Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101198**

ID профиля: **808373**

Вариант 22

Чистовик ①

№ 1

Пусть разность прогрессии равна d, тогда

$S_{15} = S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15$

Представим: $a_7 = a_1 + 6d$; $a_{11} = a_1 + 10d$; $a_{12} = a_1 + 11d$; $a_{16} = a_1 + 15d$

Отсюда: неравенства $a_7 a_{16} > S - 24$ и $a_{11} a_{12} < S + 4$ имеют вид.

$\begin{cases} (a_1+6d)(a_1+15d) > S-24 \\ (a_1+10d)(a_1+11d) < S+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 > S - 24 & \cdot(-1) \\ a_1^2 + 21da_1 + 110d^2 < S + 4 & \cdot 1 \end{cases} \to$ получим.

$20d^2 < 28 \Rightarrow d^2 < \frac{7}{5} \Rightarrow d \in \left(-\sqrt{\frac{7}{5}}; \sqrt{\frac{7}{5}}\right)$ причем $1 < \sqrt{\frac{7}{5}} < 2$

Т.к. прогрессия состоит из целых чисел и возрастает $\Rightarrow$

$\Rightarrow d \in \mathbb{Z}$; $d > 0$ отсюда получим, что $d = 1$

Подставим $d=1$ в выражения выше: $S = (a_1+7) \cdot 15 = 15a_1 + 105$

$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1+3)^2 > 0 \\ (a_1+3)^2 < 8 \end{cases} \Leftrightarrow$

Т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$; $2 < 2\sqrt{2} < 3 \Rightarrow -2 \le a_1 + 3 \le 2 \Rightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 \ne -3 \\ a_1 + 3 \in (-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}) \end{cases} \Rightarrow -5 \le a_1 \le -1 \Rightarrow a_1 = -5, -4, -3, -2, -1$, но

т.к. $a_1 \ne -3 \Rightarrow a_1$ может быть $-5, -4, -2, -1$

Ответ: $-5; -4; -2; -1$

Черновик ②

№2

Дано: ABCD – тетр. вписан в цилиндр.

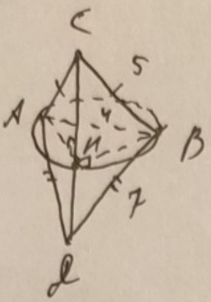
AB=4; AC=CB=5; AD=DB=7

A, B, C, D ∈ бок. пов. цилиндра

CD ∥ оси цилиндра

R оси цилиндра – ~~max~~. минимален.

Найти: CD

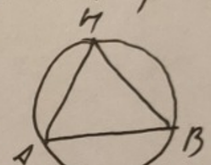


Решение:

1) Т.к. CD ∥ оси цил. и C, D ∈ бок пов => CD ⊂ образующей.

2) Рассмотрим сечение ABH; (ABH) ⊥ CD: сечение ⊥ оси цилиндра будет окр., причем, т.к. A, B ∈ цил (H ∈ CD), H ∈ CD ⊂ бок пов цил. =>
=> вершины △HAB ∈ цил и => △HAB вписан в окр (O; R).

3) Рассмотрим △HBA: по обобщ. теореме синусов: $R = \frac{AB}{2 \cdot \sin\angle AHB}$ => R – минимальный <=>



<=> sin AHB – максимален (т.к. AB = 4 – const), т.е.

$\sin\angle AHB = 1 \Rightarrow \angle AHB = 90^\circ$

4) В △ACD и △BCD: AC = CB = 5; AD = DB = 7; CD – общая =>
=> △ACD = △BCD по трём сторонам. => высоты AH_1 и BH_2 будут делить CD в равном отношении => $H_1 \equiv H_2$

5) Т.к. (AHB) ⊥ CD => по св-ву AH ⊥ CD; HB ⊥ CD => AH и HB – высоты △ACD и △BCD => $H \equiv H_1 \equiv H_2$, а значит из 4) => AH = HB =>
=> △AHB – прямоуг. и р/б => $AH = HB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ (т.к. $AH = AB \cdot \sin\angle A = AB \cdot \sin 4$

6) В △ACD: CD = CH + HD, по теореме Пифагора для △ACH и △AHD:
$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{25-8} = \sqrt{17}$; $HD = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{49-8} = \sqrt{41}$, значит.
$CD = CH + HD = \sqrt{17} + \sqrt{41}$

Ответ: $\sqrt{17} + \sqrt{41}$

Чистовик: (7)

№3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le \min(14a+2b;50)\end{cases}$$

1) При $14a+2b\geq 50$ система принимает вид:

$$\text{I}\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le 50\end{cases}$$

А при $14a+2b<50$

$$\text{II}\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le 14a+2b\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ (a-7)^2+(b-1)^2\le 50\end{cases}$$

2) Заметим, что в I геометрич. смысл системы такой

$$\begin{cases}\rho((x;y);(a;b))\le 5\sqrt{2}\\ \rho(\cancel{x;y}(a;b);(0;0))\le 5\sqrt{2}\end{cases}$$

А в II:

$$\begin{cases}\rho((x;y);(a;b))\le 5\sqrt{2}\\ \rho((a;b);(7;1))\le 5\sqrt{2}\end{cases}$$

т.е. ограничение на расстояние между точками $(x;y);(a;b)$ и в I $(0;0)$, в II $(7;1)$

3) Заметим, что у нас $\exists$ такая $(a;b)_x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ I $\rho((x;y);(0;0))\le 10\sqrt{2}$

II $\rho((x;y);(7;1))\le 10\sqrt{2}$

Пусть Π – это просто части кругов с центрами в $(0;0)$ и $(7;1)$ и радиусами $10\sqrt{2}$

4) Найдем: при каких x a и b выполняется тот или иной случай.

Для этого построим прямую

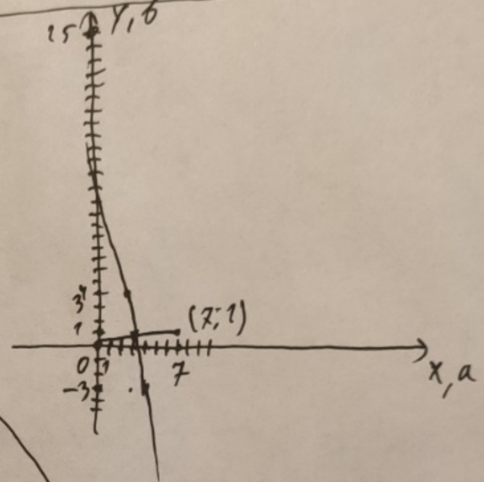
$14a+2b=50$

$7a+b=\cancel{50}\,25$

$l: b=\cancel{50}^{25}-7a$

Прямая проходит через

$(3;4)$ и $(4;-3)$



Зададим прямую проходящую через центры окр-тей:

$m: y=\frac{1}{7}x$

Заметим, что $l\perp m$, т.к.

$\frac{1}{7}\cdot -7=-1$ (по признаку $\perp$ прямых)

Найдем середину отрезка $(0;0)(7;1)$:

это будет точка $\left(\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$

и подставим в l:

$\frac{1}{2}=25-\frac{49}{2}$ – верно $\Rightarrow$

$\Rightarrow m\perp l$ и l проходит через середину $(0;0)(7;1)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow l$ – сер. пер. для этого отрезка. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т. пер. окружностей из 3) будут лежать на l.

5) Подставим в $14a+2b=50$ $(0;0)$ $0+0<50$ $\Rightarrow$

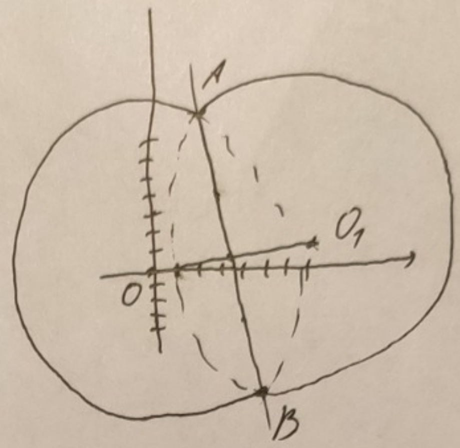
$\Rightarrow$ в левой полуплоскости будет находиться

См. сл. чистов.

№3 (продолжение)

~~окружность~~ круг с центром в $(0;0)$ и $R=10\sqrt{2}$, а в новой полуплоскости будет находиться круг с центром в $(7;1)$ и $R=10\sqrt{2}$.

6) из 4) и 5) получим, что картинка будет выглядеть так:



7) Найдем координаты общих точек окр-тей:

$$\begin{cases} x^2+y^2=200 & \Big|\ -1 \\ (x-7)^2+(y-1)^2=200 & \Big|\ 1 \end{cases}$$

$-14x+49-2y+1=0$

$y=25-7x$ подставим в $x^2+y^2=200$

$x^2+625-350x+49x^2=200$

$50x^2-350x+425=0$

$2x^2-14x+9=0$

$\cancel{x^2-7x+\ldots=0}$

$x_{1,2}=\frac{7\pm\sqrt{49-18}}{2}=\frac{7\pm\sqrt{31}}{2}$

Подставим в $y=25-7x$:

$y_{1,2}=\cancel{\frac{\ldots\mp7\sqrt{31}}{2}}=\frac{1\mp7\sqrt{31}}{2}$

Найдем длину отрезка AB:

$\sqrt{(y_1-y_2)^2+(x_1-x_2)^2}=\sqrt{49\cdot31+31}=5\sqrt{62}$

8) Найдем центральный угол, опир. на такую хорду:

По теореме косинусов:

$AB^2=2R^2-2R^2\cdot\cos\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{AB^2}{2R^2}-1$

$\cos\alpha=\frac{2R^2-AB^2}{2R^2}=1-\frac{25\cdot62}{4\cdot100\cdot2}=$

$=1-\frac{31}{16}=-\frac{15}{16} \Rightarrow \sin\alpha=$

$=\sqrt{\frac{16^2-15^2}{16^2}}=\frac{\sqrt{16\cdot15}}{16}=\frac{4\sqrt{15}}{16}=\frac{\sqrt{15}}{4}$

$\cancel{8)\ S(\Lambda)=S(\text{Окр.}(O;R))+S(\text{Окр.}(O_1;R))-}$

$\cancel{-2\cdot\text{Общий сег.}=2(S(\text{Окр.}(O;R))-S(\text{общ. сег.}))=}$

$\cancel{=2\cdot\left(\pi R^2-\left(\frac{\pi R^2\cdot\alpha}{2\pi}-S(\triangle ABO)\right)\right)=}$

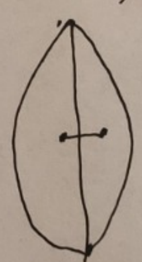
$\cancel{=2\cdot\left(\pi R^2-R^2\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{2}R^2\cdot\sin\alpha\right)=}$

$\cancel{=R^2(2\pi-\alpha+\sin\alpha)}$

9) Т.к. $R>OO_1$ $(10\sqrt{2}>\sqrt{50}) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Картинка имеет вид $\Rightarrow$

$\Rightarrow S(\Lambda)=2\cdot S_{\text{сег.}}=2\cdot\left(\frac{\pi R^2\alpha}{2\pi}-\frac{1}{2}R^2\cdot\sin\alpha\right)=$



$=R^2(\alpha-\sin\alpha)=$

$=(10\sqrt{2})^2\left(\arccos\left(-\frac{15}{16}\right)-\frac{\sqrt{15}}{4}\right)=$

$=200\cdot\arccos\left(-\frac{15}{16}\right)-50\sqrt{15}$

Ответ: $200\arccos\left(-\frac{15}{16}\right)-50\sqrt{15}$

Черновик (1)

$S = \frac{2a_1+14d}{2}\cdot 15 = (a_1+7d)\cdot 15 = a_8\cdot 15$

$a_7 a_{16} > S-24$ $\qquad (a_1+6d)(a_1+15d) > S-24 = 15a_1+81$

$a_{11}a_{12} < S+4$ $\qquad (a_1+10d)(a_1+11d) < S+4 = 15a_1+109$

$a_1^2+21da_1+90d^2 > S-24 \quad \Big| \cdot -1$

$a_1^2+21da_1+110d^2 < S+4 \quad \Big| \; 1$

$\begin{cases} a_1^2+21a_1+90 > 15a_1+81 \\ a_1^2+21a_1+110 < 15a_1+109 \end{cases}$

$S = (a_1+7)\cdot 15 = 15a_1+105$

$20d^2 < 28$

$5d^2 < 7$

$d^2 < \sqrt{\frac{7}{5}}$ $\qquad 1 < \sqrt{\frac{7}{5}} < 2$

$\cancel{d^2 = 1}$

$d = 1$

$\begin{cases} a_1^2+6a_1+9 > 0 \\ a_1^2+6a_1+1 < 0 \end{cases}$ $\qquad a_1 \neq -3$

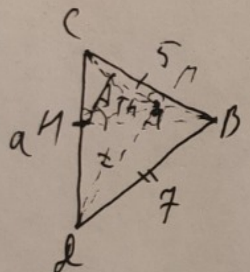
$a_1^2+6a_1+9 < 8$

$(a_1+3)^2 < 8$

$-2\sqrt{2} < a_1+3 < 2\sqrt{2}$ $\qquad 2 < 2\sqrt{2} < 3$

$-2 \le a_1+3 \le 2$

$-5 \le a_1 \le -1$



$\triangle CDB = \triangle CDA$

BH и AH_1 - высоты, $H = H_1$ $\quad -5; -4, -2; -1$

Пусть $CD = a$ $\qquad 4, 5, 5$

$4, 7, 7$

$\sqrt{25-4} = \sqrt{21}$

$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

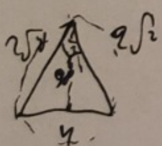
M - сер. AB

$14a+2b = 50$

$7a+b = 50$

$b = 50-7a$

$5, 7; a$



$R = \frac{4}{2\sin\alpha}$ $\qquad \sin\alpha$ - max $\quad \sin\alpha = 1 \quad \alpha = 90°$

$7a+b \ge 25$

$14a+2b \ge 50$

$a^2+b^2 \le 50$

$\sqrt{25-8} + \sqrt{49-8} = \sqrt{17} + \sqrt{41}$

$14a+2b \ge 50$

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 50$

$a^2+b^2 \le 50$

$a^2+b^2 \le (5\sqrt{2})^2$

$(x-a)(y-b) \le 50$

$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b; 50) \end{cases}$

$\cdot 50$

$a^2+b^2 \le 50 \le 14a+2b$

$a^2+b^2 \le 14a+2b \le 50$

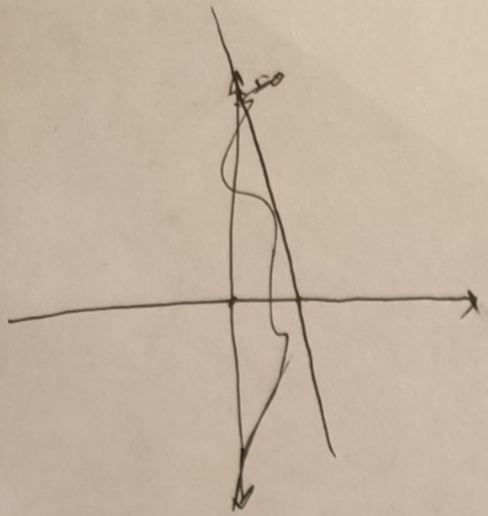
$a^2+b^2 \le 14a+2b$

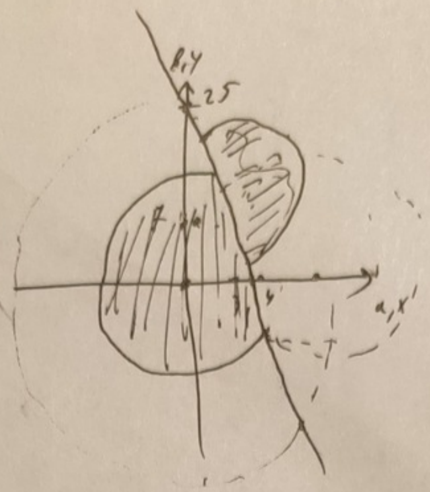
$a^2-14a+b^2-2b \le$

$(a-7)^2+(b-1)^2 \le 50$

21101198 (U808373 M1302166)

Черновик. (2)





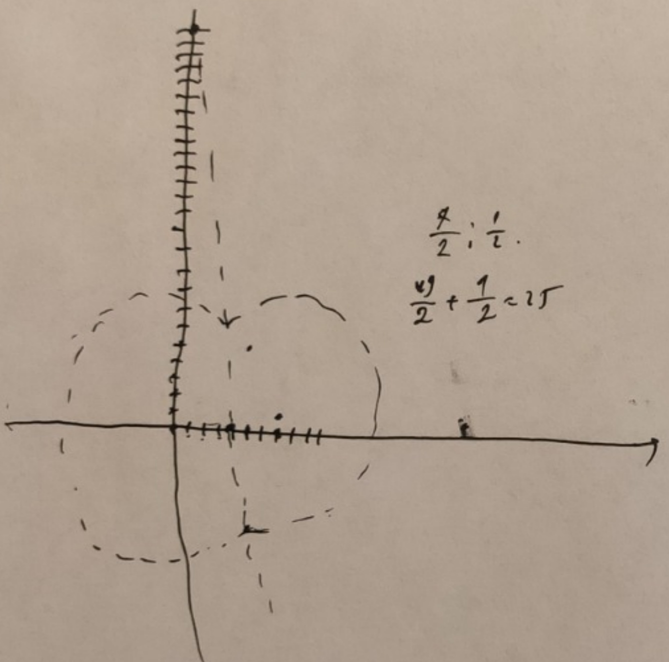
$(2x+a)^2+(y+b)^2$

$\rho((x;y);(a;b)) \le \sqrt{50}\ 5\sqrt{2}$

$\left[\begin{array}{l} \rho((a;b);(0;0)) \le 50\,5\sqrt{2} \\ \rho((a;b);(2;7)) \le 5\sqrt{2} \end{array}\right.$

$\rho((x;y);(0;0)) \le 20\sqrt{2}$

$\rho((x;y);(7;7)) \le 80\sqrt{2}$



$\frac{x}{2}$; $\frac{1}{2}$.

$\frac{49}{2}+\frac{1}{2}=25$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101198**

ID профиля: **808373**

Вариант 22

№4.

Сначала выясним: ~~сколько~~ в какой степени может быть двойка в каждом числе.

Если ~~в~~ ~~от~~ среди чисел есть такое, ~~где~~ в котором нет 2, то Нод не будет $\vdots 2$, что противоречит условию

Если среди чисел нет таких, в которых 2 находится меньше чем во 2 степени, то Нод будет ~~д~~ $\vdots 4$, что противоречит условию.

Отсюда поймем, что у нас есть число у которого 2 в 1 степени.

Если среди чисел есть число у которого степень 2 больше 17 ~~д~~ то оно не будет делить $2^{17} \cdot 7^{18}$, противоречие

Если среди чисел нет числа у которого 2 в степени >16, то Нок будет $\vdots\, 2^{16}$ и ~~$\vdots$~~ $\not\vdots\, 2^{17}$, ~~за~~ противоречие.

Отсюда поймем, что у нас есть число у которого 2 в 17 степени.

Остается 1 число степень которого может находиться на промежутке от 1 до 17 включ. $\Rightarrow$ у нас есть 17 вариантов на степень 2 в третьем числе.

Аналогично получим, что должно быть число делящееся только на 7^1 и на число $\vdots\, 7^{18}$, а в составе третьего может быть 7^n, где $n \in [1; 18]$

Таким образом у нас есть 17+2 вар степени 2: 1, 17; [1; 17] и ~~19~~+18+2 вар степеней 7: 1, 18; [1; 18]

~~На первое число у нас есть 19·20 комбинаций, на второе 17·19, а на третье~~

Запишем все возможные комбинации чисел, составных из $2, 2^n, 2^{17}$ и $7, 7^m, 7^{18}$; ~~Ani n≠17 и 18 нет~~ ~~соотв.~~ &

~~$2\cdot 7$; $2^n \cdot 7^n$; $2^{17}\cdot 7^{18}$~~

~~$2\cdot 7^m$; $2^n \cdot 7^{17}$; $2^{17}\cdot 7^n$~~

~~$2^n\cdot 7$; $2^n \cdot 7^m$; $2^{17}\cdot 7^{18}$~~

~~$2^n\cdot 7$; $2 \cdot 7^{17}$; $2^{17}\cdot 7^m$~~

~~$2^{17}\cdot 7$; $2 \cdot 7^m$; $2^n\cdot 7^{18}$~~

~~$2^{17}\cdot 7$; $2 \cdot 7^{17}$; $2^n\cdot 7^m$~~

~~n≠17+2~~

~~n≠1~~

Если $n = 17$, $m = 18$, то есть 2 вариант их решения. 2 будет с 7 на 7^{17}

Аналогично если $n = 1$; $m = 1$

И в упор. тройках 3 вар. выбрать место для упор. множителя.

Если $n \in [2; 16]$, $m \in [2; 17]$

для каждой пары n и m есть $3 \cdot 2$ (мы выбираем для 2 ~~1~~: 3 вар, для 2^n: 2 варианта и 2^{17}: 1 вар. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Итого ~~3~~·6 mn ~~+2~~

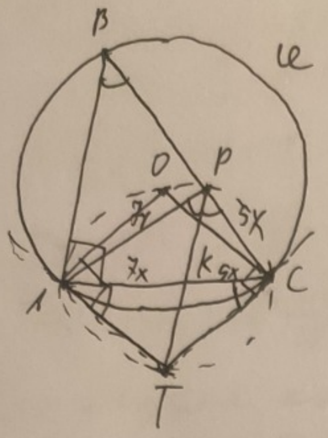
И т.к. нас интересуют упорядоченные тройки то домножаем еще на 3!

~~Ответ~~: Итого: $(2+2)\cdot 3 + 6\cdot 6\cdot 15\cdot 16 = 12 + 8640 = 8652$

Ответ: 8652

Чистовик. 2

№6



Дано: $\triangle ABC$ вписан в Окр$(O; R)$ ω

Окр$_1(O_1; r)$ описана около $\triangle AOC$;

Окр$_1 \cap BC = C; P$

AT и CT — кас-е ω в A и C

$TP \cap AC = K$

$S(\triangle APK) = 7$; $S(\triangle CPK) = 5$

а) Найти: $S(\triangle ABC)$

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{3}{4}$;

Найти: AC

Решение:

а) 1) По св-ву радиуса в т. кас. $OA \perp AT$ и $OC \perp CT$ =>
=> $AOCT$ — вписанный ($\angle OAT + \angle OCT = 90° + 90° = 180°$) по признаку =>
=> $T \in$ Окр$_1$ => $AOPCT$ — вписанный т.к. $P \in$ Окр$_1$ по усл.

2) По св-ву треуг. с общей высотой: $\frac{S(\triangle APK)}{S(\triangle CPK)} = \frac{AK}{KC}$ => $\frac{AK}{KC} = \frac{7}{5}$

3) Т.к. $APCT$ вписанный => $\angle CPT = \angle CAT$ как вписанные, опирающиеся на одну дугу.

4) По св-ву угла между кас и хордой $\angle TAC = \angle ABC$ => из 3)
$\angle CPT = \angle CAT = \angle ABC$ => $PT \parallel AB$ по признаку =>

5) В $\triangle ABC$ и $\triangle KPC$: $\angle C$ — общий, $\angle CPK = \angle CBA$ =>
=> $\triangle ABC \sim \triangle KPC$ по 2 углам => $\frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle CPK)} = \left(\frac{AC}{KC}\right)^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2$ => $S(\triangle ABC) =$
$= \left(\frac{AC}{KC}\right)^2 \cdot S(\triangle CPK) = \left(\frac{12}{5}\right)^2 \cdot 5 = \frac{144}{5} = \boxed{28,8}$

б) 1) По св-ву отрезков касательных: $AT = TC$ => $\triangle ACT$ — р/б =>
=> $\angle ACT = \angle CAT$ по св-ву => $\angle ACT = \angle CAT = \angle ABC$;

~~2) ∠ABC + ∠BCA = ∠BCA + ∠ACT = 90° (...) => ∠BAC = 180° (∠ABC + ∠BCA) = 90° =>~~
~~=> △ABC прямоуг., ∠BAC = 90°~~

2) Т.к. $APCT$ — вписанный: $\angle APT = \angle ACT = \angle CAT = \angle CPT$ => PK — биссектриса
$\angle APC$ => По св-ву бис-сы: $\frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{7}{5}$ => $AP = \frac{7}{5} PC$

3) Пусть: $\angle ABC = \alpha$ => $\angle APC = 2\alpha$

4) Т.к. $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{3}{4}$ => $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ => $\sin \alpha = \frac{3}{5}$; $\cos \alpha = \frac{4}{5}$

5) $\sin \angle APC = \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{25}$

Чистовик ③

№6 (продолжение)

6) $S(\triangle APC) = S(\triangle APK) + S(\triangle PCK) = 5+7=12$

$S(\triangle APC) = \frac{1}{2}\cdot AP\cdot PC\cdot \sin\angle APC = \frac{1}{2}\cdot\frac{7}{5}\cdot PC^2\cdot\sin 2\alpha = \frac{7}{10}\cdot PC^2\cdot\frac{24}{25} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{7\cdot 24}{10\cdot 25}\cdot PC^2 = 12 \Rightarrow PC^2 = \frac{\cancel{12}\cdot\cancel{10}^{5}\cdot 25}{7\cdot\cancel{24}_{2}} = \frac{125}{7}$

7) В $\triangle APC$: $\frac{AP}{PC} = \frac{7}{5} \Rightarrow AP = \frac{7}{5}PC = \sqrt{\frac{125}{7}}\cdot\frac{7}{5} = \frac{\cancel{5}\sqrt{5}\cdot 7}{\sqrt{7}\cdot\cancel{5}} = \sqrt{35}$

8) ~~Т.к.~~ $\sin 2\alpha = \frac{24}{25} \Rightarrow \cos 2\alpha = \sqrt{\frac{25^2-24^2}{25^2}} = \frac{\sqrt{25+24}}{25} = \cancel{\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}}} = \cancel{\frac{2\sqrt{6}}{5}}\ \frac{7}{25}$

9) По теореме косинусов в $\triangle APC$: $AC^2 = AP^2 + PC^2 - 2\,AP\cdot PC\cdot\cos 2\alpha =$

$= \cancel{35+\frac{125}{7}-2\cdot\frac{5\sqrt{5}\cdot\sqrt{35}}{\sqrt{7}}\cdot\frac{2\sqrt{6}\cdot 7}{5\cdot 25} = 35+\frac{125}{7}-\frac{2}{10\sqrt{6}}} = 35+\frac{125}{7}-2\cdot\frac{5\sqrt{5}\cdot\sqrt{35}}{\sqrt{7}}\cdot\frac{7}{25} =$

$= 35+\frac{125}{7}-14 = 21+\frac{125}{7} = \frac{125+49\cdot 3}{7} = \frac{125+147}{7} = \frac{272}{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow AC^2 = \frac{272}{7} \Rightarrow AC = \frac{\sqrt{272}}{\sqrt{7}} = \boxed{\frac{4\sqrt{66}}{\sqrt{7}}}$

Ответ: а) 28,8 ; б) $\frac{4\sqrt{66}}{\sqrt{7}}$

Чистовик ④

№5

Замена: $a = \frac{x}{2}+1$; $b = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}$; $c = \frac{3x}{2} - 6$

Тогда выражения принимают вид

$\log_{a^2} b$; $\log_{\sqrt{b}} c^2$; $\log_{\frac{1}{c^2}} a$ откуда следует ОДЗ: $b, a, c > 0$, $\neq 1$

Преобразуем: $\frac{1}{2}\log_{a} b$; $4\log_{b} c$; $2\log_{c} a$

Заметим, что их произведение равно 4.

Пусть два из них равны t, а третье $t-1$, тогда

их произведение принимает вид $t^2(t-1) = 4$

$t^3 - t^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t^2+t+2) = 0$ т.к. $t^2+t+2=0$ не имеет корней ($D<0$)

значит $t=2$, решим совокупность, т.к. одно из них на 1 меньше,

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{2}\log_a b = 1 \\ 4\log_b c = 1 \\ 2\log_c a = 1 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \log_a b = 2 \\ \log_b c = \frac{1}{4} \\ \log_c a = \frac{1}{2} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} b = a^2 \\ c^4 = b \\ a^2 = c \end{array}\right.$$

Вернемся к x:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} = \frac{x^2}{4} + x + 1 \\ \left(\frac{9x^2}{4} - 18x + 36\right)^2 = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} \\ \frac{x^2}{4} + x + 1 = \frac{3x}{2} - 6 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \frac{x^2}{4} - \frac{5x}{2} + \frac{21}{4} = 0 \\ \frac{81x^4}{16} + 18^2x^2 + 36^2 - 81x^3 + 2\cdot 81x^2 - 2\cdot 18\cdot 36x = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} \\ \frac{x^2}{4} - \frac{x}{2} + 7 = 0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2 - 10x + 21 = 0 \\ 81\left(\frac{x^4}{16} + 4x^2 + 16 - x^3 + 2x^2 - 16x\right) = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} \\ x^2 - 2x + 28 = 0 \quad D<0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} (x-7)(x-3) = 0 \\ \ldots \end{array}\right.$$

$x = 7; 3$ подставим в ОДЗ:

	a	b	c	
$x=7$	$\frac{7}{2}+1$	$\frac{49\cdot 2 - 17}{4}$	4,5	подходит
$x=3$	2,5	$\frac{42-17}{4}$	−1,5	не подходит

Ответ: 7

Черновик. 1

№4 НОД 14 — a b c

~~$2\cdot 7^n$ $2\cdot 7^{m}$ $2^{m}\cdot 7$~~

НОК. $2^{17}\cdot 7^{18}$

$2\cdot 3\cdot 3$ — 17. 17

17 — a b c — $1\cdot 17$ — $n+\le 17$ — $m\le 17$

18. — $2.$ 2^n 2^m — $k\le 18$ — $l\le 18$

7 7^k 7^l

18.

2 2^n 2^{17}

7 7^m 7^{18}

27 $2^n 7^m$ $7^{n}\cdot 2^{17}$

$2\cdot 7$ $2\cdot 7^m$ $2^n\cdot 7$

$2^n\cdot 7$ $2\cdot 7^m$ $2\cdot 7$

$2^n\cdot 7$ $2\cdot 7$ $2\cdot 7^m$

$3\cdot 2\cdot\cdot$

2^n $2\cdot 7$ — $(n+2)$ $19+20$

27 $m+2$ — $(m+2)$

n $(m+1)$

m

$2\cdot 7$ $2^n\cdot 7^n$ 7^{18} — если ел ~~2·7~~ 2·7

$2\cdot 2\cdot 2$ — $2\cdot 7\cdot 27\cdot 27$

$2^n\cdot 7^m$ $2^n\cdot 7$ 7^{18} — $7\cdot 7\cdot 7$ — 2 — $27\cdot 27\cdot 27$

$2\cdot 7^{18}$ $\cdot 2^n\cdot 7$ 7^m — $7\cdot 2\cdot 2\cdot 2$ — 2 — $2\cdot 2^n\cdot 2$

$7\cdot 7\cdot 7$ — $7\cdot 7^m\cdot 7$

$4\cdot 3=12$ — $3\cdot 2\cdot m\cdot n$

$36\cdot\cdot$

$$\begin{array}{r} \times 270 \\ 36 \\ \hline 1440 \\ 720\ \ \\ \hline 8640 \end{array}$$

$\times\begin{array}{r}26\\15\end{array}$ $\times\begin{array}{r}225\\15\end{array}$ 2640 320

$\log_{a^2} b$ $\log_{\frac{b}{2}} c^2$ $\log_{\frac{c}{2}} a$

$2\log_a b$ $4\log_b c$ $\frac{1}{2}\log_c a$

m 4 k

$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$ $\log\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$

$\frac{x}{2}+1=a$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=b$ $2m$ $4n$ $\frac{1}{2}k$

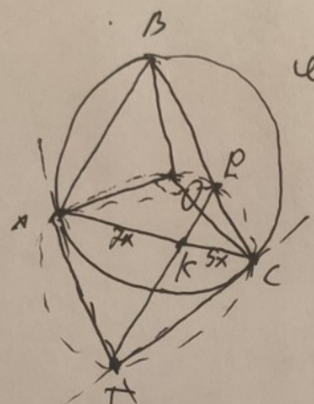
$2m=4n$ — $\frac{3x}{2}-6=c$ — $k=\frac{1}{mn}$ — $2m$ $4n$ $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2mn}$

$2m\cdot$

21101198 (U808373 M1302167)

~~Чистовик~~ Черновик 2

~~№4 Сначала разберемся с количеством двоек.~~
~~Т.к. НОД $(a;b;c) = 2 \cdot 7$ => хотя бы в одном числе будет 2^1~~
~~иначе на НОД $\vdots 4$, что противоречит условию, т.е. есть 2^1 минимально~~
~~Т.к. НОК $(a,b,c) = 2^{17} \cdot 7^{11}$ => хотя бы в одном числе будет~~
~~множитель 2^{17} иначе (если будет больше $n>17$), то НОК $\vdots 2^{17}$~~
~~Если есть 2^{17} максимально;~~

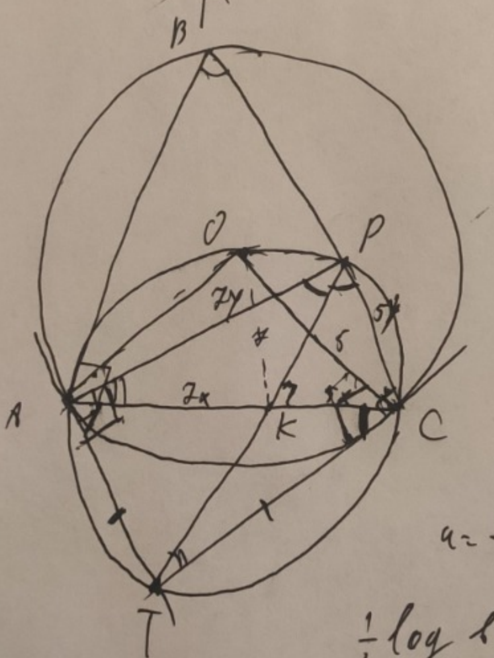


$S_{\triangle APK} = 7$

$S_{\triangle CPK} = 5$

$\frac{5}{5} \cdot 49$ $\quad \frac{5 \cdot 35 \cdot r^2}{25}$

$\frac{r^2}{5}$



$tg\alpha = \frac{3}{4}$

$\sin\alpha = \frac{3}{5}$

$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{25}$

$272 \mid 2$, $\ 2 \mid 1\ 3$, 62

$\frac{272}{2} =$

$272 = 2 \cdot 136 = 2 \cdot 2 \cdot 66 =$

$a = \frac{x}{2} + 1 \quad b = \frac{7}{x} - \frac{17}{4} \quad c = \frac{3x}{2} - 6$

$\frac{1}{2}\log_a b \quad 4\log_b c \quad 2\log_c a$

$t^2(t-1) = 4$

$t^3 - t^2 - 4 = 0$

$(t-2)(t^2+t+2) = 0$

$D > 0$

	1	-1	0	-4
2	1	1	2	0

$t = 2 \qquad t - 1 = 1$

21101198 (U808373 M1302167)