow
 и высоты в них равны $\Rightarrow MA = MB$.

Продолжим на 3-ей стр.

②

② продолжение



Найдем плоскость α :
 Высота $\triangle AMB - MK$, тогда ее длина h
 $\Rightarrow AH = \sqrt{h^2 + 4} = MB$

$$S_{\triangle AMB} = \frac{h \cdot AB}{2} = \frac{h \cdot 4}{2} = 2h$$

$$S_{\triangle AMB} = \frac{AM \cdot AB \cdot MB}{4R} = \frac{(h^2 + 4) \cdot 4}{4R} = \frac{h^2 + 4}{R} \Rightarrow$$

$$2h = \frac{h^2 + 4}{R}$$

$$R = \frac{h^2 + 4}{2h} = \frac{1}{2} \left(h + \frac{4}{h} \right) \geq \frac{1}{2} \cdot 2 \sqrt{h \cdot \frac{4}{h}} =$$

по Фюр. Коши

$$= 2 \Rightarrow \min R = 2 \Rightarrow R = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2h = \frac{h^2 + 4}{2}$$

$$4h = h^2 + 4$$

$$h^2 - 4h + 4 = 0$$

$$(h - 2)^2 = 0$$

$$h = 2 \Rightarrow AH = \sqrt{h^2 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} //$$

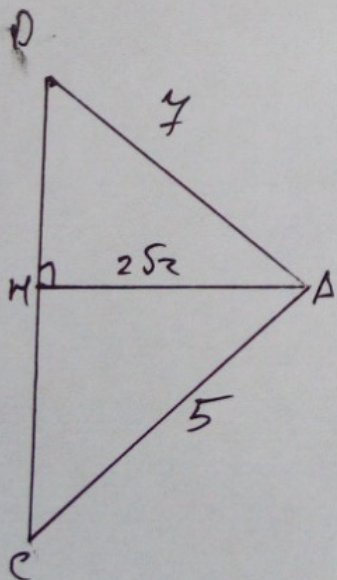
$\triangle CDA$:

по Th. Пифагора!

$$DM = \sqrt{AD^2 - AM^2} = \sqrt{49 - 8} = \sqrt{41}$$

$$AK = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{25 - 8} = \sqrt{17} \Rightarrow$$

$$CB = CH + MD = \sqrt{17} + \sqrt{41} //$$



Ответ: $\sqrt{17} + \sqrt{41}$.

③

Чистовик

3

начало

Применение большой график на стр 5, здесь лишь описание.

Начертим на координатных

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 50 - \text{график} - \text{круг с центром в } (a, b).$$

Найдем, где могут находиться их центры.

В центре $x_0 = a; y_0 = b \Rightarrow$ для них выполняется условие

$$a^2 + b^2 \leq \min(14a + 2b, 50) \text{ или } x^2 + y^2 \leq \min(14x + 2y, 50) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 14x + 2y, \text{ при } 14x + 2y \leq 50 \leftarrow \text{части шара} \\ x^2 + y^2 \leq 50, \text{ при } 14x + 2y \geq 50 \leftarrow \end{cases}$$

одного $R = \sqrt{50}$

Начертим этот график центров

Это получится область пересечения двух кругов с центрами в $(0, 0)$ и $(4, 2)$

$O(0; 0); O_1(4; 2)$, заметим, что $4^2 + 2^2 = 50 = R^2 \Rightarrow$ центр одной окр.

лежит на другой. Пусть ΔOAO_1 - равност. $\Rightarrow \angle AOO_1 = \angle O_1AO = 60^\circ$ аналогично

$\angle AOB = \angle A_1OB_1 = 120^\circ$

Теперь вернемся к $(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 50$. Зубо проверим, мы строили круги

с центрами в заданной области. Как будут пересекаться лишь те, что у границы (другие полностью или график центров и части того, что покрывает

границы). ΔOAB просто увеличивают радиус круга, $\Delta O_1A_1B_1$ как и на дуге ΔO_1B_1 , просто раздвинуть круги. Но в $(.) A$ и B эти сектора

соединим, получим сектор окружности. Нарисуем

Посчитаем S

$$S = S_{\text{сектор } OBF} + S_{\text{сектор } O_1CD} - S_{\Delta AOB} - S_{\Delta A_1O_1B_1} + S_{\text{сектор } ACF} + S_{\text{сектор } BED}$$

$$S = 2 \left(\pi \cdot (2R)^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \sin 120^\circ \cdot R^2 + \pi R^2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} \right) = 2 \left(\frac{4}{3} \pi R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 + \frac{1}{6} \pi R^2 \right) =$$

$$= 2 \left(\frac{8+1}{6} \pi R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \right) = 2 \left(\frac{3}{2} \pi R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \right) = \left(3\pi - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) R^2 = \left(3\pi - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot 50 =$$

$$= 150\pi - 25\sqrt{3}$$

Продолжение на стр 5.



4

Чистовик

5) продолжение

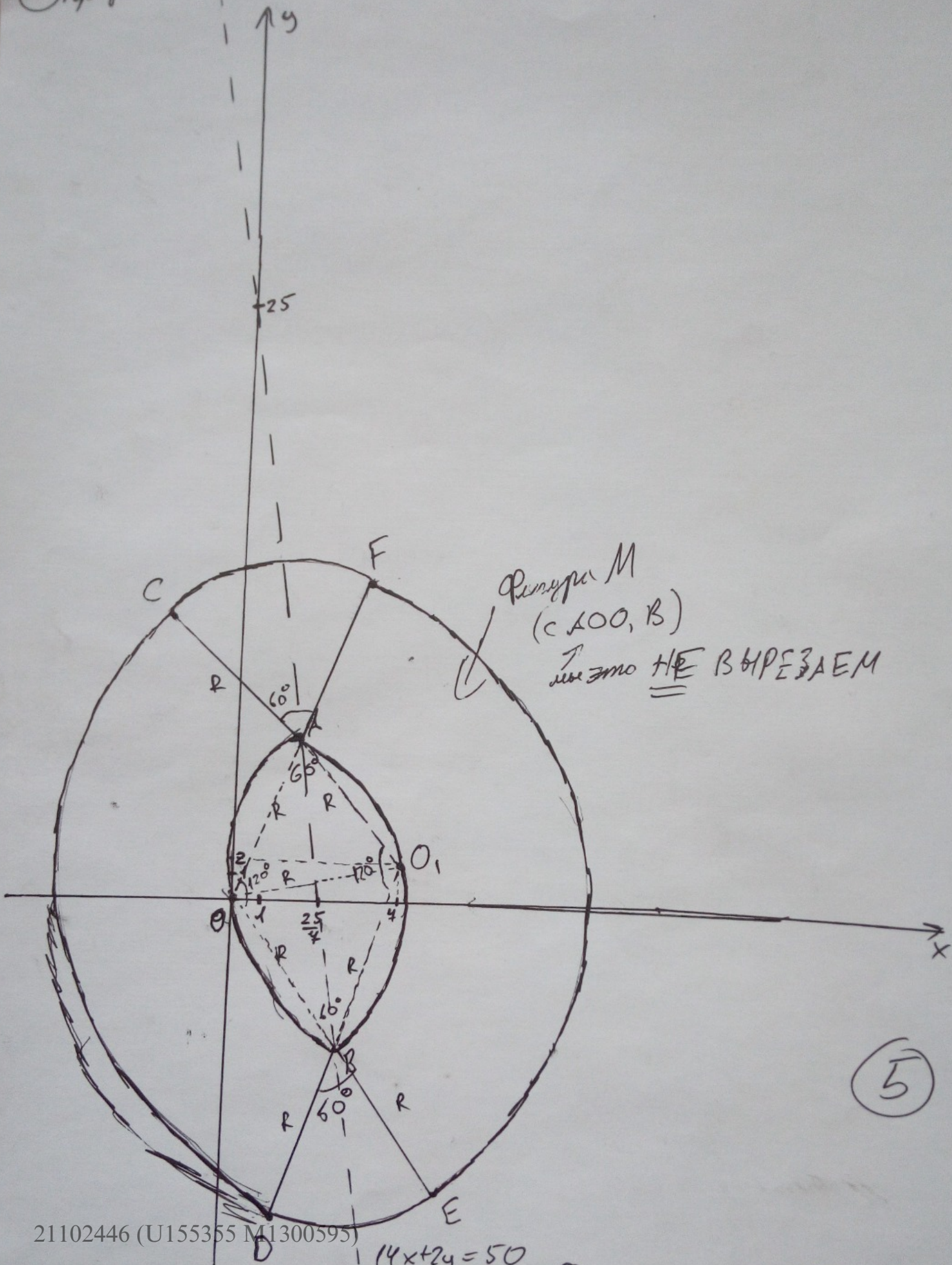


Рисунок М
(с. 100, В)
мы это НЕ ВЫРЕЗАЕМ

5

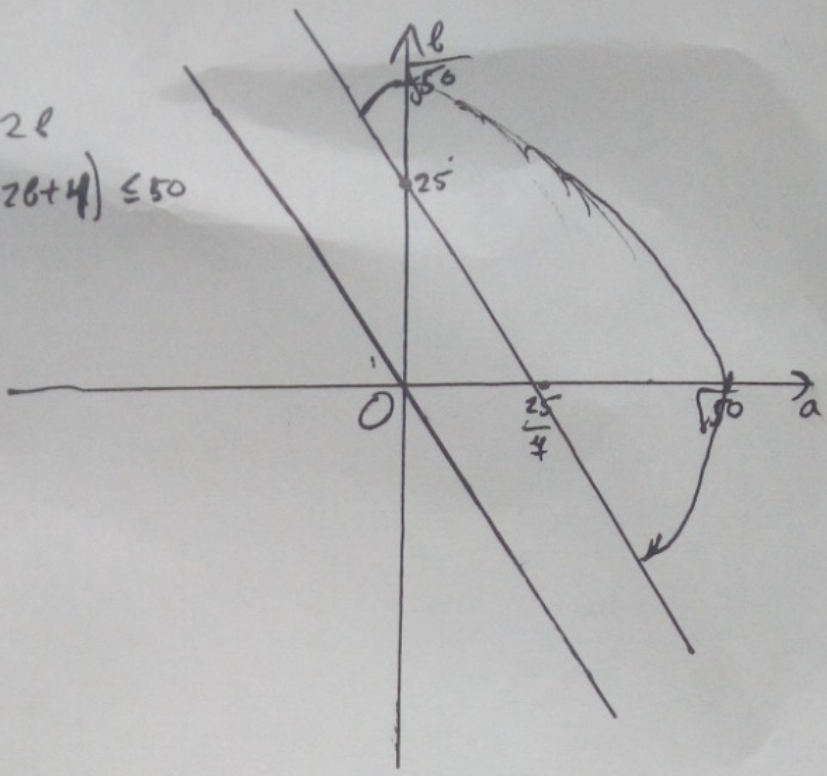
21102446 (U155355 M1300595)

$14x + 2y = 50$

Объем: $150\pi - 25\sqrt{3}$

Чертотун

$$a^2 + b^2 \leq 14a + 2b$$
$$(a^2 - 14a + 49) + (b^2 - 2b + 1) \leq 50$$



Чертовик

③

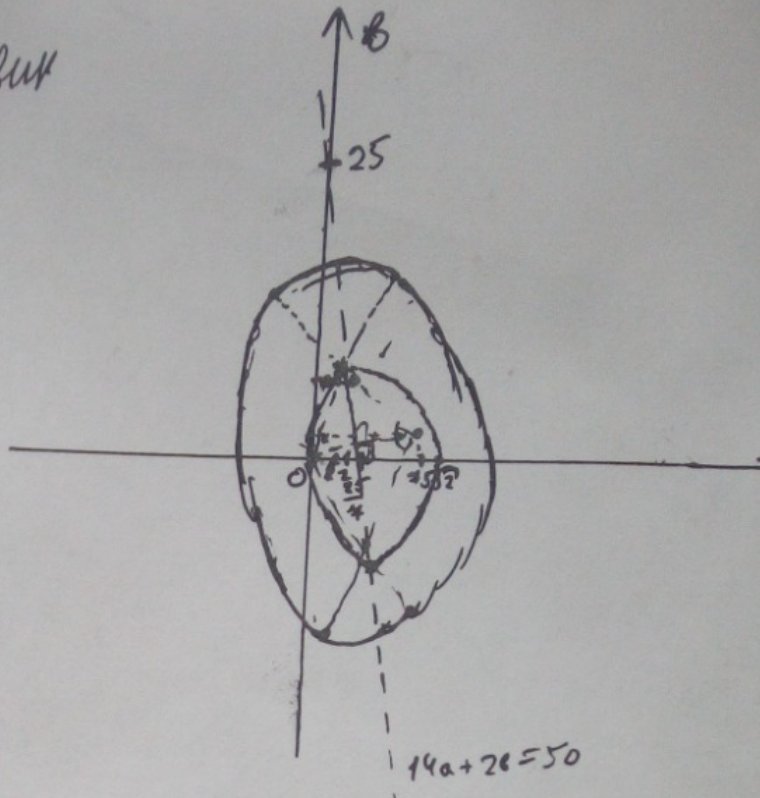
$$a^2 + b^2 \leq \min(14a + 2b; 50)$$

⇔

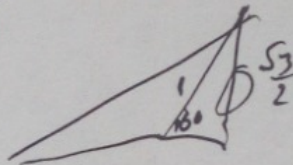
$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 + b^2 \leq 14a + 2b, \text{ при } 14a + 2b \leq 50 \\ a^2 + b^2 \leq 50, \text{ при } 14a + 2b > 50 \end{array} \right.$$

⇔

$$\left\{ \begin{array}{l} (a-7)^2 + (b-2)^2 \leq 50, \text{ при } 14a + 2b \leq 50 \\ a^2 + b^2 \leq 50, \text{ при } 14a + 2b > 50 \end{array} \right.$$



$\frac{1}{3}$



$$\frac{4}{3} + \frac{1}{6} = \frac{8}{6} + \frac{1}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Числовик

① S_{1-15} y up. np. $a_n \in \mathbb{Z}$
 $a_7 a_{10} > S_{24}$

$a_{11} a_{12} < S_{14} \quad a_1 = ?$

$$\frac{15}{7} \\ \frac{105}{81}$$

$$S_{1-15} = \frac{15(a_1 + a_1 + 14d)}{2} = \frac{15(2a_1 + 14d)}{2} = 15a_1 + 105d$$

$$a_7 = a_1 + 6d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

$$a_{12} = a_1 + 11d$$

$$a_7 \cdot a_{10} = (a_1 + 6d)(a_1 + 9d) = a_1^2 + 21a_1d + 9d^2 > 15a_1 + 105d - 24$$

$$a_{11} \cdot a_{12} = (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 21a_1d + 11d^2 < 15a_1 + 105d + 4$$

$$S_{14} + a_1^2 + 21a_1d + 9d^2 > S_{24} + a_1^2 + 21a_1d + 11d^2$$

$$28 > 20d^2$$

$$d^2 < \frac{28}{20}, \text{ m.k. } a_n \in \mathbb{Z}, \text{ no } d \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \pm 1, \text{ no } a_n \neq 1 \Rightarrow \boxed{d=1}, \text{ moze}$$

$$a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24 \quad \frac{105}{81}$$

$$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0$$

$$(a_1 + 3)^2 > 0$$

$$a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4$$

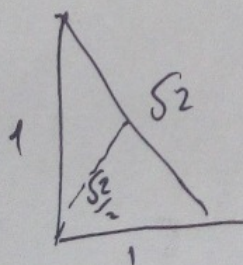
$$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$$

$$D_1 = 9 - 4 = 5$$

$$a_1 \in -3 \pm \sqrt{5} \Rightarrow a \in [-3 - \sqrt{5}; -3 + \sqrt{5}] \cap \mathbb{Z}$$

$$a \in [-5; -1], \sqrt{5} \approx 2.236$$

$$a \in \{-5; -4; -2; -1\}$$



$$R = \frac{a_1 d}{4R} = \frac{1 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{2}$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102446**

ID профиля: **155355**

Вариант 22

Числовик

(7)

П.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$; $\text{НОК}(a, b, c) = 2^{17} \cdot 7^{19}$; $\text{НОД}(a, b, c) = 2 \cdot 7$, но a, b, c - взаимно простые числа (лишь 2 и 7)

$$a = 2^{k_1} \cdot 7^{n_1}; \quad b = 2^{k_2} \cdot 7^{n_2}; \quad c = 2^{k_3} \cdot 7^{n_3} \quad k, n \in \mathbb{N}$$

П.к. $\text{НОД}(a, b, c) = 2 \cdot 7$, но $\min(k_1, k_2, k_3) = 1$
 $\min(n_1, n_2, n_3) = 1$

П.к. $\text{НОК}(a, b, c) = 2^{17} \cdot 7^{19}$, но $\max(k_1, k_2, k_3) \leq 17$
 $\max(n_1, n_2, n_3) \leq 19$

Рассмотрим k и n отдельно.

Для k :

k_1, k_2, k_3 принимают значения $1, 17, t$, где $t \in [1, 17] \cap \mathbb{N}$

При $t=1$ вариант;

k_1	k_2	k_3
1	1	17
17	1	1
1	17	1

3, как и при $t=17$. Всего вариантов

k_1	k_2	k_3
1	t	17
1	17	t
t	1	17
t	17	1
17	t	1
17	1	t

Получим всего $2 \cdot 3 + 15 \cdot 6$ вариантов, т.е. 96

Для n всё аналогично, но $t \in [1, 19] \cap \mathbb{N} \Rightarrow$

Вариантов $2 \cdot 3 + 16 \cdot 6 = 102$

П.к. любое число всего $96 \cdot 102$ способов, если бы не простые множители, но k и n образуют группу не зависящую от выбора вариантов (a, b, c)

$$96 \cdot 102 = 96 \cdot 100 + 96 \cdot 2 = 9600 + 192 = 9792 //$$

Ответ: 9792.

Условие

5) ~~Матрица~~

Даны числа

$$A = \log_{(\frac{x}{2}+1)^2} (\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}) = \frac{1}{2} \log_{(\frac{x}{2}+1)} (\frac{7x}{2} - \frac{17}{4})$$

$$B = \log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}} (\frac{3x}{2}-6) = 4 \log_{(\frac{3x}{2}-6)} (\frac{3x}{2}-6)$$

$$C = \log_{\sqrt{\frac{5x}{2}-6}} (\frac{x}{2}+1) = 2 \log_{(\frac{5x}{2}-6)} (\frac{x}{2}+1)$$

Заметим, что $ABC = 4$

Допустим $A=B$; $A=C+1$

$$\begin{cases} A=B \\ A=C+1 \\ ABC=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=B \\ C=A-1 \\ A^2(A-1)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=B \\ C=A-1 \\ A^3-A^2-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A=B \\ C=A-1 \\ (A-2)(A^2+A+2)=0 \\ A > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=2 \\ B=2 \\ C=1 \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} \frac{x}{2}+1 > 0 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4} > 0 \\ \frac{3x}{2}-6 > 0 \\ \frac{x}{2}+1 \neq 1 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4} \neq 1 \\ \frac{5x}{2}-6 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > \frac{17}{14} \\ x > 4 \\ x \neq 0 \\ x \neq 1,5 \\ x \neq \frac{14}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x \neq \frac{14}{5} \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & 0 & 4 \\ \hline 2 & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

Во всяком случае какие-то значения по 2, другое по 1.

Если соблюдено ОДЗ, то при двух значениях по 2, другое будет равно 1
либо без проверки. Или при 1 и 2, другое только 2

Решим три ур-я: $A=1$; $B=2$; $C=2$

$$C=2: 2 \log_{(\frac{5x}{2}-6)} (\frac{x}{2}+1) = 2$$

$$\frac{3x}{2}-6 = \frac{x}{2}+1$$

$$x=7. \text{ При } x=7: A = \frac{1}{2} \log_{(\frac{7}{2}+1)} (\frac{7 \cdot 7}{2} - \frac{17}{4}) = \frac{1}{2} \log_2 (\frac{98-17}{4}) = \frac{1}{2} \log_2 \frac{81}{4} = \frac{1}{2} \log_2 (\frac{81}{4}) = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1 \Rightarrow B=2 \Rightarrow x=7 \text{ - корректно}$$

$$B=2: 4 \log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})} (\frac{3x}{2}-6) = 2$$

$$(\frac{3x}{2}-6)^2 = (\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})$$

$$\frac{9}{4}x^2 - 18x + 36 = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}$$

$$9x^2 - 72x + 144 = 14x - 17$$

$$9x^2 - 86x + 161 = 0$$

$$9(x-7)(x-\frac{23}{9}) = 0 \Rightarrow x=7$$

$$\begin{array}{c|cc|c} & 9 & -86 & 161 \\ \hline 7 & 9 & -23 & 0 \end{array}$$

Если $C=2$, то $A=1$; $B=2$
Если $B=2$, то $C=2$; $A=1$

Если $A=2$, то либо $B=2$,
либо $C=2$, но тогда
 $A=1$ \Rightarrow некорректно
 $\Rightarrow A \neq 2$ \Rightarrow $x=7$

Ответ: 7.

Урок 12

6

$\exists O_1$ - центр описанной окружности ΔAOC , $\overline{AO_1} = \overline{CO_1} = R_1$, $\angle AOT = 90^\circ$. По описанной окружности ΔAOC , $\overline{AO_1} = \overline{CO_1} = R_1$, $\angle AOT = 90^\circ$. По описанной окружности ΔAOC , $\overline{AO_1} = \overline{CO_1} = R_1$, $\angle AOT = 90^\circ$.

В плоскости AOC от вершины O и центра описанной окружности O_1 проведем перпендикуляры к AC .

TE - описанная окружность ΔAOC (окр O_1) \exists в плоскости R

$\overline{AO} = \overline{OC}$ и $\overline{AO_1} = \overline{CO_1}$, то $OO_1 \perp AC$ ($O \in OO_1$)

$\angle ATO = \alpha$; $\angle O_1TP = \beta \Rightarrow \angle APT = 90^\circ - \beta = \angle POC$

$\angle AC \perp OO_1 = M$

ΔMOC и ΔMKO ; $MC = MO$

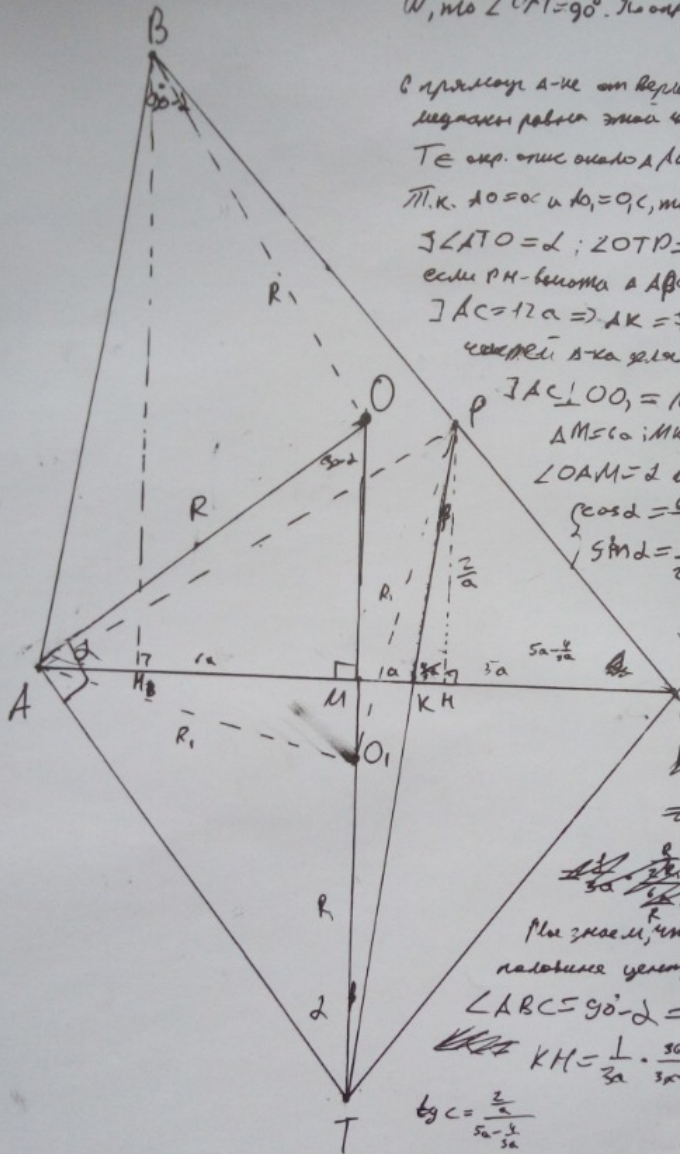
$\angle OAM = \alpha$ со стороны угла

$\cos \alpha = \frac{OM}{R_1}$ $MT = OM \cdot \tan \alpha$

$\sin \alpha = \frac{AM}{R_1}$ $\tan \beta = \frac{OM}{OM + MT} = \frac{OM}{OM(1 + \tan \alpha)}$

$\sin \beta = \frac{OM}{OC} = \frac{OM}{5a}$

$PH = \frac{OM}{\sin \beta} = \frac{OM}{\frac{OM}{5a}} = 5a$



$\frac{PH}{5a} = \frac{OM}{5a} \Rightarrow PH = OM$

$\frac{OM}{5a} = \frac{OM}{5a} \Rightarrow OM = OM$

Мы знаем, что $\angle B$ описан на $AC \Rightarrow$ равен половине центрального, т.е.

$\angle ABC = 90^\circ - \alpha \Rightarrow$

$KH = \frac{1}{2} \cdot \frac{36 \cdot 29^2}{3 \cdot 6} = \frac{4}{7}a$

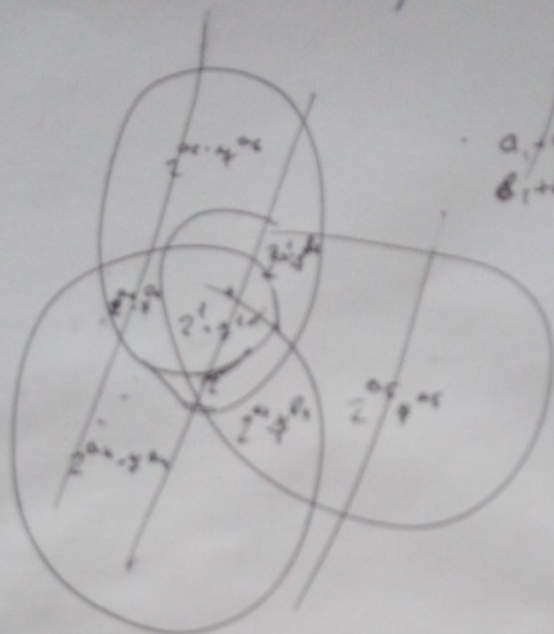
$\tan C = \frac{2}{5a - \frac{1}{2}a}$

$RH =$

3

Упроблема

4



$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = K$$

$$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 = Y$$

$$a = 2^{k_1} \cdot 4^{n_1}$$

$$b = 2^{k_2} \cdot 4^{n_2}$$

$$c = 2^{k_3} \cdot 4^{n_3}$$

$$K = \max(k_1, k_2, k_3)$$

$$L = \min(k_1, k_2, k_3)$$

$$M = \max(n_1, n_2, n_3)$$

$$N = \min(n_1, n_2, n_3)$$

$$k_1 = 1; n_1 = 1$$

$$k_2 = 1; n_2 = 1$$

$$k_3 = 1; n_3 = 1$$

5 $\log_a b; \log_b c^2; \log_c a$

$$\frac{1}{2} \log_a b; 4 \log_b c; 2 \log_c a$$

$$\frac{16}{132}$$

6 $\frac{1}{2} \log_a c = 4 \log_b c$

$$\log_a c = 8 \log_b c; 4 \log_b c = 4 \log_c a$$

$$\log_a c = \log_c a$$

$$\frac{16}{56} = 101$$

$$2c = \frac{1}{2} \cdot c$$

$$\frac{14}{132}$$

Logarithm.

$$(5) \quad] a = \frac{x}{2} + 1; b = \frac{4x}{2} - \frac{14}{4}; c = \frac{3x}{2} - 6 > 0; x > 0$$

ORB: $\begin{cases} x > 4 \\ x \neq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} a > 3 \\ b > \frac{13}{4} \\ c > 0 \end{cases}$

$$\frac{1}{2} \log_a b; 4 \log_b c; 2 \log_c a$$

$$1x + 4 = \frac{2x}{14} = \frac{x}{7}$$

$$2 \frac{\log_a a}{\log_a c} = 2 \cdot \frac{1}{\log_a c} = \frac{4}{\frac{1}{2} \log_a c} = \frac{8}{\log_a c}$$

$$A; B; \frac{4}{AB}$$

$$\begin{cases} A=B \\ A = \frac{4}{AB} + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=B \\ A = \frac{4}{A^2} + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=B \\ A^3 - A - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & -1 & 0 & -4 \\ \hline 2 & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A=B \\ (A-2)(A^2+A+2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=2 \\ A^2+A+2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \frac{4}{AB} \\ A=B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A^2(A-1) = 4 \\ A=B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A^2 - A \\ A=B+1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \log_a \left(\frac{11 \cdot 2 - 10}{4} = \frac{12 - 10}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{25}{3} \sqrt{4}$$

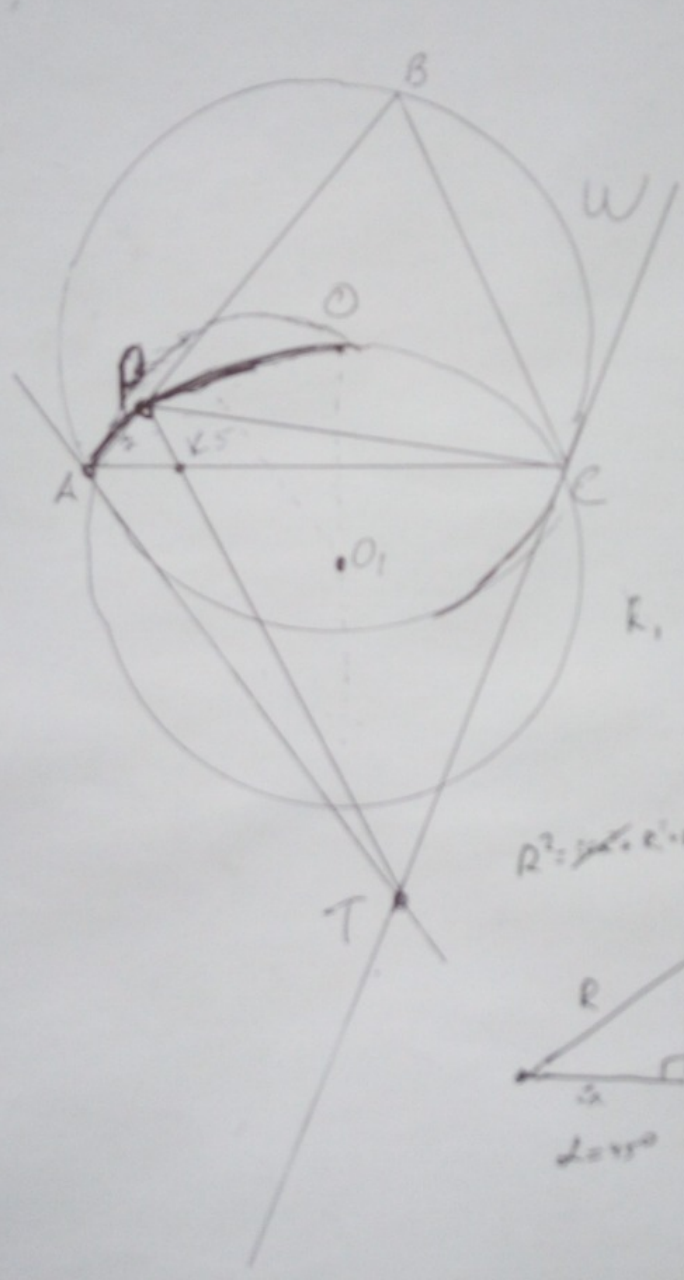
$$23 \sqrt{2}$$

$$\frac{13}{2} \sqrt{2}$$

5) ~~Сфера~~

Чертежи

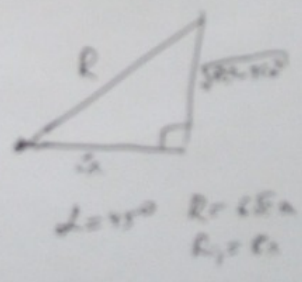
6



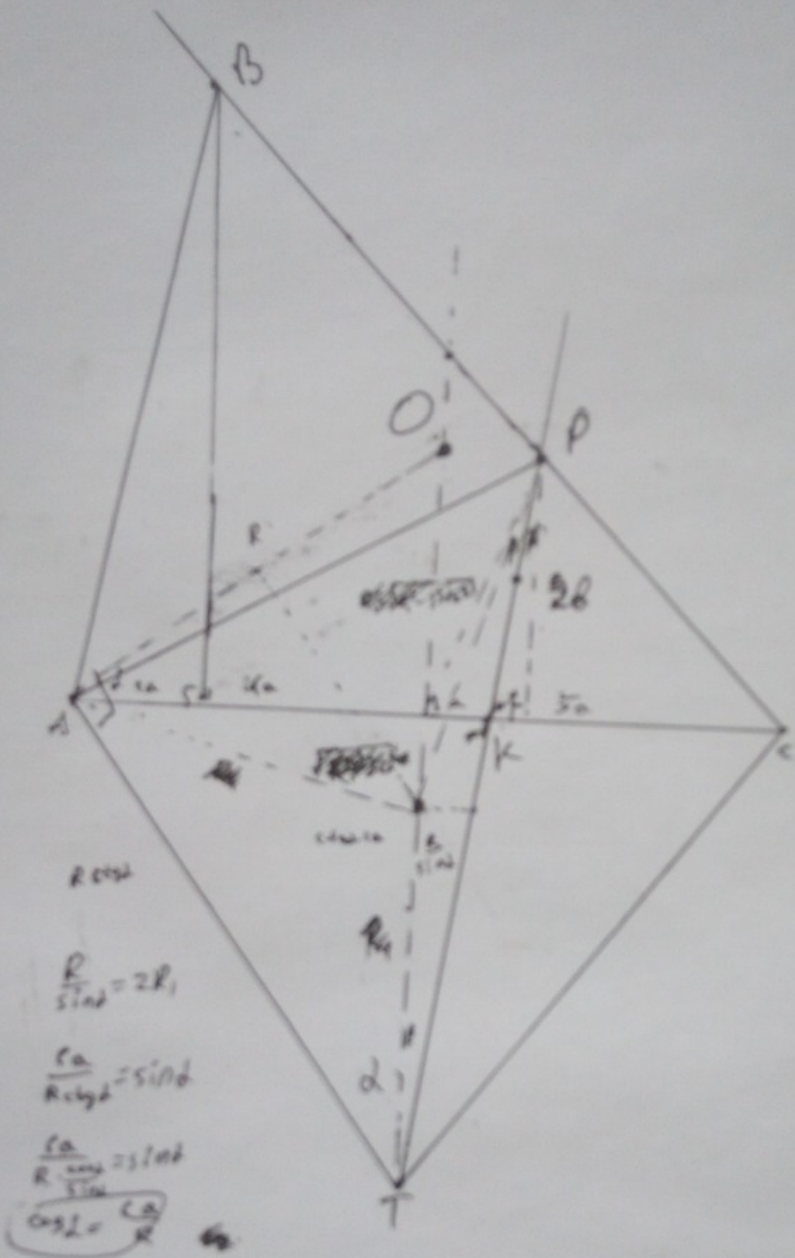
$$h = \frac{R_1}{2} \cdot h$$

$$h = \frac{a}{2}$$

$$R^2 = \sqrt{a^2 \cdot c^2 - c^2} = \sqrt{a^2 - c^2}$$



Упроботун



a=1

$R \cos \alpha$

$\frac{R}{\sin \alpha} = 2R_1$

$\frac{ca}{R \cos \alpha} = \sin \alpha$

$\frac{ca}{R \sin \alpha} = \sin \alpha$

$\cos \alpha = \frac{ca}{R}$