Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101574**

ID профиля: **853148**

Вариант 22

Чистовик

N1. Пусть данная арифм. прогрессия – A_n; разность пр-и $= d$; 1 член – a_1.

Тогда, $\sum$ первых 15 членов $= \frac{15}{2}\cdot(a_1+a_1+14d) = 15(a_1+7d) = S.$;

$a_7\cdot a_{16} = (a_1+6d)(a_1+15d) =$ ~~8~~ $a_1^2+21a_1\cdot d+90d^2$

$a_{11}\cdot a_{12} = (a_1+10d)(a_1+11d) = a_1^2+21a_1\cdot d+110d^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2+21a_1d+90d^2 > S-24 \\ a_1^2+21a_1\cdot d+110d^2 < S+4 \end{cases}$$

При этом, по усл. ~~$a_1\in Z$~~ $a_1, a_2, a_3, \dots a_n \in Z$.

$\Rightarrow$ Тк $a_2 = a_1+d$, $d\in Z$; $S\in Z$.

$\Rightarrow$ $a_1\in Z$

$d\in Z$

$$\begin{cases} a_1^2+21a_1d+90d^2 > 15a_1+105d-24 \\ a_1^2+21a_1d+110d^2 < 15a_1+105d+4 \end{cases}$$

По условию $d>0$; (тк A_n возр.)

Пусть $t = a_1^2+21a_1\cdot d+90d^2$; $t\in Z$

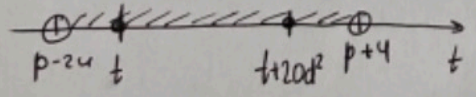
Тогда $a_1^2+21a_1\cdot d+\overset{110d^2}{\cancel{90d^2}} = t+20d^2$; $t+20d^2\in Z$

Пусть $p = 15a_1+105d$; $p\in Z$.

$\Rightarrow$ Система примет вид $\begin{cases} t > p-24 \\ t+20d^2 < p+4 \end{cases}$

Заметим, что Тк $d>0$ и $d\in Z$, ~~20d~~ $d^2\geqslant 1 \Rightarrow 20d^2\geqslant 20$.

Причем, при $d=2$ ~~(это~~ следующее d после наим. $20d^2 = 80$.



При этом, $t < t+20d^2$

Заметим, что между $p-24$ и $p+4$ находится 27 целых чисел, а t и $t+20d^2$ отличаются ~~минимум~~ или на 20 ед. или на 80 и более. Единств. случай, когда система $\begin{cases} t > p-24 \\ t+20d^2 < p+4 \end{cases}$ будет иметь решения (когда отрезок $[t; t+20d^2]$ будет принадлежать интервалу ~~(~~$(p-24; p+4)$) – когда $d=1$.

(иначе один конец отр. будет лежать за пределами интервала)

$\Rightarrow d=1.$

Чистовик ④

$\begin{cases} x = \frac{7+\sqrt{3}}{} \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{7-\sqrt{3}}{7} \end{cases}$

Чистовик

№1.

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 > -9 \\ a_1^2 + 6a_1 < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+3)^2 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 \neq -3 & (1) \\ -3-2\sqrt{2} < a_1 < -3+2\sqrt{2} & (2) \end{cases};\ a_1 \in \mathbb{Z}$$

$$a_1^2 + 6a_1 + 1 = 0$$

$$D_1 = 9 - 1 = 8$$

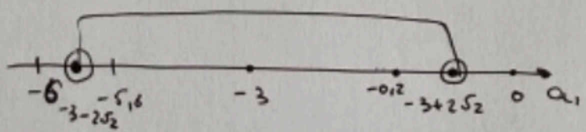
$$\left[\begin{array}{l} a_1 = -3+2\sqrt{2} \\ a_1 = -3-2\sqrt{2} \end{array}\right.$$

$$\sqrt{1{,}96} < \sqrt{2} < \sqrt{2{,}25}$$

$$1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$$

8(4)

$$\Rightarrow \begin{cases} -0{,}2 < -3 + 2\sqrt{2} < 0 \\ -6 < -3 - 2\sqrt{2} < -5{,}8 \end{cases}$$



~~Целые с~~

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} a_1 = -5 \\ a_1 = -4 \\ a_1 = -3 \\ a_1 = -2 \\ a_1 = -1 \end{array}\right. \\ a_1 \neq -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a_1 = -5 \\ a_1 = -4 \\ a_1 = -2 \\ a_1 = -1. \end{array}\right.$$

Ответ: ~~$a_1 =$~~ $-5; -4; -2; -1.$

Чистовик ④

Чистовик ③

№3. S фигуры в декартовой с. к. − ?

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50 & (1)\\ a^2+b^2\le \min(14a+2b;50) & (2)\end{cases}$$

(1) $(x-a)^2+(y-b)^2\le 50$. в декартовой с.к. фигура − ~~обл., о~~ круг с радиусом $5\sqrt{2}$ и центром в т. $(a;b.)$

(2) $a^2+b^2\le \min(14a+2b;50)$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^2+b^2\le 50\\ 7a+b\ge 50\end{cases}\\ \begin{cases}a^2+b^2\le 1\cancel{4}a+\cancel{2}b\\ 7a+b\le \cancel{50}\,25\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^2+b^2\le 50\\ 7a+b\ge 50\end{cases}\\ \begin{cases}(a-7)^2+(b-1)^2\le 50\\ 7a+b\le \cancel{50}\,25\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le 50\\ \cancel{14a+2b}\\ 7a+b\ge \cancel{50}\,25\end{cases} \quad (3)\\ \begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ \cancel{a^2+b^2}\\ (a-7)^2+(b-1)^2\le 50\\ 7a+b\le \cancel{50}\,25\end{cases} \quad (4)\end{array}\right.$$

Графиком данной совокупности будет объединие гр. систем (3) и (4)

(3) $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le 50\\ 7a+b\ge \cancel{50}\,25.\end{cases}$

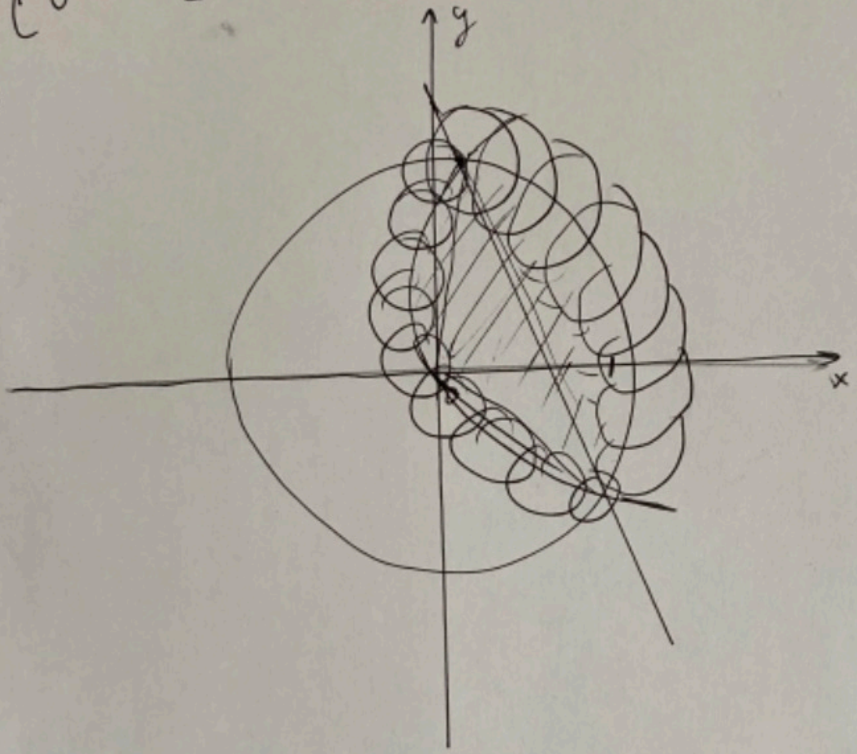
Все точки, удовлетворяющие нер-ву $a^2+b^2\le 50$ − точки, лежащие внутри круга с ц. $(0;0)$ и $R=5\sqrt{2}$ или на его границе.

~~Так как~~ Чтобы центр. окр-сти (граница обл., описанной ур.(1)) удовлетворял этому ур-ю необходимо, чтобы он лежал внутри этого круга.

Чтобы центр окр (границы обл., опис. ~~опис~~ в ур.(1)) удовлетворял неравенству $7a+b\ge 25$ необходимо, чтобы он лежал. не ниже пр. $y=25-7b$.

Найдем точки пе этой пр. и окр. $x^2+y^2=50$:

$$\begin{cases} x = \frac{7+\sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{1-7\sqrt{3}}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \frac{7-\sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{1+7\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$



Площадь этой фигуры – площадь части круга, ~~кото~~ с ц. в 0;0 и $R = 10$; ограничена слева пр. $y = 25-7\cancel{b}x$

(4) $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ (a-7)^2+(b-1)^2 \le 50 \\ 7a+b < 25 \end{cases}$ – Площадь этой фигуры – ~~объ. част~~

~~2х кругов с ц. в (0;0) и $R = \sqrt{50}$ и с ц. (7; 1) и R~~ $= \sqrt{50}$,

~~ограничени~~ Площадь круга с ц. в т. (7;1) и $R = \sqrt{50}$, справа огранич. пр. $y > 25-7x$.

Площадь фигуры, опис. исх. сист – см. рис.

$S = S_{\text{сект.}}$ $\underbrace{\text{круга с } x^2+y^2=100}$ огр. пр. $y = 25-7b$ слева $+ S_{\text{сект.}}$ круга с $(x-7)^2+(y-1)^2=100$ огр. пр. $y = 25-7b$ справа.

-3
=-2
=-1
$x \neq -3$

$14a-2b<50$

$7a-b<25$

$7a<25+b.$

$7a-25$

$x^2-14x+49+576-350x+49x^2 = 50$

$50x^2-364x+575x=0$

$D_1 =$ ~~24~~

$\frac{24\cdot 44}{2} = 24\cdot 12$

57 | 7
-56
1 5

364 | 2
182

$182^2-575\cdot 50=$

$\sqrt{24\cdot 12-2\cdot 23\cdot 25\cdot 25}$

$2(24\cdot 6-23\cdot 25$

$552 = 5\cdot 1{,}4 = 5\pm 2$

$(y-b)^2$

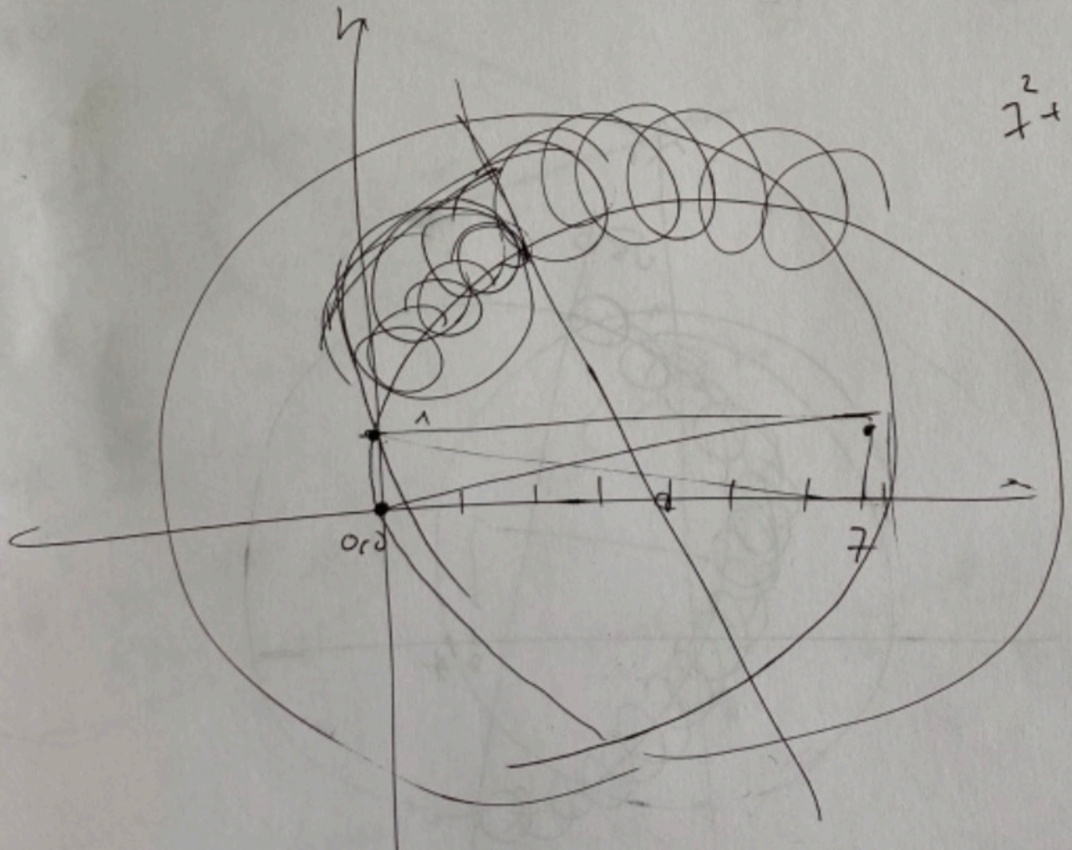
$|25-7$

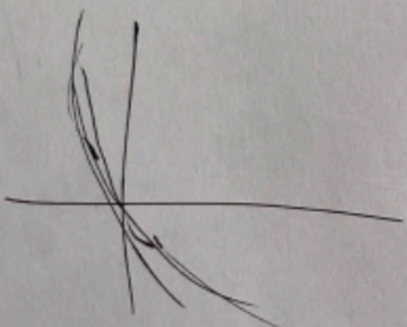
$49x^2-35$

$-50x^2-3$

$2x^2-$

7^2+1^2





$x^2+y^2=50$ и $x^2-14x+49+$

$x^2=50-y^2$

$$\begin{cases} x^2+y^2=50 \\ x^2-14x+b^2-26=0 \end{cases}$$

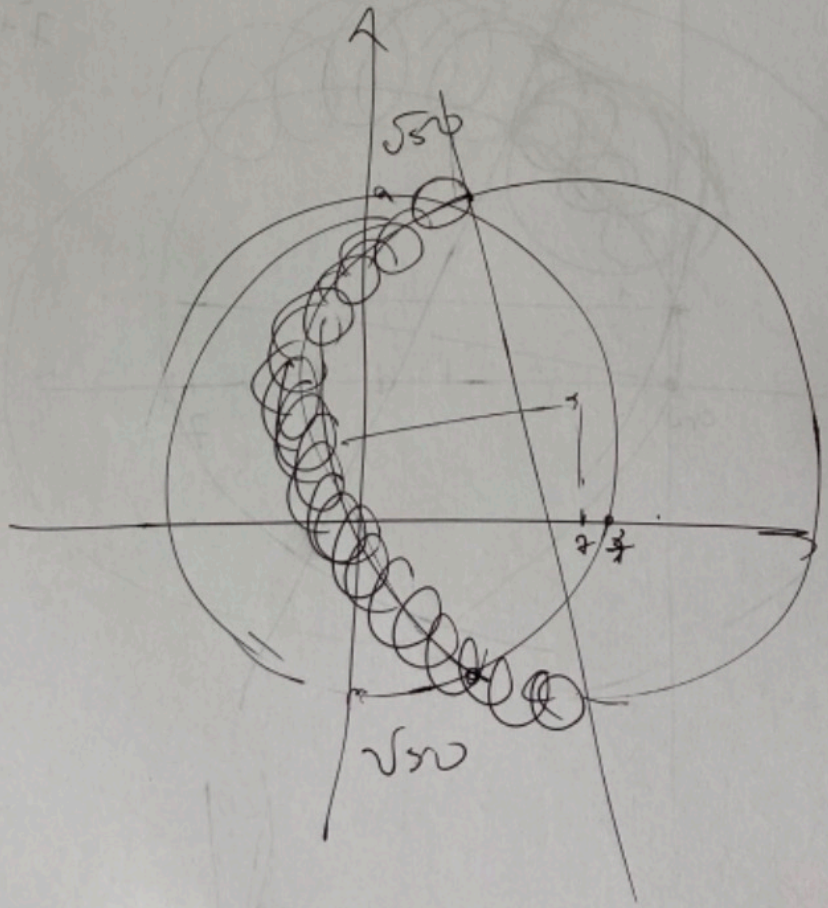
$\cancel{x^2}-14x+50-\cancel{x^2}+2\sqrt{50-x}=0$

$50-14x+2\sqrt{50-x}=0$

$25-7x+\sqrt{50-x}=0$

$\sqrt{50-x}=7x-25$

$$\begin{cases} 50-x=49x^2+350x-50 \\ 7x-25\geq0 \end{cases}$$ $49x+351$

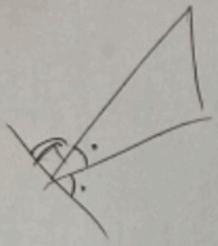


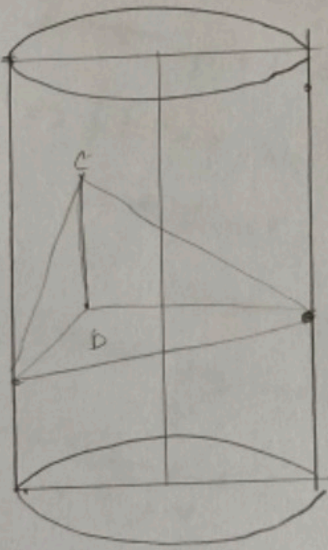
Черновик

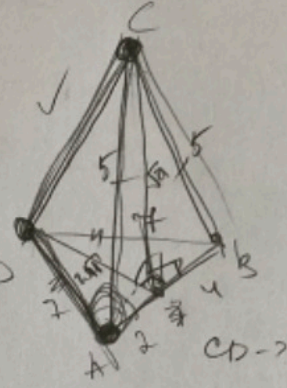
AB = 4; AC = CB = 5; AD = DB = 7

CD ⊥ AB

cos 90 = 0°







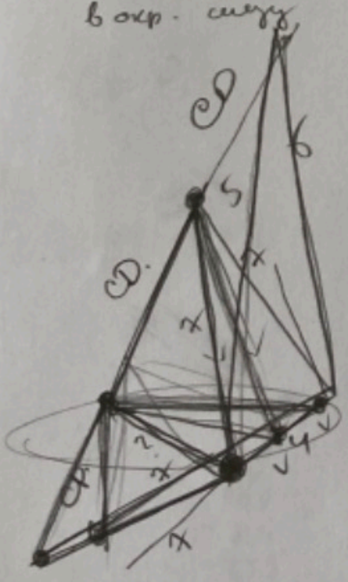
CD - ?

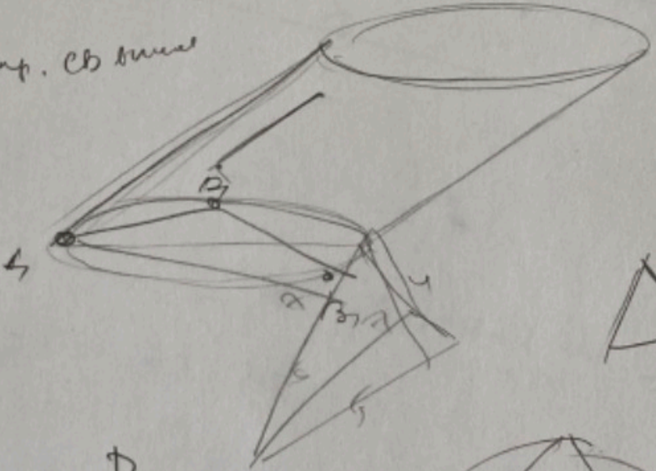
Боковые поверхности цилиндра.

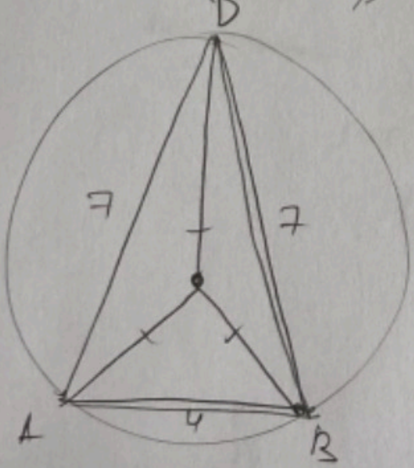
25-4 = 21

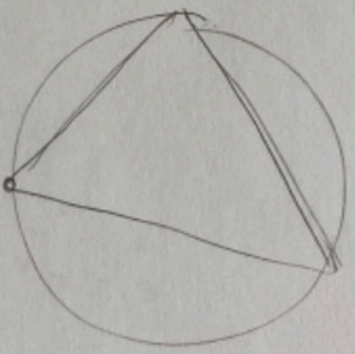
Проекц Δ ADB в цилр. CD лине

в окр. снизу









Гомм. окр.

$$\Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a_1 = \\ a_1 = -3 \\ a_1 = -2 \\ a_1 = -1 \end{array}\right. \\ a_1 \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a_1 = -2 \\ a_1 = -1. \end{array}\right.$$

~~a_1~~ = $-5; -4; -2; -1.$

~~$x + 90d^2 > y - 24$~~

~~$x + 110d^2 <$~~

$t = a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 \Rightarrow t + 20d^2 = a_1 + 21a_1d + 110d^2$

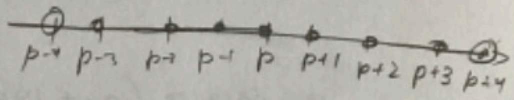
~~$p = a$~~ $p = 15a_1 + 105d$

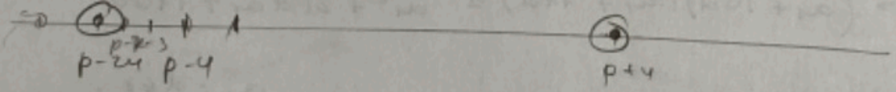
$$\Rightarrow \begin{cases} t > p - 24 \\ t + 20d^2 < p + 4 \end{cases}$$

27 целых чисел.

Заметим, что тк $d \in \mathbb{Z}$, и $d \neq 0 \Rightarrow 20d^2 \geq 20$.

t и $t + 20d^2$ различаются минимум на 20





$\Rightarrow d = 1.$

~~4~~ $90 + 24 = 114 - 105 = 9$

$D_1 = \partial.$

$-3 + 218$

$D_1 = 9 - 1 = 8$

~~105 + 90~~

2

$105 - 90 - 24 =$

$15 - 24 = -9$

$$\begin{array}{r} 90 \\ 105 \\ -24 \\ \hline 81 \end{array}$$

109

$\underline{-3 + 2\sqrt{2}}$

$-3 - 3 = -6$

AO = OB = ?

cos 90 = 0°

$\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_1 = -1 \\ a_1 \neq -3 \end{cases}$ $a_1 = -1.$

Боковая пове

Черновик

№1.

A_n; $a_1; a_2; a_3; \ldots$; $a_1, a_2; a_3; \ldots \in \mathbb{Z}$

$S_{15} = S$

$a_7 \cdot a_{16} > S - 24$

$a_{11} \cdot a_{12} < S + 4.$

a_1 - ?

$\begin{array}{r} \overset{3}{15} \\ \times\ 7 \\ \hline 105 \end{array}$

$7 \cdot 15 =$

Пусть разность $= d.$

$6 \cdot 15 =$
$2 \cdot 15 \cdot 3 =$

$\Rightarrow$ ~~S_{15}~~ $S = \frac{a_1 + a_1 + 14d}{2} \cdot 15$

$S = (a_1 + 7d)15 = 15a_1 +$

$a_7 \cdot a_{16} = (a_1 + 6d)(a_1 + 15d) = a_1^2 + 6da_1 + 15da_1 + 90d^2 =$

$= a_1^2 + 21da_1 + 90d^2$

$a_{11} \cdot a_{12} = (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 21da_1 + 110d^2.$

~~$a_1^2 + 6da_1 + x$~~

$a_1; d \in \mathbb{Z}.$

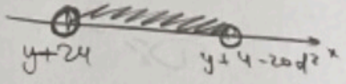
$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ a_1^2 + 21da_1 + 110d^2 < 15a_1 + 105d + 4 \end{cases}$

$\begin{cases} x > y - 24 \\ x + 20d^2 < y + 4 \end{cases}$

$+ \begin{cases} a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ -15a_1 - 105d - 4 > -a_1^2 - 21da_1 - 110d^2 \end{cases}$

$\begin{cases} x < y + 4 - 20d^2 \\ x > y - 24 \end{cases}$

~~$2a$ $a_1^2 + 21da_1 + 90d > 15a_1 + 105d - 24$~~



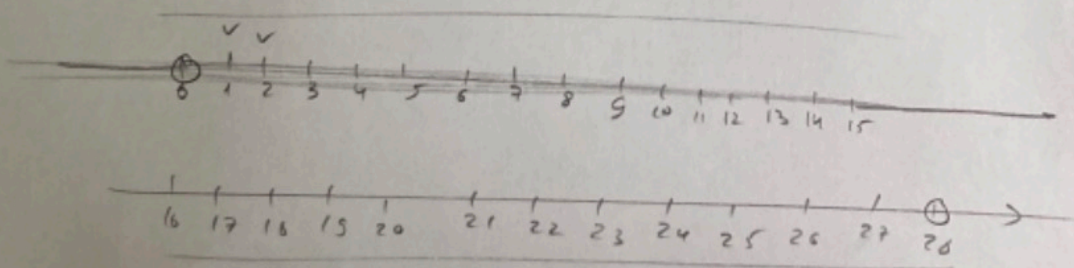
$a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 - 15a_1 - 105d - 4 > -a_1^2 - 21da_1 - 110d^2 + 15a_1 + 105d - 24$

$2a_1^2 + 42da + 200d^2 > 30a_1 + 210d - 20.$

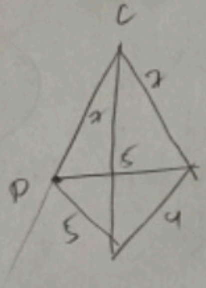
$a_1^2 + 21da + 100d^2 > 15a_1 + 105d - 10.$

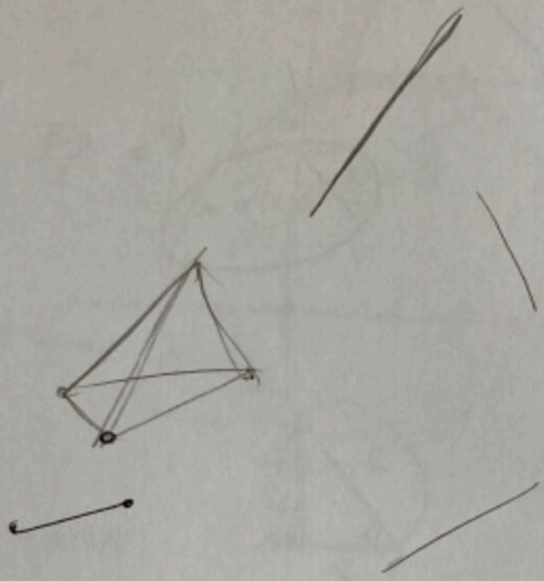
$\Rightarrow d^2 = \frac{1}{20d}; 4; 9; \ldots$

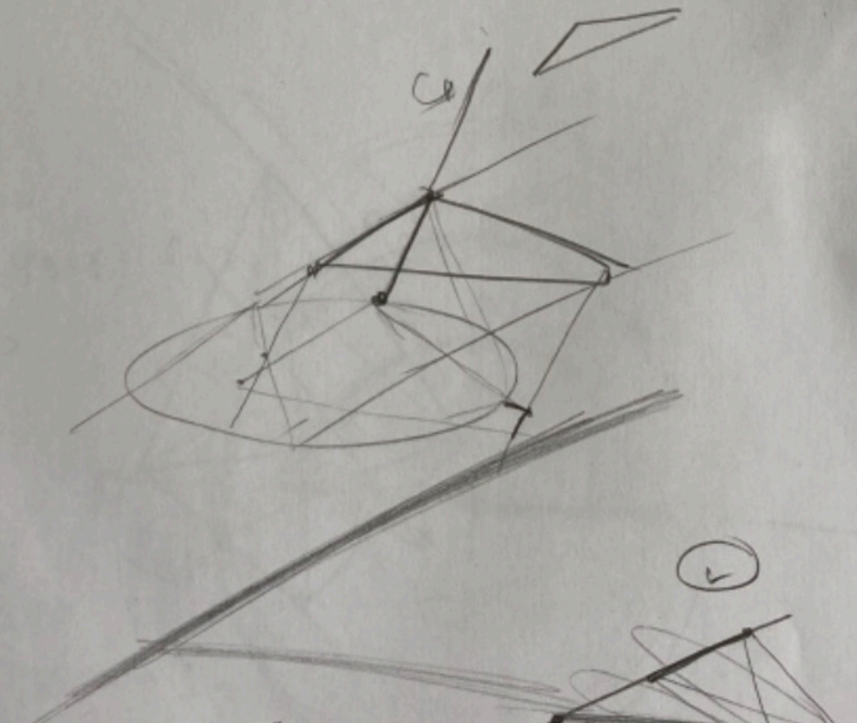
$\boxed{\text{27 точек.}}$

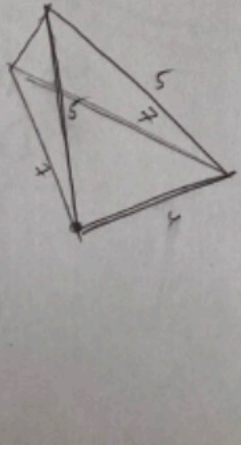


$\int (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 50$

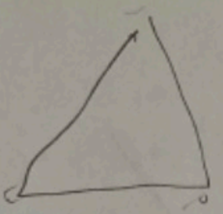


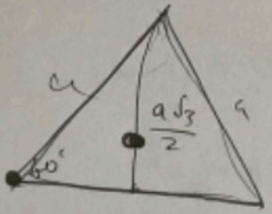






$\Rightarrow \begin{cases} a_1 \\ a_1 = -3 \\ a_1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow [a_1 =$





$S = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} =$

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

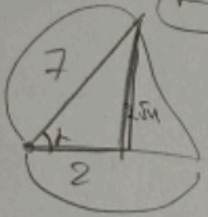
!

$R = a / 2\sin\alpha$

$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$\frac{a}{2\sin\alpha} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

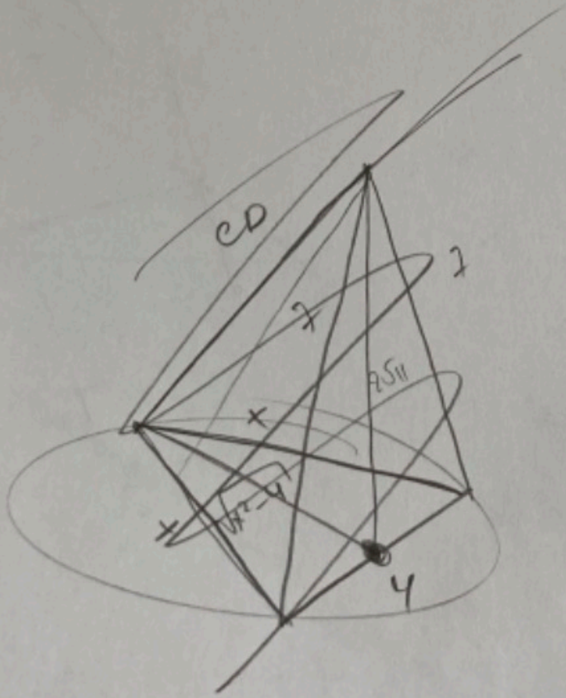
$R - ?$ ищем R



По ① Пифагора – $\sqrt{44} = 2\sqrt{11}$

$\frac{2\sqrt{11}}{7}$

$\sin\alpha =$



21101574 (U853148 M1301297)

$a \neq -3$

Выносим оаб.

~~$(a-x)^2+(b-y)^2$~~

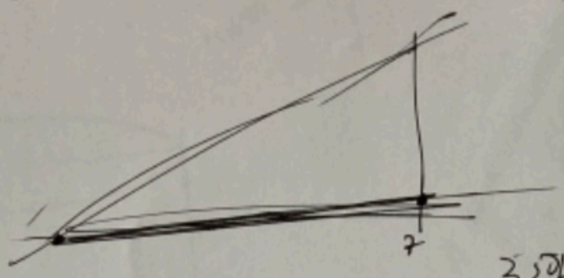
$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2=50 \text{ - окр}\end{cases}$

$14a-2b<50$

$7a-b<25$

$\boxed{7a<25+b.}$

$b>~~25-7~~ \quad 7a-25$



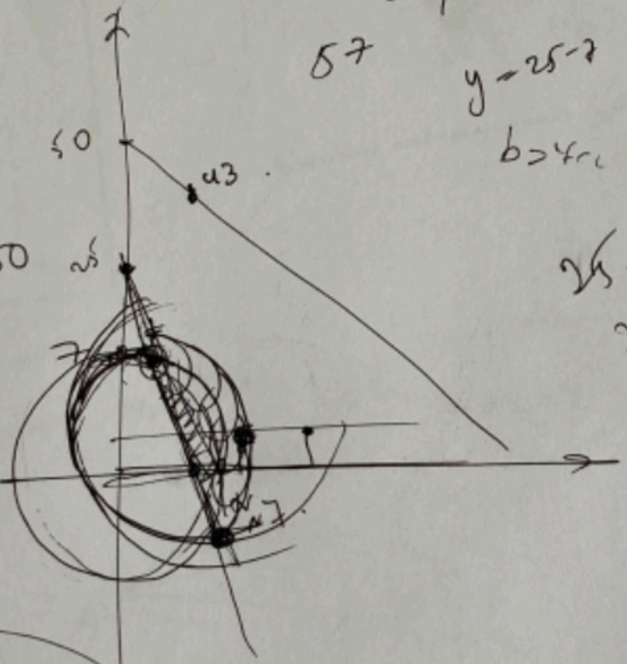
$35\cancel{7} \quad 5\cdot1{,}4=5+2$

$50=$

57

$y=25-7$

$b>4{,}1$



$x^2+(25-7\cancel{y}x)^2=50$

$x^2+49x^2-350x+625=50$

$\cancel{x^2}\,50x^2-350x+575=0$

~~$10x^2+350x+$~~

$25-7b=0$

$7b=25$

$b=4$

$2x^2-14x+23=0$

$D_1=196-44=\cancel{-13}$
$\underline{162.}$

$25-7b$

$23\cdot2=46$

$x^2+y^2=50$

$-\frac{350}{25}\big|\frac{25}{}$

$-\frac{575}{50}\big|\frac{25}{23}$
75

$x^2+(25-7x)^2=50$

$x^2+625-350x+49x^2=50$

$50x^2-350x+575=\cancel{50}\,0$

$D_1=49-46=$
$=3.$

$2x^2-14x+23x=0$

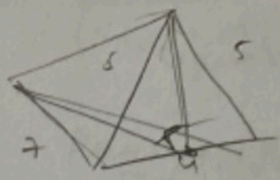
$\left[\begin{array}{l} x=\frac{7+\sqrt3}{2} \Rightarrow y=\frac{\cancel{50}\,49\mp7\sqrt3}{2}=\frac{1-7\sqrt3}{2} \\ x=\frac{7-\sqrt3}{2}. \quad y=\frac{50-49+7\sqrt3}{2}=\frac{1+7\sqrt3}{2}\end{array}\right.$

21101574 (U853148 M1301297)

[illegible] $\Rightarrow \left\{ \left[\begin{array}{l} a_1=-5 \\ a_1=-4 \\ a_1=-3 \\ a_1=-2 \\ a_1=-1 \end{array} \right. \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a_1=-4 \\ a_1=-2 \\ a_1=-1. \end{array} \right.$

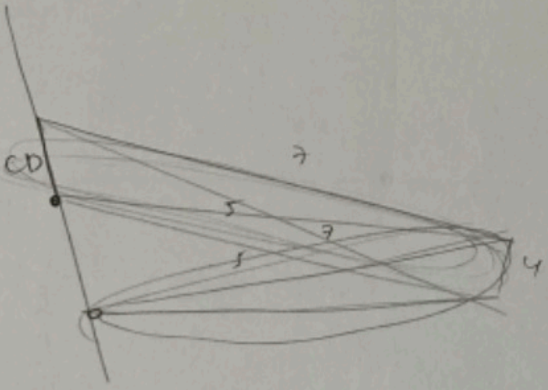
Черновик

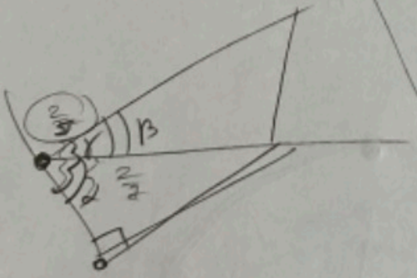
CD:

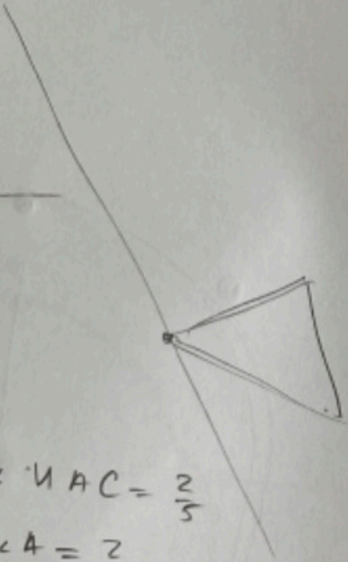


CD ->

5-4 = 2







∢ $\cos\gamma = \cos\alpha \cdot \cos\beta$.

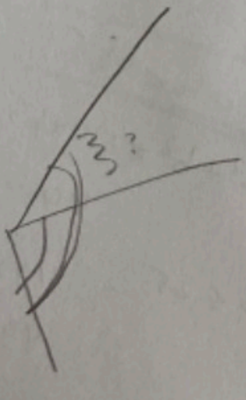
Найдём CD: Из △CAH $\cos\angle HAC = \frac{2}{5}$

у △DHA $\cos\angle A = \frac{2}{7}$

$\frac{2}{⑦} \cdot x = \frac{2}{5}$

$x = \frac{7}{5}$ ⓘ?.

$\frac{2}{5} : \frac{2}{7} = \frac{7}{5}$



№ 2

~~Чистовик~~

Черновик

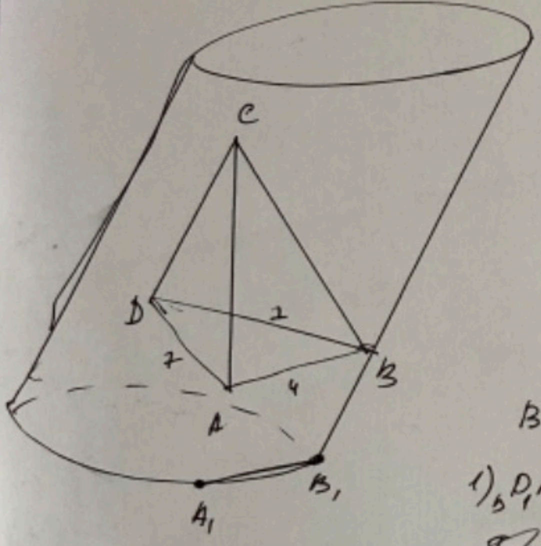
Решение: Необходимо найти тэтраэдр с миним. радиусом описанного шара.

~~Заметим, что~~

~~1) Если проекции~~

~~Расположим~~ Параллельно перенесем

1) ~~Спроектируем.~~ ~~AB~~ в напр. CD так, чтобы A_1B_1 лежало на плоск. осн.



Возможны следующие расп. тэтраэдра:

1) $_\Delta D_1A_1B_1$ вписан в окр. осн.

~~Тогда, $\sin\angle DAB = \frac{2\sqrt{11}}{7}$; R опис. окр (R осн. тэтраэдра) = .~~

~~Тогда,~~ Тогда, L - R окр. опис. около $_\Delta D_1A_1B_1$

2) ~~Если~~ Если изначально угол. (CD; ADB) - острый, то Δ A_1B_1X - проекц треуг. DAB в плоск. осн.

Ответ: ~~a=~~ $-5; -4,$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le \min(14a\cancel{b}+2b;50)\end{cases}$$

$(a-x)^2+(b-y)^2\le 50$

$a^2+b^2\le \overset{\min}{(14a+2b;50)}$

$14a+2b<50\ \cancel{=}$

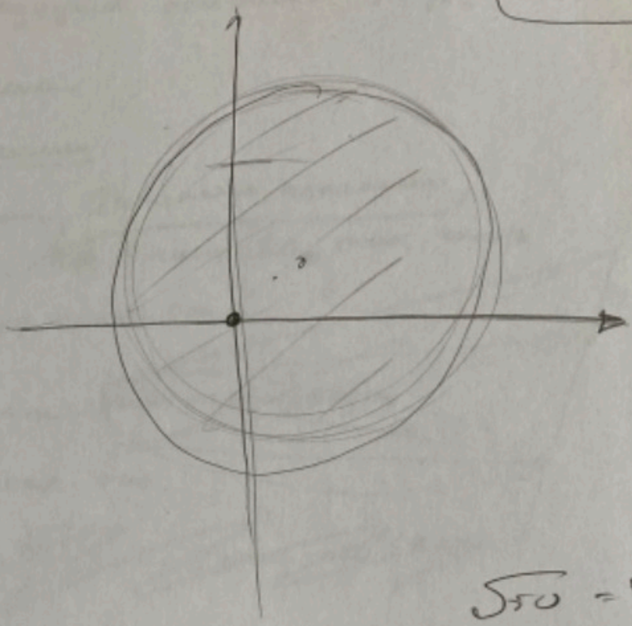
$\boxed{7a+b<25}$

$a^2+b^2<50$

$\boxed{a^2+b^2}$?

$0\le a^2+b^2\le 50$

$\{a;b.$



$(0-a)^2+(0-b)^2$

→ квадрат ρ от 0,0 до т.

$\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

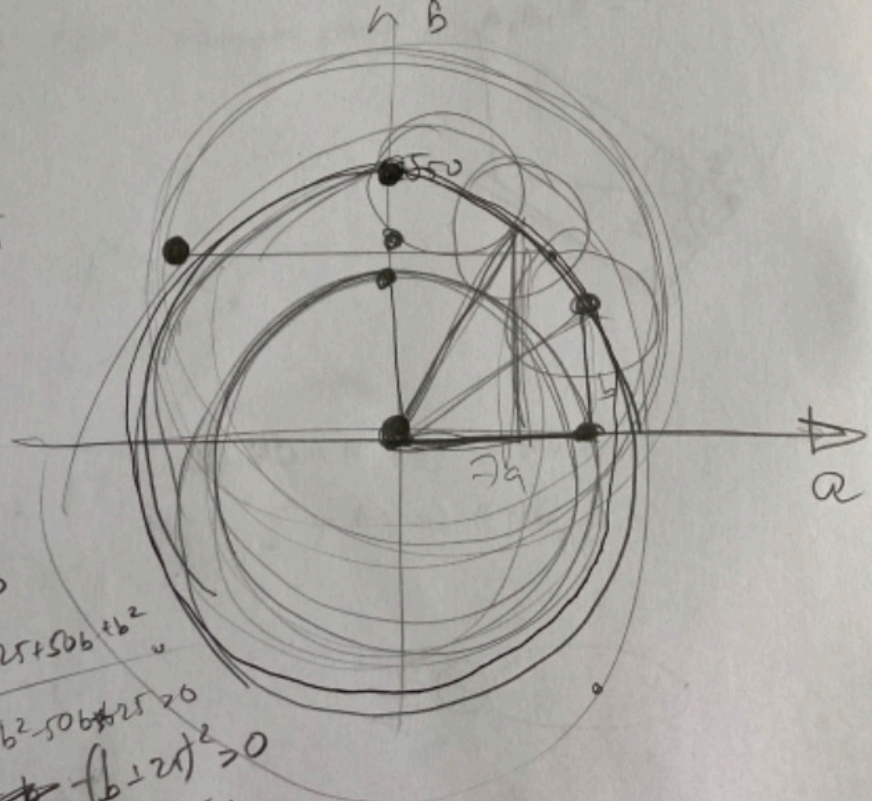
$50<7a+b$

$a^2+b^2\le 14a+2b.$

$a^2-14a+b^2-\cancel{1}2b\le 0$

$(a^2-\cancel{14}7)^2+(b-1)^2\le 49+1$

$(a-\cancel{14}7)^2+(b\cancel{3}-1)^2\le 50.$



$50<\cancel{14}a+\cancel{2b}$

~~7a~~

$\boxed{7a+b>25}$

$\cancel{49}a^2+b^2\cancel{3}+14ab>50$

$49a^2>625+50b+b^2$

$49a^2\cancel{+}b^2-50b\cancel{+}25>0$

$7a+b\le 25.$

$49a^2\cancel{+b}-(b+25)^2>0$

$49a^2>(b-25)^2$

$b>50-7a$

$7a+b>50$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101574**

ID профиля: **853148**

Вариант 22

(4)

①

Чистовик

№5

$$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right);\ \log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2;\ \log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$$

ОДЗ:
$$\begin{cases}\frac{x}{2}+1>0\\ \frac{x}{2}+1\neq 1\\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0\\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq 1\\ \frac{3x}{2}-6>0\\ \frac{3x}{2}-6\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x>-2\\ x\neq 3/2\\ x>\frac{17}{14}\\ x\neq\frac{14}{3}\\ x>4\end{cases}$$

Пусть
$$\begin{cases}a=\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}(3{,}5x-4{,}25)\\ b=4\log_{(3{,}5x-4{,}25)}(1{,}5x-6)\\ c=2\log_{(1{,}5x-6)}(0{,}5x+1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_{(0{,}5x+1)}(3{,}5x-4{,}25)=2a\\ \log_{(3{,}5x-4{,}25)}(1{,}5x-6)=\frac{b}{4}\\ \log_{(1{,}5x-6)}(0{,}5x+1)=\frac{c}{2}.\end{cases}$$

Тогда,
$$\begin{cases}(0{,}5x+1)^{2a}=3{,}5x-4{,}25\\ (3{,}5x-4{,}25)^{\frac{b}{4}}=1{,}5x-6\\ (1{,}5x-6)^{\frac{c}{2}}=(0{,}5x+1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(0{,}5x+1)^{2a\cdot\frac{b}{4}\cdot\frac{c}{2}}=0{,}5x+1\\ (3{,}5x-4{,}25)^{\frac{abc}{4}}=3{,}5x-4{,}25\\ (1{,}5x-6)^{\frac{abc}{4}}=1{,}5x-6\end{cases}$$

$\Rightarrow$ ~~abc/4~~ $\frac{abc}{4}=1.$

При этом,
$$\left[\begin{aligned}&\begin{cases}a=b\\ a=c+1\end{cases}\ (1)\\ &\begin{cases}a=c\\ a=b+1\end{cases}\ (2)\\ &\begin{cases}b=c\\ b=a+1\end{cases}\ (3)\end{aligned}\right.$$

$$(1)\ \begin{cases}a=b\\ a=c+1\\ \frac{abc}{4}=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2c=4\\ a=c+1\\ a=b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(c+1)^2\cdot c=4\\ a=c+1\\ a=b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=b\\ a=c+1\\ c^3+2c+c-4=0\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}a=b\\ a=c+1\\ c^3-c^2+3c^2-3c+4c-4=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}a=b\\ a=c+1\\ (c-1)(c^2+3c+4)=0\end{cases}$$

~~c=1~~

№5. $c^2+3c+4=0$ Чистовик

$D=3\cdot3-4\cdot4<0$ => нет нулей

$$\Rightarrow \begin{cases} c=1 \\ a=2 \\ b=2 \end{cases}$$

$$(2)\ \begin{cases} a=c \\ a=b+1 \\ \frac{abc}{4}=1 \end{cases} \quad \begin{cases} a=c \\ a=b+1 \\ (b+1)^2\cdot b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ c=2 \\ b=1 \end{cases}$$

$$(3)\ \begin{cases} b=c \\ b=a+1 \\ \frac{abc}{4}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=2 \end{cases}.$$

Вернемся к перем. x:

$$(1)\ \begin{cases} 2\log_{(1,5x-6)}(0,5x+1)=1 \\ 4\log_{(3,5x-4,25)}(1,5x-6)=2 \\ \frac{1}{2}\log_{(0,5x+1)}(3,5x-4,25)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (0,5x+1)^4=3,5x-4,25 \\ (3,5x-4,25)^{0,5}=1,5x-6 \\ (1,5x-6)^{0,5}=0,5x+1 \ ① \end{cases}$$ или

Решим. ур. ① : $(1,5x-6)^{0,5}=0,5x+1 \Leftrightarrow 2\sqrt{1,5x-6}=x+2$

$4(1,5x-6)=x^2+4x+4.$

$6x-24=x^2+4x+4$

$x^2-2x+28=0$; $D_1=1-28<0$ => нет корней

$x\in\varnothing$

=> система не им. корней

$$(2)\ \begin{cases} (0,5x+1)^4=3,5x-4,25 \\ (3,5x-4,25)^{\frac{1}{4}}=1,5x-6 \\ (1,5x-6)^1=0,5x+1 \ ② \end{cases}$$ или

Решим ур. ② : $1,5x-6=0,5x+1 \Leftrightarrow x=7.$

Подставим $x=7$ в другие ур. сист:

чистовик

№5

- $(0{,}5\cdot 7+1)^4 = 3{,}5\cdot 7-4{,}25$

$4{,}5^4 = 3{,}5\cdot 7 - 4{,}25$

$\frac{9^4}{\cancel{64}16} = 7^2\cdot 0{,}5 - 4{,}25$

$81\cdot 81 = 8\cdot 7^2 - 17\cdot 4$

$81\cdot 81 = \cancel{8}4(98-17)$

$81\cdot 81 = 4\cdot 81.$ – это не так ⇒ система не им. реш.

в) $\begin{cases}(0{,}5x+1)^2 = 3{,}5x-4{,}25\\(3{,}5x-4{,}25)^{0{,}5} = 1{,}5x-6\\(1{,}5x-6)^1 = 0{,}5x+1 \quad ③\end{cases} \Leftrightarrow$

③: $0{,}5x+1 = 1{,}5x-6 \Leftrightarrow x=7.$

Подставим $x=7$ в другие ур. сист:

- $4{,}5^2 = 3{,}5\cdot 7 - 4{,}25$

$\frac{81}{4} = \frac{49}{2} - \frac{17}{4}$

$\frac{81}{4} = \frac{98-17}{4}$

$\frac{81}{4} = \cancel{98}\,\frac{81}{\cancel{3}4}.$

- $\left(\frac{49}{2}-\frac{17}{4}\right)^{0{,}5} = \frac{21}{2} - 6$

$\frac{9}{2} = \frac{21-12}{2}$

$\frac{9}{2} = \frac{9}{2}.$

⇒ $x=7$ – корень этой сист.

$x=7$ удв. ОДЗ.

Ответ: при $x=7$

Чистовик

④

№4 $\begin{cases} \text{Нод}\ (a;b;c) = 14 \\ \text{Нок}\ (a;b;c) = 2^{17} \cdot 2^{\cancel{17}\,16} \end{cases}$

Возможны следующие вар-ты a; b; c

а) $a = 14$; $b = 14 \cdot 2^{14-x} \cdot 7^{15-y}$; $x; y \in$ ~~N~~, Z; ~~x, y <~~

$c = 14 \cdot 2^{x} \cdot 7^{15 \cdot y}$ $\quad 0 \leq x \leq 14$; $0 \leq y \leq 15$

б) ~~$a = 14 \cdot 7^{0} \cdot 2^{x}$~~

~~$b = 14 \cdot 7^{y} \cdot 2^{0}$~~

~~$c = 2^{17} \cdot 2^{16} / 14 \cdot 2^{14-x} \cdot 7^{14-y}$~~

$a = 14 \cdot 7^{0} \cdot 2^{x}$

$b = 14 \cdot 2^{0} \cdot 7^{y}$

$c = 14 \cdot 7^{15-y} \cdot 2^{14-x}$

в) $a = 14$

$b = 14$

$c = 14 \cdot 2^{14} \cdot 7^{15}$

а) в случае 1 ~~числа будут равны 14; 14·2; 14·2~~ будет $13 \cdot 14 = \overset{182}{\cancel{210}}$ вариантов числа b; число c определится однозначно.

Тк числа будут стоять в произвольном порядке, всего в этом вар-те ~~3·210 = 630 чисел~~. 3·182 = 546 чисел.

~~г) в случае 2) числ a может быть 13; числ b - 14; числа c определяется однозначно => $\overset{182}{546}$ вар-тов; тк числа стоят в произв. порядке,~~

б) в случае 2 числ a может быть 13 вар-тов, числ b - 14 вар-тов, число c опред-ся однозначно. => всего 27 вариантов;

27 · 3 = 81 - тк числа стоят в произв. порядке

в) 1 вариант · 3 = 3 варианта.

Итого: 81 + 546 + 3 = 627 + 3 = 630 вар-тов.

Ответ: 630 вариантов

AO=OC (как к одной окр)

TC = TA (как отр. кас. у 1т.)

=> ~~четырёхуг AOCT~~ можно вписать в окр

~~чистовик~~ черновик

③

- $(2{,}5+1)^4 = 17{,}5 \pm 4{,}25$

$3{,}5^4 =$ ~~3,5~~ $13{,}25$

$7^4 \cdot 5^4 \cdot 0{,}1^4 = 13{,}25$

~~Чистовик~~

Черновик

N6.

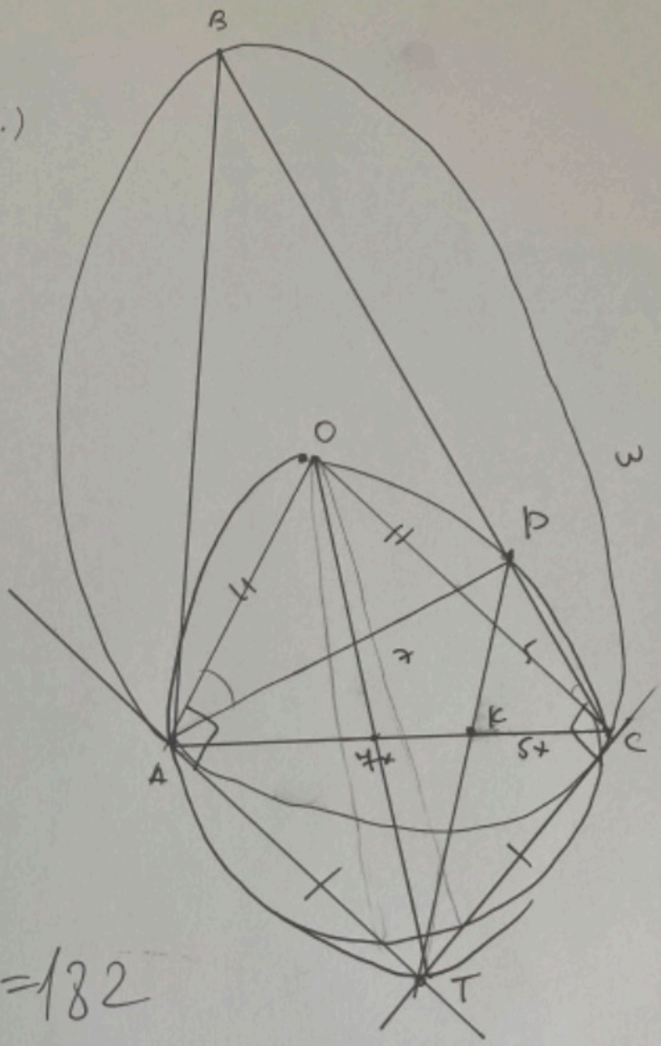
~~Чистовик~~ Черновик

Решение:

AO=OC (как к одной окр)

TC = TA (как отр. кас. у 1т.)

=> ~~четырехуг AOCT можно вписать в окр~~



~~0~~ 1 2 3
4 5 6 7
8 9 10 11
12 13 ~~14~~

169+13=182

+ ~~87~~

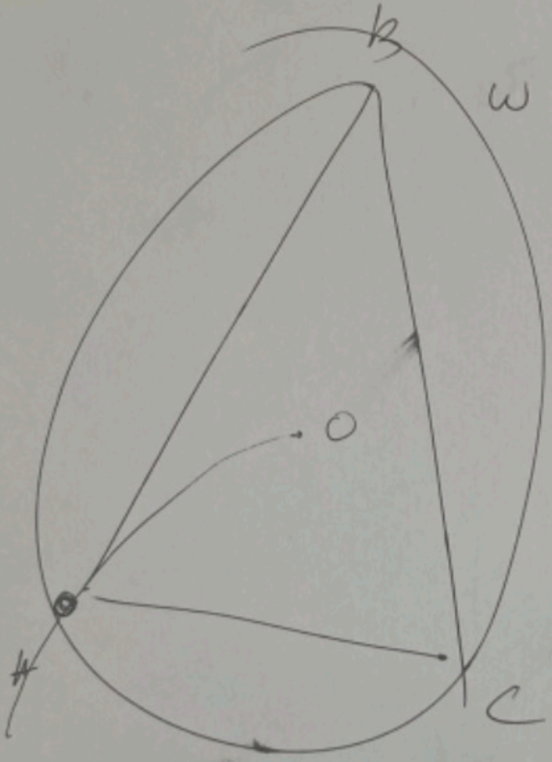
~~17~~

~~14~~

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times\ 13 \\ \hline 42 \\ 14\ \ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 546 \\ +\ \ 81 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 182 \\ \times\ \ \ 3 \\ \hline 560 \end{array}$$


B
ω
O
A
C

Черновик

(a;b;·c)=14 =7·7 -

Чисто

Черновик

49·2=

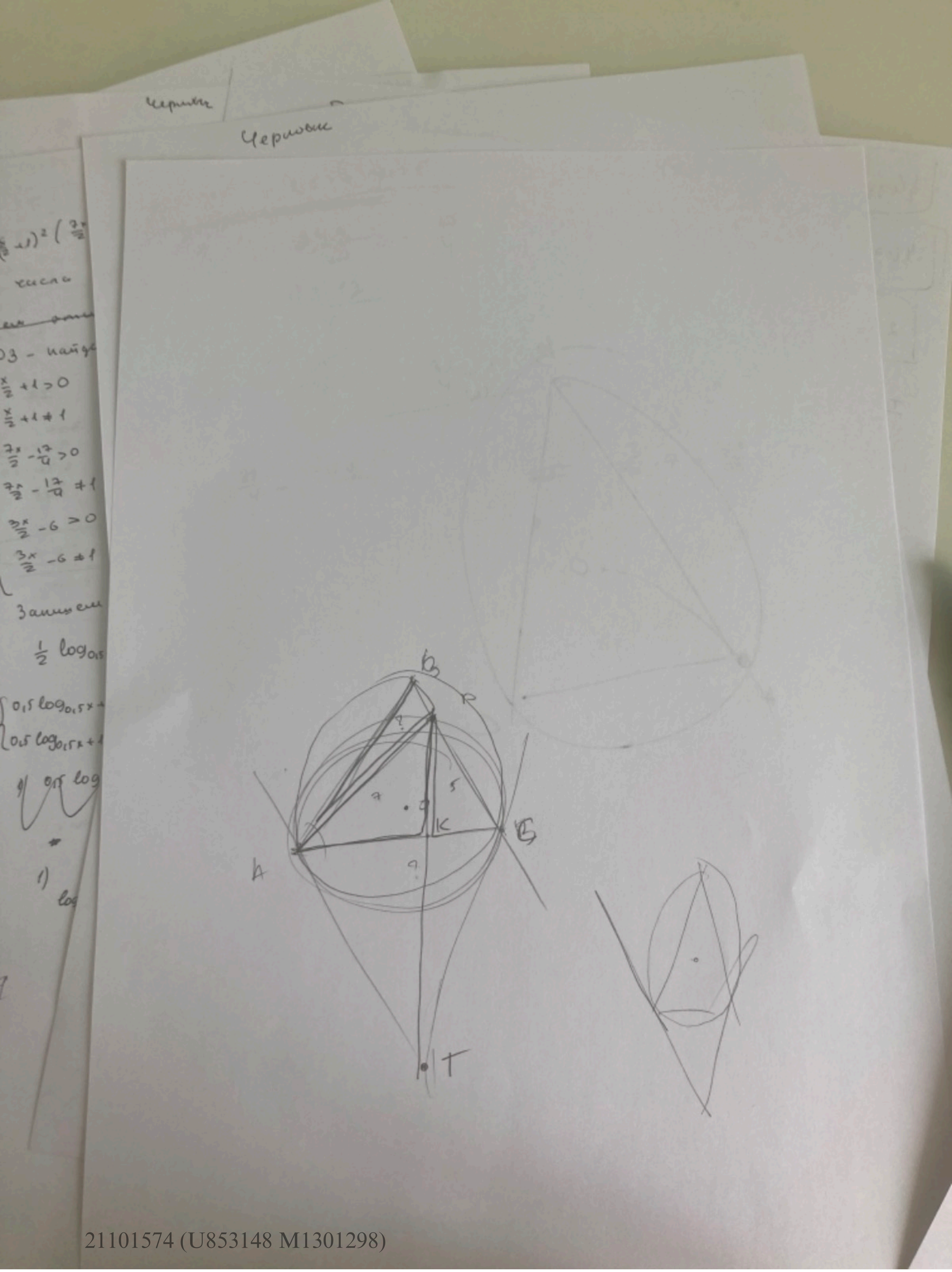
$(0,5\cdot7+1)^4 = 3,5\cdot7-4,25$

$\left(\frac{9}{2}\right)^4 = \frac{\cancel{3}49}{2} - \frac{17}{4}$

$\left(\frac{9}{2}\right)^4 = \frac{9'8-17}{4}$

$\frac{\cancel{81}^{2}}{4\cancel{16}} = \cancel{\frac{31}{4}}$ $\frac{31}{4}=1.$

$\frac{31}{4} - \underline{49}$ ~~1,5~~ $\frac{3}{2}\cdot7=\frac{21}{2}$



Черновик

Черновик

$(\frac{x}{2}+1)^2 (\frac{7x}{2}$

числа

3 - найд

$\frac{x}{2}+1>0$

$\frac{x}{2}+1\neq 1$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq 1$

$\frac{3x}{2}-6>0$

$\frac{3x}{2}-6\neq 1$

Запишем

$\frac{1}{2}\log_{0,5}$

$0,5\log_{0,5}x+$

$0,5\log_{0,5}x+1$

1) $0,5\log$

1) $\log$

(1)

Ш

$\underline{1{,}5x-6 \geq 0}$

⑤

③
$$\begin{cases} (0{,}5x+1)^2 = 3{,}5x-4{,}25 \\ (3{,}5x-4{,}25)^{0{,}5} = 1{,}5x-6 \\ (1{,}5x-6)^{\cdot} = 0{,}5x+1 \end{cases}$$

$x=5$

$3{,}5^2 = 3{,}5\cdot 5-4{,}25$

$\frac{7\cdot5\cdot7\cdot5}{100} =$

$\boxed{12{,}25 = 17{,}5-4{,}25.}$

$\begin{array}{r} 35 \\ \times\ 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$

5^2

$4\cdot1\cdot c \quad c^2+3c+4=0$

~~$D = 0$~~

$$\begin{cases} \frac{abc}{4} = 1 \\ a=b \\ a=c+1 \end{cases}$$

$c(c+1)^2 = 4$

$c^3+2c^2+c-4=0$

$1+2+1-4=0$

$c=1$

$\Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=2. \end{cases}$

$$\begin{cases} (0{,}5x+1)^4 = 3{,}5x-4{,}25 \\ (3{,}5x-4{,}25)^{0{,}5} = 1{,}5x-6 \\ (1{,}5x-6)^{0{,}5} = 0{,}5x+1. \end{cases}$$

$\sqrt{1{,}5x-6} = \frac{x}{2}+1$

$2\sqrt{\frac{3}{2}x-6} = x+2.$

$4\left(\frac{3x}{2}-6\right) = x^2+4x+4$

$6x-24 = x^2+4x+4$

$x^2-2x+28=0.$

$\boxed{\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2}\cdot\frac{17}{4}\right)}$

$\boxed{4\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)}$

$\boxed{2\log_{\frac{3x-6}{2}}\frac{x}{2}+1}$

черн.

~~$2\log\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$~~

ООЗ.

$\begin{cases}0{,}5x+1>0\\0{,}5x+1\neq 1\end{cases}$ $\begin{cases}x>-2\\x\neq 0\end{cases}$

$\frac{14x}{4}-\frac{17}{4}$

$\begin{cases}3{,}5x-4{,}25>0\\3{,}5x-4{,}25\neq 1\end{cases}$ $\begin{cases}x>\frac{17}{14}\\x\neq\frac{31}{14}\end{cases}$

$\frac{3x}{2}-\frac{12}{2}$ $3x-12$ $3x\neq 13$

$\begin{cases}x>4\\x\neq\frac{14}{3}\end{cases}$

$$\text{I}\begin{cases}\log_{\frac{x}{2}+1}\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\log_{\frac{3x}{2}-6}\frac{x}{2}+1\\\log_{\frac{x}{2}+1}\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)+1\end{cases}$$

I $\frac{3x}{2}-6=1.$

$\frac{3x}{2}=7$

$\log_{0{,}5x+1}(3{,}5x+4{,}25)=\log_{1{,}5x-6}0{,}5x+1.$

$\log_{0{,}5x+1}(3{,}5x+4{,}25)=\frac{1}{\log_{0{,}5x+1}1{,}5x-6}$

$\frac{\log^2_{0{,}5x+1}(3{,}5x+4{,}25)-1}{\log_{0{,}5x+1}1{,}5\ldots}=0$

~~$1{,}5x-6\neq 1$~~

$\log_{0{,}5x+1}3{,}5x+4{,}25=\pm 1$

$(c^2+2c+1)\cdot c=4$

$c^3+2c^2+c-4=0.$

$c^3-c^2+3c^2+3c-3c+4c-4=0$

$(c-1)(c^2+3c+4)=0$

$\boxed{c=1}$ $c\neq 1$ по ~~ООЗ~~

$\Rightarrow a=2$

$b=2$

$2\cdot 2\cdot 1=$

$1+2+1=0$

$3c^2-3c^2+4c-4$

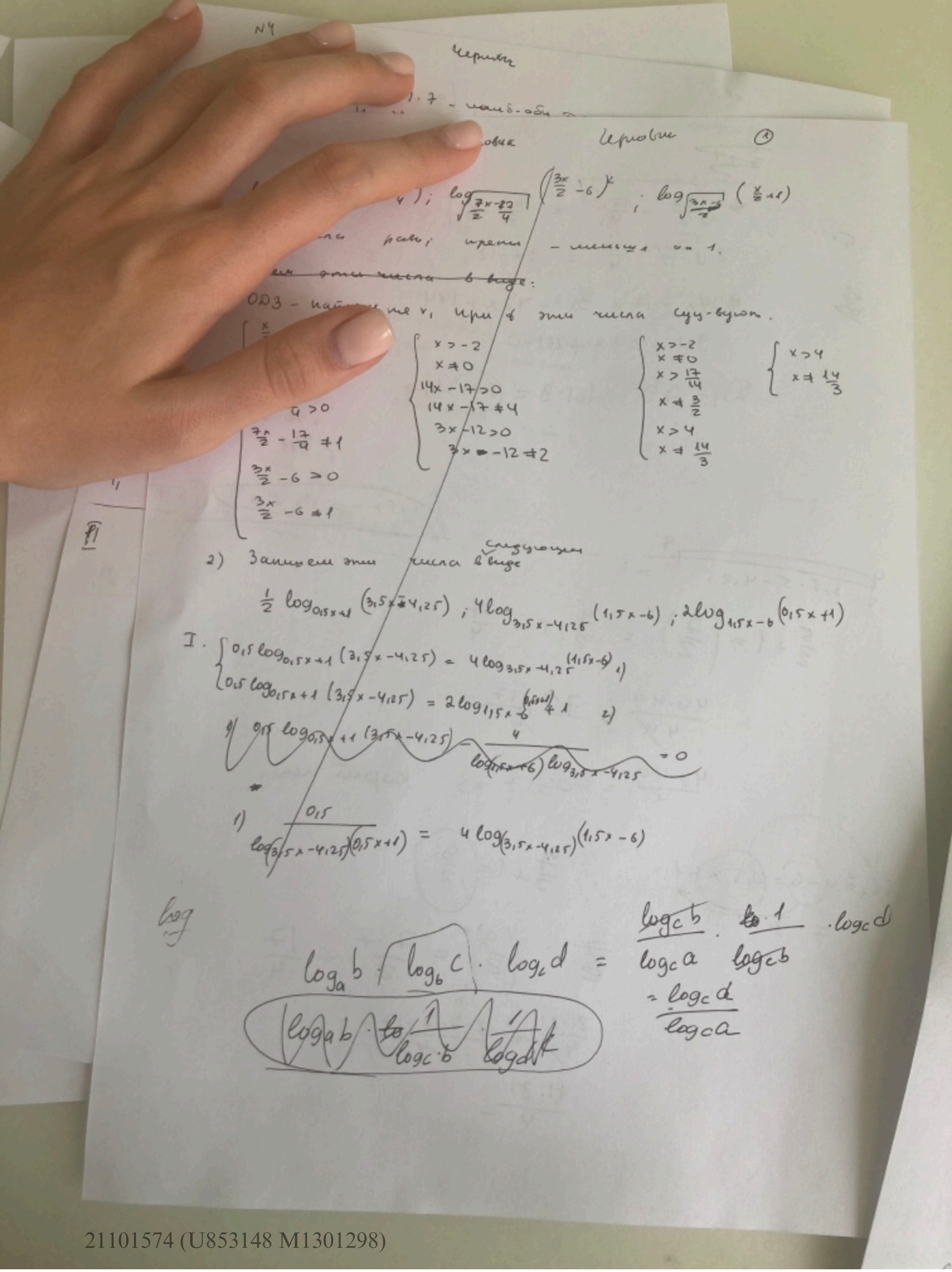
$$\begin{array}{l|l}c^3+2c^2+c-4 & c-1\\\hline c^3-c^2 & c^2+3c+4\\3c^2 & \\3c^2-3c & \\4c-4 & \\4c-4 & \end{array}$$

$c^2+3c+4=0$

$D=9-16<0$

$\frac{81}{4}=\frac{5.49}{2}$

$$\begin{array}{r}98\\-17\\\hline 81\end{array}$$



N4

Черновик

1.7 – наиб. общ…

…овик Черновик ①

…4); $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^x$; $\log_{\sqrt{\frac{3x-6}{2}}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

…ла равн; причём – меньше на 1.

~~…им эти числа в виде~~:

ОДЗ – най… те x, при которых эти числа сущ-вуют.

$$\begin{cases} \frac{x}{2}\ldots \\ \ldots 4>0 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq 1 \\ \frac{3x}{2}-6>0 \\ \frac{3x}{2}-6\neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>-2 \\ x\neq 0 \\ 14x-17>0 \\ 14x-17\neq 4 \\ 3x-12>0 \\ 3x-12\neq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x>-2 \\ x\neq 0 \\ x>\frac{17}{14} \\ x\neq\frac{3}{2} \\ x>4 \\ x\neq\frac{14}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x>4 \\ x\neq\frac{14}{3} \end{cases}$$

2) Запишем эти числа в следующем виде

$$\frac{1}{2}\log_{0,5x+1}(3,5x-4,25) ; 4\log_{3,5x-4,125}(1,5x-6) ; 2\log_{1,5x-6}(0,5x+1)$$

I. $\begin{cases} 0,5\log_{0,5x+1}(3,5x-4,25) = 4\log_{3,5x-4,25}(1,5x-6) & 1) \\ 0,5\log_{0,5x+1}(3,5x-4,25) = 2\log_{1,5x-6}(0,5x+1) + 1 & 2) \end{cases}$

~~1) $0,5\log_{0,5x+1}(3,5x-4,25) - \frac{4}{\log(1,5x-6)\log_{3,5x-4,25}} = 0$~~

1) $\frac{0,5}{\log_{(3,5x-4,25)}(0,5x+1)} = 4\log_{(3,5x-4,25)}(1,5x-6)$

log

$$\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c d = \frac{\log_c b}{\log_c a}\cdot\frac{1}{\log_c b}\cdot\log_c d = \frac{\log_c d}{\log_c a}$$

~~$\log_a b \cdot \frac{1}{\log_c b} \cdot \frac{1}{\log_d k}$~~

№4 Черновик

НОД(a;b;c) = 14 = 7 · 7 – наиб. общ. делитель => каждое число – $2^{1+a} \cdot 7^{1+b}$.

НОК(a;b;c) = $2^{17} \cdot 7^{18}$

комбинаторика

на~~иб~~им. общ. кратное = 2

~~$2^{1+x} \cdot 7^{1+y} \cdot 2^{1+a} \cdot 2^{1+c} \cdot 7^{1+}$~~ -

$2^{1+a} \cdot 7^{1+b} \cdot 2^{1+c} \cdot 7^{1+d} \cdot 2^{1+e} \cdot 7^{1+f} = 2^{17} \cdot 7^{18}$

2 · 2 · 2

2^{14} ⑭

7 7 7

7^{15} ⑮

Т.к. число сост. только из 2 и 7, то в ~~так~~ точности ~~1) одно, которое 14~~

~~2)~~

Точно есть число с 1 двойкой и 1 7-кой.
(мб. это одно число)

14; 2 · 7 2 · 7

$\frac{n!}{(n-k)}$

14; $14 \cdot 2^{0 \ldots 14} \cdot 7^{0 \ldots 15}$ $14 \cdot 2^{14 \ldots 0} \cdot 7^{15 \ldots 0}$

I

II 2^0

№5.

$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$ $\underbrace{\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2}$; $\log_{\sqrt{\frac{3x-6}{2}}}\left(\frac{x}{2}+\right.$

два равн; третье меньше на 1)

I. $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \log_{\sqrt{\frac{3x-6}{2}}}\underline{\left(\frac{x}{2}+1\right)}$

$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right) = \log_{\sqrt{\frac{3x-6}{2}}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

$\log_{\frac{x}{2}+1}\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}} = \frac{1}{\log_{\frac{x}{2}+1}\sqrt{\frac{3x-6}{2}}}$

$\log_{\frac{x}{2}+1}$

$$\begin{array}{r|l} -1325 & 5 \\ 10 & \\ -32 & 165 \\ 30 & \\ 25 & \\ 5 & \end{array}$$

-1, $\sqrt{5}$, 3

$\sqrt{\frac{3}{2}x-6} = \frac{x}{2}+1$

$\frac{3}{2}x\,\textcircled{-6} = \frac{x^2}{4}+x+1$

$\frac{x^2}{4}-\frac{1}{2}x+7=0$

x

212
221
122

a ; b ; c

$\begin{cases} a=b \\ a=\cancel{3}c+1 \end{cases}$ $\begin{cases} a=c \\ a=b+1 \end{cases}$ $\begin{cases} b=c \\ b=a+1 \end{cases}$

$4{,}4 > 3{,}5^4 > 3^4$

$> 3{,}5^4 > 81$

$$\begin{array}{r} 17{,}5-4{,}25 \\ -\ 4{,}25 \\ \hline 13{,}25 \end{array}$$

$$\boxed{\begin{aligned} (0{,}5x+1)^{a} &= 3{,}5x-4{,}25 \\ (3{,}5x-4{,}25)^{b} &= 1{,}5x-6 \end{aligned}}$$

$(1{,}5x-6)^c = 0{,}5x+1.$

$$\begin{array}{r} 2{,}5 \\ \times\ 3{,}5 \\ \hline 7{,}5 \end{array}$$

$(0{,}5x+1)^{ab} = 1{,}5x-6$

$(0{,}5x+1)^{abc} = 0{,}5x+1.$

$\boxed{a\cdot b\cdot c=1.}$

$a\neq 1$
$b\neq 1$
$c\neq 1$
~~$a\neq b$~~

$5\cdot 3{,}5=$

$1{,}5+2{,}5=$

$\boxed{17{,}5=}$

$a=b \Rightarrow a^2\cdot c=1$

$\boxed{a^2=\frac{1}{c}}$

Черновик.