Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102238**

ID профиля: **850099**

Вариант 22

1.

$a_1, a_k \in \mathbb{Z}$

Чистовик.

1.

Все числа в прогрессии целые, $\to a_1 \in \mathbb{Z}$, $a_2 \in \mathbb{Z}$, $\to (a_2 - a_1) \in \mathbb{Z}$. Заметим, что $a_2 - a_1$ – разность этой прогрессии. Пусть $a_2 - a_1 = d$. Тогда:

$S = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \ldots + a_1 + 14d = 15a_1 + d(1+2+3\ldots+14) = 15a_1 + d \cdot \frac{14 \cdot 15}{2} = 15(a_1 + 7d)$

Запишем данные неравенства, выразив a_1 через a_1 и d:

$$\begin{cases} (a_1+6d)(a_1+15d) > S-24 \\ S+4 > (a_1+10d)(a_1+11d) \end{cases}$$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 > S-24 \\ S+4 > a_1^2 + 21a_1d + 110d^2 \end{cases}$$

Сложим два неравенства:

$a_1^2 + \cancel{21a_1d} + 90d^2 + \cancel{S} + 4 > a_1^2 + \cancel{21a_1d} + 110d^2 + \cancel{S} - 24$

$20d^2 < 28$

$d \in \mathbb{Z}$, $\to d = 0, -1$ или 1. Но последовательность возрастающая, $\to d > 0 \to \underline{d=1}$. Подставим d в исходные нер-ва, и выразим S ч-з a_1 и d:

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15(a_1+7) - 24 \quad (1) \\ 15(a_1+7) + 4 > a_1^2 + 21a_1 + 110 \quad (2) \end{cases}$$

Рассмотрим 1 нер-во (1):

$a_1^2 + 21a_1 > 15a_1 + 15 \cdot 7 - 15 \cdot 6 - 24$

$a_1^2 + 6a_1 > 15 - 24$

$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0$

$(a_1+3)^2 > 0$

$a_1 \neq -3$ (т.к. $(a_1+3)^2 \geq 0$, а равенство достигается $\Leftrightarrow a_1 = -3$)

Из нер-ва (2):

$a_1^2 + 6a_1 < 15 \cdot 7 + 4 - 110$

$a_1^2 + 6a_1 < 9$

$a_1^2 + 6a_1 - 9 < 0$

$(a_1+3)^2 - (\sqrt{18})^2 < 0$

$(a_1 + 3 - \sqrt{18})(a_1 + 3 + \sqrt{18}) < 0$

$a_1 \in (-3-\sqrt{18}; -3+\sqrt{18})$

$\sqrt{18} \in (4;5)$, $a_1 \in \mathbb{Z}$, $\to a_1 \in [-7; 1]$

Нер-ва (1) и (2) выполняются одновременно, $\to \begin{cases} a \in \mathbb{Z} \\ a_1 \in (-7; 1) \\ a_1 \neq -3 \end{cases} \to$

$\to$ Ответ: $a_1 = -7; -6; -5; -4; -2; -1; 0; 1$.

1

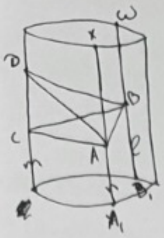
21102238 (U850099 M1[illegible])

1.

$a_1, a_k \in \mathbb{Z}$ — ~~Черн~~ Черник.

Чистовик.

2.



1. $CD \parallel$ оси цилиндра, точки C и D $\in$ его ~~осн~~ боковой поверхности, $\rightarrow$
$\rightarrow$ они лежат на одном и том же отрезке, $\parallel$ оси цилиндра и соединяющем ~~[illegible]~~ точки, принадлежащие окружностям, лежащим в основаниях (будем называть такие отрезки образующими).

2. $\triangle ABC$ – р/б и $\triangle ABD$ – р/б, $\rightarrow$ точки C и D лежат на пл-сти, проходящей через середину отрезка AB и перпендикулярной этому отрезку (C и D лежат на сер. перп. к AB), $\rightarrow$
$\rightarrow$ вся прямая $CD \in$ этой пл-сти (т.к. ей принадлежат 2 точки с этой прямой), $\rightarrow CD \perp AB$, $\rightarrow$ образующие, содержащие точки A и B, обе $\perp AB$, $\rightarrow AB \parallel A_1B_1$, где A_1 и B_1 – проекции точек A и B на основание цилиндра, $\rightarrow AB \parallel$ пл-сти основания, точки A и B симметричны относительно (CD).

3. ABA_1B_1 – прямоугольник (т.к. все его углы $= 90°$), $\rightarrow AB = A_1B_1$,
A_1B_1 – хорда окружности, ~~[illegible]~~ $\rightarrow A_1B_1 \le$ её диаметра. Радиус основания – минимальный, $\rightarrow A_1B_1$ – диаметр этой окружности, $\rightarrow$
$\rightarrow$ её радиус $= 2$.

4. Проведём из точки A и B пл-сть, параллельную основанию. Тогда C_1 – проекция на эту пл-сть точки C (и точки D, т.к. они лежат на одной прямой, которая перпендикулярна этой пл-сти). Заметим, что у нас есть 2 варианта:
точки C и D оказываются по одну сторону от данной пл-сти и по разные.

В $1^{\text{ом}}$ случае: $CD = DC_1 - CC_1$
$\triangle ACC_1$ – прямоугольный ($CC_1 \perp$ пл-сти ABC_1, $\rightarrow CC_1 \perp AC_1$), $AC = 5$,
точки A и B симметричны относительно точки C_1 $\rightarrow$ симметричны относительно C_1; $\angle AC_1B = 90°$ (т.к. опирается на диаметр), $\rightarrow AC_1 = BC_1 =$
$= 4 \cdot \cos 45° = 2\sqrt{2}$, $\rightarrow$
$\rightarrow CC_1 = \sqrt{AC^2 - A_1C_1^2} = \sqrt{25-8} = \sqrt{17}$
DC_1 из прямоугольного треугольника $AC_1D = \sqrt{49-8} = \sqrt{41}$, $\rightarrow$
$\rightarrow CD = \sqrt{41} - \sqrt{17}$.

Во $2^{\text{ом}}$ случае $CD = DC_1 + CC_1 =$ (по аналогичным рассуждениям) $\sqrt{41} + \sqrt{17}$.

Ответ: $\sqrt{41} \pm \sqrt{17}$.

1. 3. Чистовик

1. Заметим, что второе неравенство можно записать как:

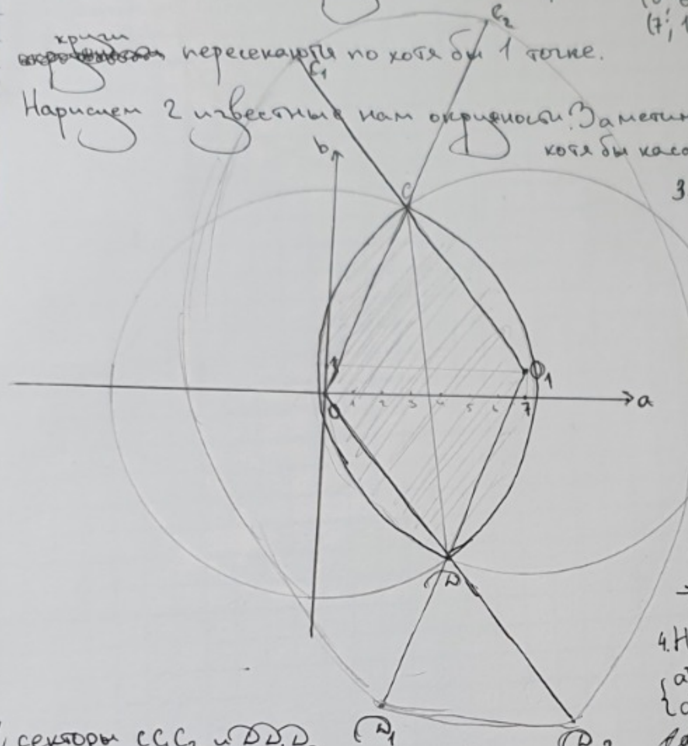
$\begin{cases} a^2+b^2 \le 14a+2b \\ a^2+b^2 \le 50 \end{cases}$, т.к. если $a^2+b^2 \le \min(14a+2b; 50)$, очевидно, что a^2+b^2 также меньше и оставшегося числа $\left(\begin{cases} a^2+b^2 \le \min(14a+2b; 50) \\ \min(14a+2b; 50) \le \max(14a+2b; 50) \end{cases} \Rightarrow\right.$

$\left. \to a^2+b^2 \le \max(14a+2b; 50)\right)$.

2. $\begin{cases} (a-x)^2+(b-y)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le 14a+2b \end{cases}$

Заметим, что 3-е нер-во равносильно $(a-7)^2+(b-1)^2 \le 50$, $\to$ все 3 неравенства задают на пл-сти $(a; b)$ 3 ~~окружности~~ круга с центрами $(x; y)$, $(0; 0)$, $(7; 1)$ и радиусом $\sqrt{50}$, и, т.к. a и b $\exists$, эти 3 ~~окружности~~ круги пересекаются по хотя бы 1 точке.

Нарисуем 2 известных нам окружности. Заметим, что окружность с центром $(x; y)$ должна хотя бы касаться заштрихованной области.



3. Пусть окружности пересекаются в точках C и D. Рассмотрим дугу CD, принадлежащую окружности с центром (7; 1). Окружность с центром $(x; y)$ хотя бы касается её, $\to$ ~~[illegible]~~ её центр удалён от точки (7; 1) не более чем на $2\sqrt{50}$, $\to$ точки $(x; y)$ лежат внутри ~~[illegible]~~ CC_1D_1, где $O_1C = CC_1$, $O_1D = D_1D$ (O_1 – точка (7; 1)). Аналогично для точек C_2 и D_2 и фигуры CDC_2D_2; ~~[illegible]~~ центр ~~[illegible]~~ этой окружности также может лежать внутри заштрихованной части, $\to$ $\to$ фигура M – $CC_1D_1DD_2C_2$. ↓

↓ секторы CC_1C_2 и DD_1D_2 ~~[illegible]~~ (секторы окружностей с центрами C и D и радиусами $\sqrt{50}$), очевидно, тоже подходят.

4. Найдём координаты точек C и D:

$\begin{cases} a^2+b^2=50 \\ a^2+b^2=14a+2b \end{cases} \to 14a+2b=50$

~~$\begin{cases} a^2+b^2=50 \\ (a-7)^2+(b-1)^2=50 \end{cases}$~~ $\begin{cases} b=25-7a \\ a^2+625+49a^2-25\cdot 7a\cdot 2=50 \end{cases}$

$50a^2-50\cdot 7a+25\cdot 23=0$

$2a^2-14a+23=0$

$a=\frac{14\pm\sqrt{196-4\cdot 2\cdot 23}}{4}=3{,}5\pm\frac{\sqrt{49-46}}{2}=$

$=3{,}5\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\to$ координаты точки C: $\left(3{,}5-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{7\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)$

D: $\left(3{,}5+\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}-\frac{7\sqrt{3}}{2}\right)$

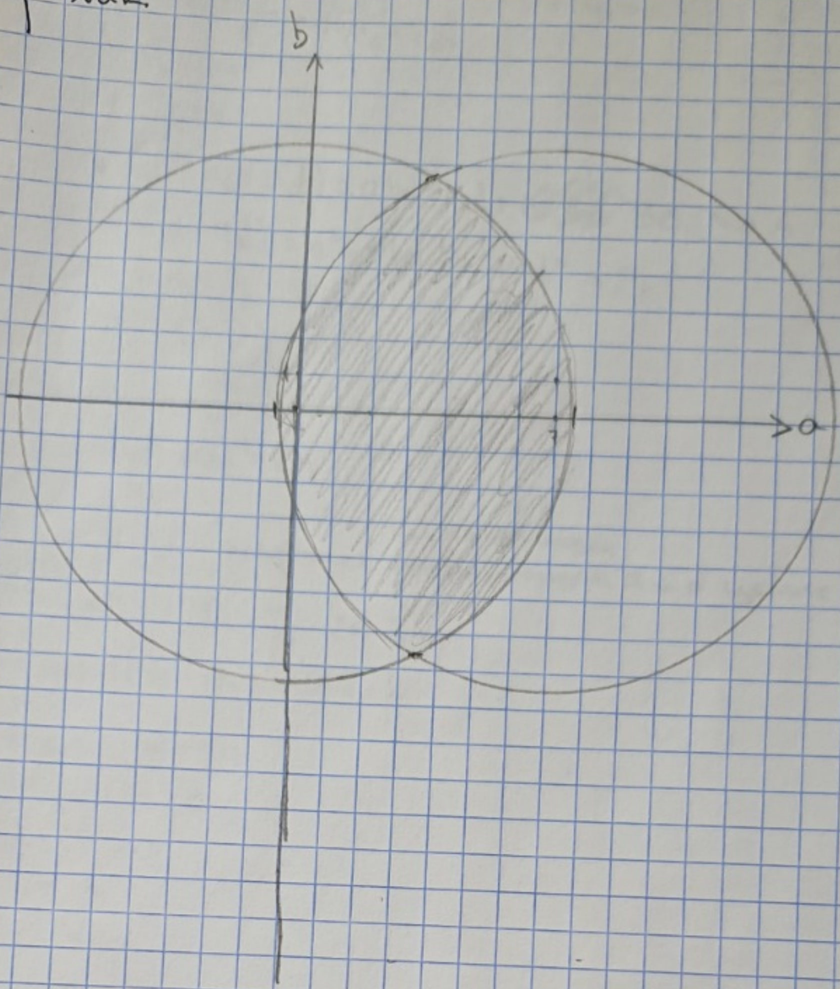
3

1.

a. a - ∈ ℤ

~~Черновик~~ Черновик

Черновик



1.

Черновик.

$a_1, a_{15} \in \mathbb{Z}$, $a_2 > a_1$. Пусть $a_1 = a$, $a_2 - a_1 = d$.

$15 \cdot 6 = 60 + 30 = 90 \to 15 \cdot 7 = 105$

$$\begin{cases} S = 15a_1 + d \cdot \frac{14 \cdot 15}{2} = 15(a_1 + 7d) \\ a_7 \cdot a_{16} > S - 24 \\ a_{11} \cdot a_{12} < S + 4 \end{cases}$$

$(a_1 + 6d)(a_1 + 15d) = a^2 + 21ad + 90d^2 = A$

$(a + 10d)(a + 11d) = a^2 + 21ad + 110d^2 = B$

$A > S - 24$

$S + 4 > B$

$A + 4 > B - 24$

$90d^2 + 4 > 110d^2 - 24$

$20d^2 < 28$

$d = 1$ ← т.к. прогрессия ~~неубывающая~~ возрастающая, a и d целые

$$\begin{cases} a^2 + 21a + 90 > 15(a + 7) - 24 \quad (1) \\ a^2 + 21a + 110 < 15(a + 7) + 4 \quad (2) \end{cases}$$

(1): $a^2 + 6a > 15 - 24$

$a^2 + 6a + 9 > 0$

$(a + 3)^2 > 0$

$a \neq -3$

(2): $a^2 + 6a < 5 + 4$

$a^2 + 6a - 9 < 0$

$(a + 3)^2 - 18 < 0$

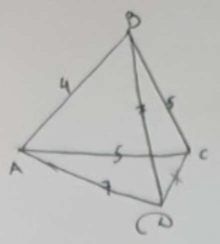
$(a + 3 - \sqrt{18})(a + 3 + \sqrt{18}) < 0$

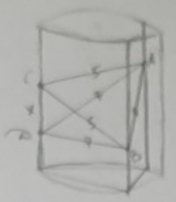
$a \in (-3 - \sqrt{18}; -3 + \sqrt{18})$. $a \in \mathbb{Z}$, $\sqrt{18} \in (4; 5) \to a = -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1$

(1) и (2) выполняются одновременно, $\to$ $a \neq -3$

21102238 (U850099 M1301583)

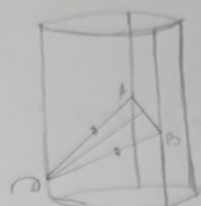
2.



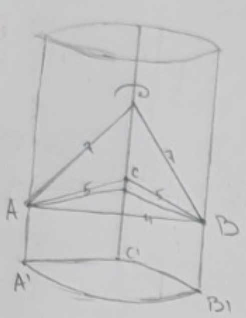


3.

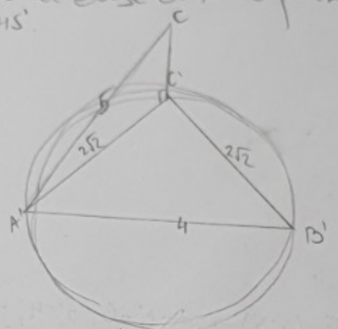
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+7b; 50)\end{cases}$$



1 AD || пл-сти основания (иначе ∃ только 1 сервер); симметричны относительно ребра с C и D, → мин радиус - при AB - диаметр. → → R - 2



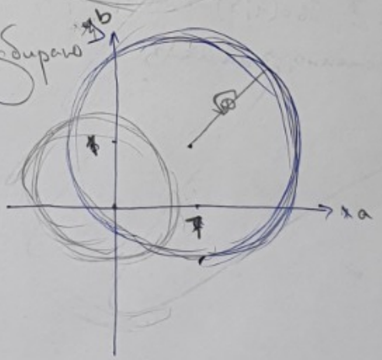
т.к A и B все еще симметричны относительно CD, угол A'C'H' = 45°



$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le 14a+2b \\ a^2+b^2 \le 50\end{cases}$$

Я взяла какие-то x, y и подбираю для них a и b:

$$\begin{cases}a^2+b^2 \le 14a+2b \\ a^2+b^2 \le 50 \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50\end{cases}$$



$$\begin{cases}(a-7)^2+(b-1)^2 \le 50 \\ \end{cases}$$

Часть 2

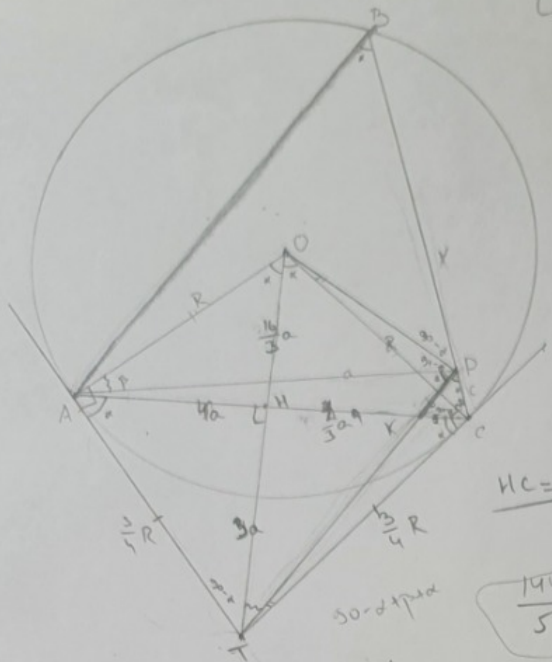
Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102238**

ID профиля: **850099**

Вариант 22

6.



$\begin{cases} S_{APK} = 7 \\ S_{CPK} = 5 \end{cases}$ S_{ABC} - ?

CP : BC - ?

PK - биссектриса $\angle APC$, $\to \frac{AK}{KC} = \frac{AP}{PC}$

$\angle PCA = \angle PTA$, $\to$ по 2м углам

$\triangle APT \sim \triangle ABC$

$\frac{AP}{AB} = \frac{PT}{BC}$

$AP \cdot BC = AB \cdot PT$

$AB \parallel PT$

а) $\triangle ABC \sim \triangle KPC$ по 2м углам, $\to$

$\to \frac{PC}{CB} = \frac{5}{12}$

$\frac{HC = 4a}{a}$ $\frac{144}{5}$

$\frac{144}{5} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \frac{3}{5}$

$4a = \frac{6}{12} AC$

$\frac{4a+x}{4a-x} = 7$

$64 + 7 = 71$

$16 + 7 = 23$

$AC = x$ $(P; AC) = h$.

$12 = \frac{1}{2} x h \to \boxed{ah = 3}$

$17 \times 9 = 153$, $\times 18$: 171, 153, 1701

$\frac{AT}{PC} = \frac{TK}{KC}$

289×81: 289, 2312, 23409, 1701, 24110

$\frac{4a+x}{8a} = \frac{7}{12}$

$48a + 12x = 56a$

$12x = 8a$

$x = \frac{2}{3} a$

$\cancel{S = \frac{abc}{4R}}$

$\frac{14}{3} a$

$\frac{AT}{AC} = \frac{AP}{AB} = \frac{TP}{BC}$

$4a = R \cdot \sin\alpha = \frac{3}{5} R$

1.3

$\sqrt{81 + 4} = \frac{a\sqrt{85}}{3} = TK$

$\frac{25}{3} a$ $\quad 1.12$

$\frac{3/4}{6/5} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

$\boxed{4a = \frac{3}{5} R}$

$\boxed{a = \frac{3}{20} R}$ $\quad AC = 8a$

$\frac{3}{20} R \cdot h = 3$

$R \cdot h = 20$

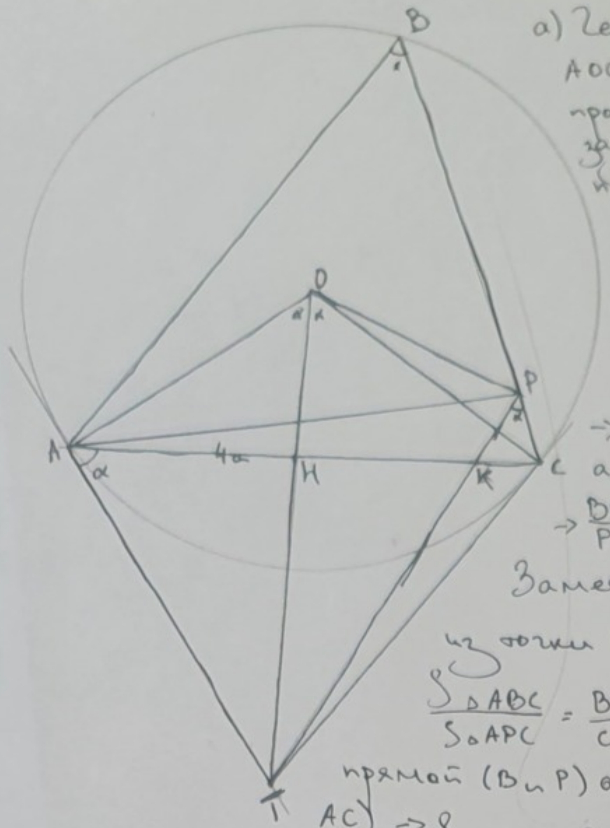
$h = \frac{20}{R}$

$\frac{25}{3} \cdot \frac{3}{20} = \frac{5}{4}$

$\frac{3 \cdot 8}{20} = \frac{24}{20} = \frac{6}{5} R = AC$

$85 : 5 = 17$

6. Чистовик



а) Четырёхугольник $AOCP$ вписан по построению; $AOCT$ вписан, т.к. $\angle OAT = \angle OCT = 90°$, → сумма его противоположных углов $= 180°$; ~~так же~~ окружность задаётся $3^{мя}$ точками (в нашем случае A, O и C), → пятиугольник $AOPCT$ – вписан.

Пусть $\angle ABC = \alpha$, тогда $\angle AOC = 2\alpha$

$\triangle AOT = \triangle COT$ по $2^{м}$ катетам (AO и OC – радиусы окружности ω, $AT = CT$ как отрезки касательных), → $\angle AOT = \angle TOC = \alpha$

Углы $\angle AOT$ и $\angle CPT$ опираются на одну дугу, → $\angle CPT = \alpha$, → прямые (PT) и (AB) параллельны, а $\triangle ABC \sim \triangle KPC$ по $2^{м}$ углам, →

→ $\frac{BC}{PC} = \frac{AC}{KC}$

Заметим, что $\frac{S(APK)}{S(PKC)} = \frac{AK}{KC}$ (т.к. у них общая высота из точки P на прямую AC), → $\frac{AC}{KC} = \frac{12}{5}$

$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle APC}} = \frac{BC}{CP}$ (т.к. мы из точек, находящихся на одной прямой (B и P) опускаем высоты на одну и ту же прямую AC), → $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle APC} \cdot \frac{BC}{CP} = S_{\triangle APC} \cdot \frac{AC}{KC} = (5+7) \cdot \frac{12}{5} = \frac{144}{5}$ ← ответ.

б) $\angle APT = \angle AOT$; $\angle ATP = \angle ACP$, → $\triangle APT \sim \triangle ABC$ по $2^{м}$ углам

Пусть $AC = 8a$. Тогда: AH ($H = OT \cap AC$) $= 4a$ из симметрии в $AOCT$;

$AK = \frac{2}{3}a$, $CK = 3\frac{1}{3}a$

$\triangle AKT \sim \triangle PKC$, → $\frac{PK}{AK} = \frac{KC}{TK}$ → $PK = \frac{AK \cdot KC}{TK}$, где TK из прямоугольного (OH – биссектриса в р/б $\triangle AOC$, → OH – высота и медиана) треугольника THK ($TK = tg\alpha \cdot 4a = 3a$) $=$

$= \sqrt{9a^2 + \frac{4}{9}a^2} = a\frac{\sqrt{85}}{3}$, → $PK = a \frac{\frac{14}{3} \cdot \frac{10}{3}}{\frac{\sqrt{85}}{3}} = \frac{140}{3\sqrt{85}}a$, → отсюда можем найти AB, следовательно и BC (из теоремы косинусов для $\triangle ABC$ для стороны AC), а так как $S_{\triangle ABC} = \frac{144}{5} = \frac{1}{2} AB \cdot BS \cdot \sin\alpha$, причем $\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{9+16}} = \frac{3}{5}$, подставив AB и BC можем найти a.

$AB = a\frac{140}{3\sqrt{85}} \cdot \frac{KC}{AK} = \frac{140 \cdot 12}{3\sqrt{85} \cdot 5}a$

$$\begin{cases} AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \frac{4}{5} \\ 144 = AB \cdot BC \cdot \frac{1}{2} \end{cases}$$

3

21102238 (U850099 M1301584)

6. 2 Чистовик.

5.

Пусть $\frac{x}{2}+1=a$, $\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=b$, $\frac{3x}{2}-6=c$. Тогда исходные выражения можно записать как:

$\frac{1}{2}\log_{|a|} b$, $4\log_b |c|$, $2\log_c a$

Из ОДЗ для 3его логарифма: $a>0$, $\to |a|=a$

~~[illegible]~~ выражение под корнем (т.е. c) существует, $\to c>0$, $\to c=|c|$, $\to$

$\to$ логарифмы выглядят так:

$\frac{1}{2}\log_a b$ Заметим, что их произведение ~~[illegible]~~ $=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2\cdot \log_a b\cdot \log_b c^{\log_c a}=4\log_a b\cdot\log_b a=4$.

$4\log_b c$ Пусть 2 логарифма $=d$, тогда третий равен $(d-1)$. Рассмотрим их произведение:

$2\log_c a$ $d^2(d-1)=4$

$d^3-d^2-4=0$

$(d-2)(d^2+d+2)=0$

$d=2$ или $d^2+d+2=0$

$(d+\frac{1}{2})^2+1+\frac{3}{4}=0$

$\vee\ 0$ $\vee\ 0$

$d\in\varnothing$

Следовательно, какие-то 2 из этих логарифмов равны 2, а третий равен $\underline{1}$.

1. Если $2\log_{(\frac{3}{2}x-6)}(\frac{x}{2}+1)=2$:

$\log_{(\frac{3x-12}{2})}(\frac{x+2}{2})=1$

$\frac{3x-12}{2}=\frac{x+2}{2}$

$x=7$. Тогда $\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\frac{81}{4}$, $\to \frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})=1$, а $4\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}(\frac{3x-12}{2})=4\cdot\frac{1}{2}=2$, $\to x=7$ подходит.

2. В п.1 мы рассмотрели случай $2\log_c a=4\log_b c$ и $2\log_c a=\frac{1}{2}\log_a b$ (т.к. при $x=7$ $\frac{1}{2}\log_a b\neq 2$, а $2\log_c a=2 \Leftrightarrow x=7$), $\to$ остался случай ~~[illegible]~~ $\frac{1}{2}\log_a b=4\log_b c=2$; $2\log_c a=\underline{1}$. Тогда:

$2\log_{(\frac{3x-12}{2})}(\frac{x}{2}+1)=\underline{1}$ и $4\log_b c=2$

$\log_{(\frac{3x-12}{2})}(\frac{x}{2}+1)=\frac{1}{2}$ $\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}(\frac{3x-12}{2})=\frac{1}{2}$

$(\frac{x}{2}+1)^2=\frac{3x-12}{2}$ $|\cdot 4$ $(\frac{3x-12}{2})^2=\frac{14x-17}{4}$ $|\cdot 4$

$x^2+4x+4=6x-24$ $9x^2+144-72x=14x-17$

$x^2-2x-28=0$. $9x^2-86x+161=0$

$x=\frac{2\pm\sqrt{4+4\cdot 28}}{2}=1\pm\sqrt{29}$ $x=\frac{86\pm\sqrt{86^2-4\cdot 9\cdot 161}}{18}=\frac{86\pm 40}{18}\neq 1\pm\sqrt{29}$, $\to$ этот вариант невозможен.

(2)

Ответ: $x=7$.

21102238 (U850099 M1301584)

№ 4. Чистовик.

$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 14 \\ НОК(a;b;c) = 2^{17}\cdot 7^{18} \end{cases}$

Заметим, что в разложении числа $a\cdot b\cdot c$ на простые множители есть только 2-ки и 7-ки (~~...~~ если $abc \vdots p$, $НОК(a;b;c)$ тоже $\vdots p$)

из 1ого уравнения a и b и $c \vdots 14$. Следовательно,

$a = 14\cdot 2^{\alpha_1}\cdot 7^{\beta_1}$

$b = 14\cdot 2^{\alpha_2}\cdot 7^{\beta_2}$

$c = 14\cdot 2^{\alpha_3}\cdot 7^{\beta_3}$

т.к. одну двойку мы считаем в $a = 14\cdot 2^{\alpha_1}\cdot 7^{\beta_1}$

$\begin{cases} \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 = 17-1 \\ \beta_1+\beta_2+\beta_3 = 18-1 \end{cases}$

$\begin{cases} \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 = 16 \\ \beta_1+\beta_2+\beta_3 = 17 \end{cases}$

И т.к. a, b и $c \in \mathbb{N}$, α_i и $\beta_i \geq 0$ и α_i и $\beta_i \in \mathbb{Z}$.

Рассмотрим 1ое уравнение: $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=16$. Заметим, что количество ответов в нём равно числу способов расставить 2 перегородки среди 16 единичек:

$\underbrace{1\,1}_{\alpha_1} | \underbrace{1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1}_{\alpha_2} | \underbrace{1\,1\,1\,1\,1}_{\alpha_3}$. И так как $\alpha_i \geq 0$, слева или справа от перегородки может не быть ни одной единички, →

→ ~~...~~ число мест для перегородок = 17. А так как нам неважно, какую перегородку поставить 1ой, ответ: $C_{17}^2 + 2$ (двойка берется из вариантов $\alpha_1=\alpha_2=0$, $\alpha_3=16$ и $\alpha_2=\alpha_3=0$, $\alpha_1=16$ – их мы не посчитали, т.к. в C_{17}^2 м-ду двумя числами (или в самом конце/начале) может быть только 1 перегородка) $+ 17$ (когда $\alpha_2 = 0$, $\Rightarrow \alpha_1$ и α_3 однозначно задаются α_1, для которого всего 17 вариантов – от 0 до 16 – т.к. если 2 $\alpha_i = 0$, возвращаемся к ~~уже~~ учтенному варианту) $= \frac{17\cdot 16}{2} + 17 = 17\cdot 9$

Для β_i по аналогичным рассуждениям число вариантов $= \frac{17\cdot 18}{2} + 18 = 17\cdot 9 + 18$

Всего количество вариантов пар $\alpha_i, \beta_i = 17\cdot 9\cdot(17\cdot 9+18)$ (так как α_i и β_i уже упорядоченные), а каждой паре $\begin{matrix}\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3\end{matrix}$ ~~...~~ однозначно соответствует пара чисел a, b и c, →

Ответ: $17\cdot 9(17\cdot 9+18) = 24'110$.

1

5

$\log_{\underbrace{(\frac{x}{2}+1)^2}_{=a}}\underbrace{\left(\frac{14x-17}{4}\right)}_{=b}$

$\log_{\sqrt{\frac{14x-17}{4}}}\left(\frac{3x-12}{2}\right) = c$

$\frac{1}{2}\log_a b = 1$

$4\log_b c = 2$

$2\log_c a = \underline{2}$

d.

$d-1$

$d^2(d-1) = 4.$

$d^3 - d^2 - 4 = 0$

$\boxed{d=2}$ $d^3 - d^2 - 4 \mid d-2$

$d^3 - 2d^2 \qquad d^2+d+2$

$d^2 - 4$

$d^2+d+2 > 0, \to \boxed{d=2}$

$2\log_c a = 2$

$\frac{3x-12}{2} = \frac{x+2}{2} = \frac{9}{2}$

$2x = 14$

$x = 7 \to \frac{14x-17}{4} = \frac{98-17}{4} = \boxed{\frac{81}{4}}$

+