Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100893**

ID профиля: **352298**

Вариант 22

№1 продолжение. черновик $-9+63+90=45$

$\Rightarrow$ $b^2+21b+90>15b+105-24$ 7.

$b^2+6b+9>0$ $90+24-105=$

$=24-15=9$

$b=\frac{-6\pm\sqrt{36+49}}{2}=\frac{-6\pm6\sqrt2}{2}=\begin{matrix}-3+3\sqrt2\\-3-3\sqrt2\end{matrix}$

$b\in(-\infty;-3-3\sqrt2)\cup(-3+3\sqrt2;+\infty)$ $-3-3\sqrt2$ $-3+3\sqrt2$

и $b^2+21b+110<15b+105+4$

$b^2+6b+1<0$

$b=\frac{-6\pm\sqrt{36-4}}{2}=\frac{-6\pm4\sqrt2}{2}=\begin{matrix}-3+2\sqrt2\\-3-2\sqrt2\end{matrix}$

$\Rightarrow b\in(-3-2\sqrt2;-3+2\sqrt2)$ $-3-2\sqrt2$ $-3+2\sqrt2$

Заметим, что $-3-3\sqrt2<-3-2\sqrt2$ и $-3+3\sqrt2>-3+2\sqrt2$

$\Updownarrow$

$-3\sqrt2<-2\sqrt2$

$\Updownarrow$

$-3<-2$

$b^2+6b+9>0$ $2\sqrt2$

$(b+3)^2>0$ $9<3$

$\Rightarrow$

21100893 (U352298 M1299325)

Задача №1

Чистовик

Физтех 11 класс
Вариант 22
Часть 1.
Задача №1 (начало)
Лист 1 из 5

$a_1, a_2, \dots a_n$

$a_7 \cdot a_{16} > S - 24$ (1)

$a_{12} \cdot a_{11} < S + 4$ (2)

Пусть $a_1 = b$, $a_2 = b + d$, тогда $a_7 = b + 6d$, $a_{11} = b + 10d$, $a_{12} = b + 11d$, $a_{15} = b + 14d$ $a_{16} = b + 15d$

$S = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{b + b + 14d}{2} \cdot 15 = 15b + 7 \cdot 15d = 15b + 105d$

Из (1)

$(b+6d)(b+15d) > S - 24$

$b^2 + 6bd + 15bd + 90d^2 > 15b + 105d - 24$

$b^2 + 21bd + 90d^2 > 15b + 105d - 24$

Из (2)

$(b+10d)(b+11d) < S + 4$

$b^2 + 21bd + 110d^2 < 15b + 105d + 4.$

Заметим, что поскольку $a_3 = b + 2d$ и $a_2 = b + d$ - целые числа, то $a_3 - a_2 = d$ - тоже целое число =>

=> $\underbrace{b+d}_{a_2} - d = b$ - целое число.

$b^2 + 21bd + 90d^2 + 15b + 105d + 4 > 15b + 105d - 24 + b^2 + 21bd + 110d^2$

$90d^2 + 4 > -24 + 110d^2$

$28 > 20d^2$ => $d^2 < \frac{7}{5}$ => $|d| < \sqrt{\frac{7}{5}}$

$-\sqrt{\frac{7}{5}}$ -1 0 1 $\sqrt{\frac{7}{5}}$

Между $-\sqrt{\frac{7}{5}}$ и $\sqrt{\frac{7}{5}}$ только 3 целых числа. Поскольку последовательность $\{a_n\}$ - возрастающая, то $d = -1$ или $d = 0$ не подходит => $d = 1$.

Физтех 11 класс
Вариант 22.
Часть 1
Лист 1ч

Задача №1

$a_1 a_2, a_3 \dots a_n$

Пусть $a_1 = b$

$a_2 = b + d$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} a_7 = b + 6d \\ a_{11} = b + 10d \\ a_{12} = b + 11d \\ a_{16} = b + 15d \end{cases}$

$a_{15} = b + 14d$

$6 \cdot 15 =$
$= 60 + 30 = 90$

$S = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{b + b + 14d}{2} \cdot 15 = (b + 7d) \cdot 15$

$\Rightarrow$

$a_7 + a_{16} = 2b + 21d > S - 24 = (b + 7d) 15$

$a_{12} + a_{11}$

$\frac{a_7^2 + a_{16}^2}{2} > a_7 \cdot a_{16} >$

$90 + 24 =$
$= 100 + 14 =$
$= 114$
$- 105$
9

$105 + 4 =$
$= 109$

Черновик

21100893 (U352298 M1299325)

№ 1 продолжение. Чистовик

Физтех 11 класс
Вариант 22
Часть 1
Задача №1 (продолжение)
Лист 2 из 5

Из (1)

$b^2+21b+90>15b+105-24$

$b^2+6b+9>0$

$(b+3)^2>0$

$\Rightarrow b\in(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty)$

Из (2)

$b^2+21b+110<15b+105+4$

$b^2+6b+1<0$

в нуле $b=\frac{-6\pm\sqrt{36-4}}{2}=\frac{-6\pm4\sqrt{2}}{2}=-3+2\sqrt{2}$

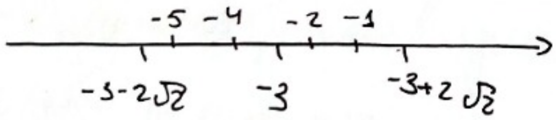
$=-3-2\sqrt{2}$

$\Rightarrow b\in(-3-2\sqrt{2};-3+2\sqrt{2})$

Заметим, что $2\sqrt{2}<3$

$\Rightarrow$ между $-3-2\sqrt{2}$ и $-3+2\sqrt{2}$ 5 значений целых чисел, однако $b\neq-3$ из (1) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ b может быть равно $-5; -4;$ ~~-3~~ $-2; -1$.



$b=a_1\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Ответ: $\{-5\}\cup\{-4\}\cup\{-2\}\cup\{-1\}$ — возможные значения a_1.

21100893 (U352298 M1299325)

Черновик

$a_1, a_2, \ldots a_n$

$a_7 a_{16} > S - 24$

$a_{11} + a_{12} < S + 4$

$a_1 = ?$

$a_1 = b$

$a_2 = b + d \Rightarrow a_7 = b + 6d$

$a_{16} = b + 15d$

$a_{11} = b + 10d$

$a_{12} = b + 11d$

$$S = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{b + b + 14d}{2} \cdot 15 =$$

$$= (7d + b) \cdot 15$$

$70 + 35 = 105$

$12 \cdot 7d = 70 + 14 = 84$

$2b + 21d > 105d + 15b - 24$

$\boxed{24 > 84d + 13b}$

$2b + 21d < S + 4 = 105d + 15b + 4$

$\Rightarrow \boxed{-4 < 84d + 13b}$

Заметим, что т.к. $2d + b = a_3$ и $d + b = a_2$ — целые числа, то $(2d + b) - (d + b) = d$ — целое число

$\Rightarrow$ ~~Следов.~~ $b = a_2 - d$ — целое число.

$-4 < 84d + 13b < 24$

$\Rightarrow -4 - 84d < 13b < 24 - 84d$

$\Rightarrow -4 - 84d < 24 - 84d$

$\frac{-4 - 84d}{13}$

$84d \overset{13}{\equiv} 21$

$78d \overset{13}{\equiv} 0$

$6d \overset{13}{\equiv} 4$

$-4 - 13b < 84d < 24 - 13b$

$84b \equiv 84$ $\quad 84b \equiv 0$

$6 - 13b \overset{84}{\equiv} 4 \quad 6 - 13b \overset{84}{\equiv} 24 \cdot 6$

$6b \overset{84}{\equiv} -24 \quad 6b \overset{84}{\equiv} -40$

~~$13 \cdot 5 = 50 + 15 = 65$~~ $+ 13 = 78$

$24 \cdot 6 = 120 + 24 = 144 - 84 = 40$

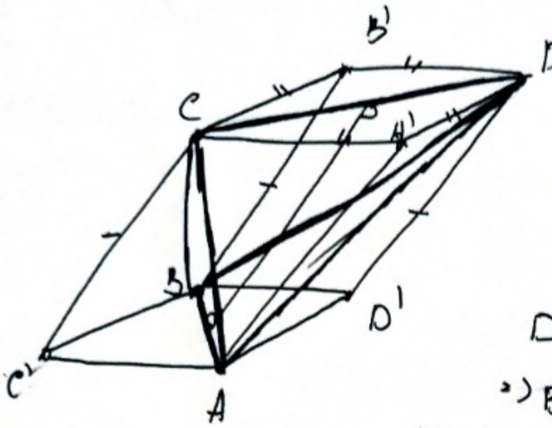
$b = \frac{84k - 24}{6} \quad b = \frac{84l - 40}{6}$

$\Rightarrow \frac{84k - 24}{6} = \frac{84l - 40}{6}$

$\Rightarrow 84l - 84k = 40 - 24 =$

№2 Чистовик. Лист 3 из 5 Вариант 22

Впишем тетраэдр в „коробку" (параллелепипед)



$C'CB'B$ и $DB'BD'$ –

– параллелограммы с одинаковыми диагоналями 5 и 7.

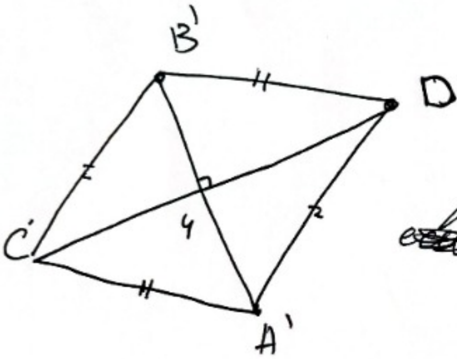
$DD' = BB' \Rightarrow CC' = DD' \Rightarrow$

$\Rightarrow B'D = CB'$ (т.к. параллелограмм с общей стороной и одинаковыми диагоналями.)

(аналогично $A'D = A'C$)

$\Rightarrow A'DB'C$ – ромб.

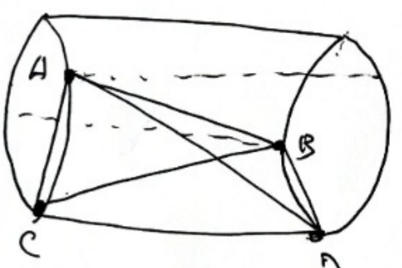
$MH = AA'$



$A'B' \perp DC$ (у св-в ромба.)

~~радиус минимален~~

Заметим, что в цилиндр, в котором вписан тетраэдр так же будет вписан и параллелепипед, причем его стороны $AC'BD'$ и $A'CB'D$ будут вписаны в окружности основания.



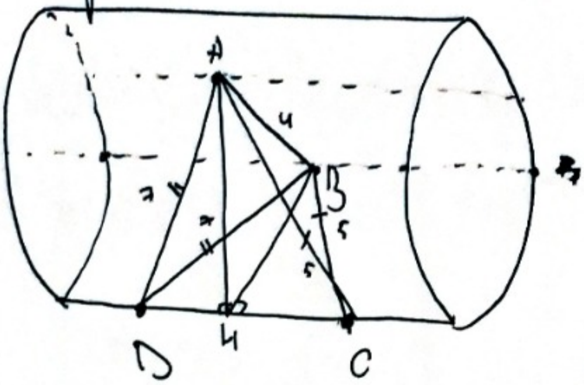
$\Rightarrow$ радиус цилиндра – радиус окружности описанной около $AB'CD$

21100893 (U352298 M1299325)

Черновик

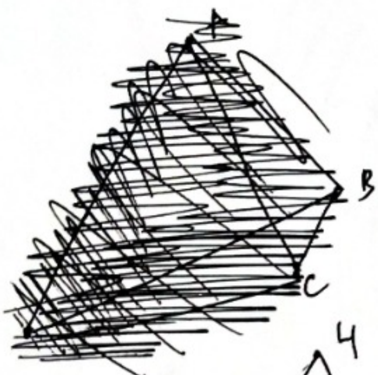
Проведем у A и у B высоту на CD (они пересекутся в одной точке H, тк △ADC = △DBC по 3м сторонам)

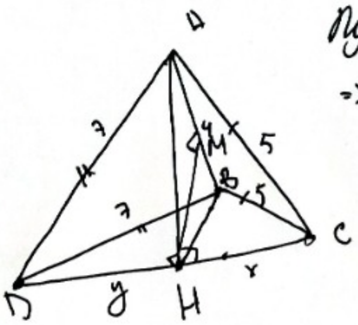
~~AH и BH будут параллельны плоскости основания цилиндра~~



Заметим, что радиус минимален, когда цилиндр прямой.

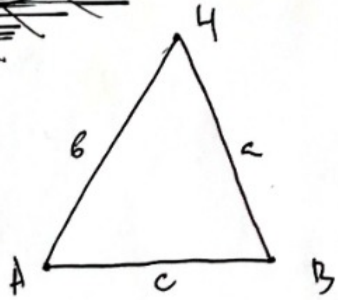
Тогда AH и BH параллельны плоскости основания цилиндра и радиус цилиндра — радиус описанной окружности △ABH





Пусть HC = x, DH = y

$\Rightarrow AH = BH = \sqrt{25 - x^2} = \sqrt{49 - y^2}$

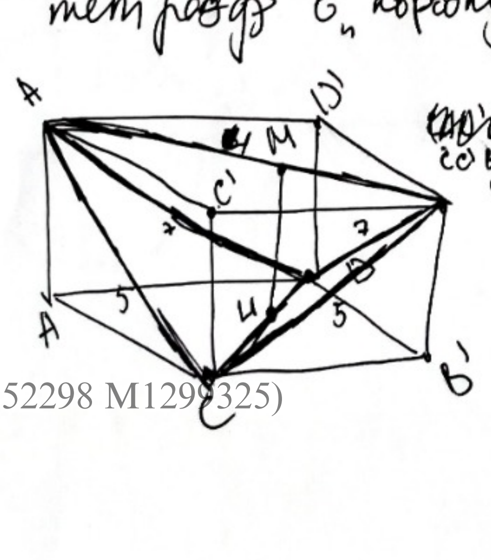


$S = \frac{abc}{4R} = \frac{ab \cdot \sin AHB}{2} = \frac{c \cdot h}{2}$

Пусть HM — высота у H на AB, тк AHB || основанию, то MH ⊥ CD

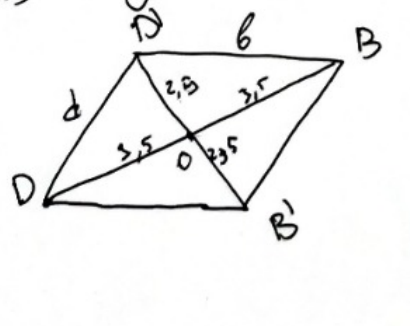
$\Rightarrow$ HM — расстояние между CD и AB.

Впишем тетраэдр в „коробку"



HM = BB'

~~AD'CA'~~ ~~CC'BB'~~ DBD'B' — параллелограмм с диагоналями 5 и 7.



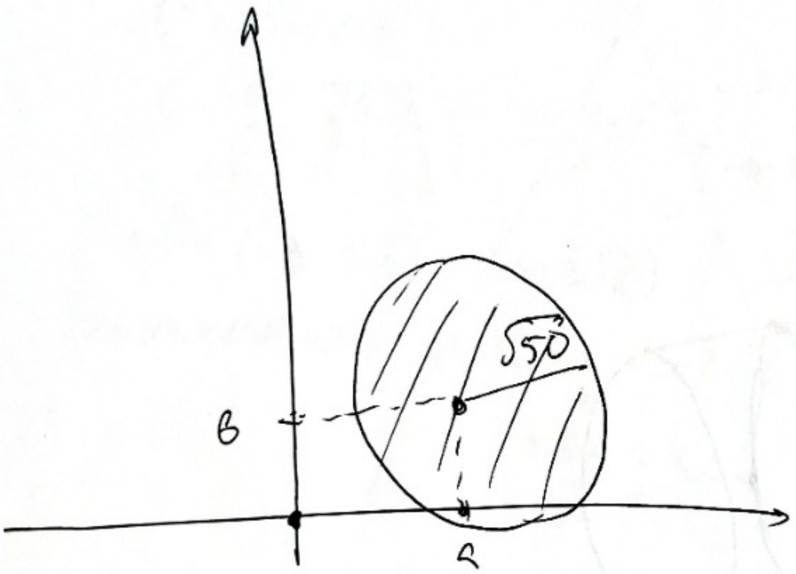
№3

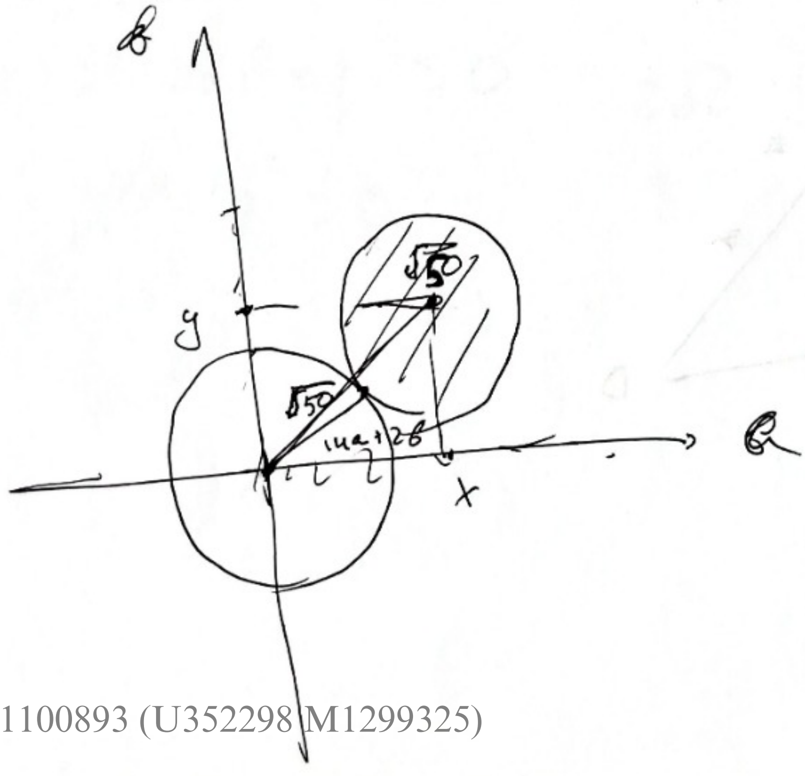
Черновик

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b;\ 50) \end{cases}$$

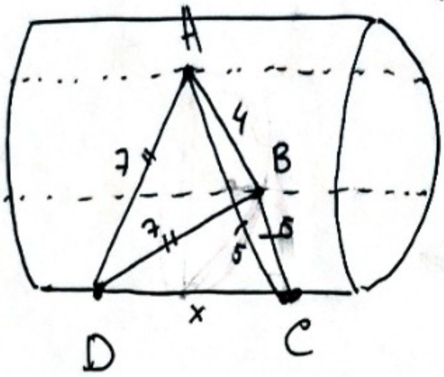
$\forall (x,y)\ \exists (a,b)$

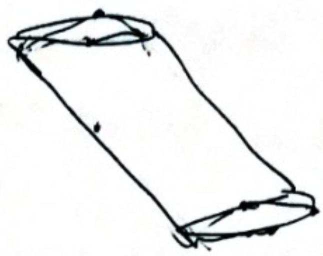
$a^2+b^2 \le 50$

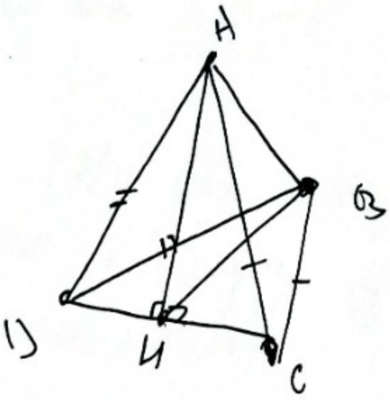




Черновик







Проведем из A и B высоту к CD (они пересекутся в одной точке H)
они будут параллельны плоскости основания цилиндра.

=) радиус цилиндра - радиус описанной окружности △AHB.

№2 продолжение Чистовик Лист 4 у Б Вариант 22

Заметим, что вписанный ромб - это квадрат => CD = 4

Ответ: 4.

21100893 (U352298 M1299325)

Задача №3 Чистовик Лист 5 из 5

Вариант 22

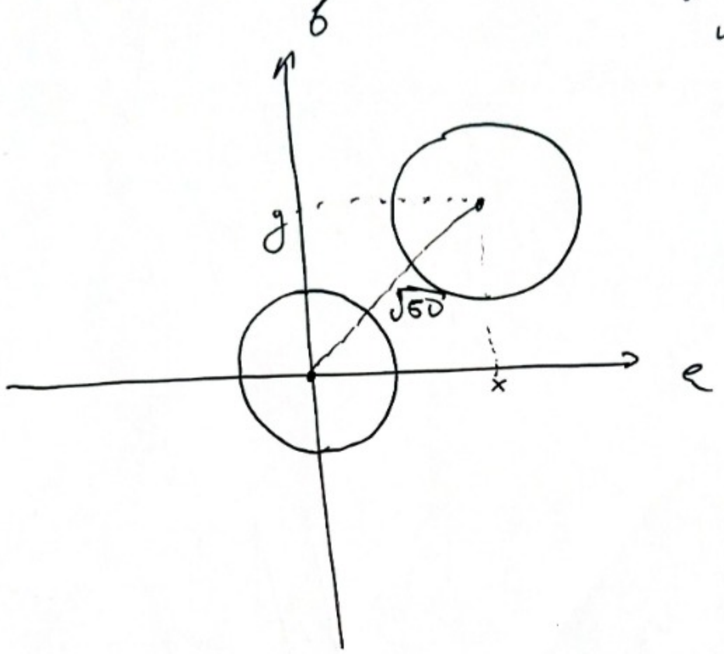
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50 & (1)\\ a^2+b^2\le \min(14a+2b;50) & (2)\end{cases}$$

$\forall (x,y)\ \exists (a,b)$

Нарисуем ~~решения~~ этой системы в плоскости ~~вa~~ (a,b)

(2) - уравнение ~~окружности~~ круга с центром в 0 и радиусом либо $\sqrt{50}$ либо $\sqrt{14a+2b}$,

(1) - ~~окру~~ круг с центром (x,y) и радиусом $\sqrt{50}$



Пусть R - радиус (2), а r - радиус (1)

Тогда $\sqrt{x^2+y^2}\le R+r$

$\Rightarrow$ Если $R=\sqrt{50}$, то $\sqrt{x^2+y^2}\le 2\sqrt{50}\Rightarrow x^2+y^2\le 200$

Для всех оставшихся x и y

$$x^2+y^2\le 14a+2b+50+2\sqrt{14a+2b}\sqrt{50}$$

21100893 (U352298 M1299325)

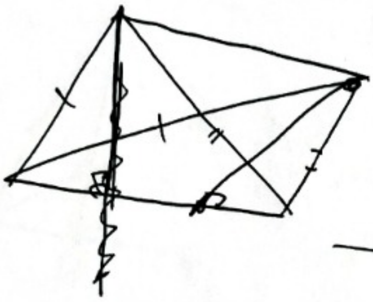
№1 продолжение

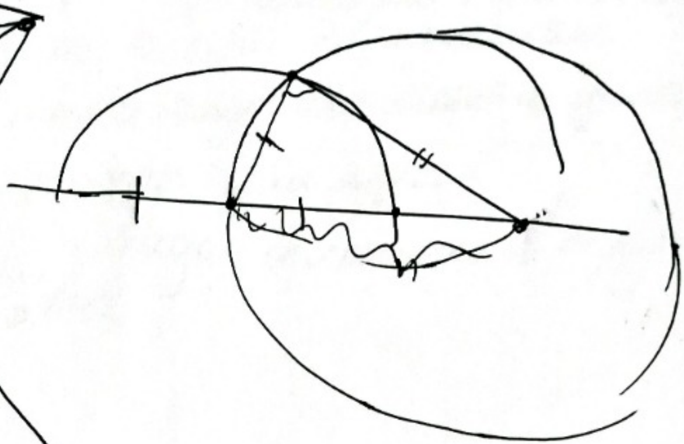
$\Rightarrow b^2+21b+90 > 15b+105-24$

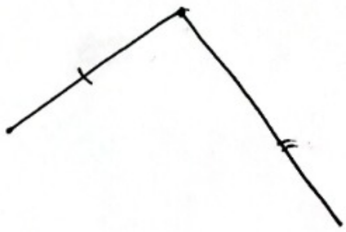
$b^2+6b+9>0$

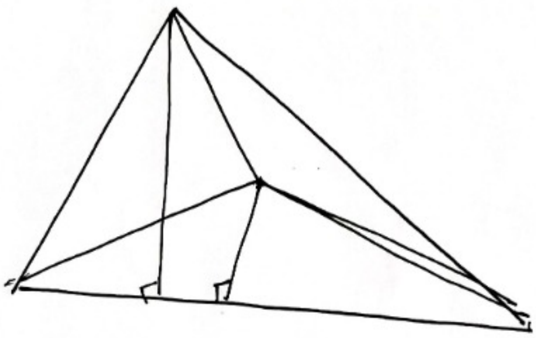
$b = \frac{-6\pm\sqrt{36-36}}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

Черновик









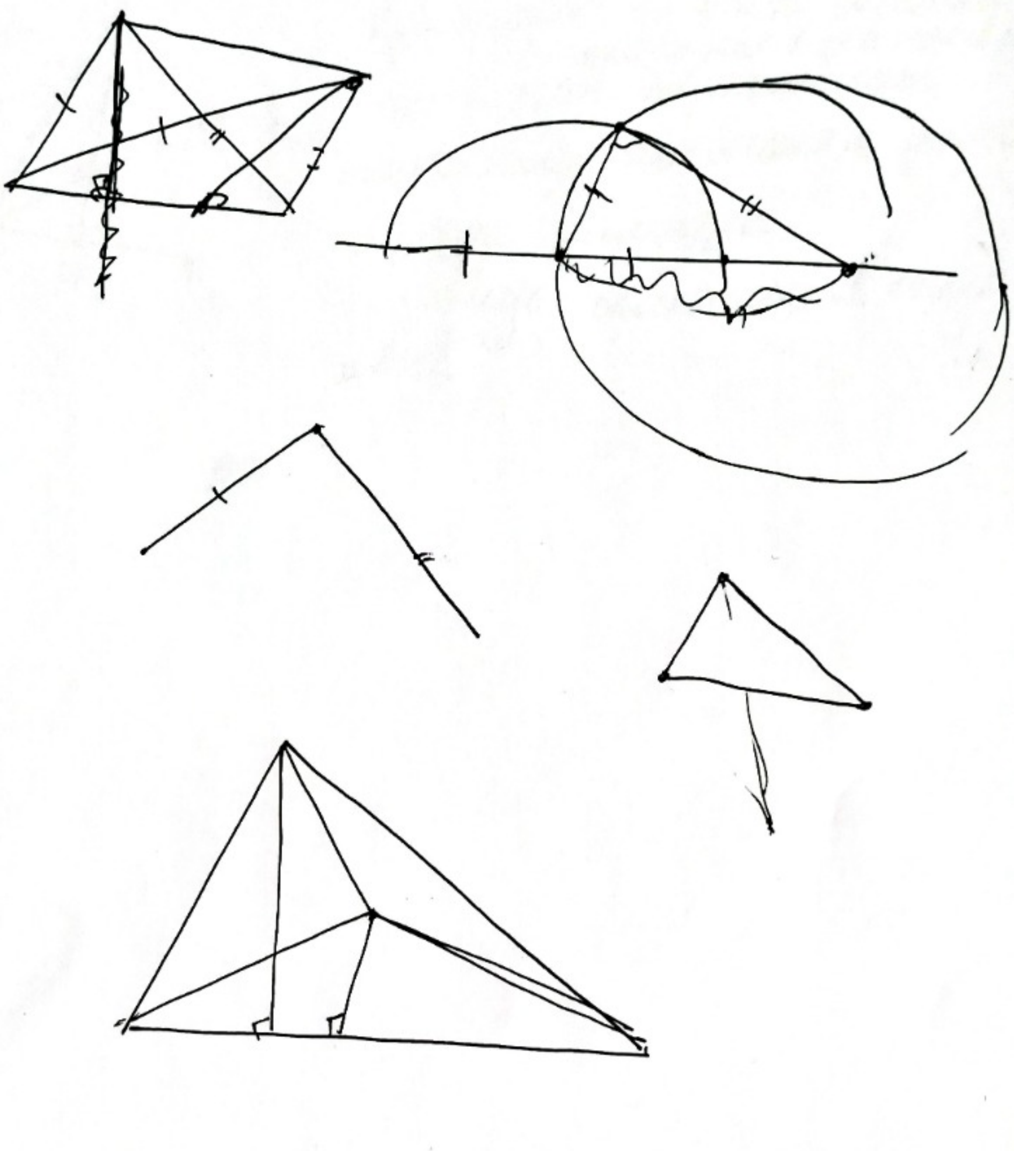
№1 продолжение

$\Rightarrow b^2+21b+90>15b+105-24$

$b^2+6b+9>0$

$b=\frac{-6\pm\sqrt{36-36}}{2}=\frac{-6}{2}=-3$

Черновик



21100893 (U352298 M1299325)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

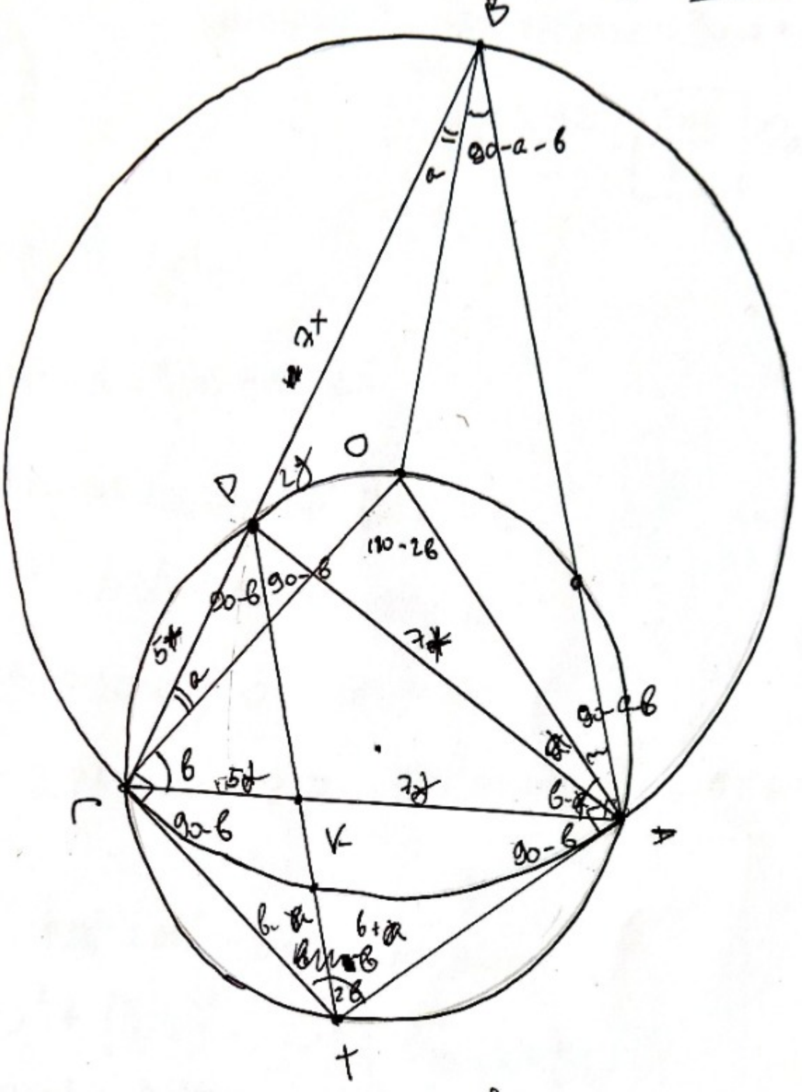
Шифр: **21100893**

ID профиля: **352298**

Вариант 22

№6 $\boxed{\text{Чистовик}}$ листиу 7

$c = \dfrac{180-2a-2b}{2} = 90-a-b$



Пусть $\angle BCO = a$, тогда из р/б $\triangle$ $\angle CBO = a$

Пусть $\angle CAO = b$, тогда из р/б $\triangle$ $\angle ACO = b$

тогда $\angle OAB = \angle OBA = 90-a-b$.

тогда $\angle COA = 180-2b$.

$\angle CAT = 90-b$ т.к. $\angle OAT = 90^\circ$ (т.к. радиус и касательная к ω)

Аналогично $\angle ACT = 90-b \Rightarrow \angle CTA = 2b \Rightarrow \angle CTA + \angle COA = 180 \Rightarrow$

$\Rightarrow T \in$ окружности Ω описанной около $\triangle ACO$.

Тогда $\angle PTA = \angle ACP = b+a \Rightarrow \angle CTP = b-a \Rightarrow \angle CAP = \angle CTP = 90-a$

$\Rightarrow \angle PAO = a$

$\angle CPT = \angle CAT = 90-b = \angle ACT = \angle APT \Rightarrow PK$ - биссектриса $\triangle CPA$.

$\Rightarrow \dfrac{CP}{PA} = \dfrac{S_{\triangle CK}}{AK} = \dfrac{5}{7}$ (т.к. высоты в $\triangle PCK$ и $\triangle PAK$ равны) пусть $PA = 7x$, а $CP = 5x$

(из свойства биссектрисы)

№ 6 $\boxed{\text{Чистовик}}$ лист 5 у 7

$\angle DAB = a + 90 - a - b = 90 - b = \angle PBA \Rightarrow PB = PA = 7x$

$\frac{S_{ACD}}{S_{APB}} = \frac{CP}{PB} = \frac{5}{7}$ $S_{ACD} = 5+7 = 12 \Rightarrow S_{ABC} = S_{ACD} + S_{APB} =$

$= 12 + \frac{7 \cdot 12}{5} = \boxed{\frac{144}{5}}$ Ответ а.

б.) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{3}{4} = \alpha$

$AP^2 = BP^2 + AB^2 - 2AB \cdot BP \cos\alpha$

$\Rightarrow AB^2 - 2AB \cdot BP \cdot \cos\alpha + BP^2 - AD^2 = 0$

$AP = BP \Rightarrow$ $AB^2 - 2AB \cdot BD\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow AB(AB - 2BP\cos\alpha) = 0$ $(AB \neq 0$

$\Rightarrow AB = 2BP \cdot \cos\alpha = 2 \cdot 7x \cdot \cos(\operatorname{arctg} \frac{3}{4}) = \frac{56x}{5}$

Тогда $AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2\cos\alpha \cdot AB \cdot BC$ ($\cos\alpha = \frac{4}{5}$)

$AC^2 = (12x)^2 + \left(\frac{56}{5}x\right)^2 - 2 \cdot \frac{56x}{5} \cdot 12x \cdot \frac{4}{5}$

$\Rightarrow AC^2 = 144x^2 + \frac{3136}{25}x^2 - \frac{5376}{25}x^2 = 144x^2 - \frac{448}{5}x^2 =$

$= \frac{(720-448)}{5}x^2 = \frac{272}{5}x^2$

$\Rightarrow AC = \sqrt{\frac{275}{5}}x$

Радиус ω это $OA = OB = x$.

Тогда если его найти, то через $S = \frac{abc}{4R}$ найду радиус описанной окр и смогу через него выразить высоту, в $\triangle PCA$, а отсюда найду x, то сосчитаю численно значение площадь APC.

№5. Чистовик лист 6 и 7

$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$

$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$

$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

Пусть $a=\frac{x}{2}+1$; $b=\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}$ $c=\sqrt{\frac{3x}{2}-6}$,
причем $a, b, c > 0$ и $a, b, c \neq 1$. и b^2 и $c^2 \neq 1$

~~По 1 вар.~~

$\cancel{\log_{a^2} b^2 = \log_b c^4 = \log_c a + 1}$

$\cancel{\log_a b = 4\log_b c = \log_c ac}$

~~Тогда~~ $\cancel{\log_a b \cdot 4\log_b c = \log_c ac \cdot 4\log_b c}$

$\cancel{4\log_a c = \log_b ac}$

$\Rightarrow \cancel{\log_a c = \log_b ac}$

Рассмотрим ОДЗ.

$$\begin{cases} \frac{x}{2}+1>0 \Leftrightarrow x>-2 \\ \frac{x}{2}+1\neq 1 \Leftrightarrow x\neq 0 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0 \Leftrightarrow x>\frac{17}{14} \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq 1 \Leftrightarrow x\neq \frac{11}{7} \\ \frac{3x}{2}-6>0 \Leftrightarrow x>4 \\ \frac{3x}{2}-6\neq 1 \Leftrightarrow x\neq \frac{14}{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow x\in(4;+\infty)/\{\frac{14}{3}\}$

Причем a всегда >1
и b^2 всегда $>1 \Rightarrow b$ тоже всегда >1

Причем заметим, что a, b^2 и c^2 имеют вид функции от x, причем возрастающие $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ если с какого-то момента одно равно другому, то дальше уже равност между не будет

№5 продолжение

(Чистовик) Лист 7 из 7

Т.о. есть

$\frac{x}{2}+1=\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$

$\Rightarrow 3x=\frac{22}{4} \Rightarrow x=\frac{11}{6}$

$\Rightarrow$ Начиная с $\frac{11}{6}$ b^2 всегда больше a.

$\frac{x}{2}+1=\frac{3x}{2}-6$

$\Rightarrow \frac{2x}{2}=7 \Rightarrow x=7 \Rightarrow$ Начиная с $x=7$ c^2 всегда больше a

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\frac{3x}{2}-6 \Rightarrow 2x=-\frac{7}{4} \Rightarrow x=-\frac{7}{8} \Rightarrow$ Начиная с $x=-\frac{7}{8}$

b^2 всегда больше c^2

$b^2<c^2<a$ $\quad$ $c^2<b^2<a$ $\quad$ $c^2<a<b^2$ $\quad$ $a<c^2<b^2$

$-\frac{7}{8}$ $\quad$ $\frac{11}{6}$ $\quad$ 7

1 вар.

$\log_{a^2} b^2 = \frac{1}{4}\log_b c^4 = \log_c a$

$\log_a b = \frac{1}{2}\log_b c^2 = \frac{1}{2}\log_{c^2} a$

Пусть a

№ 4.4 Чистовик лист 1 из 7

$$\begin{cases} НОД(a,b,c)=14 \\ НОК(a,b,c)=2^{17}\cdot 7^{18} \end{cases}$$

Заметим, что ~~хотя бы~~ в разложении на простые множители хотя бы одного из чисел встречается 2 в 1ой степени.
(т.к. НОД $(p^{\alpha_1}, p^{\alpha_2}) = p^{\min(\alpha_1,\alpha_2)}$ => Если бы во всех разложениях 2 входило бы хотя бы во 2ой степени, то и в НОД она вошла бы во 2ой степени, а если хотя бы ~~в~~ у одного числа вошла бы в разложение в 0 степени, то и в НОД вошла бы в 0.)

Заметим, что ~~хотя бы~~ в разложении на простые множители хотя бы одного из чисел 2 встречается в 17 степени (т.к. НОК $(p^{\alpha_1}, p^{\alpha_2}) = p^{\max(\alpha_1,\alpha_2)}$) => Если бы во всех разложениях 2 вошло бы в меньшей степени, то и в НОК не могла бы попасть 17 => Есть число в разложении которого 2 хотя бы в 17 степени. Но если бы какое-то число было с 2 в степени большей чем 17, то и в НОК вошла бы степень больше, чем 17.)

Аналогично с 7^1 и 7^{18}.

Тогда все тройки это все перестановки (a,b,c) всевозможных попарных произведений двоек с степенями $2, 2^x, 2^{17}$ и $7, 7^y, 7^{18}$, где $x \in \mathbb{Z}$ и $x \in [1;17]$ $y \in \mathbb{Z}$ и $y \in [1;18]$

~~Решение~~

21100893 (U352298 M1299326)

№4 (продолжение 1), Листик № 7 (Чистовик)

ЧИСТОВИК

Рассмотрим вариант, когда $x \in [2;16]$ и $y \in [2;17]$

Попарных произведений ~~всех~~ двоек с семерками

$3\cdot2\cdot1=6$, вариантов расставить их по a, b, c

тоже 6 (т.к тройка a, b, c упорядоченная, а одинаковых двоек и семерок нет.)

Вариантов для x 15, а для y 16

=> Всего таких троек $\boxed{15\cdot16\cdot6\cdot6}$

Рассмотрим вариант когда y это 1 или 18, а $x \in [2;16]$

Вариантов перемножить двойки и семерки 3.

(Кол-во вариантов подобрать двойку для отличающейся семерки)

Вариантов расставить эти произведения по a, b, c 6

Вариантов степеней для x 15, а для y 2.

Тогда всего таких троек $\boxed{15\cdot2\cdot3\cdot6}$

Рассмотрим вариант когда $y \in [2;17]$, а x это 1 или 17

Аналогично предыдущему случаю таких троек

$\boxed{16\cdot2\cdot3\cdot6}$

Рассмотрим вариант когда x это 1 или 17 и y это 1 или 18

Вариантов перемножения двоек и троек 2

(Кол-во вариантов подобрать для отличающейся семерки разные двойки). Если отличающаяся двойка с отличающейся семеркой, то расстановок 3. И тогда таких троек $3\cdot(2\cdot2)$ варианты для x и y

Если отличающаяся семерка не с отличающейся двойкой, то таких вариантов 6 => троек $6\cdot(2\cdot2)$ варианты для x и y

=> всего таких троек $\boxed{6\cdot4+3\cdot4}$

№1 (продолжение г) лист 3 у 7

Чистовик

Тогда всего троек

$15 \cdot 16 \cdot 6 \cdot 6 + 15 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 + 16 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 + 6 \cdot 4 + 3 \cdot 4 =$

$= 15 \cdot 16 \cdot 36 + 15 \cdot 36 + 16 \cdot 36 + 36 = 36(15 \cdot 16 + 15 + 16 + 1) =$

$= 36 \cdot (240 + 32) = 36 \cdot 272 = 9792$

Ответ: $15 \cdot 16 \cdot 36 + 36 \cdot 15 + 36 \cdot 16 + 36 = 9792$

21100893 (U352298 M1299326)

НОД $(a,b,c) = 14$

НОК $(a,b,c) = 2^{17} \cdot 7^{18}$

Черновик

В хотя бы одном числе 2ой не больше 1 ти иначе НОД был бы другим

Аналогично с 7.

Если $a = 2 \cdot 7^x$ $b = 7 \cdot 2^y$

В каком-то числе есть 2^{17} и иначе НОК был бы другим.

$a = 2 \cdot 7$

$b = 2^{17} \cdot 7^{18}$

$c = 2^x 7^y$

$x < 17$ $y < 18$

Троек такого типа $16 \cdot 17$

$a = 2 \cdot 7^x$

$b = 7 \cdot 2^y$

$c = 2^{17} \cdot 7^{18}$

$17 \cdot 16$

~~3!/1~~ $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. вариантов

$6 \cdot 17 \cdot 16$

$7 \quad 2$

$7 \quad 2^x$

$7^{18} \quad 2^{17}$ 8

$7^{18}\,2^{17} \qquad 7 \cdot 2^x$

7^{18}

$7 \quad 2$

$7 \quad 2$

$7^{18} \quad 2^{17}$

$7\,2$

$7\,2$

$7^{18}\,2^{17}$

$7\,2^{17}$

$7\,2$

$7^{18}\,2$

a 6c

~~15·16·36~~

$15 \cdot 16 = 150 + 90 = 240$

$240 \cdot 36$

8

$$\begin{array}{r} 272 \\ \times\ 36 \\ \hline 9792 \end{array}$$

Черновик

№ 1.

Черновик

$$\begin{cases} НОД(a,b,c) = 14 \\ НОК(a,b,c) = 2^{17} \cdot 7^{18}. \end{cases}$$

Заметим, что хотя бы у одного из чисел 2 входит в разложение на простые множители в 1ой степени (т.к. иначе в НОД была бы либо 2 в большей степени (если у всех чисел 2 входила бы в большей степени) или 2 в НОД не было бы, хотя бы во 2ой степени) если бы хотя бы в одном числе её не было среди простых множителей)

Аналогично с 7.

Заметим, что в разложении какого-то числе есть ~~...~~ попадает 2 в 17 степени, т.к. в разложение попадает 2 в степени максимальной из степеней входящей в разложение на простые множители этих чисел

=> Если бы 2 входила куда-то в большей степени, то и в НОК была бы большая степень, а если везде в меньшей, то и в НОК была бы меньшая степень.

Аналогично с 7^{18} степени.

=> Всего ~~...~~ троек это те тройки попарных произведений ~~...~~,

$2, 2^x, 2^{17}$ и $7, 7^y, 7^{18}$, где ~~...~~ $y, x \in \mathbb{Z}$ $1 \le x \le 17$ и $1 \le y \le 18$

~~...~~

Рассмотрим случаи когда $1 < x < 17$ и $y < 18$ и $y > 1$

~~...~~ тогда симметричных нет и это $(3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (15 \cdot 16)$

количество попарных произведений (расстановок)

вариантов x и y

21100893 (U352298 M1299326)

№5

$$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$$

$$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$$

$$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$$

Пусть $a=\frac{x}{2}+1$

$b=\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}$

$c=\sqrt{\frac{3x}{2}-6}$

1 вар

$$\log_{a^2} b^2 = \log_b c^4 = \log_c a + 1$$

$$\log_a b = 4\log_b c \qquad \log_c ac$$

$$\log_a b - 4\log_b c = 0$$

$$\cancel{\log_a b \cdot \log_a b - 4\log_a c}$$

$$(a-1)(b-1)(b-c^4)=0$$

$\cancel{\log}$

чернови

$$\begin{array}{r} 5376 \\ -\ 3136 \\ \hline 2240 \end{array}$$

$144 \cdot 5 = \frac{1440}{2} = 720$

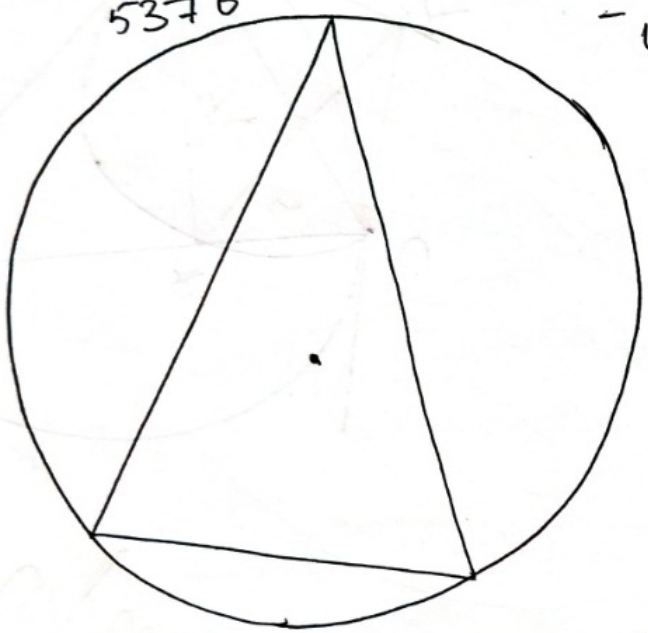
448

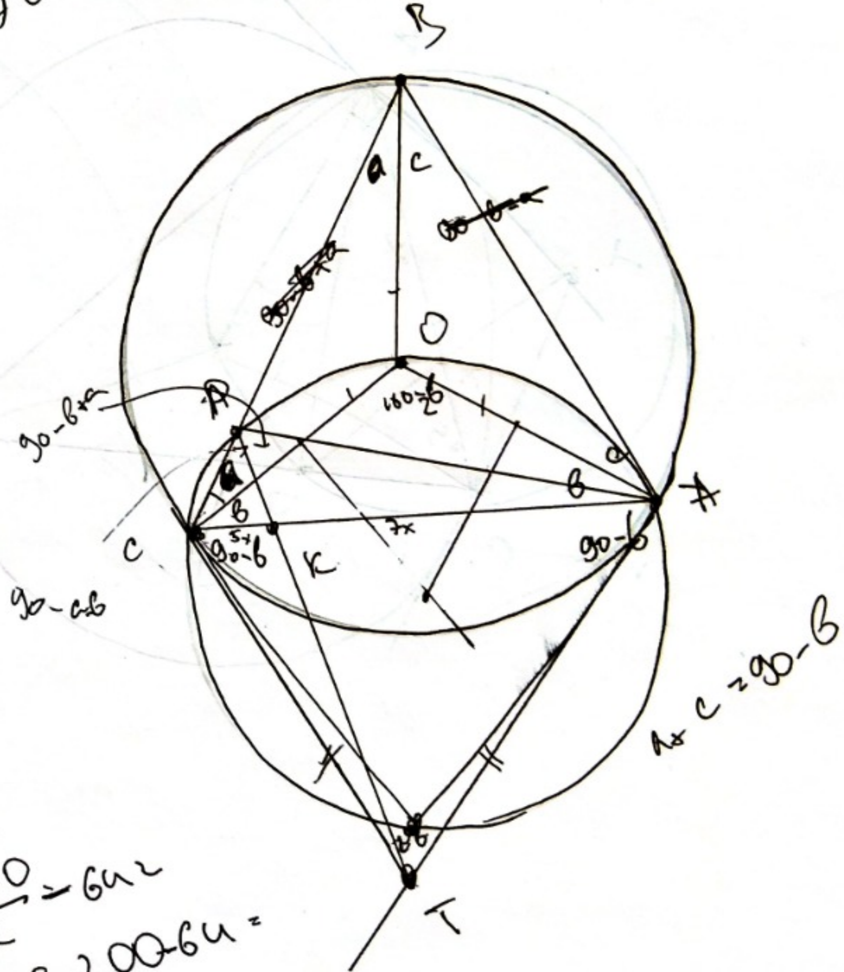
$ctg\,\alpha = tg\,(90-\alpha)$

$60 + 70 + 14 = 84 + 60 = \frac{144}{5}$

$$\begin{array}{r} 5520 \\ -\ 144 \\ \hline 5376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 720 \\ -\ 448 \\ \hline 272 \end{array}$$





$(560 + 56 + 56) \cdot 4$

$= 672 \cdot 8 =$

$\frac{56 \cdot 8 \cdot 12}{25} =$

$= 6720 - 672 \cdot 2$

$= 6720 - 1200 = 140 - 4$

55

$49 \times 64 =$

$= \frac{6400}{2} - 64 =$

$= 3200 - 64 =$

$= 3136$

21100893 (U352298 M1299326)

$\log_{a^2} b^2 \cdot \log_b c^4 \cdot \log_c a$

$(h-1)(p-1)(d-1(g-1)$

$hA \cdot pg$

Пусть

$\log_a b = \log_c a = \log_b c^4 + 1$

черновик

$\log_a b - \log_c a$

$\log_a b - \frac{1}{\log_a c}$

$\log_a b \cdot \log_a c - \log_a a$

loga

$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)^4$ Заметим, что

$\frac{x}{2}+1=a$ больше >0

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0=b$

$\frac{3x}{2}-6>0=c$

$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$

$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

$\frac{1}{2}\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$

$4\log_{\frac{7x}{2}-\frac{14}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)$

$2\log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

Пусть $\frac{1}{2}\log_a b=4\log_b c$

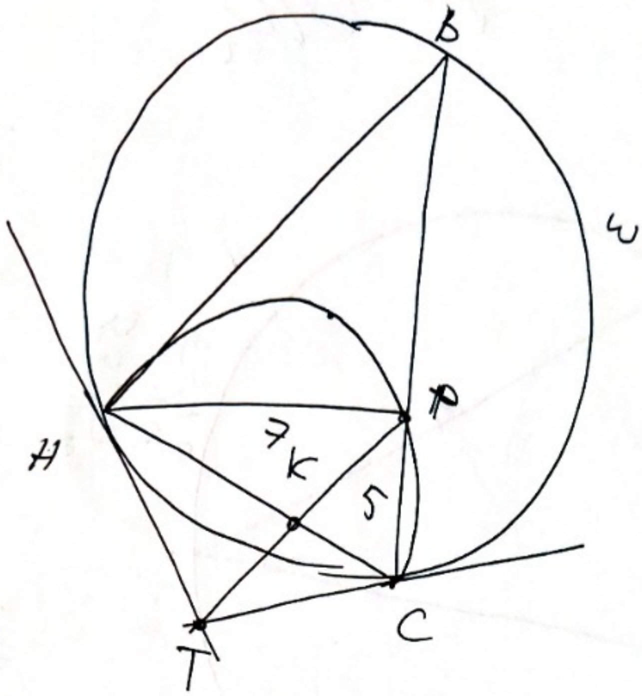
$\Rightarrow \log_a b=8\log_b c$

$\Rightarrow \frac{1}{\log_b a}=8\log_b c$

$\Rightarrow \cancel{\log}\ \frac{\log_b b-8\log_b c\cdot\log_b a}{\log_b a}$

Черновик

21100893 (U352298 M1299326)



черновик