Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102188**

ID профиля: **212778**

Вариант 22

Математика, 11кл.

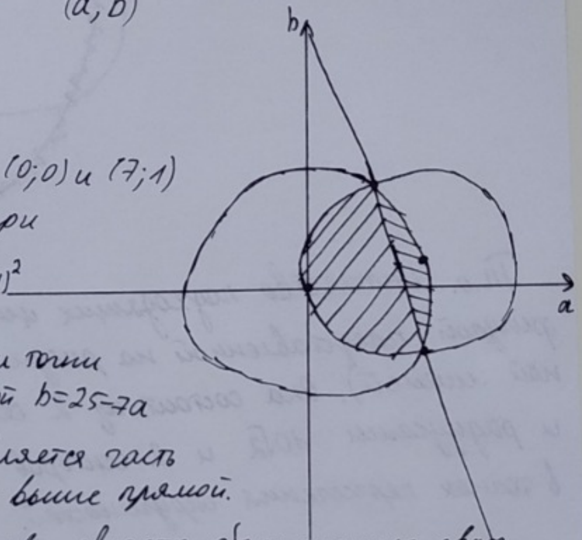
Чистовик

3. $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le \min(14a+2b,50)\end{cases}$

Проанализируем 2 неравенство:

$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}14a+2b<50\\ a^2+b^2\le 14a+2b\end{cases}\\ \begin{cases}14a+2b\ge 50\\ a^2+b^2\le 50\end{cases}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}b<25-7a\\ (a-7)^2+(b-1)^2\le 50\end{cases}\\ \begin{cases}b\ge 25-7a\\ a^2+b^2\le 50\end{cases}\end{array}\right.$

Построим решение этой системы в координатных осях (a, b)



Получим 2 окружности с центрами $(0;0)$ и $(7;1)$ и радиусами $5\sqrt{2}$. Они пересекаются при следующем условии: $a^2+b^2=(a-7)^2+(b-1)^2$

$14a+2b=50$

$7a+b=25$ – т.е. эти точки лежат на прямой $b=25-7a$

Решением каждой из систем является часть окружности, лежащая ниже или выше прямой.

Т.о. решением второго неравенства является объединение двух частей окружностей.

1 неравенство задачи в данных осях будет иметь вид окружности с центром в точке $(x; y)$ и радиусом $5\sqrt{2}$. Чтобы условие задачи выполнялось x и y должны быть такими, чтобы новая окружность имела пересечение с решением другого неравенства, обозначенного на графике.

Крайними будут являться случаи, когда окружность с центром $(x; y)$ касается графика:

3

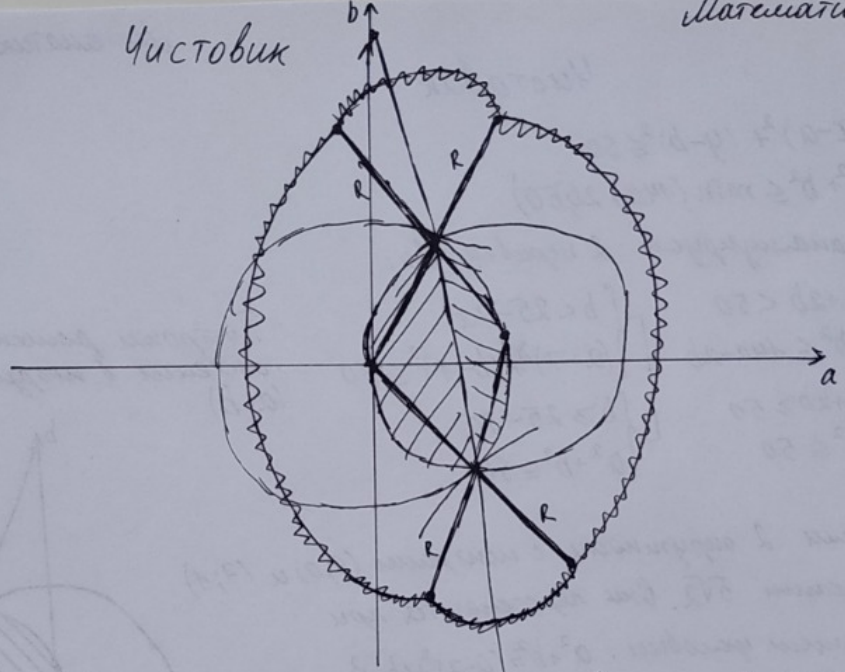
~~3~~

см. сл. стр.

Чистовик

Математика, 11 кл

3.



Т.о. множество подходящих центров $(x;y)$ в осях a,b описывается фигурой представленной на рисунке (фигура обведена зигзагообразной линией). Она состоит из 2 секторов с центрами $(0;0)$ и $(7;1)$ и радиусами $10\sqrt{2}$ и 2 секторов с радиусами $5\sqrt{2}$ и центрами в точках пересечения окружностей.

4

21102188 (U212778 M1304172)

Черновик

d – знаменатель прогрессии

$a_{11} a_{12} < S+4$

$(a_{11}-4d)(a_{12}+4d) > S-24$

$(a_1+10d)(a_1+11d) < S+4$

$(a_1+6d)(a_1+15d) > S-24$

$a_1^2+21a_1d+110d^2<S+4$

$a_1^2+21a_1d+90d^2>S-24$

$S=\frac{a_1+a_1+14d}{2}\cdot 15 =$

$=(a_1+7d)\cdot 15$

$a_1^2+21a_1d+110d^2<15a_1+105d+4$

$a_1^2+21a_1d+90d^2>15a_1+105d-24$

$-24<a_1^2+21a_1d+90d^2-15a_1-105d<4-20d^2$

$4-20d^2>-24$

$20d^2<28$

$5d^2<7$

$d^2<\frac{7}{5}$ причём ~~d – це~~ натуральное число

$d=1$

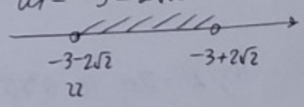
$a_1^2+21a_1+110<15a_1+109$

$a_1^2+21a_1+90>15a_1+81$

$\begin{cases} a_1^2+6a_1+1<0 \\ a_1^2+6a_1+9>0 \end{cases}$

$\frac{D}{4}=9-1=8$

$a_1=-3\pm2\sqrt{2}$



$(a_1+3)^2>0$

$a_1\neq-3$

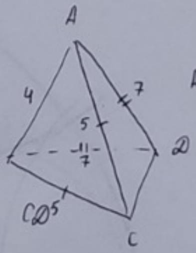
$-6 \quad -5 \quad -1 \quad 0$

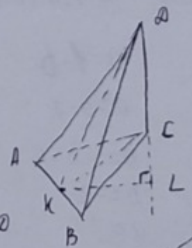
$-5; -4; -2; -1$

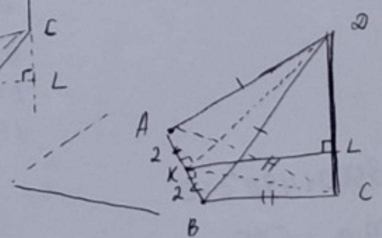
$-1, 0, 1, \dots 13 = \frac{12\cdot15}{2}=90=S$

$5\cdot14=70>66$ ✓

$9\cdot10=90 \not< 94$







верш. A и B симметр. отн. CD

$DK=\sqrt{7^2-2^2}=3\sqrt{5}$

$CK=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$

радиус. окр. вокруг ABL – минимальный

$\frac{AB}{\sin\alpha}=2R$ R мин. при max $\sin\alpha$

$\sin\alpha=1$

$\alpha=90°$ $\angle ALB=90°$

$KL=2$

$DL^2=KD^2-KL^2=7^2-2^2-2^2=49-8=41$

$CL^2=KC^2-KL^2=5^2-2^2-2^2=25-8=17$

L может быть на отрезке CD, тогда $DC=\sqrt{41}+\sqrt{17}$

L за пределами отрезка $DC=DL-CL=\sqrt{41}-\sqrt{17}$

21102188 (U212778 M1304172)

Черновик

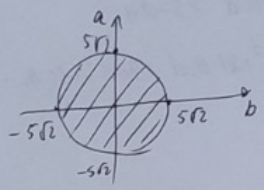
$(x-a)^2+(y-b)^2\le 50$ $\quad a=0, b=0$

$a^2+b^2\le \min(14a+2b, 50)$ $\quad x^2+y^2\le 50$ - окр. с рад. $5\sqrt2$

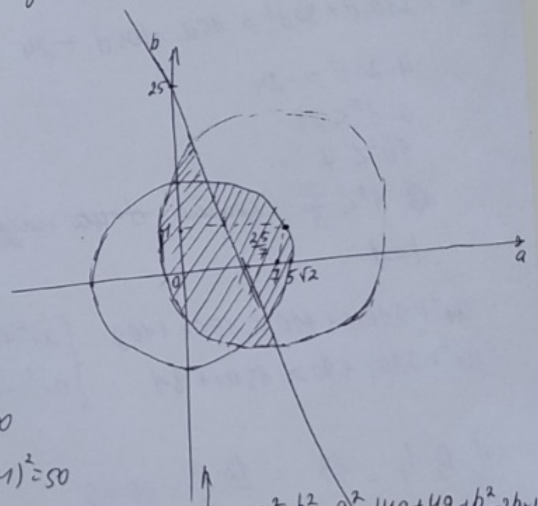
$14a+2b<50$ $\quad a^2+b^2\le 50$ в любом случае

$b<25-7a$

$a^2+b^2\le 14a+2b$

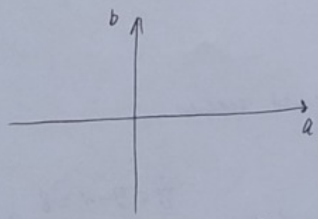


a и b из этой области



$a^2+b^2-14a-2b\le 0$

$(a-7)^2+(b-1)^2\le 50$



$b\ge 25-7a$

$5\sqrt2$ $\quad \frac{25}{7}$

$b\ge 25-7a$, то $a^2+b^2\le 50$ $\quad a^2+b^2=50$

$b<25-7a$, то $(a-7)^2+(b-1)^2\le 50$ $\quad (a-7)^2+(b-1)^2=50$

$\begin{cases}\cancel{a=b-1}\\ \cancel{b=7-a}\end{cases}$ $\quad a=\cancel{1}b$

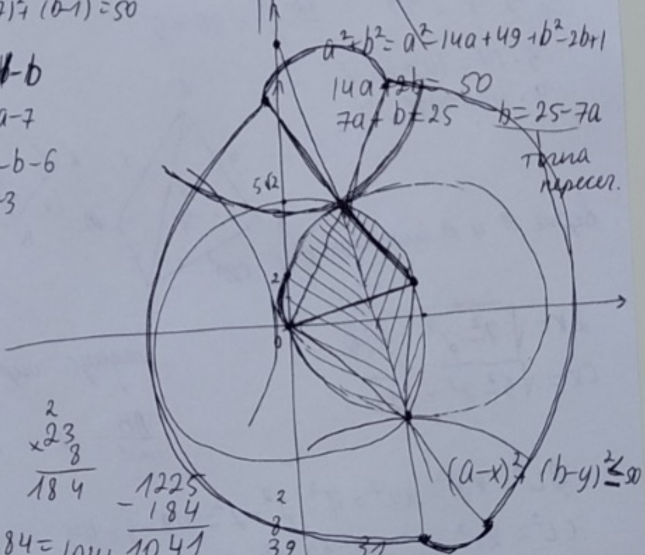
$a=\cancel{1}b$

$b=a-7$

$b=-b-6$

$b=-3$

$a=$



$a^2+25^2-350a+49a^2=50$

$50a^2-350a+575=0$

$\cancel{a^2-7a}$ $\quad 10a^2+70a+115=0$

$2a^2+35a+23=0$

$D=35^2-2\cdot4\cdot23=1225-184=1041$

$\times\begin{array}{r}23\\8\\\hline 184\end{array}$ $\quad -\begin{array}{r}1225\\184\\\hline 1041\end{array}$

$\times\begin{array}{r}39\\39\\\hline 351\\117\end{array}$ $\quad \times\begin{array}{r}31\\31\\\hline 31\\93\\\hline 961\end{array}$

$a^2+625-350a+49a^2=50$

$50a^2-350a+575=0$

$2a^2-14a+23=0$

$\frac{D}{4}=49-46=3$ $\quad a=\frac{7\pm\sqrt3}{2}$

21102188 (U212778 M1304172)

Математика 11кл.

Чистовик

1. Пусть d- ~~знаменатель~~ разность прогрессии, a_1- первый член.

$$\begin{cases} a_7a_{16} > S-24 \\ a_{11}a_{12} < S+4 \end{cases} \quad \begin{cases} (a_1+6d)(a_1+15d) > \frac{a_1+(a_1+14d)}{2}\cdot 15-24 \\ (a_1+10d)(a_1+11d) < \frac{a_1+(a_1+14d)}{2}\cdot 15+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+21a_1d+90d^2 > 15a_1+105d-24 \\ a_1^2+21a_1d+110d^2 < 15a_1+105d+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+21a_1d+90d^2-15a_1-105d > -24 \\ a_1^2+21a_1d+90d^2-15a_1-105d < 4-20d^2 \end{cases}$$

$$-24 < a_1^2+21a_1d+90d^2-15a_1-105d < 4-20d^2$$

$$-24 < 4-20d^2$$

$$20d^2 < 28$$

$$d^2 < \frac{7}{5} \quad -\sqrt{\frac{7}{5}} < d < \sqrt{\frac{7}{5}}$$

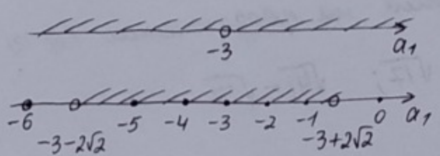
Поскольку прогрессия возрастающая, то $d>0$; поскольку она состоит из целых чисел, то d - целое. Отсюда получаем, что $d=1$.

Подставим в начальные ~~уравне~~ неравенства:

$$\begin{cases} a_1^2+21a_1+90 > 15a_1+105-24 \\ a_1^2+21a_1+110 < 15a_1+105+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+6a_1+9 > 0 \\ a_1^2+6a_1+1 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+3)^2 > 0 \\ (a_1+3+2\sqrt{2})(a_1+3-2\sqrt{2}) < 0 \end{cases}$$



$-6 < -3-2\sqrt{2} < -5$ $\quad -1 < -3+2\sqrt{2} < 0$

$-3 < -2\sqrt{2} < -2$ $\quad 2 < 2\sqrt{2} < 3$

$3 > 2\sqrt{2} > 2$ $\quad 4 < 8 < 9$

$9 > 8 > 4$

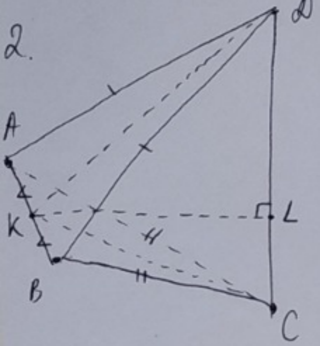
Т.е. поскольку a_1- целое число, то a_1 может равняться $-5; -4; -2; -1$

Ответ: $-5; -4; -2; -1$

1

Чистовик

2.



Отметим точку K – середину AB.

DK и CK – медианы в равнобедренных треугольниках ABD и ABC, а значит, являются и высотами.

$DK \perp AB$, $CK \perp AB$

По теореме Пифагора: $DK^2 = AD^2 - AK^2 = 7^2 - 2^2 = 45$

$CK^2 = BC^2 - BK^2 = 5^2 - 2^2 = 21$

Из точки K опустим перпендикуляр на прямую CD. $KL \perp DC$

$\left.\begin{array}{l} KL \subset (ABL) \\ KL \perp CD \end{array}\right| \Rightarrow (ABL) \perp CD$. Но поскольку CD параллельно оси цилиндра, то сечение (ABL) перпендикулярно оси. Т.е. $\triangle ABL$ – вписан в окружность, равную основанию цилиндра. Из теоремы синусов радиус этой окружности равен $\frac{AB}{2\sin\angle ALB}$. Радиус принимает минимальное значение, если $\sin\angle ALB = 1$, т.е. $\angle ALB = 90°$.

Тогда медиана $LK = AK = KB = 2$.

Отсюда по теореме Пифагора $DL^2 = DK^2 - KL^2 = 45 - 4 = 41$

$CL^2 = CK^2 - KL^2 = 21 - 4 = 17$

Если точка L лежит на отрезке CD, то $CD = DL + CL = \sqrt{41} + \sqrt{17}$.

Если L лежит на продолжении CD, то $CD = DL - CL = \sqrt{41} - \sqrt{17}$

Ответ: $\sqrt{41} + \sqrt{17}$; $\sqrt{41} - \sqrt{17}$

Часть 2

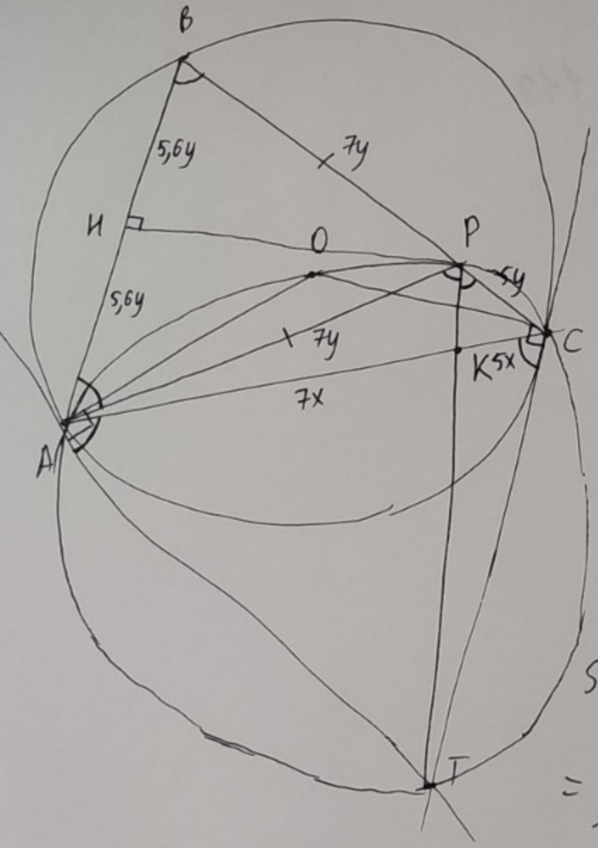
Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102188**

ID профиля: **212778**

Вариант 22

Черновик



T лежит на окр. с A, O, P, C

$\angle CAT = \angle ACT = \angle ABC = \angle APK = \angle CPK$

$AB \parallel PK$

$k = \frac{12}{5}$

$144 : 5 = 28$ (ост. 4)

$tg\,\alpha = \frac{3}{4}$

$\sin\alpha = \frac{3}{5}$

$\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\cos\alpha = \frac{BH}{BP} = \frac{BH}{7y} = \frac{4}{5}$

$BH = \frac{28y}{5}$

$5{,}6 \cdot 2 = 11{,}2$

$S = \frac{1}{2} \cdot 11{,}2y \cdot 12y \cdot \frac{3}{5} =$

$= \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{28 \cdot \cancel{2}}{5} y \cdot 12y \cdot \frac{3}{5} = \frac{28 \cdot 12 \cdot 3}{25} y^2$

$AC^2 = (12y)^2 + \left(\frac{28 \cdot 2y}{5}\right)^2 - 2 \cdot 12y \cdot \frac{28 \cdot 2y}{5} \cdot \frac{4}{5} = 144y^2 + \frac{28^2 \cdot 4}{25} y^2 - \frac{24 \cdot 28 \cdot 8 y^2}{25} =$

$= 144y^2 + \frac{28 \cdot 4}{25} y^2 (28 - 48) = 144y^2 - \frac{28 \cdot 4}{\cancel{25}_5} \cdot \cancel{20}^4 y^2 = \frac{720 - 448}{5} y^2$

$144 \cdot 5 = 720$

$272 : 16 = 17$

$28 \cdot 4 = 112$

$112 \cdot 4 = 448$

$720 - 448 = 272$

$\frac{272}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{144}^{4}}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{25}}{\cancel{28} \cdot \cancel{12} \cdot \cancel{3}_7} = \frac{272}{7}$

$68 \cdot 7 = 476$

$64 \cdot 12 = 768$

$68 \cdot 4 = 272$

$64 \cdot 5 = 320$

$320 \cdot 49 = 15680$

$3600 \cdot 5 = 18000$

$272 = 4 \cdot 6\cdot$

$= 4 \cdot 68$

$68 = 4 \cdot 17$

$\frac{2\sqrt{68}}{\sqrt{7}} = \frac{2}{7}\sqrt{476}$

21102188 (U212778 M1304173)

$$\begin{array}{r} {}^{2}6\,{}^{3}7 \\ \times\ 768 \\ 49 \\ \hline 6912 \\ 3072 \\ \hline 37632 \end{array}$$

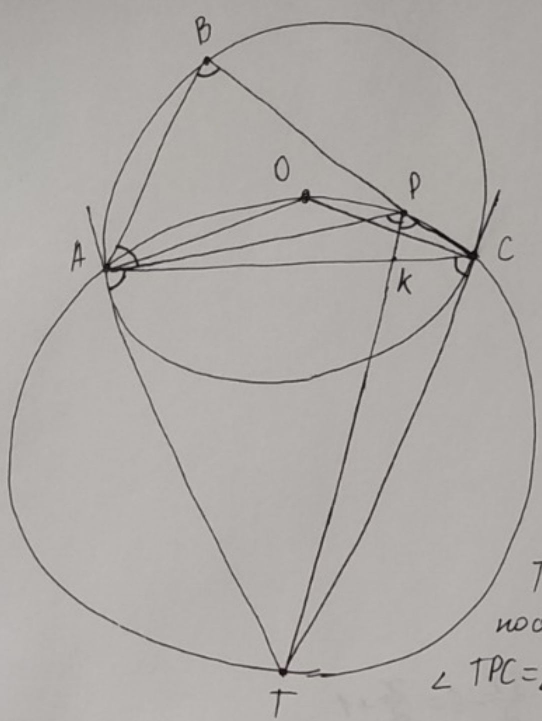
$$\frac{\sqrt{272}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{68}}{\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{17}}{\sqrt{7}} = \frac{4}{7}\sqrt{119}$$

$$476 : 4 = 119$$

21102188 (U212778 M1304173)

Чистовик

6.



а) По св-ву касательной $\angle OAT = 90°$ и $\angle OCT = 90°$, т.е. четырехугольник $AOCT$ является вписанным, поскольку сумма противолежащих углов равна $180°$. Вокруг $\triangle AOC$ уже построена окружность. Значит, T лежит на этой окружности.

По св-ву угла между касательной и хордой $\angle ACT = \frac{1}{2}\smile AC = \angle ABC$, аналогично $\angle TAC = \angle ABC$.

Т.к. P также лежит на одной окружности с A, O, C, T, то углы $\angle APT = \angle ACT$ и $\angle TPC = \angle TAC$ (опираются на одну дугу)

Получим: $\angle ABC = \angle TAC = \angle TCA = \angle TPC = \angle APT$.

$\angle CPK = \angle CBA \Rightarrow PK \parallel AB$ и $\triangle PKC \sim \triangle BAC$.

$\triangle APK$ и $\triangle CPK$ имеют общую высоту, значит их площади относятся так же, как длины оснований $\frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{AK}{CK} = \frac{7}{5}$

$\frac{CK}{AC} = \frac{5}{12}$. $\frac{S_{ABC}}{S_{PKC}} = k^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{144}{25}$ (площади подобных треугольников)

Отсюда $S_{ABC} = \frac{144}{25} \cdot 5 = \frac{144}{5} = 28{,}8$

б) $PK \parallel AB \Rightarrow \angle BAP = \angle APK = \angle ABC$ и $\triangle BPA$ - равнобедренный.

$\alpha = \angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{3}{4}$, $\angle ABC < 90° \;|\Rightarrow\; \operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4}$, $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\cos\alpha = \frac{4}{5}$

PK – биссектриса $\angle APC$. По св-ву биссектрисы $\frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{7}{5}$ 4

$AP = 7x$, $PC = 5x$

см. сл. стр.

Математика, 11кл.

Чистовик

6. $\triangle BPA$ – равнобедр, $BP = AP = 7x$, $BC = 12x$

$AB = 2BP\cos\alpha = 2\cdot 7x\cdot \frac{4}{5} = \frac{56x}{5}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}\cdot\frac{56x}{5}\cdot 12x\cdot\frac{3}{5} = \frac{56\cdot 6\cdot 3}{25}x^2 = \frac{144}{5}$

Отсюда $x^2 = \frac{144\cdot \cancel{25}^{5}}{\cancel{5}\cdot 56\cdot 6\cdot 3} = \frac{3^2\cdot 4^2\cdot 5}{7\cdot 8\cdot 6\cdot 3} = \frac{\cancel{3^2}\cdot \cancel{2^4}\cdot 5}{7\cdot \cancel{2^3}\cdot \cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}} = \frac{5}{7}$

По теореме косинусов: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cdot\cos\alpha$

$\cancel{AC^2 = \left(\frac{56x}{5}\right)^2 + (12x)^2 - 2\cdot\frac{56x}{5}\cdot 12x\cdot\frac{4}{5} = 8^2 + \frac{60^2}{7^2} - \frac{2\cdot 56^{8}\cdot 12\cdot 4}{25_5}\cdot\frac{5}{7} =}$

$\cancel{= 64 + \frac{3600}{49} - \frac{768}{5} = \frac{15680 + 18000 - 37632}{49\cdot 5}}$

$AC^2 = \left(\frac{56x}{5}\right)^2 + (12x)^2 - 2\cdot\frac{56x}{5}\cdot 12x\cdot\frac{4}{5} = 144x^2 + \frac{28^2\cdot 4}{25}x^2 - \frac{24\cdot 28\cdot 2\cdot 4}{25}x^2 =$

$= 144x^2 + \frac{28\cdot 4}{25}x^2(28 - 48) = 144x^2 - \frac{28\cdot 4\cdot 4}{5}x^2 = \frac{720 - 448}{5}x^2 =$

$= \frac{272}{5}x^2 = \frac{272}{5}\cdot\frac{5}{7} = \frac{272}{7}$

$AC = \sqrt{\frac{272}{7}} = \frac{2\sqrt{68}}{\sqrt{7}} = \frac{2}{7}\sqrt{476} = \frac{4}{7}\sqrt{119}$

Ответ: $\cancel{\frac{4}{7}\sqrt{119}}$ $\frac{4}{7}\sqrt{119}$

5

21102188 (U212778 M1304173)

Черновик

степень 2 одного из них равна 1, у остальных ≥ 1. Также с 7

степень 2 одного равна 17, у остальных ≤ 17. Также с 7

$2^1 \quad 2^k \quad 2^{17} \quad 1 \leq k \leq 17$ – 17 вар.

$7^1 \quad 7^m \quad 7^{18} \quad 1 \leq m \leq 18$ – 18 вар.

если $k \neq 1, 17$ $\qquad$ $k = 1$ или 17

$m \neq 1, 18$ $\qquad$ $m \neq 1$ или 18

x x y

a b c

3 вар.

k – 15 вар, m – 16 вар. $\qquad 2 \cdot 16 \cdot 3$

расставить 6 вар.

$15 \cdot 16 \cdot 6$

~~3 варианта выбрать 2^i и 3 вар. выбрать 7^j~~

$k \neq 1, 17$ $\quad 9 \cdot 15 \cdot 16$ $\quad \frac{a \; b \; c}{d \; e \; f}$ $\quad \underline{6 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 16}$ $\quad k \neq 1, 17$

$m \neq 1, 18$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $m \neq 1, 18$

$k = 1, 17$ $\quad \frac{a \; a \; b}{c \; d \; e}$ $\quad 3 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 16$ $\quad 18 \cdot 2(15 + 16) = 18 \cdot 2 \cdot 31$

$m \neq 1, 18$

$6 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 16 + 6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 31) + 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 =$

$k \neq 1, 17$ $\quad \frac{a \; b \; c}{d \; d \; e}$ $\quad 6 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 2$ $\quad = 36(15 \cdot 16 + 31 + 1) = 36 \cdot 272$

$m = 1, 18$

$k = 1, 17$ $\quad \frac{a \; a \; b}{c \; c \; d}$ $\quad 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$

$m = 1, 18$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 16 \\ \hline 90 \\ 15 \\ \hline 240 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 272 \\ \times 36 \\ \hline 1632 \\ 816 \\ \hline 9792 \end{array}$$

$272 = 6$

$2 \cdot 7$

$2^3 \cdot 7^3$ $\quad 6 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 + 3 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 36 + 72 + 36 = 144$

$2 \; 2 \; 2^3$ $\qquad 36$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 17 \\ \hline 112 \\ 16 \\ \hline 272 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 272 \\ \times 36 \\ \hline 1632 \\ 816 \\ 9792 \end{array}$$

21102188 (U212778 M1304173)

Черновик

$\log_{(\frac{x}{2}+1)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$, $4\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}\left(\frac{3x}{2}-6\right)$, $2\log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

$\frac{\lg\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}{2\lg\left(\frac{x}{2}+1\right)}$ $\frac{4\lg\left(\frac{3x}{2}-6\right)}{\lg\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}$ $\frac{2\lg\left(\frac{x}{2}+1\right)}{\lg\left(\frac{3x}{2}-6\right)}$

$\log_{(\frac{x}{2}+1)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=8\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}\left(\frac{3x}{2}-6\right)$

$\lg^2\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=8\lg\left(\frac{x}{2}+1\right)\cdot\lg\left(\frac{3x}{2}-6\right)$

произведение равно: 4

$t^2(t-2)$

	1	-1	0	-4
2	1	1	2	0

$t^2+t+2=0$

$D=1-8$

$t^2(t-1)=4$

$t^3-t^2=4$

$t^3-t^2-4=0$

$t=2$

2 2 1

$\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=1$

$\left(\frac{x}{2}+1\right)^2=\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$

$\frac{x^2}{4}+x+1=\frac{7x}{2}-\frac{17}{4} \quad |\times 4$

$x^2+4x+4=14x-17$

$x^2-10x+21=0$

$\left[\begin{array}{l} x=7 \\ x=3 \end{array}\right.$

$\frac{1}{2}\log_{(\frac{9}{2})}\frac{81}{4}=\frac{1}{2}\cdot 2=1$

$\cancel{\frac{1}{2}\log_{(\frac{5}{2})}\frac{25}{4}=\frac{1}{2}\cdot 2=1}$

$\frac{49}{2}-\frac{17}{4}=\frac{98-17}{4}=\frac{81}{4}$

$2\log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)=1$

$\frac{3x}{2}-6=\frac{x^2}{4}+x+1 \quad |\times 4$

$x^2+4x+4=6x-24$

$x^2-2x+28=0$

$\frac{D}{4}=1-28<0$

$$\begin{cases} 4\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}\left(\frac{3x}{2}-6\right)=2 \\ 2\log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)=2 \\ \frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=1 \end{cases}$$

$\frac{3x}{2}-6=\frac{x}{2}+1$

$x=7$

$4\log_{\frac{81}{4}}\frac{9}{2}=2$

Чистовик

5. $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$, $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$; $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

$$\begin{cases} \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0 \\ \frac{x}{2}+1>0 \\ \frac{3x}{2}-6>0 \end{cases}$$ => мы можем вынести степени за логарифм

$\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$, $4\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}\left(\frac{3x}{2}-6\right)$, $2\log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

Произведение этих 3 выражений равно 4. Пусть 2 из них равны t, а третье – $t-1$

$t^2(t-1)=4$

$t^3-t^2-4=0$

$t^2(t-2)+t(t-2)+2(t-2)=0$

$(t-2)(t^2+t+2)=0$

$$\left[\begin{array}{l} t=2 \\ t^2+t+2=0 \quad D=1-8<0 \end{array}\right.$$

Значит, 2 выражения равны 2, а одно равно 1. Возникает 3 случая:

<u>1 сл.</u> $\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=1$

$\left(\frac{x}{2}+1\right)^2=\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$

$\frac{x^2}{4}+x+1=\frac{7x}{2}-\frac{17}{4} \quad |\times 4$

$x^2+4x+4=14x-17$

$x^2-10x+21=0$

$$\left[\begin{array}{l} x=7 \\ x=3 \end{array}\right.$$

$x=7$: $4\log_{\frac{81}{4}}\frac{9}{2}=2$

$2\log_{\frac{9}{2}}\frac{9}{2}=2$

т.е $x=7$ подходит

$x=3$: $4\log_{\frac{25}{4}}\left(-\frac{3}{2}\right)$ – не имеет смысла

см. сл. стр.

21102188 (U212778 M1304173)

Математика, 11кл

Чистовик

4. НОД $(a;b;c)=2\cdot 7$, т.е. минимальная степень вхождения 2 и 7 в каждое число равна 1.

НОК $(a;b;c)=2^{17}\cdot 7^{18}$, т.е. максимальная степень вхождения 2 равна 17, а 7 равна 18.

Отсюда получим, что в разложении чисел есть $2^1, 2^k, 2^{17}$ $(1\le k\le 17)$ и $7^1, 7^m, 7^{18}$ $(1\le m\le 18)$.

1 сл: $k\ne 1, k\ne 17, m\ne 1, m\ne 18$. Тогда все степени 2 и 7 различны. Всего пар $(k;m)$ существует $15\cdot 16$. Способов расставить степени 2 и 7 – $3!\cdot 3!=6^2$

Итого троек: $15\cdot 16\cdot 6^2$

2 сл: $k=1$ или $k=17$, $m\ne 1, m\ne 18$. Пар $(k;m)$ – $2\cdot 16$. Способов расставить степени 2: 3, степени 7 – $3!$

Итого троек: $2\cdot 16\cdot 3\cdot 6$

3 сл: $k\ne 1, k\ne 17$, $m=1$ или $m=18$. Пар $(k;m)$ – $15\cdot 2$. Способов расставить степени 2: $3!$, степени 7 – 3

Итого троек: $15\cdot 2\cdot 6\cdot 3$

4 сл: $k=1$ или $k=17$ и $m=1$ или $m=18$. Пар $(k;m)$ – $2\cdot 2$. Способов расставить степени 2: 3, степени 7 – 3.

Итого троек: $2\cdot 2\cdot 3\cdot 3$

Количество троек равно $15\cdot 16\cdot 6^2+2\cdot 16\cdot 3\cdot 6+15\cdot 2\cdot 6\cdot 3+2\cdot 2\cdot 3\cdot 3=$
$=6^2(15\cdot 16+16+15+1)=6^2(15+1)(16+1)=6^2\cdot 16\cdot 17=9792$

Ответ: 9792

1

21102188 (U212778 M1304173)

Математика, 11 кл.

Чистовик

5. 2 сл. $2\log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)=1$

$\frac{3x}{2}-6=\left(\frac{x}{2}+1\right)^2$

$\frac{3x}{2}-6=\frac{x^2}{4}+x+1 \quad |\times 4$

$x^2+4x+4=6x-24$

$x^2-2x+28=0$

$\frac{D}{4}=1-28<0$

3 сл. $2\log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)=2$

$4\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}\left(\frac{3x}{2}-6\right)=1$

$\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=2$

Из первого уравнения получаем $\frac{3x}{2}-6=\frac{x}{2}+1$

$x=7$ - этот случай разобран в 1 сл.

Ответ: 7

3