Часть 1

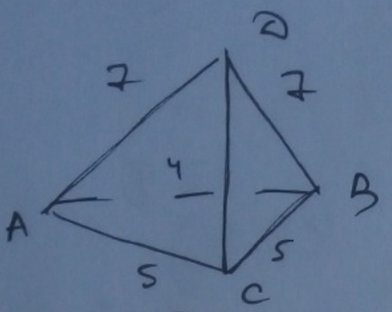
Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

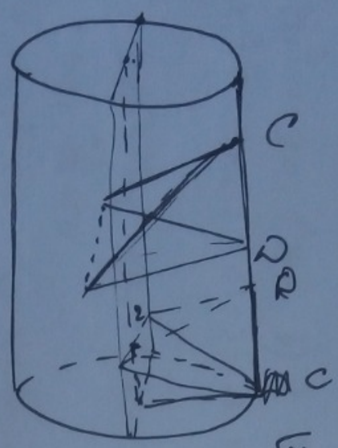
Шифр: **21101292**

ID профиля: **87037**

Вариант 22

черновик





$$4^2 = 25+25-2\cdot 25\cdot\cos\alpha$$

$$\frac{16-50}{-50} = \frac{34}{50} = \frac{17}{25}$$

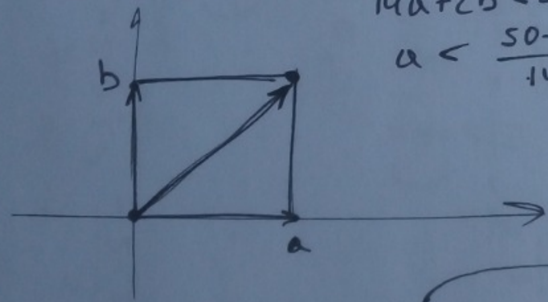
$25-4=\sqrt{21}$

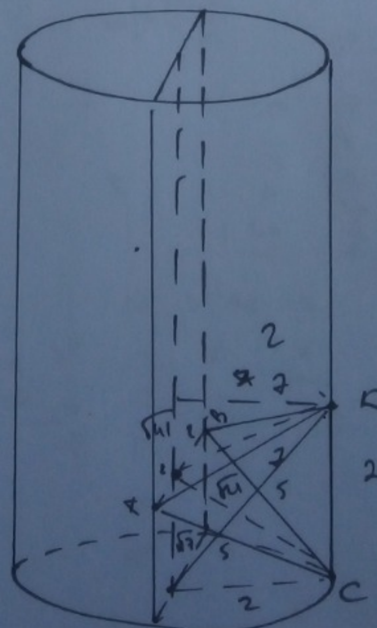
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le \min(14a+2b,\ 50)\end{cases}$$

$14a+2b<50$

$a<\frac{50-2b}{14}=\frac{25-b}{7}$

$5\sqrt{2}$





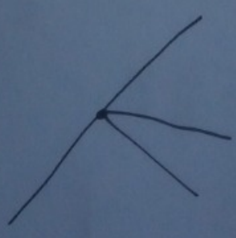
$45-4=41$

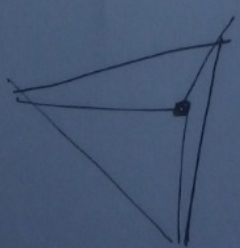
$21-4=\sqrt{17}$

$49-4=45$

$3\sqrt{5}$

$CD=\sqrt{17}+\sqrt{41}$





Черновик

1. S_{15} , a_1, a_2 – целые

$$\begin{cases} a_7 \cdot a_{16} > S_{15} - 24 \\ a_{11} \cdot a_{12} < S+4 \end{cases} \quad a_1 - ?$$

$$(a_1 + 6d)(a_1 + 15d) > \frac{a_1 + a_1 + 14d}{2} \cdot 15 - 24$$

$$a_1^2 + 15a_1 d + 6a_1 d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 3a_1(7d - 5) + 90d^2 - 105d + 24 > 0 \\ -a_1^2 - 3a_1(7d-5) - 110d^2 + 105d + 4 > 0 \end{cases}$$

$80 - 105$

$$-20d^2 + 28 > 0$$

$\frac{24}{15}$ 9

$$d^2 < \frac{28}{20} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

$$d \in \left(-\frac{7}{5}; \frac{7}{5}\right)$$

$-1; 0; 1$

$d = 1$

$$\begin{cases} a_1^2 + \cancel{3} \cancel{21a_1} + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases}$$

$(a_1+3)^2 > 0$ $\quad 36 - 4 = 32$

$a_1 \neq -3$ $\quad a_1 = \frac{-6 + 4\sqrt{2}}{2}$

$D = 36 - 44$ $\quad = -3 + 2\sqrt{2}$

$a \in (-3 - 2\sqrt{2}; -3 + 2\sqrt{2})$

$4 \cdot 13 > 75 - 24$

$75 - 24 = 51$

$\cancel{(-5-5+6)(-5}$

$$(-5+6)(-5+15) > \frac{-5-5+14}{2} \cdot 15 - 24$$

$\cancel{1}\ 10 > 30 - 24 = 6$

$5 \cdot 14 > 80 - 24$

70

$80 - 24 = 66$

$6 \cdot 7 < 45 + 4$

$2 \cdot 11 > 45 - 24$

$\cancel{-5+10}$

$5 \cdot 6 < 34$

$\frac{41}{21}$

$$(a_1 + 10d)(a_1 + 11d) < \frac{a_1 + a_1 + 14d}{2} \cdot 15 + 4$$

$$a_1^2 + 21a_1 d + 110d^2 < 15a_1 + 105d + 4$$

$$a_1^2 + 3a_1(7d - 5) + 110d^2 - 105d - 4 < 0$$

$8 \cdot 9 < 75 + 4$

$9 \cdot 10 < 34$

$\frac{7}{5} > 1$

$-\frac{7}{5} < -1$

$-0,2$

$2 \cdot 1,4 = 2,8$

$2\sqrt{2}$ 3

$-3 - 2,8$

8 9

$-5,8$

36 $\quad 9 + 8 + 12\sqrt{2}$

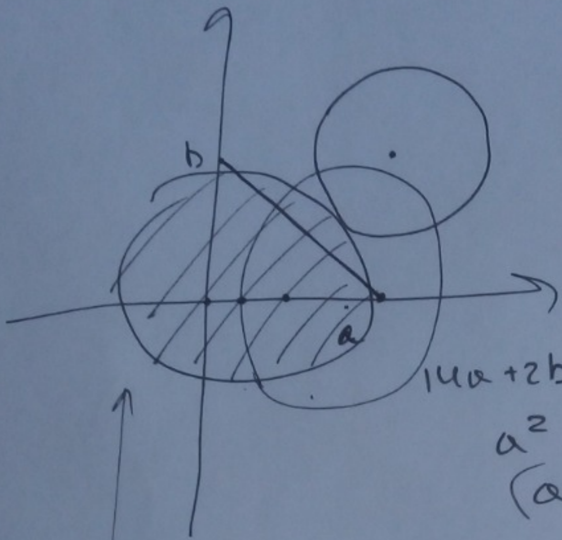
$17 + 12\sqrt{2}$

19 $\quad 12\sqrt{2}$

361 $\quad 288$

Черновик

$(x-a)^2 + (y-b)^2$

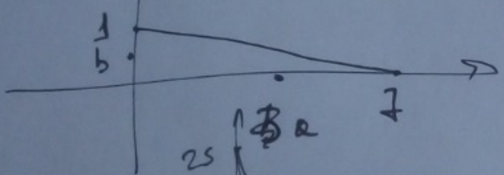


$14a + 2b > 50$

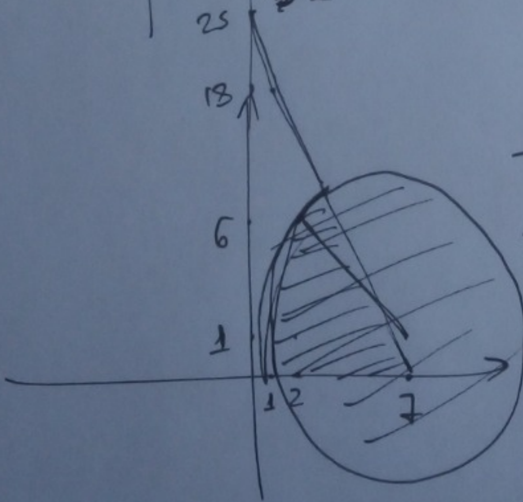
$a^2 - 14a + 49 + b^2 - 2b + 1$

$(a-7)^2 + (b-1)^2 - 50 \le 0$

$(a-7)^2 + (b-1)^2 \le 50$



$b < \frac{50 - 14a}{2} = 25 - 7a$



$24 \times 7 = 168$

$168 \times 2 = 336$

$336 + 14 = 350$

$576 + 49 = 625$

$(a-1)^2 + (24-7a)^2 \le 50$

$a^2 \cancel{-14a} + 49 + 576 \cancel{-336a} + \cancel{49a^2} \le 50$

$50a^2 - 350a + 625 \le 50$

$2a^2 - 14a + 23 \le 0$

$D_1 = 49 - 46 = 3$

$a_1 = \frac{7+\sqrt{3}}{2}$

$25 \times 7 = 175$

$175 \times 2 = 350$

$b < 25 - 7a$

$b > 25 - 7a$

$a_2 = \frac{7-\sqrt{3}}{2}$

$14a + 2b > 50$

$a^2 + b^2 \le 50$

$a^2 + 625 - 350a + 49a^2 \le 50$

$50a^2 - 350a + 575 \le 0$

$2a^2 - 14a + 23 \le 0$

Чистовик

№1

$$\begin{cases} a_7 \cdot a_{16} > S - 24 \ (1) \\ a_{10} \cdot a_{12} < S + 4 \ (2) \end{cases}$$

1. $(a_1+6d)(a_1+15d) > \frac{a_1+a_1+14d}{2}\cdot 15 - 24$

$a_1^2+21a_1d+90d^2 > 15a_1+105d-24$

$a_1^2+21a_1d+80d^2-15a_1-105d+24>0$

$a_1^2+3a_1(7d-5)+90d^2-105d+24>0$

2. $(a_1+10d)(a_1+11d) < \frac{a_1+a_1+14d}{2}\cdot 15+4$

$a_1^2+21a_1d+110d^2 < 15a_1+105d+4$

$a_1^2+3a_1(7d-5)+110d^2-105d-4<0$

Получаем систему:

$$\begin{cases} a_1^2+3a_1(7d-5)+80d^2-105d+24>0 \\ a_1^2+3a_1(7d-5)+110d^2-105d-4<0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} a_1^2+3a_1(7d-5)+90d^2-105d+24>0 \\ -a_1^2-3a_1(7d-5)-110d^2+105d+4>0 \end{cases}$$

Сложим:

$-20d^2+28>0$

$d^2<\frac{28}{20}$

$d^2<\frac{7}{5}$, т.е. $d\in\left(-\sqrt{\frac{7}{5}};\sqrt{\frac{7}{5}}\right)$

Т.к. прогрессия состоит из целых чисел и a_1 - целое, то и разность d тоже целая. На промежутке $\left(-\sqrt{\frac{7}{5}};\sqrt{\frac{7}{5}}\right)$ есть три целых числа: $-1; 0; 1$. Т.к. прогрессия возрастающая, то единственный вариант это $d=\underline{1}$. При $d=1$ получаем:

$$\begin{cases} a_1^2+6a_1+9>0 \\ a_1^2+6a_1+1<0 \end{cases}; \begin{cases} (a_1+3)^2>0 \\ a_1\in(-3-2\sqrt2;-3+2\sqrt2) \end{cases}; \begin{cases} a_1\neq-3 \\ a_1\in(-3-2\sqrt2;-3+2\sqrt2) \end{cases}$$

$a_1^2+6a_1+1=0$

$D_1=9-1=8$

$$\left[\begin{array}{l} a_1=-3+2\sqrt2 \\ a_1=-3-2\sqrt2 \end{array}\right.$$

$(a_1+3-2\sqrt2)(a_1+3+2\sqrt2)<0$

$-3-2\sqrt2 \quad -3+2\sqrt2 \quad a_1$

$a_1\in(-3-2\sqrt2;-3+2\sqrt2)$

Чистовик

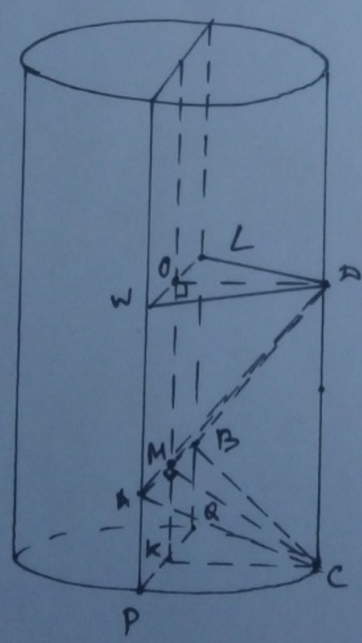
Т.к. a_1 – целое, то ~~[illegible]~~ ищем целые значения на промежутке $(-3-2\sqrt{2}; -3+2\sqrt{2})$. Таковыми являются: $a_1=-5$; $a_1=-4$; $a_1=-3$; $a_1=-2$; $a_1=-1$; $\cancel{a_1 = 0; a_1 = 1}$;

Т.к. $a_1 \neq -3$, то возможные значения: $\{-5; -4; -2; -1\}$

Ответ: $a_1=-5$; $a_1=-4$; $a_1=-2$; $a_1=-1$.

Чистовик

№ 2. Зафиксируем какие-нибудь ~~две~~ две точки C и D. Очевидно, что для ~~то~~ того, чтобы CD было параллельно оси цилиндра, C и D должны принадлежать одной образующей. Т.к. DA = DB и CA = CB, то точки D и C лежат на серединных перпендикулярах к AB. Значит AB перпендикулярно осевому сечению цилиндра, которому принадлежит CD, и ~~п~~ параллельно основанию цилиндра. Т.к. AB параллельно основанию, то через AB можно провести сечение, которое будет являться окружностью, равной той, что лежит в основании. Если AB не диаметр этого сечения, то AB – хорда, а значит диаметр будет больше AB. Значит наименьший ~~диаметр~~ радиус будет в том случае, если AB – диаметр. Итак:



Т.к. AB – диаметр и AB = 4, то радиус цилиндра 2.

1) $\triangle AMC$, по т. Пиф:

$$MC^2 = AC^2 - AM^2 \Rightarrow MC = \sqrt{25-4} = \sqrt{21}$$

2) Т.к. C равноудалено от A и B, то оно равноудалено от P и Q, поэтому CK – радиус и CK = 2 ($PQ \parallel AB \Rightarrow PQ$ – диам)

3) $\triangle MKC$, по т. Пиф:

$$\cancel{CK^2 = MC^2 - KM}$$

$$KM^2 = \sqrt{CM^2 - KC^2} = \sqrt{21-4} = \sqrt{17}$$

4) $\triangle AMD$, по т. Пиф:

$$MD^2 = \sqrt{AD^2 - AM^2} \Rightarrow MD = \sqrt{49-4} = 3\sqrt{5}$$

5) т.к. ~~B~~ D равноудалено от A и B, то оно равноудалено от W и L ($WL \parallel AB$), а т.к. WL – диам, то OD – радиус и OD = 2.

6) $\triangle MOD$, по т. Пиф:

$$MO^2 = \sqrt{MD^2 - OD^2} = \sqrt{45-4} = \sqrt{41}$$

Чистовик

7) $OD \parallel KC$ (радиусы) $\Rightarrow OKCD$ – ~~[illegible]~~ прямоугольник $\Rightarrow CD = OK$

$OD = KC$

$OD \perp WL$

8) $OK = KM + MO = \sqrt{41} + \sqrt{17} = CD$

Ответ: $CD = \sqrt{41} + \sqrt{17}$

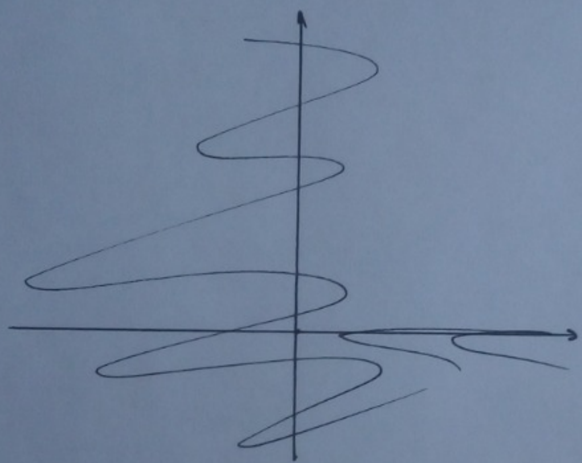
21101292 (U87037 M1302148)

Чистовик

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le \min(14a+2b,50)\end{cases}$$

$(x-a)^2+(y-b)^2\le 50$ задает ~~окружность~~ мно-во точек внутри окружности (включая саму окружность). Окружность с центром $(a;b)$ и радиусом $5\sqrt{2}$.

~~a^2+b^2 — квадрат длины отрезка с концами в точках $(a;0)$ и $(0;b)$.~~



Рассмотрим $a^2+b^2\le \min(14a+2b,50)$

1) если $14a+2b<50$

то $a^2+b^2\le 14a+2b$

$a^2-14a+49+b^2-2b+1-50\le 0$

$(a-7)^2+(b-1)^2\le 50$

$$\begin{cases}(a-7)^2+(b-1)^2\le 50\\ 14a+2b<50\end{cases}$$

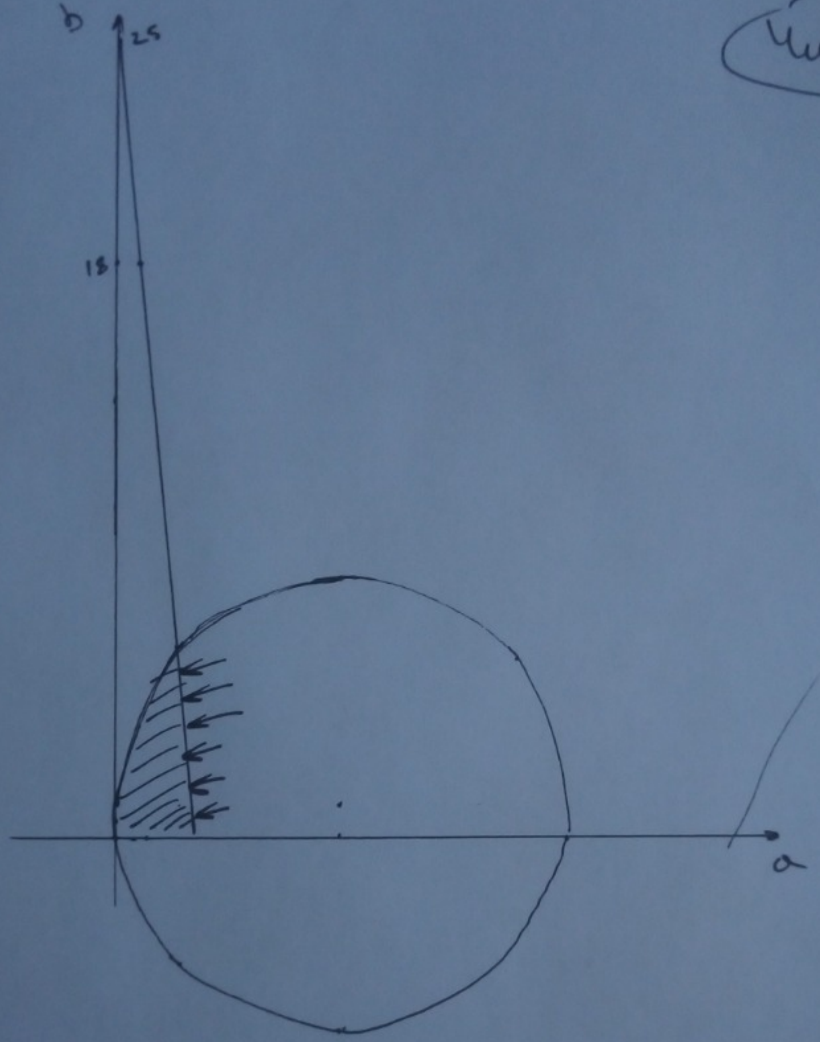
2) если $14a+2b>50$

то $\begin{cases}a^2+b^2\le 50\\ 14a+2b>50\end{cases}$

~~a^2+b^2 — квадрат длины отрезка с концами в точках $(a;0)$, $(0;b)$~~

Изобразим $\begin{cases} (a-7)^2 + (b-1)^2 \leq 50 \\ 14a + 2b < 50 \end{cases}$ на координатной плоскости $(a;b)$

Чистовик



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101292**

ID профиля: **87037**

Вариант 22

Черновик

$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$, $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$, $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

$\cancel{\frac{x}{2}+1\neq 1}$ $\qquad \cancel{\frac{x}{2}+1\neq 0}$ $\qquad \cancel{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\neq 0}$ $\qquad x\neq\frac{17}{14}$

$\cancel{\frac{x}{2}+1\neq -1}$ $\qquad \frac{7x}{2}=\frac{17}{4}$ $\qquad 2\cdot 1$

$\frac{x}{2}+1>0$ $\qquad \cancel{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq 0}$ $\qquad \cancel{\frac{x}{2}=2}$ $\qquad x=\frac{2\cdot 17}{4\cdot 7}$ $\qquad 2^{17}\cdot 7^{11}$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0$ $\qquad \frac{7x}{2}=\frac{21}{4}$ $\qquad 2$

$\cancel{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq 1}$ $\qquad x=\frac{21}{14}=\frac{3}{2}$

$\cancel{\frac{3x}{2}-6\neq 0}$ $\qquad x\neq 4$

$\cancel{\frac{3x}{2}-6\neq 1}$

$$\begin{cases} x\neq 0 \\ \cancel{x\neq -4} \\ \cancel{x\neq -2} \\ \cancel{x>-2} \\ \cancel{x\neq\frac{17}{14}} \\ \cancel{x>\frac{17}{14}} \\ x\neq\frac{3}{2} \\ x\neq 4 \\ x\neq\frac{14}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} x>\frac{17}{14} \\ x\neq\frac{3}{2} \\ x\neq 4 \\ x\neq\frac{14}{3} \end{cases}$$

$\frac{3\cdot 17}{2\cdot 14}-6$ $\qquad \frac{51}{28}$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\frac{3x}{2}-6$

$\frac{4x}{2}=-\frac{7}{4}$

$x=\frac{-7\cdot 2}{4\cdot 4}$

$-\frac{7}{8}$

$\frac{x}{2}+1=t$ $\qquad \log_{t^2}z$, $\log_{z}\frac{1}{2}k^2$, $\log_{k}\frac{1}{2}t$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=z$ $\qquad \frac{1}{2}\log_t z$, $2\log_z$

$\frac{3x}{2}-6=k$

$\log_k t-4\log_t m$

$\log_{k^2}t=\log_{z}\frac{1}{2}$

$\log_k t=8\log_t m$

$\frac{1}{2}\log_k t^{\frac{1}{2}}=2\log\frac{1}{\log_{k^2}\frac{1}{2}}$ $\qquad \cancel{\log_k t}=\frac{1}{\log_t k}=8\log_t m$

$14-\frac{17}{4}$ $\qquad \frac{56}{4}$ $\qquad 8\log_t m\cdot\log_t k-1=0$

$\frac{x}{2}+1>3$ $\qquad 3k-8$ $\qquad \frac{56-17}{39}$ $\qquad \log_t m\cdot\log_t k=\frac{1}{8}$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>\frac{39}{4}$ $\qquad \frac{1}{2}\log_k t=2\log_m k+1$ $\qquad \log_t(3k-8)\cdot\log_t k=\frac{1}{8}$

$\frac{3x}{2}-6>0$ $\qquad \cancel{\frac{1}{2\log k}}$ $\qquad \log_k\sqrt{t}=\log_t m^4$

$\frac{\log_k t}{2}=\frac{2}{\log_k m}+1$

$\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\frac{4}{\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\frac{3x}{2}-6}$ $\qquad \frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=4\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\frac{3x}{2}-6$

21101292 (U87037 M1302149)

$2 \cdot 2\log_t m - \cancel{2} \log_m k$ $\quad k \neq 1$ $\quad$ Черновик

$2\log_t m = \cancel{\log} \frac{1}{\log_k m}$

$\log_k t = 8 \log_t m$

$\frac{\log_k t}{\log_t m} = 8$

$\log_m k = 8$

$m = 3k - 9$

$\log_t (3k-9)$ $\quad \frac{49}{2} - \frac{17}{4}$

$\cancel{to}$

$\log_m t = 4\log_t^2 m - 4\log_t m$

$\frac{49}{2} - \frac{17}{4}$

$4\log_t^2 m - \cancel{4\log} - 4\log_t m$

$98 - 17$

$- \cancel{\log_t} \frac{1}{\log_t m} = 0$

$\frac{81}{4} \cdot \frac{9}{2}$

$\frac{21}{2} - 6$

$h^3 - 4h - 1 = 0$

$\frac{9}{2}$ $\quad \frac{1}{4}$ $\quad \cancel{\frac{1}{4} - \frac{1}{24} - 1}$

$\frac{21}{2} - 6$ $\quad \frac{9}{2}$

$2 \quad 1 \quad 1$ $\quad \frac{21}{2} - 6$

$\log_k t = 8 \cdot \frac{1}{2}$ $\quad \log_k t = 4$ $\quad \frac{9}{2}$

$\log_m k = \frac{1}{2}$

$36 + 7 = 43$

4

$4 \cdot \frac{1}{8}$

$\cancel{\frac{1}{2}}$

$4 - 2 - 2$

$144 + 17 = 161$

43×43: 129, 172, 1849

$161 \times 9 = 1449$

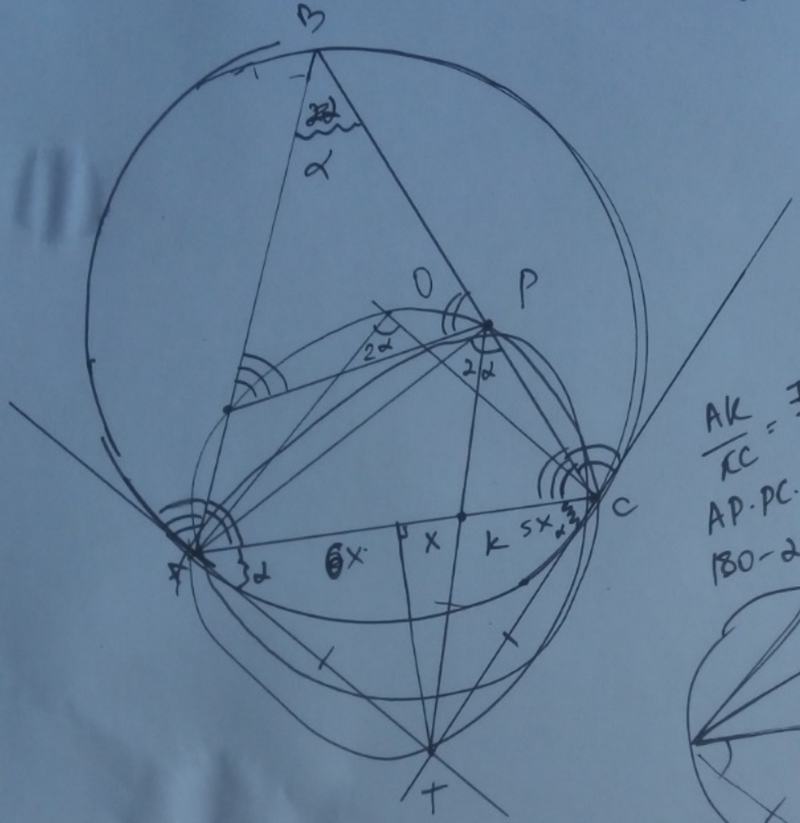
$1849 - 1449 = 400$

21101292 (U87037 M1302149)

Черновик

$2, 7$

$2^{17}, 7^{18}$



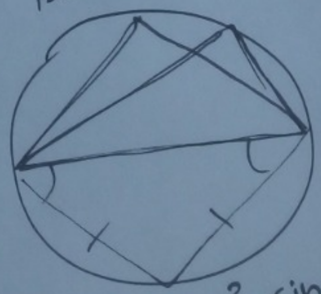
$\frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin\alpha$

$\frac{AK}{KC} = \frac{7}{5}$

$AP \cdot PC \cdot \sin 2\alpha = 12$

$180 - 2\alpha$

$B + \alpha + \alpha + \gamma = 180$



$\frac{a^2 \cdot \sin 2\alpha}{2} = 12$

$35y^2 \cdot \sin 2\alpha = 12$

$1 = \frac{r}{R} \cdot 2\cos\alpha$

$\frac{r}{R} = \frac{1}{2\cos\alpha}$

$AC = 2r \sin 2\alpha$

$\frac{AC}{\sin\alpha} = 2R$

$AC = 2R \sin\alpha$

$a^2 c$

$\frac{\cancel{abc}}{4R} = S$

$360 - 2\alpha$

$180 - 2$

$\sin\alpha$

$\frac{1}{2} R^2 \sin 2\alpha = 12$

$R^2 \sin 2\alpha = 24$

$R^2 \sin\alpha \cos\alpha = 12$

$\frac{a^2 \cdot \cancel{2R}\sin\alpha}{48} = \cancel{R}$ 24

$R = \frac{a^2 c}{48}$

$a^2 \cdot \sin\alpha = 24$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{a^4 c^2}{48^2} \cdot \sin 2\alpha$

$\frac{c}{\sin\alpha} = 2R$

$c = 2R \sin\alpha$

$\frac{a^4 c^2}{48^2} \cdot \sin\alpha + \frac{a^4 c^2}{2 \cdot 48^2} \sin\alpha$

$= 2$

$\frac{3!}{2!}$ $\frac{3 \cdot 2}{2}$

Чистовик

№1 $\begin{cases} НОД(a;b;c) = 14 \\ НОК(a;b;c) = 2^{17} \cdot 7^{18} \end{cases}$

НОД даст нам понять, что каждое из чисел должно иметь хотя бы одно вхождение 2 и хотя бы одно вхождение 7. НОК даст понять, что наибольшая степень вхождения 2 в какое-либо из чисел не превышает 17, а наибольшая степень вхождения 7 не превышает 18. Будем считать, что изначально $a=b=c=2\cdot7$ и будем считать кол-во способов добавить степень 2 и 7. Выберем 2 числа из трех C_3^2, ~~которым~~ одному из которых сделаем степень вхождения 2 17, а другому степень вхождения ~~[illegible]~~ 7 18. Теперь все остальные числа могут получать степени 2 и 7 от 1 до 17 для ~~[illegible]~~ 2 и от 1 до 18 для 7. Т.е. кол-во вариантов $17\cdot18\cdot18\cdot17$ (у одного из чисел можем менять и двойки, и семерки, у двух только что-то одно). Получаем $C_3^2\cdot17^2\cdot18^2$, еще домножим на 2 (т.к. в начале выбирали одно ~~г~~ из двух). Итого $C_3^2\cdot17^2\cdot18^2\cdot2$. Когда мы выбирали 2 из 3 чисел, ~~что~~ мы могли выбрать одно число 2 раза, поэтому к C_3^2 нужно прибавить 3.

Итого $(C_3^2+3)\cdot18^2\cdot17^2\cdot2$

Ответ: $12\cdot18^2\cdot17^2$

Чистовик

№5

$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$, $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$, $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

Необходимые условия:

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{2}+1\right)^2 \neq 1 \\ \left(\frac{x}{2}+1\right)^2 > 0 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4} > 0 \\ \sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}} \neq 1 \\ \sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}} > 0 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4} \geq 0 \\ \left(\frac{3x}{2}-6\right)^2 > 0 \\ \sqrt{\frac{3x}{2}-6} \neq 1 \\ \sqrt{\frac{3x}{2}-6} > 0 \\ \frac{3x}{2}-6 \geq 0 \\ \frac{x}{2}+1 > 0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 4 \\ x \neq -2 \\ x > \frac{17}{14} \\ x \neq \frac{3}{2} \\ x \neq \frac{17}{14} \\ x \geq \frac{17}{14} \\ x \neq 4 \\ x \neq \frac{14}{3} \\ x \neq 4 \\ x \geq 4 \\ x > -2 \end{cases} ; \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x \neq \frac{14}{3} \end{cases}$$

Пусть $\frac{x}{2}+1 = k$, $\frac{7x}{2}-\frac{17}{4} = t$, $\frac{3x}{2}-6 = m$

$\log_{k^2} t$, $\log_{\sqrt{t}} m^2$, $\log_{\sqrt{m}} k$

На ОДЗ равносильно:

$\log_{k^2} t = \frac{1}{2}\log_k t$

$\log_{\sqrt{t}} m^2 = 4\log_t m$

$\log_{\sqrt{m}} k = 2\log_m k$

Рассмотрим случаи:

1) $\begin{cases} \frac{1}{2}\log_k t = 4\log_t m \\ 2\log_m k = \cancel{\frac{1}{2}\log_k} \, 4\log_t m - 1 \end{cases}$ | перемножим:

$\log_m t = 16\log_t^2 m - 4\log_t m$

21101292 (U87037 M1302149)

Чистовик

$$16\log_t^2 m - 4\log_t m - \frac{1}{\log_t m} = 0$$

$$16\log_t^3 m - 4\log_t^2 m - 1 = 0$$

$\log_t m = \frac{1}{2}$ - корень

По схеме Горнера:

	16	-4	0	-1
$\frac{1}{2}$	16	4	2	0

$$16\log_t^2 m + 4\log_t m + 2 = 0$$

$$D = 16 - 2\cdot 4\cdot 16 < 0$$

~~тр~~ корней нет.

ед. корень. $\log_t m = \frac{1}{2}$, тогда $\log_k t = 4$, $\log_m k = \frac{1}{2}$

$$\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}} = \frac{3x}{2}-6$$

$$\begin{cases} \frac{3x}{2}-6 \geq 0 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4} = \frac{9x^2}{4} - 18x + 36 \end{cases}$$

$$\frac{9x^2}{4} - \frac{43x}{2} + \frac{161}{4} = 0$$

$$9x^2 - 86x + 161 = 0$$

$$D_1 = 20^2$$

$x_1 = \frac{43-20}{9} = \frac{23}{9}$ - не удв усл. $x \geq 4$

$x_2 = \frac{63}{9} = 7$ - удв усл. $\begin{cases} x \geq 4 \\ x \neq \frac{14}{3} \end{cases}$

При $x = 7$ $k = \frac{9}{2}$, $t = \frac{81}{4}$, тогда $\log_k t = 2 \neq 4$

$\Rightarrow x = 7$ не подходит

2) $\begin{cases} \frac{1}{2}\log_k t = 2\log_m k \\ 4\log_t m = 2\log_m k - 1 \end{cases}$ Перемножим:

$$2\log_k m = 4\log_m^2 k - 2\log_m k$$

$$4\log_m^3 k - 2\log_m^2 k - 2 = 0$$

$\log_m k = 1$ – корень   Чистовик

По схеме Горнера:

	4	-2	0	-2
1	4	2	2	0

$4\log_m^2 k + 2\log_m k + 2 = 0$

$D = 4 - 4\cdot 2\cdot 4 < 0$ ~~кор~~ корней нет

$\log_m k = 1$ – ед. корень, $\log_k t = 4$, $\log_t m = \frac{1}{4}$

$\log_m k = 1 \Rightarrow \frac{3x}{2} - 6 = \frac{x}{2} + 1$

$x = 7$

При $x=7$ $k = \frac{9}{2}$, $t = \frac{81}{4}$, $m = \frac{9}{2}$.

$\log_k t = 2 \neq 4 \Rightarrow$ не подходит $x=7$

3)
$$\begin{cases} 4\log_t m = 2\log_m k \\ \frac{1}{2}\log_k t = 2\log_m k - 1 \end{cases}$$
Перемножим:

$2\log_k m = 4\log_m^2 k - 2\log_m k$

$4\log_m^3 k - 2\log_m^2 k - 2 = 0$

см. случай 2, ед. корень $\log_m k = 1$

$\log_m k = 1$, $\log_t m = \frac{1}{2}$, $\log_k t = 2$

$\log_m k = 1 \Rightarrow \frac{3x}{2} - 6 = \frac{x}{2} + 1$

$x = 7$

При $x = 7$ $k = \frac{9}{2}$, $t = \frac{81}{4}$, $m = \frac{9}{2}$.

$\log_m k = \log_{\frac{9}{2}} \frac{9}{2} = 1$

$\log_t m = \log_{\frac{81}{4}} \frac{9}{2} = \frac{1}{2}$

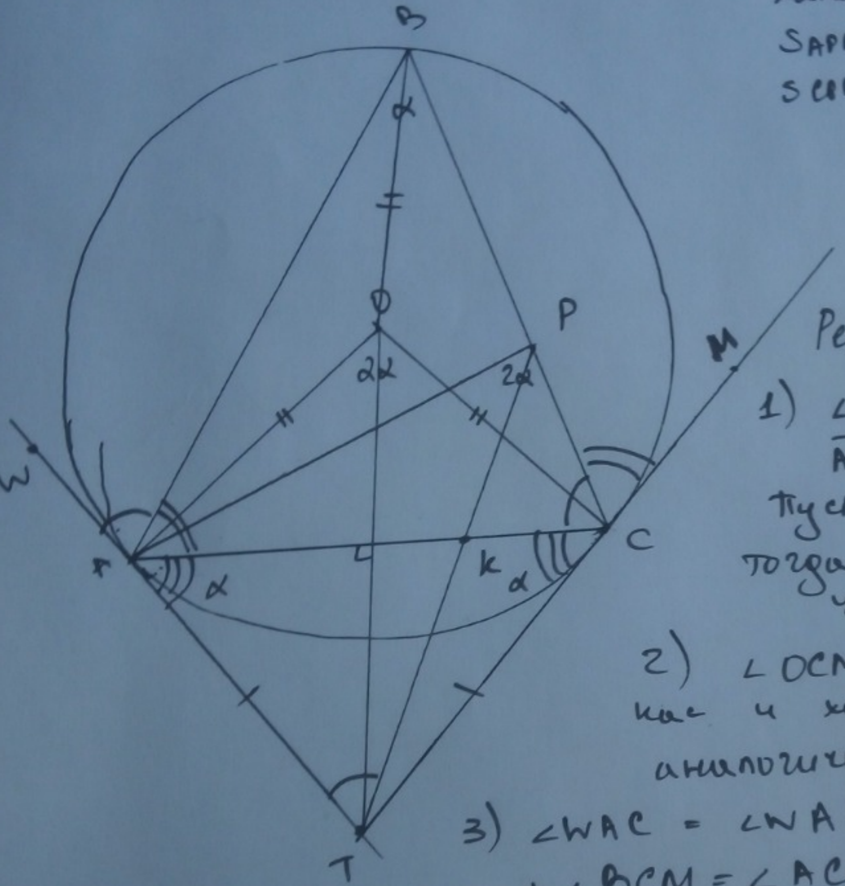
$\log_k t = \log_{\frac{9}{2}} \frac{81}{4} = 2$

$\Rightarrow$ верно, $x = 7$ подходит.

Ответ: только при $x = 7$.

Чистовик

~~3~~ N6



Дано:
$S_{APK} = 7$
$S_{CPK} = 5$

Решение:

1) $\angle ADC = \angle APC$ (впис, оп на $\overline{AC}$)
Пусть $\angle ADC = \angle APC = 2\alpha$, тогда $\angle ABC = \alpha$ (т.к. $\angle ADC$ – центральный)

2) $\angle OCM = \angle BAC$ (угол. между кас и хорд и впис. угл) аналогично $\angle WAB = \angle BCA$

3) $\angle WAC = \angle WAB + \angle BAC = \angle ACB + \angle BCM = \angle ACM \Rightarrow \angle TAC = \angle ACT \Rightarrow$
$\Rightarrow$ $\triangle ACT$ – равнобедр.

4) $\angle ACT = \angle ABC = \alpha$ (угл. между кас и хордой и впис) $= \angle TAC \Rightarrow \angle ATC = 180 - 2\alpha \Rightarrow \angle ADC + \angle ATC = 180 - 2\alpha + 2\alpha = 180° \Rightarrow ADCT$ – впис.

5) $\angle PTC = \angle PAC = \alpha$ (впис, оп на $\breve{PC}$) $\Rightarrow \angle APT = \angle TPC = \alpha \Rightarrow$
$\Rightarrow$ PT – биссектриса.

6) По св-ву бис. в $\triangle APC$:
$\cancel{\frac{AB}{A}}$ $\frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC}$, $\frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot h \cdot AK}{\frac{1}{2} \cdot h \cdot KC} = \frac{AK}{KC} \Rightarrow \frac{AK}{KC} = \frac{7}{5}$
$\frac{7}{5} = \frac{AP}{PC}$.

7)

21101292 (U87037 M1302149)