

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101583**

ID профиля: **122764**

Вариант 22

Числовий
багундм 22

Математика
11 кл

N1.

Унемає ар-я пр-я a_1, a_2, \dots така, що $\forall n: a_n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$
 $\Rightarrow d \in \mathbb{Z}; d \geq 1$ м.к роз-ме багунд-я; $a_1 \in \mathbb{Z}$ Найму: a_1 ;
 Замеман: $S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15 = S$

$a_7 = a_1 + 6d; a_{10} = a_1 + 9d; a_{11} = a_1 + 10d; a_{12} = a_1 + 11d.$

$$\begin{cases} a_7 + a_{10} > S - 24 \\ a_{11} + a_{12} < S + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 9d) > S - 24 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) < S + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 > S - 24 \\ a_1^2 + 21da_1 + 110d^2 < S + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 > S - 24 \\ a_1^2 + 21da_1 + 110d^2 < S + 4 \end{cases} \Leftrightarrow a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 < S + 4 - 20d^2.$$

Орб-то: $S - 24 < a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 < S + 4 - 20d^2.$

$$(S - 24 < S + 4 - 20d^2) \Leftrightarrow (20d^2 < 28) \Rightarrow \begin{cases} d \in \mathbb{Z} \\ d^2 < \frac{7}{5} \end{cases}$$

м.к $\frac{7}{5} < 4$

$d \in [1; \sqrt{\frac{7}{5}}]$

$d \geq 1$ (пр-я багунд-я все мени $\in \mathbb{Z}$)

$1 < \sqrt{\frac{7}{5}} < 2$

\Rightarrow в пр-ке $d \in [1; \sqrt{\frac{7}{5}}]$ суу-м! $d: d \in \mathbb{Z} \rightarrow d = 1.$

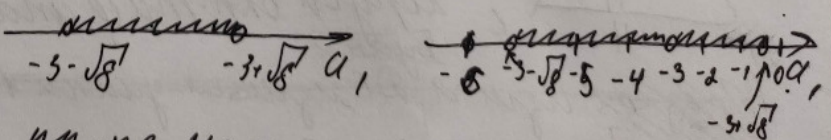
Значим $d = 1$. Погеметвун $d = 1$ б пр-я с-мн и найген a_1 ,

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > (a_1 + 7) \cdot 15 - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < (a_1 + 7) \cdot 15 + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 90 + 24 - 105 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 110 - 4 - 105 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 3)^2 > 0 \Leftrightarrow a_1 \neq -3 \\ a_1 \in (-3 - \sqrt{5}, -3 + \sqrt{5}) \end{cases} \Rightarrow a_1 \in (-3 - \sqrt{5}, -3) \cup (-3, -3 + \sqrt{5})$$

$D = 32.$

$a_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{32}}{2} = -3 \pm \sqrt{8}$



Видим, что в указанном пр-ке най-ся следующие
 целые зн-я $a_1: \{-8; -4; -2; -1\}$

(7)

№2 (пр.с)

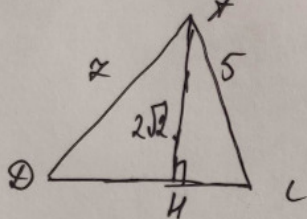
Угловых
вариантов 2

Математика
11 КД

$$-2AH^2 = AB^2$$

$$AH^2 = \frac{4^2}{2} = 8 \Rightarrow AH = 2\sqrt{2}$$

Рассмотрим $\triangle ADC$:



$DH + HC = DC$; $\triangle DHA$ и $\triangle HCA$ - пр/уп т.к AH - вкл \Rightarrow

\Rightarrow по т. Пифагора:

$$DH^2 = AD^2 - AH^2 \Rightarrow DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{49 - 8} = \sqrt{41}$$

$$CH^2 = AC^2 - AH^2 \Rightarrow CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{25 - 8} = \sqrt{17}$$

значит: $CD = DH + HC = \sqrt{41} + \sqrt{17}$

Ответ: CD может принимать значение $\sqrt{41} + \sqrt{17}$

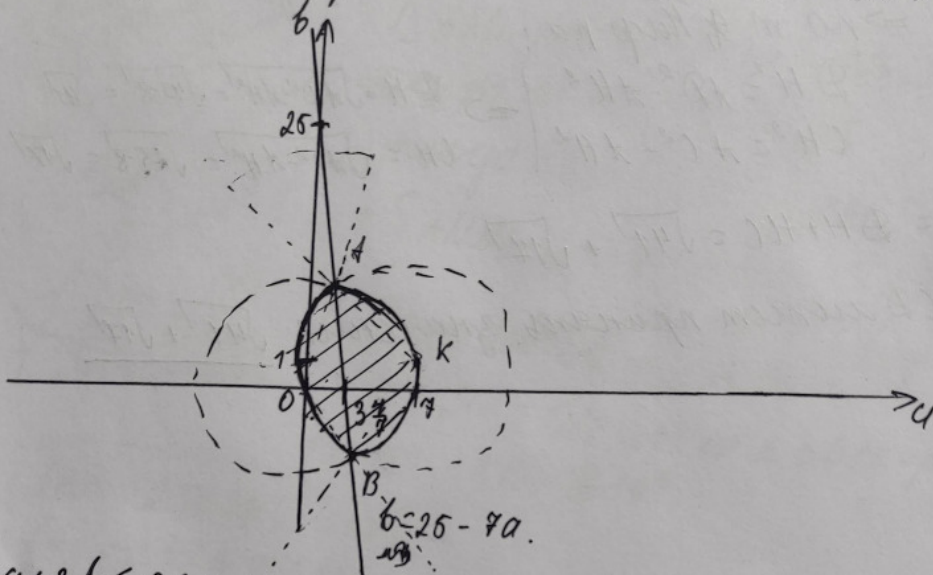
N 3

Чистовик
вариант 22.

математика

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 50 \Leftrightarrow (a-x)^2 + (b-y)^2 \leq 50 \\ a^2 + b^2 \leq \min(14a + 2b; 50) \end{cases}$$

Начертим г-ки на декартовой системе координат:



$14a + 2b \leq 50 \Leftrightarrow 7a + b \leq 25 \Leftrightarrow b \leq 25 - 7a$ - начертим на м.т.и.
тогда! там где выполняется $b \leq 25 - 7a$ и $a^2 + b^2 \leq 50$:

там, где не выполняется $b \leq 25 - 7a$: $a^2 + b^2 \leq 50$

$$a^2 + b^2 \leq 14a + 2b \Leftrightarrow a^2 - 14a + b^2 - 2b \leq 0 \Leftrightarrow (a-7)^2 + (b-1)^2 \leq 50.$$

Окр-ти обеих кругов и прямая

П.т.м.к. А и В т.к. в них

$14a + 2b = 50$ и одновременно верно что

$a^2 + b^2 = 50$ и $(a-7)^2 + (b-1)^2 = 50.$

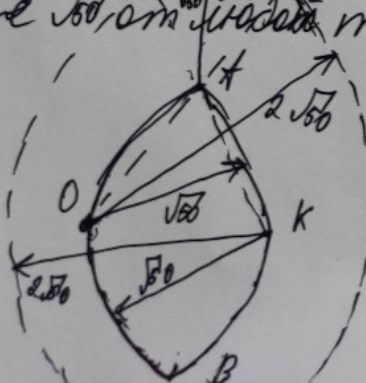
↑ круп
окр-ть с ц.м. (0; 0)
и $R = \sqrt{50}$
пр-т через (7; 1)

↑ окр-ть
круп
с ц.м. (7; 1)
и $R = \sqrt{50}$
(пр-т через (0; 0))

Фигура АКВО - решение нерав-ва $a^2 + b^2 \leq \min(14a + 2b; 50)$

$(a-x)^2 + (y-b)^2 \leq 50$ - окр-ть, так как это центр (x; y) и $R = \sqrt{50}$

Заметим, что если система имеет решение \Rightarrow данный круг или хотя бы одну точку пересекает фигуру АКВО т.е. все (x; y) н.н. в р-се \Rightarrow отсюда т.к. фигура:



то есть или вид
(на стр 6 в рис-ке лучше).

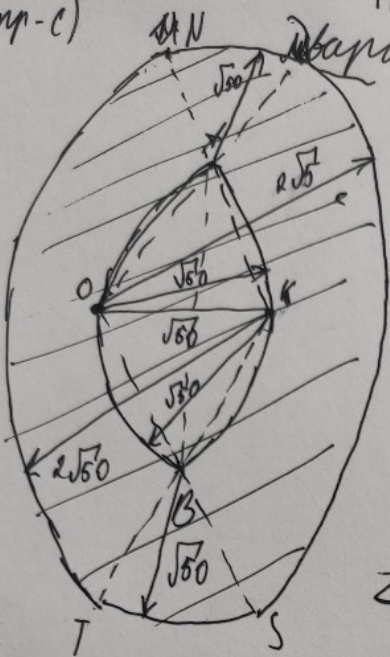
см стр 15.

(4)

УЗ(мр-с)

Числовик
Вариант 22

Математика
11кл



Очевидно, что мн-во $(x; y)$ ил. выд

N, M, S, T указанными р-ми.

ΔAOK - р/с т.к $OA = AK = KO = \sqrt{60} \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta OKN$ ил-но ΔOKB - р/с.

тогда $S_{од} = S_{NKT}(\text{сектор}) + S_{MOS}(\text{сектор}) + S_{ANM}(\text{с-н}) + S_{BTS}(\text{с-н}) - S_{AKBO}$

$\angle NKT = 120^\circ = \frac{2\pi}{3} = \angle MOS$ \uparrow (чт-к)

$\angle NAK = \angle OKB = 60^\circ$ ил.к ΔOKB - р/с

и-но $\angle TBS = 60^\circ$

$S_{OKB} = 2S_{OK} = 25\sqrt{3}$

$\Delta OKB = \Delta OKA$ м.к все с-н ил-но $y_{max} = \sqrt{60}$

$\rightarrow S_{OK} = \frac{\sin 60 \cdot AK \cdot OA}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{60}^2 = \frac{25\sqrt{3}}{2}$ $R_{NKT} = 2\sqrt{60} = R_{MOS}$

$R_{ANM} = R_{BTS} = \sqrt{60}$

$S_{од} = \frac{2\pi}{3} \cdot 2\sqrt{60} + \frac{2\pi}{3} \cdot 2\sqrt{60} + \frac{\pi}{3} \cdot \sqrt{60} + \frac{\pi}{3} \cdot \sqrt{60} - 25\sqrt{3} =$

$= \frac{4\pi}{3} \cdot 2\sqrt{60} + \frac{2\pi}{3} \cdot 2\sqrt{60} - 25\sqrt{3} = \frac{10\pi}{3} \sqrt{60} - 25\sqrt{3} = S_{M}$

Ответ: $S_{M} = \frac{10\pi}{3} \sqrt{60} - 25\sqrt{3}$

N 1

$$S_n = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15$$

$$a_7 a_{10} > S - 24$$

$$a_{11} a_{12} < S + 4$$

$$a_1 \in \mathbb{Z} \quad d \in \mathbb{Z}$$

$$d \geq 1$$

$$a_7 = a_1 + 6d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

$$a_{12} = a_1 + 11d$$

$$\frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15$$

$$(a_1 + 6d)(a_1 + 9d) = a_1^2 + a_1 \cdot 21d + 90d^2$$

$$(a_1 + 10d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + a_1 \cdot 21d + 110d^2$$

$$\begin{cases} a_1^2 + a_1 \cdot 21d + 90d^2 > S - 24 \\ a_1^2 + a_1 \cdot 21d + 110d^2 < S + 4 \end{cases}$$

$$\frac{16}{10.5}$$

$$25 + 90 - 105$$

$$a_1 = -5$$

$$\frac{10}{2} \cdot 15 = 75$$

$$a_1 = -1$$

$$S = 105$$

$$1 - 21 + 90$$

$$70$$

$$a_1^2 + a_1 \cdot 21d + 90d^2 < S + 4 - 20d^2$$

$$S - 24 < a_1^2 + a_1 \cdot 21d + 90d^2 < S + 4 - 20d^2$$

$$S - 24 < S + 4 - 20d^2$$

$$20d^2 < 28$$

$$5d^2 < 7 \Rightarrow d^2 < \frac{7}{5} \quad |d| < \sqrt{\frac{7}{5}} \approx 1.18$$

$$S = (a_1 + 7) \cdot 15$$

$$d = 1$$

$$6 < \sqrt{38} < 7$$

$$a_7 a_{10} = (a_1 + 6)(a_1 + 9) = a_1^2 + 21a_1 + 90$$

$$a_{11} a_{12} = (a_1 + 10)(a_1 + 11) = a_1^2 + 21a_1 + 110$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 - 21 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 - 29 < 0 \end{cases}$$

$$D = 36 + 64 = 100$$

$$a_{1,2} = \frac{-6 \pm 10}{2} = \begin{cases} 2 \\ -8 \end{cases}$$

$$D = 36 + 80 + 36 = 152$$

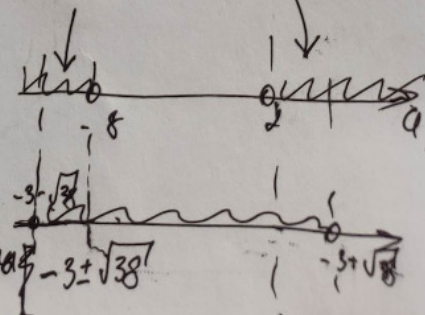
$$a_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{152}}{2} = \begin{cases} -3 + \sqrt{38} \\ -3 - \sqrt{38} \end{cases}$$

$$a_1 = 9$$

$$a_1 = 3; 9$$

$$a_1 = 9$$

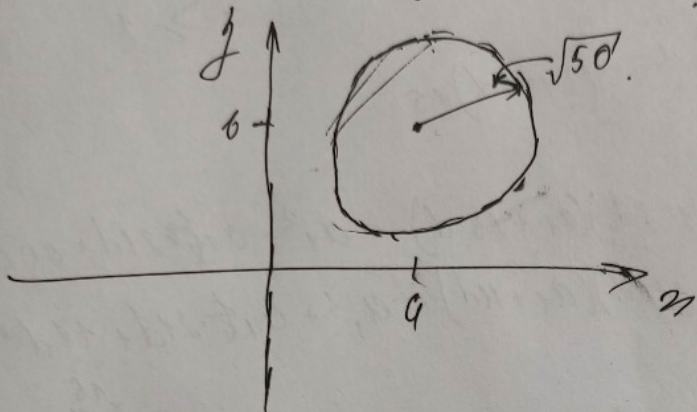
$$a_1 = 3$$



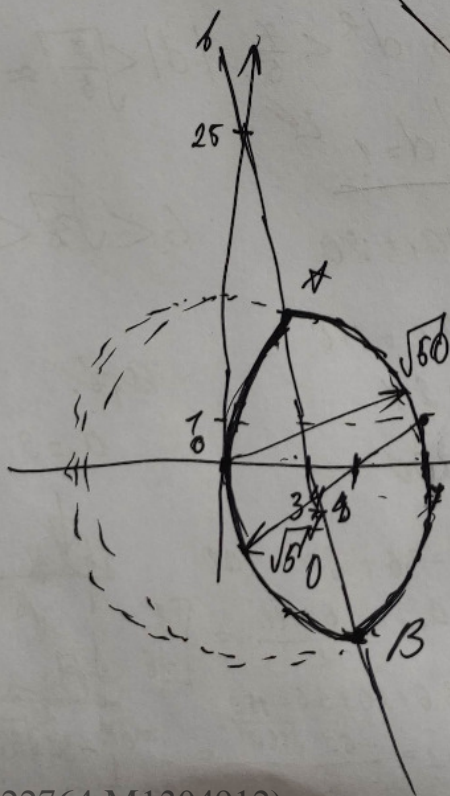
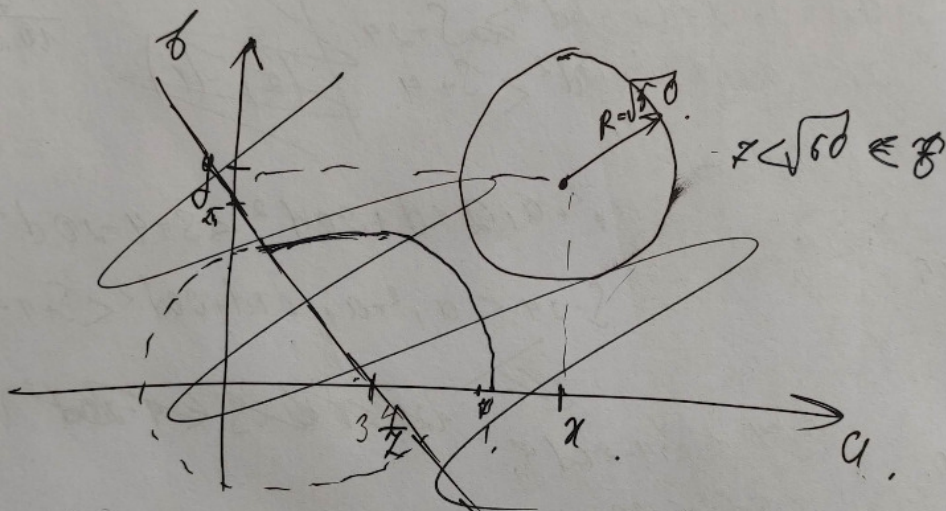
Чернык ИС.

Математика

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 50 \\ a^2 + b^2 \leq \min(14a + 2b; 50) \end{cases}$$



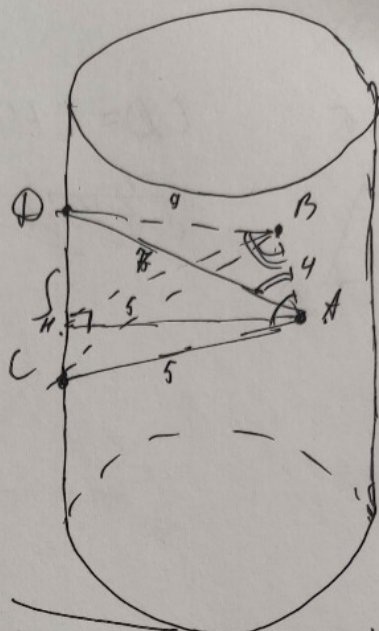
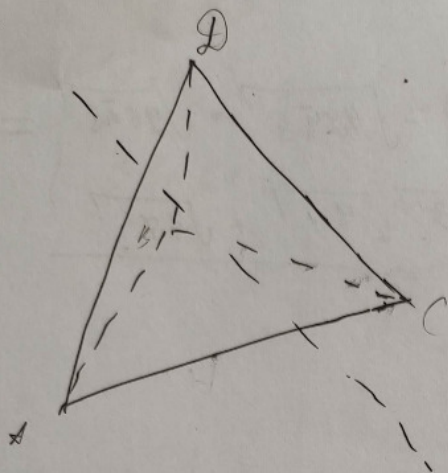
$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &\leq \min(14a + 2b; 50) \\ 14a + 2b &\leq 50 \\ 7a + b &\leq 25 \\ b &\leq 25 - 7a \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &\leq 14a + 2b \\ a^2 - 14a + b^2 - 2b &\leq 0 \\ (a-7)^2 + \frac{1}{4}(b-1)^2 &\leq 50 \end{aligned}$$

Касание в т.к все т-к
т-к в ния по сути $a^2 + b^2 \leq 50$.

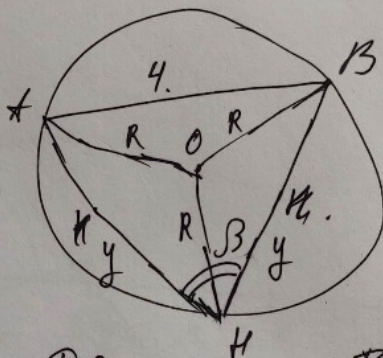
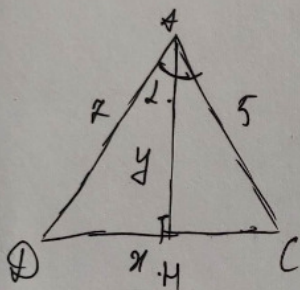
N2.



Докажем, что $AB \parallel OC$.

$$\triangle DCB = \triangle DCA$$

т.к. $AH \perp DC \cup BH \perp DC \Rightarrow$
 $\Rightarrow (ABH) \perp DC \Rightarrow (ABH) \parallel OC$



т.к. $AB \parallel OC$

$$2R = AB \sin \angle AHB$$

$$R = \frac{AB \sin \angle AHB}{2} =$$

$$\frac{35}{2} \cdot \sin \alpha = \frac{DC \cdot AH}{2} = \frac{DC \cdot y}{2}$$

$$y = \frac{35 \sin \alpha}{DC}$$

$$\cos \alpha = \frac{49 + 25 - x^2}{2 \cdot 70x} =$$

$$= \frac{74 - x^2}{70x}$$

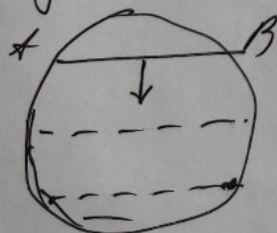
$$\sin \angle AHB = \sin \beta$$

$$\cos \beta = \frac{2y^2 - 16}{2y^2} = 1 - \frac{8}{y^2}$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} =$$

$$= \frac{\sqrt{y^2 - 4} \cdot 4}{y^2}$$

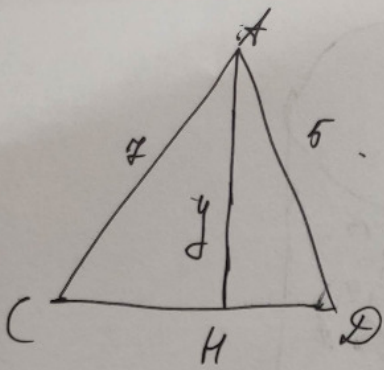
но так как AB проекция окружности - то к центру и радиусу



$$R_{\min} \text{ при } AB = \text{диаметр} \Rightarrow R = 2$$

$$y = AB \sin \angle AHB \Rightarrow \sin \angle AHB = 1 \Rightarrow \angle AHB = 90^\circ$$

$$\sqrt{2y^2} = 16 \Rightarrow y = 2\sqrt{2}$$



$$CD = CH + HD = \sqrt{49 - 16} + \sqrt{25 - 16} = \sqrt{33} + \sqrt{9} = \sqrt{33} + 3$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101583**

ID профиля: **122764**

Вариант 22

$N 4 \text{ НОК}(a, b, c) = 2^{17} \cdot 7^{18}$

$\{ \text{НОД}(a; b; c) = 14 \Leftrightarrow a = 14p \quad b = 14k \quad c = 14m \text{ при чем}$

$\{ \text{НОД}(p; k; m) = 1$

тогда: $\text{НОК}(a, b, c) = 14 \cdot p \cdot k \cdot m = 2^{17} \cdot 7^{18} \Leftrightarrow p \cdot k \cdot m = 2^{16} \cdot 7^{17}$

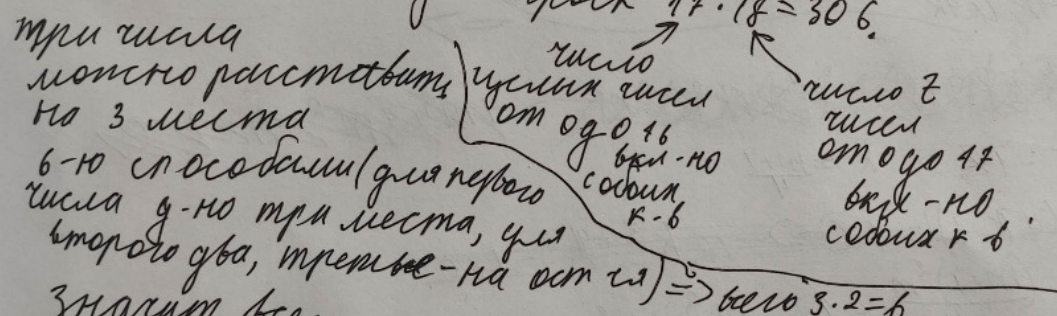
Заметим, что ввиду того, что $\text{НОД}(p, k, m) = 1$, если число 2 является делителем p , то k и m одновременно не могут делиться на 2, аналогично с числом 7. Тогда, для инд-й тройки, где порядок чисел не важен имеется:

$p = 2^d \cdot m = 7^z \cdot k = 2^{16-d} \cdot 7^{17-z}$

~~допустимо выбрать d и z , тогда из формулы даются три числа. Например от $d=0, z=0$ по до 17.~~

Индивидуальная тройка погр-т три ~~уникал-й набор~~ три числа, все зав-ти от пор-ка, в кот-м они p, k, m (или a, b, c) ~~то есть просто~~ три числа.

Для каждого из Z зн-й $d \in [0; 16]$, существует m любое из зн-й $z \in [0; 17]$ то есть всего инд-я троек $17 \cdot 18 = 306$.



значит всего различных упорядоченных троек $306 \cdot 6 = 1836$ штук

Ответ: всего 1836 упорядоченных троек чисел в данной системе.

NS:

обозначим: $a = \left(\frac{x}{2} + 1\right)$; $\sqrt{\frac{4x}{2} - \frac{1x}{4}} = b$; $\sqrt{\frac{3x}{2} - 6} = c$.

тогда:

$$\log \left(\frac{x}{2} + 1\right)^{\left(\frac{4x}{2} - \frac{1x}{4}\right)} = \log_a b^2 = \log_a b = u \quad (\text{число "1"})$$

$$\log \sqrt{\frac{4x}{2} - \frac{1x}{4}} \left(\frac{3x}{2} - 6\right)^4 = \log_b c^4 = 4 \log_b c = 4k \quad (\text{число "2"})$$

$$\log \sqrt{\frac{3x}{2} - 6} \left(\frac{x}{2} + 1\right) = \log_c a = m \quad (\text{число "3"})$$

Заметим, что:

ОДЗ:

$$\begin{cases} a > 0; \neq 1. \\ b > 0 \neq 1 \\ c > 0 \neq 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} km = \log_b c \cdot \log_c a = \log_b a = \frac{1}{u} \\ uk = \frac{1}{m} \\ um = \frac{1}{k} \end{cases} \Rightarrow kmu = 1$$

тогда $4kmu = 4$

$$\begin{cases} x > 4 \\ x \neq 0; \\ x \neq \frac{12}{3} \end{cases} \quad x \neq 6.$$

1) Пусть числа "1" и "2" равны.

$$\begin{cases} u = 4k \text{ т.е. } 4k \cdot m \cdot 4k = 4 \quad 4k^2 m = 1. \\ m + 1 = \frac{1}{4k} \quad u = 4k \end{cases} \Rightarrow$$

~~\Rightarrow $4k^2 m = 1$ $m = \frac{1}{4k^2}$ $m + 1 = \frac{1}{4k}$ $\frac{1}{4k^2} + 1 = \frac{1}{4k}$ $1 + 4k^2 = \frac{1}{k}$ $k + 4k^3 = 1$ $4k^3 + k - 1 = 0$ $4k^3 - 1 = -k$ $(4k-1)(k^2+k+1) = -k$ $(4k-1)(k^2+k+1) + k = 0$ $4k^3 + 4k^2 + 4k - k^2 - k - 1 + k = 0$ $4k^3 + 3k^2 + 4k - 1 = 0$ $4k^3 + 2k^2 + k - 4 = 0$ $m = 1$ - не подходит~~

$m = 4k - 1 \Rightarrow k = \frac{m+1}{4}$

~~$4k^2(4k-1) = 1 \Rightarrow 16k^3 - 4k^2 - 1 = 0$~~

$\frac{(m+1)^2 m}{4} = 1 \quad m^3 + 2m^2 + m - 4 = 0.$
 $m = 1$ - не подходит

$$\begin{array}{r} m^3 + 2m^2 + m - 4 \quad | \quad m - 1 \\ -m^3 - m^2 \\ \hline 3m^2 + m \\ -3m^2 - 3m \\ \hline 4m - 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} m^2 + 3m + 4 \\ (m-1)(m^2 + 3m + 4) = 0 \end{array}$$

$m = 1$

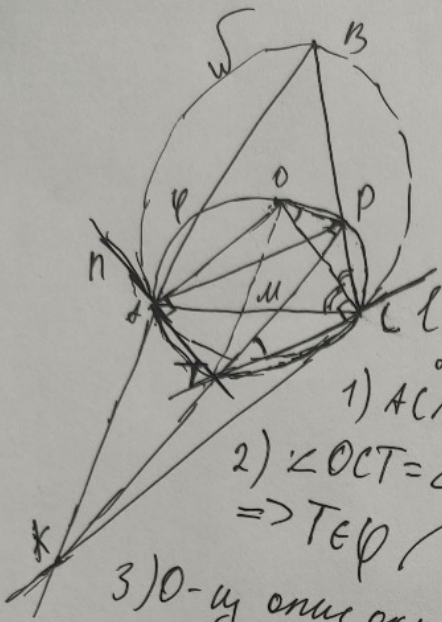
$\log_c a = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + 1 = \sqrt{\frac{3x}{2} - 6}$

$\frac{x}{2} = t \quad t^2 + 2t + 1 = 3t - 6.$
 $t^2 - t + 7 = 0.$

N 6

Чистовик
бар-м 22

математика 11кл



Дано: сфер-ть $\omega: O-xy-p$; ΔABC вписана
 Окр $\varphi: AOC \in \varphi$ (и п-кас-с к ω в т. "С" и φ)
 $n \cap \ell = T$; $\varphi \cap ABC = P$; $PT \perp AB = K$;
 $SAPK = 7$; $SPCK = 5$

Найти: $SABE$; $\angle EPM$; $\angle ABC = \arctg \frac{3}{4}$

Решение:

- 1) $AC \perp PK = M$; $\angle AOC = \angle APC$ (впис и центр на дуге и φ не дуге окр φ)
- 2) $\angle OCT = \angle OAT = 90^\circ \Rightarrow OACT \in$ одной окр-ти $\Rightarrow T \in \varphi$
 \Downarrow $OT = \text{диам. } \varphi \Rightarrow \angle OPT = \frac{\pi}{2}$, как опущен на диаметр
- 3) $O-xy$ опис окр-ти $xy-xy$ т. \cap дкас-с т. $O \in \angle OCP = \angle ACO \Rightarrow$
 $(\Rightarrow) \sqrt{OP} = \sqrt{AO} \Rightarrow OP = AO$
- 4) тогда в ΔATO и ΔOPT : $OT = OB = \text{диам.}$
 $\angle P = \angle A$; $OA = OP \Rightarrow \Delta ATO = \Delta OPT$ по кат-ту и гип-зу
 $\Rightarrow PT = AT$
- 5) ~~.....~~

(3)

N 4

$$a = 14p \quad b = 14k \quad c = 14m$$

$$\text{НОК}(abc) = 14 \cdot p \cdot k \cdot m = 2^{18} \cdot 7^{18} \Rightarrow pkm = 2^{16} \cdot 7^{17}$$

Ввиду того, что $(p; k; m) = 1$.

$$\begin{cases} pkm = 2^{16} \cdot 7^{17} \\ (p; k; m) = 1 \end{cases} \text{ т.е. } p = 2^{10} \cdot 7^2 \quad k = 2^4 \cdot 7^{13} \quad m = 7^2$$

по сути надо выбрать сколько то из 16
и еще из 17

т.е. у трехдн-но нет облик-ля

т.е. уост-но в-ть два

~~42-17~~ ???, нет, там еще в пр-ле а б с

надо выбрать ск-ко ни р и ск-ко на т. К-авт-ки

$$\begin{array}{r} 16 : 17 = 16 \cancel{4} \\ \times 17 \\ \hline 112 \\ 16 \\ \hline 272 \text{ - для трех.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ > 18 \\ \hline 136 \\ 17 \\ \hline 306 \end{array}$$

172 набора и расст-м: $172 \cdot 3 \cdot 2 = 1032$

$$\underline{1032}$$

$$\underline{1032}$$

Черт.

25

$$\left(\frac{x}{2} + 1\right) = a$$

$$\sqrt{\frac{x}{2} - \frac{x}{4}} = b$$

$$\log_a a^2 = b^2$$

$$\log_a b$$

$$\sqrt{\frac{3x}{2} - 6} = c$$

$$\log_b c^4 = \log_c a$$

$$4 \log_b c$$

$$\log_c a$$

OD3:

$$\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) > 0$$

$$\frac{x}{2} + 1 > 0$$

$$\frac{3x}{2} - 6 > 0$$

$$\frac{x}{2} = b$$

$$1) \begin{cases} \log_a b = 4 \log_b c \Leftrightarrow \log_b c^4 = \frac{1}{\log_b a} \Leftrightarrow \\ \log_c a = 4 \log_b c \end{cases}$$

~~$$\log_a b = 4 \log_b c^4$$~~

$$\log_b c \cdot \log_b a - 1 = 0$$

$$\log_a b = \log_b c \Rightarrow \begin{cases} a^n = b \\ b^n = c \end{cases} \Rightarrow a^{n^2} = c$$

$$\begin{cases} 28t - 17 > 0 \\ t + 1 > 0 \\ 3t - 6 > 0 \end{cases}$$

$$t > 2 \quad m.c.a > 4$$

$$t > -1$$

$$t > \frac{17}{28}$$

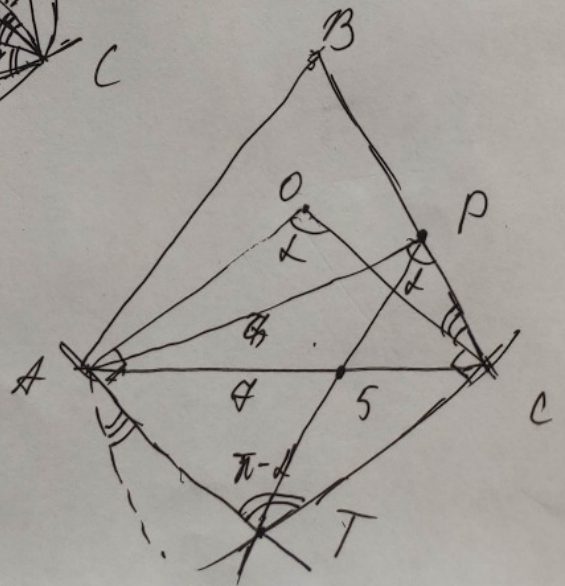
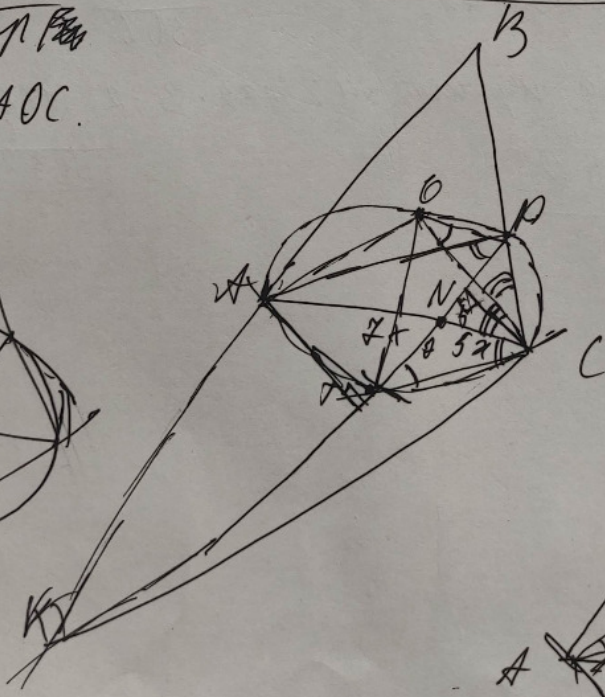
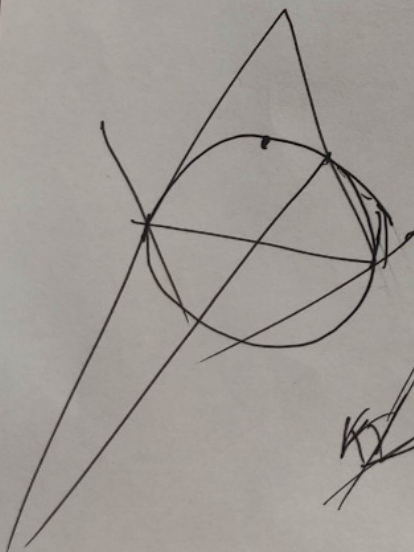
N6

~~APC - NP~~

$$\angle APC = \angle AOC$$

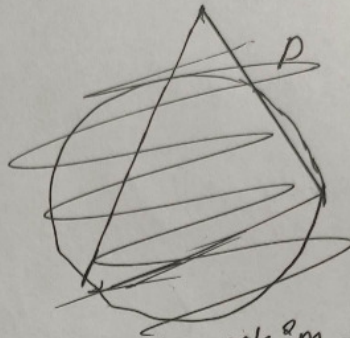
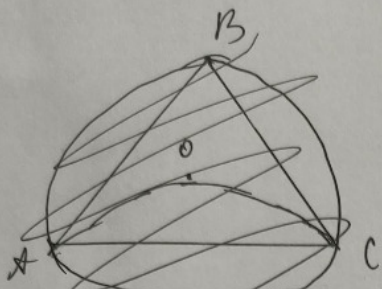
$$OP = OA \Rightarrow PT = XT$$

$$\frac{S_{APK}}{S_{KCP}} = \frac{AN}{NC} = \frac{7}{8}$$

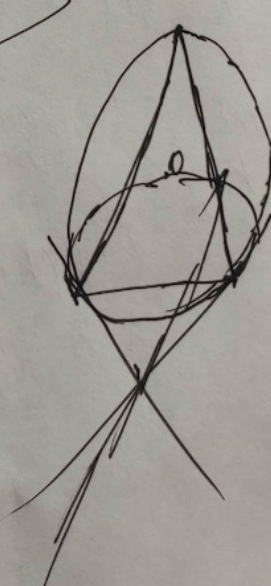
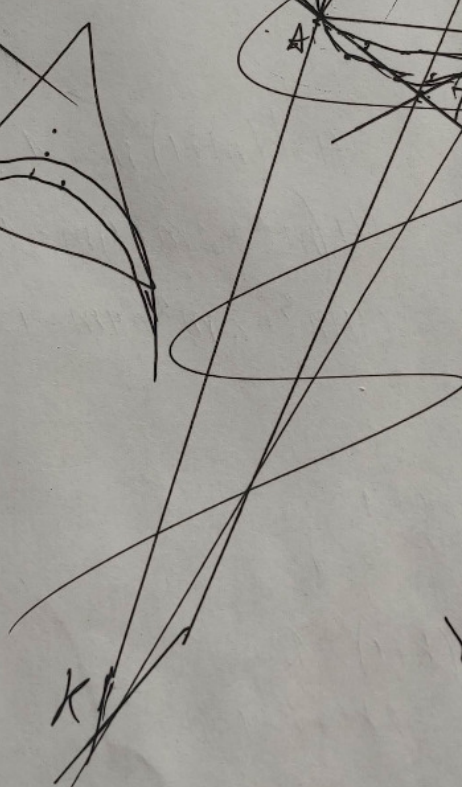
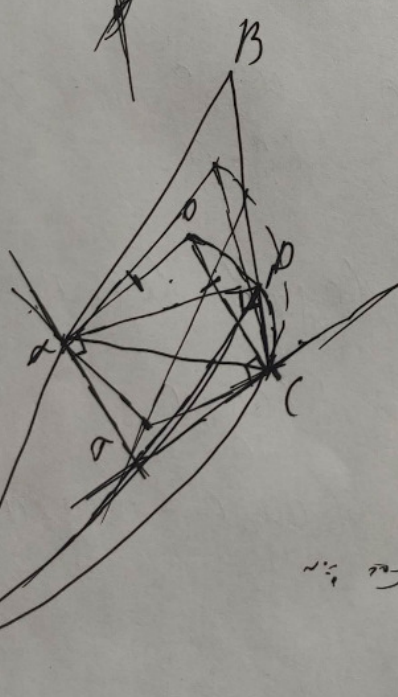
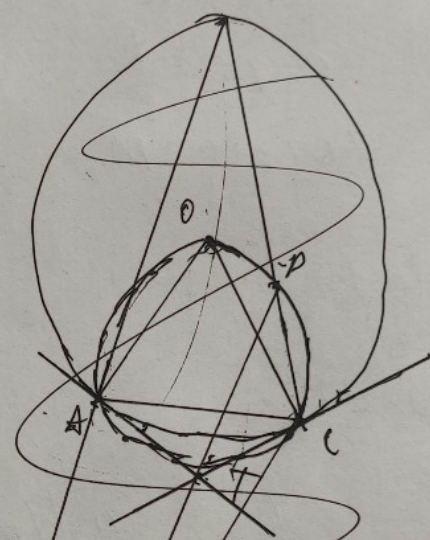
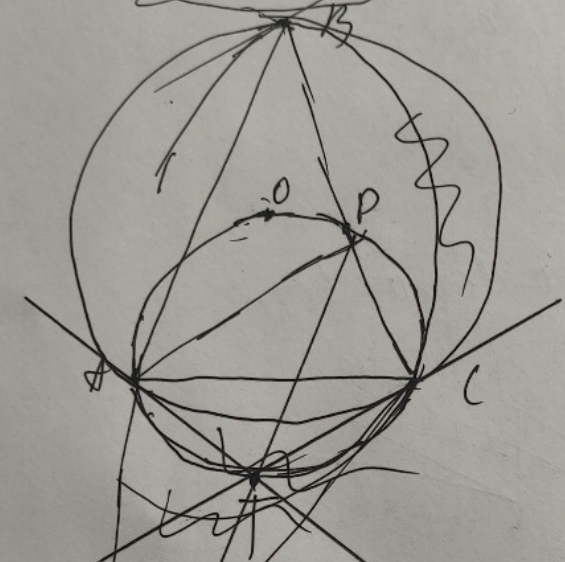


№ 6.

Черт.



$$m + 9k^2 m = k$$
$$m(4k^2 + 1) = k$$



Чепи.

$$\log a^2 b^2; \log b^4$$

$$\log_c a$$

$$\log a^2 b^2 = \log_c a$$

$$\log a b = \log_c a$$

~~$a^m = b$~~
 ~~$c^n = a$~~ ~~$c^n = b$~~ ~~$(\log_c a)^2 = b$~~

$$\log a b = u$$

$$\log b c = k$$

$$\log c a = m$$

$$\log b c \cdot \log c a = \log b a$$

~~$km = u$~~
 ~~$uk = \frac{1}{m}$~~
 ~~$um = k$~~

$$u = k$$

$$m = 1 \Rightarrow a = c$$

$$4 \cdot \frac{1}{2} (m+1)^2 m = 1$$

$$2(m^2 + 2m + 1)m = 1$$

$$4m^3 + 8m^2 + 4m - 1 = 0$$

$$a^n = c$$

$$b^n = a$$

"1" u "3"

$$u = m$$

$$m = k + 1$$

$$km u = 1$$

$$k m^2 = 1$$

$$k(k+1)^2 = 1$$

$$k^3 + 2k^2 + k - 1 = 0$$

$$\log a b = \log c a$$

$$\& \log b c$$

$$\log a c = \log b a$$