Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102035**

ID профиля: **884008**

Вариант 22

$$\begin{cases} a_1^2+21a_1+90>15a_1+105-\cancel{24} \\ a_1^2+21a_1+110<15a_1+105+4 \end{cases}$$

черновик.

$105 - 24 = 81$

$$\begin{cases} a_1^2+6a_1+9>0 \\ a_1^2+6a_1+\cancel{10}+1<0 \end{cases}$$

$a_1 a_{15}$ $90<94$.

$a_1^2+6a_1+9>0$

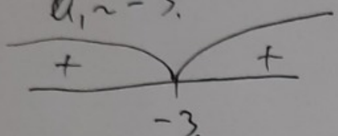
$D=36-36=0$

$a_1=-3$.

$a^2+6a_1+1<0$

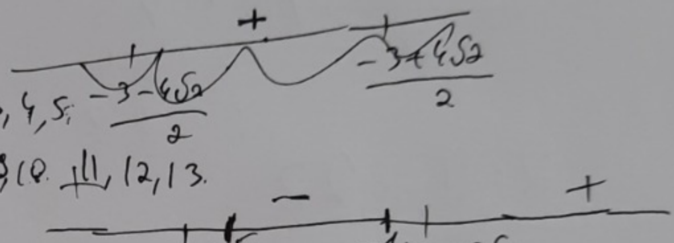
$D=36-4=32\ (4\sqrt{2})^2$

$a_1=\dfrac{-6\pm4\sqrt{2}}{2}=-3\pm2\sqrt{2}$



$-5, -4; -3; -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13$.

$\frac{-3-4\sqrt{2}}{2}$ $\frac{-3+4\sqrt{2}}{2}$



$-3-2\sqrt{2}$ -5 -1 $-3+2\sqrt{2}$

$-3-\sqrt{8}$ $-3+\sqrt{8}$

$S_{15}=\dfrac{-3+11}{2}\cdot15=60$

$5\cdot14=70$

$a_7 a_{16}=3\cdot12=36$ $-3-\sqrt{8}<-6$. $-\sqrt{8}<-3$.

$-3+\sqrt{8}$ $\sqrt{8}$

-1 2

$36>36$

-1. $S=\dfrac{-1+13}{2}\cdot15=90$

$-5, -4; -2; -1$.

$-5, -4, -3$

$90-24=66$

$a_1+10d=-5+0=5$.

$S_{15}=\dfrac{-5+9}{2}\cdot15=30$

$a_{12}=a_1+11d=-5+11$

$\cancel{50}<34$

$a_7=-5+6d=1$,

$a_{16}=-5+15=10$

$10\geq6$

$30<34$

21102035 (U884008 M1300675)

Черновик.

~~-6, -7~~, a_{1} - 6 + 14 ·. 8.

-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

$S_{10} = \frac{-6+8}{2} \cdot 15 = 15.$ 11, 12, 13, 14.

0.

$S = \frac{-4+10}{2} \cdot 15 = 45$ $a_{11} =$

$\cdot 24$

$21.$

$\frac{2 \cdot 11}{2} \cdot 22.$ $6 \cdot 7 \; 42 <$

$22 > 21$

$S = \frac{0+14}{2} \cdot 15 = 105$ $10 \cdot 11$

$\frac{\cdot 24}{81}$

$6 \cdot 15 = 90 > 81$ $110 < 109$

$\frac{121}{11}$

$\frac{1+15}{2} \cdot 15 = 120$

~~132 < 121~~

a_7 $7 \cdot 16 = 112 >$

Черновик.

$a_1, a_2, a_3, \dots \quad a_{15}.$

$a_2 = a_1 q$

$a_{15} = a_1 q^{14}.$

$a_{16} = a_1 q^{15}$

$a_7 a_{16} = a_1 q^6 \cdot a_1 q^{15} = a_1^2 q^{21} > S - 24.$

$a_1 = 2.$

$a_2 = 6.$

$a_3 = 18.$

$S = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1}$

$S_3 = \frac{a_1 \cdot (3^3 - 1)}{2}.$

$a_1^2 q^{21} > \frac{a_1 q^n - a_1}{q - 1} = \frac{a_n \cdot q - a_1}{q - 1}$

$= 2 \cdot \frac{26}{2} = 26$

$\frac{18 \cdot 3 - 2}{1} =$

$\boxed{a_1^2 q^{21} > \frac{a_1(q^{15} - 1)}{q - 1} - 24.}$

$a_1 \cdot q^{n-1} \cdot q - a_1$

$a_{11} a_{12} < \frac{a_1 (q^{15} - 1)}{q - 1} + 4.$

$a_1 \cdot q^n - a_1$

$S_3 = \frac{18 \cdot 3 - 2}{2} =$

$\boxed{a_1^2 q^{21} < \frac{a_1 (q^{15} - 1)}{q - 1} + 4.}$

$= 54 - 2$

$\frac{52}{2} = 26.$

$S - 24 < a_1^2 q^{21} < S + 4.$

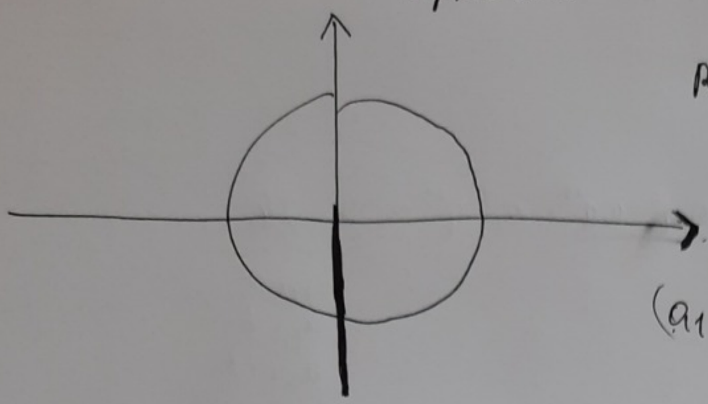
$S - 28 < a_1^2 q^{21} < S.$

$\frac{a_{15} q - a_1}{q - 1} - 28 < a_1^2 q^{21} < \frac{a_1 q^{15} - a_1}{q - 1}$

$\frac{a_1 q^{15} - a_1}{q - 1} - 28 < a_1 q^{21} < \frac{a_1 q^{15} - a_1}{q - 1}$

21102035 (U884008 M1300675)

Черновик



$R \le \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$$\frac{105}{24}$$ 81

$(a_1+10d)(a_1+11d)$

$2a_1^2 + 21a_1d + 110d^2$

$S_{15} = \frac{a_1(q^{15}-1)}{q-1}$

$a_7 a_{16} = a_1 q^6 \cdot a_1 q^{15} = a_1^2 q^{21} >$

$a_7 a_{16} > \frac{a_{16}-a_1}{q-1} =$

$\frac{a_{16}-a_1}{q-1}$

$S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15$

$a_{15} = a_1 + 14d$

$\frac{a_1 + a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15$

$10 > -5$

$-10 < 5$

$a_7 a_{16} = (a_1 + 6d)(a_1 + 15d)$

$a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 > (a_1 + 7d) \cdot 15 - 24$ $(\cdot -1)$

$a_1^2 + 21a_1d + 110d^2 < (a_1 + 7d) \cdot 15 + 4$

$$+\begin{cases} -a_1^2 - 21a_1d - 90d^2 < 24 - (a_1 + 7d) \cdot 15 \\ a_1^2 + 21a_1d + 110d^2 < (a_1 + 7d) \cdot 15 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 110 < (a_1 + 7) \cdot 15 + 4 \\ a_1^2 + 21a_1 + 90 > (a_1 + 7) \cdot 15 - 24 \end{cases}$$

d

$20d^2 < 28$

$d^2 < \frac{28}{20}$

$d^2 < \frac{14}{10}$

$d^2 < \frac{7}{5}$

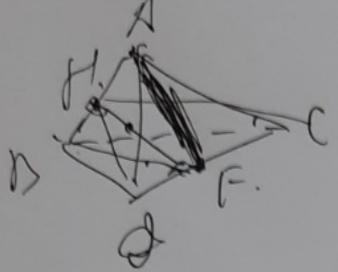
$d = 1$

$\frac{14}{10}$ $\frac{7}{5}$

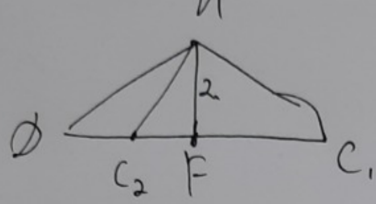
$\frac{a^{15}_{7}}{10^5}$ 3

21102035 (U884008 M1300675)

Черновик



$$\frac{FH}{FB} = 2\,\frac{HB \cdot FH}{HB^2 - FH^2}$$

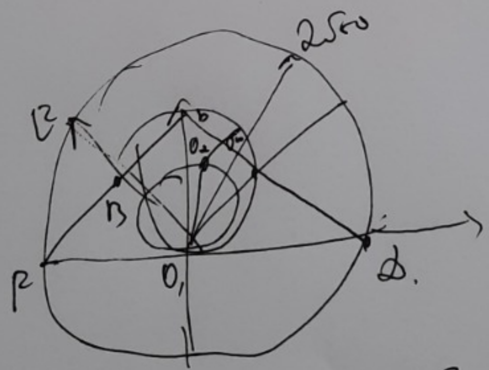


$CH = \sqrt{21}$

$HD = \sqrt{49}$

$HD\,F = \sqrt{DH^2 - HF^2} = \sqrt{41}$

$CD = \sqrt{41} \pm \sqrt{12}$



$S = S_{O_1CP} + S_{O_2PD} + S_{PBC} + S_{PCD} - S_{O_1O_2B}$

O_1CP, O_2PD, PBC, PCD сим

$S_{O_1CP} = (2\sqrt{50})^2 \cdot \frac{25}{3} = S_{BDP}$ $\quad S_{BCP} = S_{EAD} = \left(\frac{\sqrt{50}\,\frac{\sqrt{7}}{3}}{2}\right)^2$

$S_{O_1AO_2B} = \frac{2\sqrt{3}}{4} \cdot (\sqrt{50})^2$

21102035 (U884008 M1300675)

Чистовик.

1) $S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{a_1 + a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15.$

$a_7 a_{16} = (a_1 + 6d)(a_1 + 15d) = a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2$

$a_{11} a_{12} = (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 21a_1 d + 110d^2.$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2 > (a_1 + 7d) \cdot 15 - 24. \\ a_1^2 + 21a_1 d + 110d^2 < (a_1 + 7d) \cdot 15 + 4 \end{cases} \Bigg| \times(-1)$$

$$+\begin{cases} -a_1^2 - 21a_1 d - 90d^2 < -(a_1 + 7d) \cdot 15 + 24 \\ a_1^2 + 21a_1 d + 110d^2 < (a_1 + 7d) \cdot 15 + 4 \end{cases}$$

$20d^2 < 28.$

$d^2 < \frac{7}{5}$, поскольку $d > 0$, следует что $d = 1.$

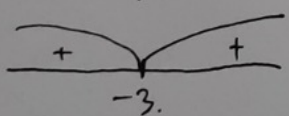
$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > (a_1 + 7) \cdot 15 - 24. \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < (a_1 + 7) \cdot 15 + 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0. \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0. \end{cases}$$

$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0,$

$a_1^2 + 6a_1 + 9 = 0$

$a_1 = -3.$



$a_1 \in (-\infty; -3) \cup (-3; \infty).$

$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$

$a_1^2 + 6a_1 + 1 = 0.$

$D = 36 - 4 = 32 = (4\sqrt{2})^2$

$a_1 = -\frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -3 \pm 2\sqrt{2}.$

$a_1 = (-3 - 2\sqrt{2}; -3 + 2\sqrt{2})$

$$\begin{cases} a_1 \in (-\infty; -3) \cup (-3; \infty). \\ a_1 \in (-3 - 2\sqrt{2}; -3 + 2\sqrt{2}). \end{cases} \Rightarrow a_1 \in (-3 - 2\sqrt{2}; -3) \cup (-3; -3 + 2\sqrt{2}).$$

но так как a_1 целое число следовательно $a_1 = -5; -4; -2; -1$

Ответ: $a_1 = -5.$
$a_1 = -4$
$a_1 = -2.$
$a_1 = -1.$

21102035 (U884008 M1300675)

Чистовик.

3). $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50)\end{cases}$ – круг с центром (a,b) и рад. $\sqrt{50}$.

S_M – ?

$a^2+b^2 \le \min(14a+2b; 50) \Leftrightarrow \begin{cases}a^2+b^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le 14a+2b \quad (2)\end{cases}$ ← круг с центром $(0;0)$ и $r=\sqrt{50}$

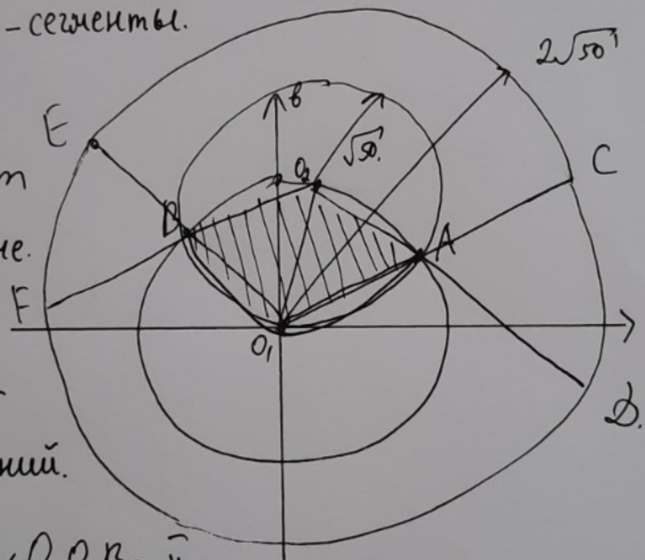
$$a^2-14a+49+b^2-2b+1 \le 50$$
$$(a-7)^2+(b-1)^2 \le 50.$$

$$S_M = S_{O_1CE} + S_{O_2FD} + S_{FBE} + S_{ACD} - S_{O_1AO_2B}$$

где O_1CE, O_2FD, FBE, ACD – сегменты.

$O_1O_2 = \sqrt{50}$

т.к. O_1O_2 лежит на окр. (рис. не точный)



$\triangle AO_1O_2 = \triangle BO_1O_2$ – равносторонний.

$\Rightarrow \angle AO_1O_2 = 60° = \angle O_2O_1B = \frac{\pi}{3}$.

$S_{сег.} = \frac{r^2\alpha}{2}$

$\angle CAD = \angle EBF = \frac{\pi}{3} \Rightarrow S_{BEF} = S_{CAD} = \frac{(\sqrt{50})^2 \cdot \frac{\pi}{3}}{2}$

$S_{O_1CE} = \frac{(2\sqrt{50})^2 \cdot \frac{2\pi}{3}}{2} = S_{O_2DF}$

$S_{O_1AO_2B} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{50})^2$

$S_M = 4\cdot 50 \cdot \frac{2\pi}{3} + 50 \cdot \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 50 = 50\left(\frac{8\pi}{3} + \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Ответ: $4 \cdot \frac{50 \cdot 2\pi}{3} + 50 \cdot \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 50 =$

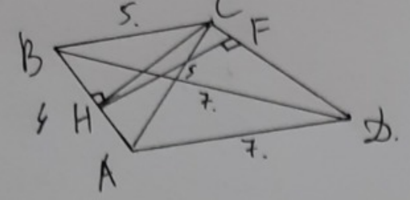
$= 50\left(\frac{8\pi}{3} + \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

21102035 (U884008 M1300675)

Чистовик.

3.

2).



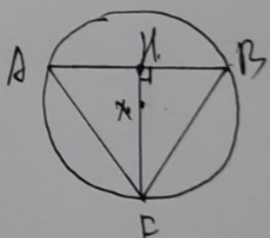
$AB = 4$
$AC = CB = 5.$
$AД = ДB = 7$

1. $\triangle ABC$ и $\triangle ABД$ равнобедровые => высоты опущенные на AB являются медианами => $HCД \perp AB$ => $CД \perp AB$.
2. Опустим высоту HF на CД.
плокость $ABF \perp CД$. => $ABF \perp$ оси цилиндра =>
r. цилиндра равно радиусу описанной вокруг $\triangle ABF$.
3. т. к. FH медиана и высота в $\triangle FAB$, то он равнобедр~~овый~~енный

$2r = \frac{AB}{\sin\angle F}$ $\quad \sin\angle F = 2\cdot\sin\frac{\angle F}{2}\cdot\cos\frac{\angle F}{2} = 2\frac{HB}{FB}\cdot\frac{FH}{FB} = \frac{2\cdot HB\cdot FH}{HB^2+FH^2}$

$r = \frac{AB}{2\sin\angle F} = \frac{AB(HB^2+FH^2)}{4HB\cdot FH}$ $\quad \boxed{FH = x.}$

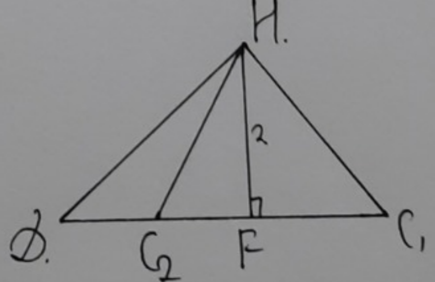
$r = \frac{4\cdot(4+x^2)}{4\cdot 2x} = \frac{4+x^2}{2x}$



$r' = \frac{2x\cdot 2x - 2\cdot(x^2+4)}{4x^2} = \frac{4x^2-2x^2-8}{4x^2} =$

$= \frac{2x^2-8}{4x^2} = \frac{x^2-4}{2x^2}$

$r' = 0 \Rightarrow x^2 = 4$
$x = 2.$



$CH = \sqrt{5^2-2^2} = \sqrt{25-4} = \sqrt{21}$
$HД = \sqrt{49-4} = \sqrt{45}$
$ДF = \sqrt{ДH^2-HF^2} = \sqrt{45-4} = \sqrt{41}.$
$CF = \sqrt{CH^2-HF^2} = \sqrt{21-4} = \sqrt{17}.$
$CД = \sqrt{41} \pm \sqrt{17}.$

Ответ: $CД = \sqrt{41} - \sqrt{17}.$ или
$CД = \sqrt{41} + \sqrt{17}.$

21102035 (U884008 M1300675)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102035**

ID профиля: **884008**

Вариант 22

log. Черновик.

$x \left|\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right| - x.$

$\left|\frac{3x}{2} - 6\right| - y.$

$\left|\frac{x}{2} + 1\right| - z.$

$\log_{z^2} x, \quad \log_{\sqrt{x}} y^2; \quad \log_{\sqrt{y}} z.$

$\frac{1}{2} \cdot \log_z x, \quad 4\log_x y, \quad 2\log_y z.$

$y = x.$

$x = y.$

$y = z.$

$\sqrt{x}$ $\quad y^4 \quad z^2$

$z. \quad x. \quad y.$

$\log_z \sqrt{x} \quad \log_x y^4 \quad \log_y z^2$

$\frac{7x}{2} - \frac{17}{4} > 0.$

$\frac{7x}{2} > \frac{17}{4}$

$7x > \frac{34}{4}$

$x > \frac{34}{28} \quad x > \frac{17}{14}$

$\frac{7x}{2} \neq \frac{17}{4} + 1.$

$\frac{7x}{2} \neq \frac{21}{4}$

$x \neq \frac{42}{28}$

$x \neq \frac{6}{4}$ $\frac{3}{2}$

$x > \left(\frac{17}{4}; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; \infty\right).$

$y > \left(4; \frac{14}{3}\right) \cup \left(\frac{14}{3}; \infty\right)$

$z > \left(-2; 0\right) \cup \left(0; \infty\right).$

$\frac{3x}{2} - 6 \neq 0.$

$\frac{3x}{2} \neq 6$

$x \neq 4.$

$\frac{3x}{2} - 6 > 0.$

$\frac{3x}{2} > 6$

$x > 4.$

$\frac{3x}{2} - 6 \neq 1.$

$\frac{3x}{2} = 7.$

$x \neq \frac{14}{3}.$

$\frac{x}{2} + 1 > 0.$

$\frac{x}{2} > -1.$

$x > -2.$

$\frac{x}{2} + 1 \neq 1.$

$\frac{x}{2} \neq 0.$

$x \neq 0.$

$4\log_x y = 2\log_y z.$

$\frac{1}{2}\log_z 1.$

$4\log_x y.$

$2\log_y z.$

21102035 (U884008 M1300676)

Черновик

4) $\begin{cases} НОД(a,b,c) = 14 = 2^1 \cdot 7^1 \\ НОК(a,b,c) = 2^{17} \cdot 7^{18} \end{cases}$

$a_1 = \frac{a}{14}$ $b_1 = \frac{b}{14}$ $c_1 = \frac{c}{14}$

$\begin{cases} НОД(a_1,b_1,c_1) = 1 \\ НОК(a_1,b_1,c_1) = 2^{16} \cdot 7^{17} \end{cases}$

$a_1 = 2^{x_a} \cdot 7^{y_a}$ $b_1 = 2^{x_b} \cdot 7^{y_b}$ $c_1 = 2^{x_c} \cdot 7^{x_c}$

$\begin{cases} \max(x_a, x_b, x_c) = 16 \\ \max(y_a, y_b, y_c) = 17 \end{cases}$

$\max(\alpha, \beta, \gamma) = n$

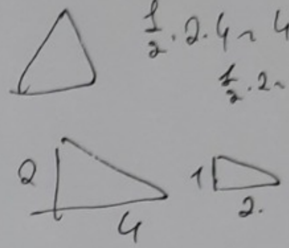
1) $\alpha \le \beta < \gamma \Rightarrow \gamma = n$

$\beta = [1; n-1]$

$[0; \beta-1]$

$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$

$\frac{1}{2} \cdot 2 = 2$



$\frac{1}{2}$

~~Пусть $x_a \le x_b \le x_c$~~, тогда $x_c = 16$

$x_b = [0; 16]$ $x_a \in [0; x_b]$

I_x: количество иксов: $\sum_{x_b=0}^{16} (x_b+1) = 17 + \sum_{x_b=0}^{16} x_b = 17 + 17 \cdot \frac{16+0}{2} =$

$= 17 + 8 \cdot 17 = 17 \cdot 9$

Пусть $y_a \le y_b \le y_c$, тогда $y_c = 17$, $y_b = [0; 17]$, $y_a \in [0; y_b]$

I_y: количество игреков: $\sum_{y_b=0}^{17} (y_b+1) = 18 \cdot \frac{18+1}{2} = 9 \cdot 19$

Чтобы не было повторений порядок x-ов фиксируем

y - можно переставлять

$I_x \cdot I_y \cdot 3! = 17 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 19 \cdot 6 = 156978$

144 | 5
10 | 28,8
44
40
40

44.0

Ответ: 156978

16
16
96
16
256

17
17
119
17
289

$\log_2 8 \cdot \log_8 144$

$3 \cdot 2 = 6$

$= 4$

919
817
6433
919
7356
750823

Черновик.

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 14 = 2^1 \cdot 7^1 \\ НОК(a;b;c) = 2^{17} \cdot 7^{18} \end{cases}$$

$a_1 = \frac{a}{14}$ $b_1 = \frac{b}{14}$ $c_1 = \frac{c}{14}$

$$\begin{cases} НОД = (a_1;b_1;c_1) = 1 \\ НОК = (a_1;b_1;c_1) = 2^{16} \cdot 7^{17} \end{cases}$$

$a_1 = 2^{x_a} \cdot 7^{y_a}$ $b_1 = 2^{x_b} \cdot 7^{y_b}$ $c_1 = 2^{x_c} \cdot 7^{x_c}$

$$\begin{cases} \cancel{НОД} \\ \cancel{НОК} \end{cases} \quad \begin{cases} \max(x_a, x_b, x_c) = 16 \\ \max(y_a, y_b, y_c) = 17 \end{cases}$$

Пусть $x_a \le x_b \le x_c$, тогда $x_c = 16$.

$x_b \in [0;16]$. $x_a \in [0; x_b]$.

$\underline{I}_x$: кол. игр $\sum_{x_b=0}^{16} (x_b+1) = 17 + \sum_{x_b=0}^{16} x_b = 17 + 17 \cdot \frac{16+0}{2} =$

$= 17 + 8 \cdot 17 = 17 \cdot 9$

Пусть $y_a \le y_b \le y_c$, тогда $y_c = 17$.

$\underline{I}_y$: кол. игр $y_b \in [0;17]$ $y_a \in [0; y_b]$.

кол. игр. $\sum_{y_b=0}^{17} (y_b+1) = 18 \cdot \frac{18+1}{2} = 9 \cdot 19$.

чтобы не было повторений порядок x-ов фикс-ли

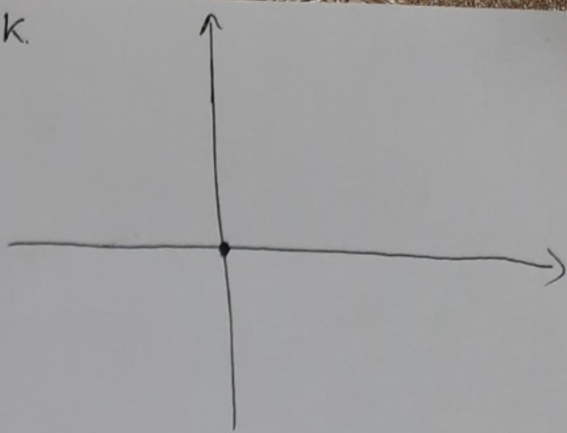
$\underline{I}_x \cdot \underline{I}_y \cdot 3! = 17 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 19 \cdot 6 =$ y - можно переставить

$= 156978$.

17
19 323
153 486
17 1938
323 2584
$\cdot 81$ 1292
6 156978
486
156978

21102035 (U884008 M1300676)

Черновик.



$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$

$\cancel{\log}$ $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$

$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$.

ОДЗ.: $\cancel{\frac{x}{2}+1>0}$. $\frac{x}{2}+1\neq0$ $\frac{x}{2}+1\neq1$

$\cancel{\frac{x}{2}>-1}$ $\frac{x}{2}\neq-1$ $\cancel{\boxed{x\neq0}}$ $x\neq0$.

$\cancel{\boxed{x>-2}}$ $x\neq-2$. $\frac{x}{2}+1\neq1$.

$\frac{17}{4}+1=\frac{21}{4}$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0$.

$\frac{7x}{2}>\frac{17}{4}$

$7x>\frac{34}{4}$

$x>\frac{34}{28}$

$\cancel{\boxed{x>\frac{17}{14}}}$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0$. $\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq1$

$x>\frac{17}{14}$ $\frac{7x}{2}\neq\frac{21}{4}$

$7x\neq\frac{42}{4}$

1. $x>\frac{17}{14}$
2. $x\in\left(\frac{17}{14};\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2};\infty\right)$
3. $x\in\left(4;\frac{14}{3}\right)\cup\left(\frac{14}{3};\infty\right)$

$\cancel{\boxed{x\neq\frac{6}{4}\neq\frac{3}{2}}}$

$\cancel{x}\neq6$

$\cancel{x\neq4}$

34 42

$\frac{3x}{2}-6>0$. $\frac{3x}{2}-6\neq1$.

$\frac{3x}{2}>6$ $\frac{3x}{2}\neq7$.

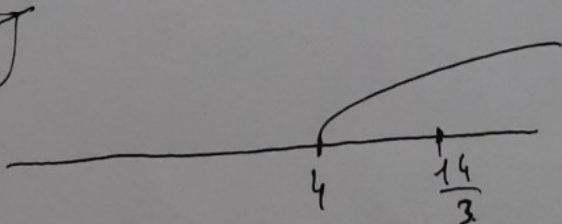
$3x>12$ $3x\neq14$.

$\boxed{x>4}$ $\boxed{x\neq\frac{14}{3}}$

$\frac{x}{2}>-1$.

$\cancel{\boxed{x>-2}}$

$x\in\left(4;\frac{14}{3}\right)\cup\left(\frac{14}{3};\infty\right)$



21102035 (U884008 M1300676)

Чистовик

1.

4) $\begin{cases} НОД(a,b,c) = 14 \cdot 2^1 \cdot 7^1 \\ НОК(a,b,c) = 2^{17} \cdot 7^{18} \end{cases}$

$a_1 = \frac{a}{14} \qquad b_1 = \frac{b}{14} \qquad c_1 = \frac{c}{14}$

$\begin{cases} НОД(a_1; b_1; c_1) = 1 \\ НОК(a_1; b_1; c_1) = 2^{16} \cdot 7^{17} \end{cases}$

$a_1 = 2^{x_a} \cdot 7^{y_a} \qquad b_1 = 2^{x_b} \cdot 7^{y_b} \qquad c_1 = 2^{x_c} \cdot 7^{x_c}$

$\begin{cases} \max(x_a, x_b, x_c) = 16 \\ \max(y_a, y_b, y_c) = 17 \end{cases}$

$\max(\alpha, \beta, \gamma) = n$

1) $\alpha < \beta < \gamma \Rightarrow \gamma = n \qquad \beta = [1; n-1] \qquad \gamma = [0; \beta-1]$

$I' = \sum_{\beta=1}^{n-1} \beta = \frac{1+n-1}{2} \cdot (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$

С учётом перестановок $I = 3! \frac{n(n-1)}{2}$

2) $\alpha = \beta < \gamma \Rightarrow \alpha = \beta \in [0; n-1]$

$I = C_3^1 \cdot n = 3n$

3) $\alpha < \beta = \gamma \qquad I = C_3^1 \cdot n = 3n$

4) $\alpha = \beta = \gamma \qquad I = 1$

$I_{\Sigma} = 3n(n-1) + 3n + 3n + 1 = 3n^2 + 3n + 1$

$I_x = 3 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16 + 1 = 817$

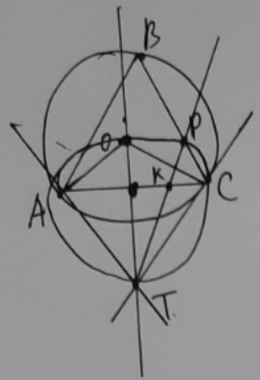
$I_y = 3 \cdot 17^2 + 3 \cdot 17 + 1 = 919$

т.к. x и y независимы, то $I_x \cdot I_y = 817 \cdot 919 = 750\,823$

Ответ: 750823

21102035 (C884008 M1300676)

6).



а) $S_{APK} = 7$

$S_{CPK} = 5.$

$KC = 5x \quad AK = 7x.$

OT - серединный перпендикуляр KAC

$\angle AOC = 180° - \angle ATC \Rightarrow T$ лежит на окр. AOC

Пусть $\angle ABC = \gamma$, тогда $\angle AOC = 2\gamma$, $\angle AOT = \angle COT = \gamma$

т.к. T - на окр. $AOC \Rightarrow \angle TPC = \angle TOC = \gamma$

$\angle TPA = \angle TOA = \gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow TP \parallel AB \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle KPC$ ~~с k~~ с $k = \frac{KC}{AC} = \frac{5x}{12x}$

$\Rightarrow S_{ABC} = k^{(-2)} \cdot S_{KPC} = \frac{144}{25} \cdot 5 = \frac{144}{5} = 28,8$

Ответ: а) $S_{ABC} = 28,8$

Чистовик

5) $\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$

$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$

$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

ОДЗ: $\frac{x}{2}+1\neq0.$ $\quad \frac{x}{2}+1>0.$ $\quad \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq1.$ $\quad \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0.$

$x\neq-2.$ $\quad x>-2$ $\quad x\neq\frac{3}{2}.$ $\quad x>\frac{17}{14}.$

$\frac{3x}{2}-6>0$ $\quad \frac{3x}{2}-6\neq1.$

$x>4$ $\quad x\neq\frac{14}{3}.$

ОДЗ: $x\in\left(4;\frac{14}{3}\right)\cup\left(\frac{14}{3};\infty\right)$

$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)\cdot\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2\cdot\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=$

$=\frac{1}{2}\cdot2\cdot2\cdot2\,\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)\cdot\log_{\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}\left(\frac{3x}{2}-6\right)\cdot\log_{\left(\frac{3x}{2}-6\right)}\left(\frac{x}{2}+1\right)=$

$=4\cdot\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)}\left(\frac{3x}{2}-6\right)\cdot\log_{\left(\frac{3x}{2}-6\right)}\left(\frac{x}{2}+1\right)=4\cdot1=4.$