Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100802**

ID профиля: **875158**

Вариант 22

Чистовик

1. Пусть $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 \dots = d$

Тогда $a_k = a_1 + d(k-1) \Rightarrow S = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \dots + a_1 + 14d =$
$= 15a_1 + (1 + \dots + 14d) = 15a_1 + 105d$

$a_7 \cdot a_{16} = (a_1 + 6d)\cdot(a_1 + 15d) = a_1^2 + 21d \cdot a_1 + 90d^2$

$a_{11} \cdot a_{12} = (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 21d \cdot a_1 + 110d^2$

Пусть $a_7 \cdot a_{16} = t$, тогда $a_{11} \cdot a_{12} = t + 20d^2$

$\begin{cases} t > S - 24 \\ t + 20d^2 < S + 4 \end{cases}$ $\quad t + 20d^2 - t < S + 4 - (S - 24)$

$20d^2 < 28$

$d > 0$ т.к. прогрессия возрастает и d – целое,
т.к. $a_1, a_2, a_3 \dots$ – целые числа (a_k – целое, $a_k + d = a_{k+1}$ – целое $\Rightarrow$ d – целое)

$\begin{cases} d > 0 \\ d^2 < \frac{28}{20} \end{cases} \Rightarrow d = 1$

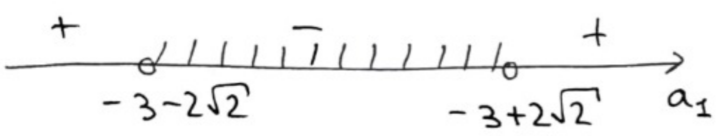
Тогда $S = 15a_1 + 105$

$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (a_1 + 3)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \in (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty) \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 : \ D = 36 - 4 = 32 = (4\sqrt{2})^2 \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} a_1 = \frac{-6 - 4\sqrt{2}}{2} = -3 - 2\sqrt{2} \\ a_1 = \frac{-6 + 4\sqrt{2}}{2} = -3 + 2\sqrt{2} \end{array}\right.$

$(a_1 + 3 + 2\sqrt{2})(a_1 + 3 - 2\sqrt{2}) < 0$ $\quad a_1 \in (-3 - 2\sqrt{2}; -3 + 2\sqrt{2})$
и a_1 – целое



$\begin{cases} 2\sqrt{2} > 2 \\ 2\sqrt{2} < 3 \text{ т.к. } \sqrt{2} < 1{,}5 \end{cases}$

$\begin{cases} -6 < -3 - 2\sqrt{2} < -5 \\ 0 > -3 + 2\sqrt{2} > -1 \end{cases}$ На интервале $(-3 - 2\sqrt{2}; -3 + 2\sqrt{2})$ лежат целые числа от -5 до -1, при этом $a_1 \neq -3 \Rightarrow a_1 = -5; -4; -2; -1$

21100802 (U875158 M1296549)

1

Чистовик

1 (продолжение)

Проверим, что $a_1 = -5; -4; -2; -1$ подходят: $(d=1)$

- $a_1 = -5$, $S = -75 + 105 = 30$

  $a_7 \cdot a_{16} = 1 \cdot 10 \quad 10 > 30 - 24 \ (6)$

  $a_{11} \cdot a_{12} = \cancel{10} \cdot 5 \cdot 6 = 30 \quad 30 < 30 + 4$

- $a_1 = -4$, $S = -60 + 105 = 45$

  $a_7 \cdot a_{16} = 2 \cdot 11 \quad 22 > 45 - 24 \ (21)$

  $a_{11} \cdot a_{12} = 6 \cdot 7 \quad 42 < 45 + 4$

- $a_1 = -2$, $S = -30 + 105 = 75$

  $a_7 \cdot a_{16} = 4 \cdot 13 \quad 52 > 75 - 24 \ (51)$

  $a_{11} \cdot a_{12} = 8 \cdot 9 \quad 72 < 75 + 4$

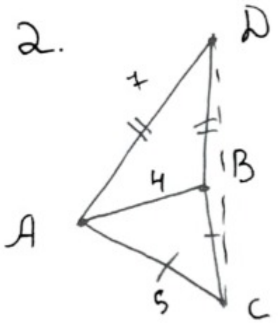
- $a_1 = -1$, $S = -15 + 105 = 90$

  $5 \cdot 14 = a_7 \cdot a_{16} \quad 70 > 90 - 24 \ (66)$

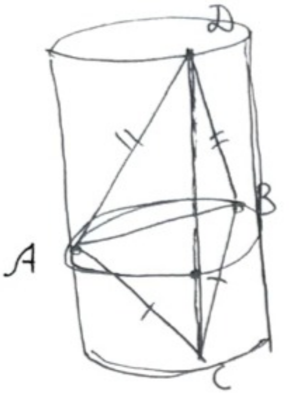
  $a_{11} \cdot a_{12} = 9 \cdot 10 = 90 \quad 90 < 90 + 4$

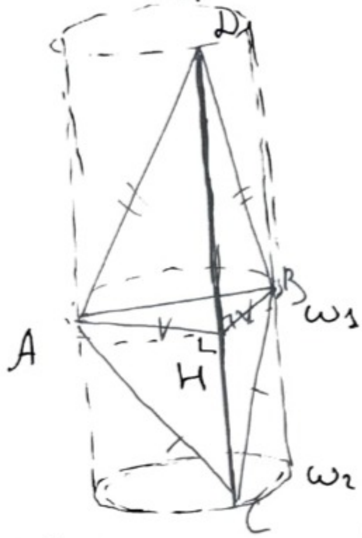
Чистовик

2.



– впишем в цилиндр





Опустим высоты AH и BH – они придут в одну точку т.к. по трём сторонам $\triangle ACD = \triangle BCD$

$AH = BH$

Т.к. CD параллельно оси цилиндра $\Rightarrow CD \perp$ основанию цилиндра. Тогда ~~△AHB по~~ плоскость AHB, $AHB \perp CD$, параллельна основанию цилиндра. При этом точки A, H и B лежат на окружности $\omega_1 = \omega_2$ (ω_2 – ок-сть основания) Значит радиус цилиндра: радиус описанной окр-ти $\triangle AHB$ (радиус – R)

По т. синусов $2R = \frac{AB}{\sin\angle AHB} \Rightarrow$ минимальный радиус достигается при $\angle AHB = 90^\circ$, т.е. $R = \frac{4}{2\cdot 1} = 2$

$\triangle AHB$ – равнобедренный, $\angle AHB = 90^\circ \Rightarrow AH^2 + BH^2 = AB^2$

$2AH^2 = 16 \Rightarrow AH = \sqrt{8}$ Тогда $CD = CH + DH$, $\angle AHD$ – прямой

$DH^2 + AH^2 = AD^2 \quad DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{49-8} = \sqrt{41}$

$CH^2 + AH^2 = AC^2 \quad CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{25-8} = \sqrt{17}$

$CD = \sqrt{17} + \sqrt{41}$

Черновик

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50) \end{cases}$$

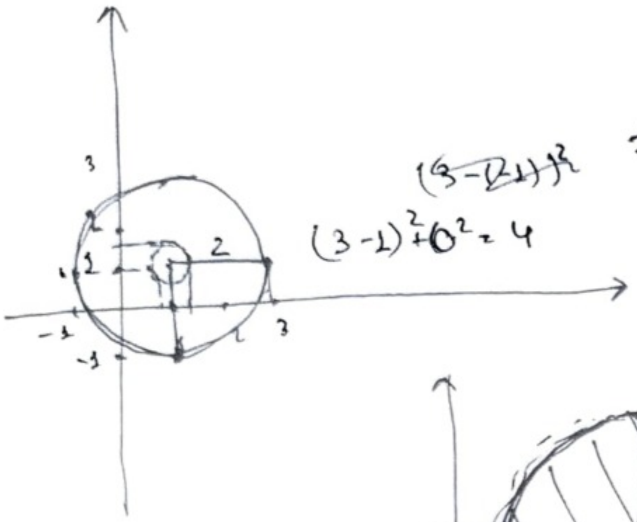
$(x-1)+(y-1) \le \cancel{80}$ 4

$\cancel{(x}-10$

$(1-1)^2+(-1-1)^2$

$\cancel{(3-(-1))^2}$

$(3-1)^2+0^2=4$



$R=\sqrt{50}$

$a=10$

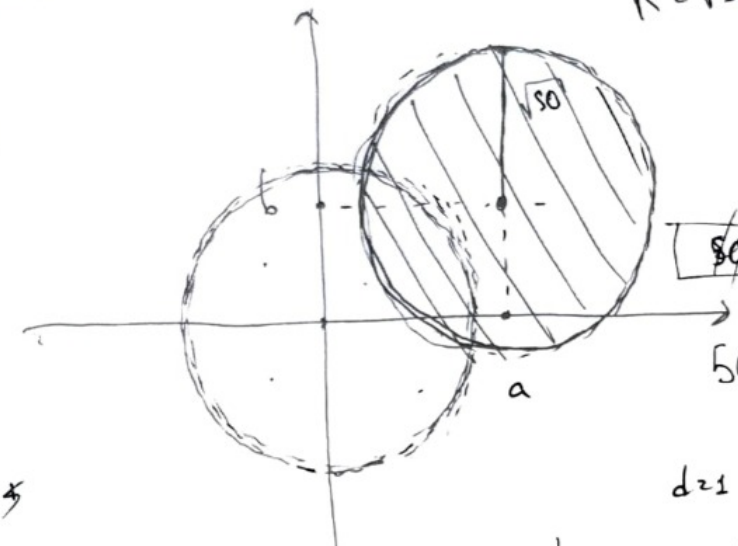
$b=10$

$\cancel{(1-10)^2+9^2}$

1, 1

$\min(14a+2b, 50)$

$a^2+b^2 \le 50$



$\boxed{50\pi}$

50π?

$a^2+b^2 \le 50$

$a \le 8$

$b < 8$

$d=1$

$a_1=1$ - подходит

$a_1=2$:

$(a_7+9d)a_7=a_7^2+9d\cdot a_7$

$a_{11}^2+a_{11}d$ $\quad 6\cdot 15=90$

$a_7\cdot a_{16}=a_1^2+21d\cdot a_1+90d^2>S-24$

$a_{11}a_{12}=a_1^2+21d\cdot a_1+110d^2<S+4$

$a_7a_{16}-a_{11}a_{12}>S-24-(S-4)=28$

$\cancel{-20d^2>28}$ $\quad$ d - целое, >0

$\cancel{d=1}$

$15a_1+105d=S$

$d=\frac{S-15a_1}{105}$

$$\boxed{\begin{matrix}20d^2<28 \\ d=1\end{matrix}}$$

$S=15a_1+105$

$a_1^2+21a_1+90>15a_1+81$

$a_1^2+21a_1+110<15a_1+109$

$\sqrt{48}$

$-2(3+2\sqrt{8})$

$x_1=\frac{-6-\sqrt{32}}{2}$ $\quad -3-2\sqrt{8}$

$-3+2\sqrt{8}$

$a_1^2+6a_1+1<0$

$D=36-4=32$

$a_1^2+6a_1-1>0$

$a_1^2+6a_1+1<0$

$-3-2\sqrt{8}$ $\quad -3+2\sqrt{8}$

$(a_1+6)(a_1+15)=a_1^2+21a_1+90>$

$81+15a_2$

$a_1^2+6a+9>0$

$(a_1+3)^2>0$

$5<2\sqrt{8}<6$

$a_1^2+21a_1+110<15a_1+109$

21100862 (U875158 M1296549)

$-3+5$, $-3+6$

-8 -7, -6 ...... 0 1 2

$11\cdot 12 = 121 < S+4$ Черновик

$a_1,\ a_1+d,\ a_1+2d \ \dots\ a_1+14d$ $\qquad 15\cdot 7 = 105$ $\qquad a=1$

$d=1$ $\quad 7\cdot 16 = 70+42 = 112 > S-24$

$15a_1 + 105d = S$ $\qquad 15+105=120$

$x+20d^2 < t+28$

$a_7 a_{16} = (a_1+6d)(a_1+15d) = a_1^2 + a_1 15d + a_1 6d + 90d^2$

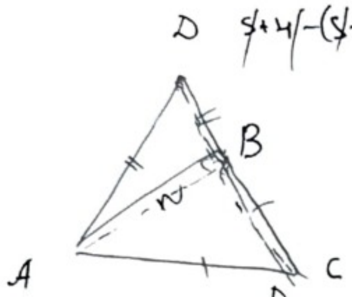
$a_1^2 + a_1(21d) + 90d^2 > S-24$ $\qquad x > S-24$

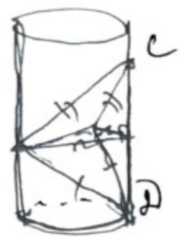
$(a_1+10d)(a_1+11d)$ $\quad a_1^2 + a_1\cdot 21d + 110d^2 < S+4$ $\qquad x+20d < S+4$

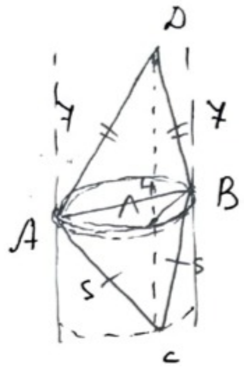
$x > S-24 = t$

D $\cancel{S+4-(S-24)} \neq 28$

$x+20d < t+28$

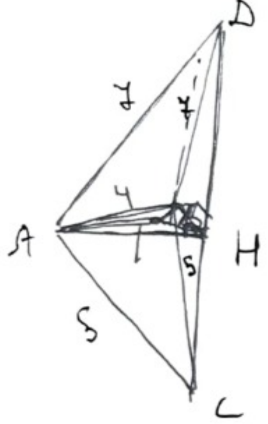


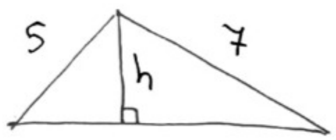




2h

~~4+2h^2=~~





$2h > 4$

$h > 2$

$CD > \sqrt{49+4} + \sqrt{25+4}$

$\frac{4}{\sin AHB} = 2R$ $\qquad R=2$

$16 = 2AH^2$

$AHB = 90^\circ$ $\quad \cancel{AH=\sqrt{}}$ $\quad AH^2 = 8$ $\quad AH = \sqrt{8}$

$CD = \sqrt{49+8} + \sqrt{25+8}$

$80+56$

$a=2 \quad d=1$ $\qquad 17\cdot 8 = 126 > 121$

$a=1 \quad d=1$ $\qquad 16\cdot 7 = 112 > 120-24$

$S = 30+105 = 145$ $\qquad 12\cdot 13 = 156 > S+4$

$S = 15a+105d$ $\qquad 11\cdot 12 = 121 < 120+4$

$a=2 \quad d=2 \quad S=240$

$S = 15a_1 + 105d$

$32\cdot 10 = 320 + 120 + 8 = 448$ $\qquad 32\cdot 14$

$\cancel{22\cdot 24}$ $\quad a_1 = \frac{S-105d}{15}$ $\qquad a_7 a_{16} = \frac{(S-105d)^2}{225} + \frac{(S-105d)\cdot 21}{15} + 90d^2 < S-24$

$\cancel{S^2 - 210Sd + 105^2d^2 + 15\cdot 21S - 15\cdot 21\cdot 105d + 225\cdot 90d^2 < 225(S-24)\cdot 225}$

$a_1^2 + 6a_1 d + 90d^2 > 105d - 24$

21100802 (U875158 M1296549)

$a = -8, \quad d = 1 \quad 15\cdot 8 = 120$

Черновик

$a_7 \cdot a_{16} = (-2)\cdot 7 = -14 \quad +20d = \cancel{6}$

$5 - 24: \; -120 + 105 = -15 \quad -5-24 = -39$

$a_{11} a_{12} = 2\cdot 3 = 6$

$5+4: \; -120 + 105 = \cancel{-45}$

$-7: \quad S = -15\cdot 7 + 105 = 0$

$a_7 a_{16} = -1\cdot 8 = -8 > -24$

$a_{11} a_{12} \; 3\cdot 4 = 12 > 4$

$a = 1 \qquad S = 15a + 105d = 120$

$7\cdot 16 = 70 + 42 = 112 > 120 - 24$

$11 \cdot 12 = 121 + 11$

132 и 124

– нет

$a = 0 \quad S = 105$

$\cancel{6\cdot 15 = 90 < 105 - 24}$

$1+2+3+4 \ldots 15$

$5+4$

$15 \cdot 7 =$

$70 + 35 = 105$

$105 - 24 = 81$

$d = 1$

$a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24$

$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0$

$a_1^2 + 2\cdot 3a_1 + 3^2 > 0$

$(a_1 + 3)^2 > 0 \quad a_1 \neq -3$

$a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 109$

$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$

$D = 36 - 4 = 32$

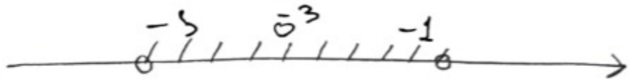
$\sqrt{32} = \sqrt{16\cdot 2} = 4\sqrt{2}$

$\left[\begin{array}{l} a_1 = \dfrac{-6-4\sqrt{2}}{2} = -3-2\sqrt{2} \\ a_1 = \dfrac{-6+4\sqrt{2}}{2} = -3+2\sqrt{2} \end{array}\right.$

$3 > 2\sqrt{2} > 2$

$-6 < -3 - 2\sqrt{2} < -5$

$-3 + 2\sqrt{2} <$



$-45 + 105 = 60$

$-5, \; -4, \; -2, \; -1 \qquad a = -3$

$3 \cdot 12 = 36 = 20 - 24$

$a = -5: \; -75 + 105 = 30$

$15\cdot 5 = 75 \qquad a_7 \cdot a_{16} = 1\cdot 10 = 10 > 6$

$a_{11}\cdot a_{12} \quad \cancel{10\cdot 14 = 12}$

$5 \cdot 6 = 30 < 34$

$a = -4 \quad S = 45$

$15(-4) = -60 \qquad 2\cdot 11 = 22 > 21$

$6 \cdot 7 = 42 < 46$

$a = -2; \; S = 75$

$4 \cdot 13 = 40 + 12 = 52 > 51$

$8 \cdot 9 = 72 < 79$

$a = -1 \quad 90$

$5 \cdot 14 = 70 > 90 - 24$

$9 \cdot 10 = 90 < 94$

(Черновик)

$2 \cdot h^2 = 16$

$h^2 = 8$

$CD = DH + CH$

$DH^2 = \cancel{4h^2} + AD^2 - h^2 = 49 - 8 = 41$

$DH = \sqrt{41}$

$CH^2 = 25 - 8 = 17$

$CH = \sqrt{17}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100802**

ID профиля: **875158**

Вариант 22

Чистовик

4. $\begin{cases} НОД(a;b;c) = 14 \\ НОК(a;b;c) = 2^{17} \cdot 7^{18} \end{cases}$

НОК $(a;b;c)$ включает в себя все простые множители a, b, c.

Он состоит только из двоек и семёрок $\Rightarrow$ a, b, и c имеют следующий вид:

$a = 2^{x_a} \cdot 7^{y_a}$, $b = 2^{x_b} \cdot 7^{y_b}$, $c = 2^{x_c} \cdot 7^{y_c}$,

$x_a, x_b, x_c \in [0; 17]$, $y_a, y_b, y_c \in [0; 18]$

Заметим, что если x_a, x_b и x_c больше единицы, то НОД $(a;b;c) \geq 2^2 \cdot 7$. Аналогично для y_a, y_b, y_c и НОД $(a;b;c) \geq 2 \cdot 7^2$. Значит одно из чисел x_a, x_b, x_c равно единице, и одно из y_a, y_b, y_c тоже равно единице.

Также заметим, что если ни одно из x_a, x_b, x_c не превышает 17 НОК $(a;b;c) \leq 2^{16} \cdot 7^{18}$, аналогично для y_a, y_b, y_c, меньших 18, и НОК $(a;b;c) \leq 2^{17} \cdot 7^{17}$. Значит, среди x_a, x_b, x_c есть число, равное 17, а среди y_a, y_b, y_c есть число, равное 18.

Получается, среди шести чисел $x_a, x_b, x_c, y_a, y_b, y_c$ два (x и y) – единицы, два (x и y) – 17 и 18 соответственно и два (x и y), принимающие значения от 1 до 17 и от 1 до 18 соответственно (если одно из них – ноль, НОД перестаёт быть делителем

Посчитаем тройки следующим образом: каждому упорядоченному набору (x_a, x_b, x_c) в соответствие поставим каждый упорядоченный набор (y_a, y_b, y_c)

Наборов (x_a, x_b, x_c): $17 \cdot 6$ (единица, 17, любое число от 1 до 17)

$(1 \cdot C_{17}^{1}) \cdot 3!$ – перестановки чисел

Наборов (y_a, y_b, y_c): $1 \cdot 1 \cdot 18 \cdot 6$ $(1, 17, y \in [1; 18]$

$18 \cdot 3!$.

Чистовик

4. (продолжение)

Итого получаем $17 \cdot 3! \cdot 18 \cdot 3! = 17 \cdot 18 \cdot 36 =$

$= 11016$

5. $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right) = \frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$

$\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2 = 2 \cdot 2\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}\left(\frac{3x}{2}-6\right)$

$\log_{(\frac{3x}{2}-6)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{x}{2}+1\right) = 2\log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

Пусть $\frac{x}{2}+1 = a$, $\frac{7x}{2}-\frac{17}{4} = b$, $\frac{3x}{2}-6 = c$

Тогда $\frac{1}{2}\log_a b \cdot 4\log_b c \cdot 2\log_c a = 4 \cdot 1 = y \cdot y \cdot (y-1)$

$y^3 - y^2 = 4 \quad y = 2$

При $y<2 \quad y^3 < 2y^2 \quad y^3 = y^2+4 \quad 4 < y^2 \quad y \geqslant 2$ – противоречие

При $y>2 \quad y^3 > 2y^2 \quad 4 > y^2 \quad y<2$ – противоречие

Рассмотрим 3 случая:

I $\frac{1}{2}\log_a b = 1 \quad (4\log_b c = 2\log_c a = 2)$

$\log_a b = 2$

$\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 = \frac{x^2}{4} + x + 1 = \frac{14x-17}{4} \quad x^2+4x+4 = 14x-17$

$x^2 - 10x + 21 = (x-7)(x-3) \quad x = \underline{7}; 3$

$2\log_c a = 2$

$\log_c a = 1 \quad c = a \quad \frac{x}{2}+1 = \frac{3x}{2}-6 \quad \frac{2x}{2} = 7 \quad x = \underline{7}$

$x = 7$: подставим в $4\log_b c$

$4\log_b c = 4\left(\log_{\frac{14 \cdot 49 - 17}{4}} \frac{21-12}{2}\right) = 4\log_{\frac{81}{4}}\frac{9}{2} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$

– $x = 7$ – подходит

$\boxed{2}$

Чистовик

5. (продолжение)

II $2\log_c a = 1$ $(\frac{1}{2}\log_a b = 2,\ 4\log_b c = 2)$

$\Leftrightarrow \log_c a = \frac{1}{2}$

$\sqrt{c} = a$

$c = a^2$

$\frac{3x-12}{2} = \frac{x^2}{4} + x + 1$

$\cancel{3x-12=}\ 6x - 24 = x^2 + 4x + 1$

$x^2 - 2x + 25$

$D = 4 - 100 < 0$ – решений нет

III $4\log_b c = 1$ $(\frac{1}{2}\log_a b = 2,\ 2\log_c a = 2)$

$2\log_c a = 2$

$\log_c a = 1$

$c = a$ $\quad \frac{3x}{2} - 6 = \frac{x}{2} + 1 \quad x = 7$

$4\log_b c = 4\log_{\frac{49\cdot 2-77}{4}} \frac{9}{2} = 4\cdot\frac{1}{2} = 2$

$\frac{1}{2}\log_a b = \frac{1}{2}\log_{\frac{7+2}{2}} \frac{14\cdot 7 - 17}{4} = \frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}} \frac{81}{4} = \frac{1}{2}\cdot 2 = 1$

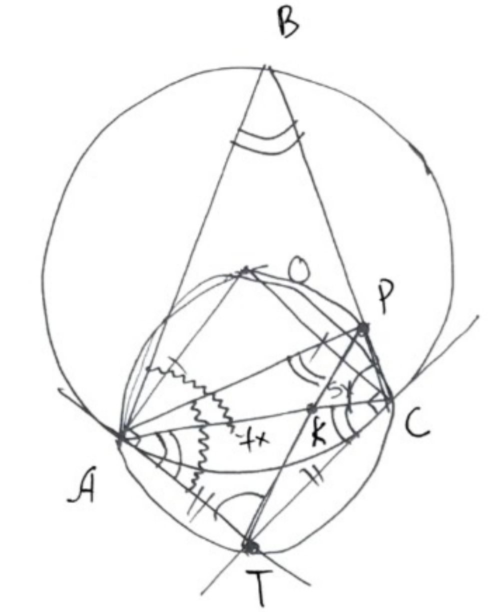
– противоречие

Итого получаем, что единственное решение: $x = 7$

3

$\boxed{\text{Чистовик}}$

6.



T лежит на одной ок-ти с A, O, C т.к. $\angle OAT + \angle OCT = 180^\circ$ $(90^\circ + 90^\circ)$, CT, AT – касательные

$\angle ABC = \angle CAT = \angle ACT$ – углы между хордой и касательной

$\angle APT = \angle ACT$ – опираются на $AT \Rightarrow \angle APT = \angle ABC$

$\angle ATP = \angle ACP$ – опираются на AP

По двум углам $\triangle APT \sim \triangle ABC$

$\angle ATP = \angle ACP$, $\angle AKT = \angle PKC \Rightarrow \triangle ATK \sim \triangle PCK$

$k = AK/KC$, $AK/KC = 7/5$ т.к. $\dfrac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \dfrac{AK}{KC}$

Высота для $\triangle AKP$ и $\triangle CKP$ общая

~~S_{AKT}~~

$AK = KC \cdot \dfrac{7}{5}$

$S_{AKT} = k^2 \cdot S_{PKC} = \left(\dfrac{7}{5}\right)^2 \cdot 5 = \dfrac{49}{5}$

$S_{AKP} = 7$

$S_{APT} = 7 + \dfrac{49}{5} = \dfrac{35+49}{5} = \dfrac{84}{5}$

коэф. подобия $\triangle ABC$ и $\triangle APT = \dfrac{AC}{AK}$

$AK/KC = 7/5$

$AC = 7x + 5x$

$\dfrac{AC}{AK} = \dfrac{12x}{7x} = \dfrac{12}{7}$

$S_{\triangle ABC} = \triangle APT \cdot K^2 = \dfrac{84}{5} \cdot \left(\dfrac{12^2}{7^2}\right) = \cancel{\dfrac{144}{8}} =$

$= \dfrac{7 \cdot 12 \cdot 12^2}{5 \cdot 7^2} = \dfrac{12^3}{35}$

$\boxed{4}$

21100802 (U875158 M1296550)

$17 \cdot 18$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times\ 18 \\ \hline 136 \\ +\ 170 \\ \hline 306 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 306 \\ \times\ 36 \\ \hline 1836 \\ +\ 9180 \\ \hline 11016 \end{array}$$

Черновик

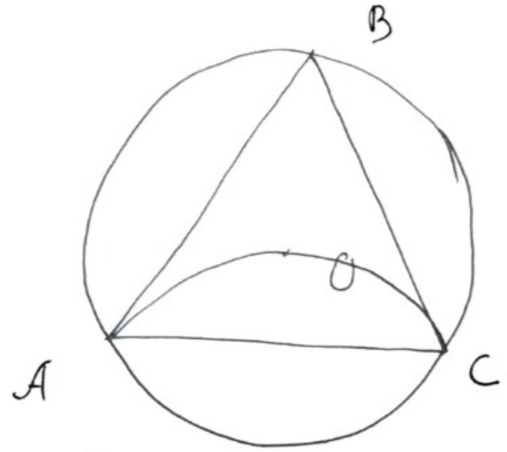
$306 \cdot 30 = \cancel{9018}$

9180

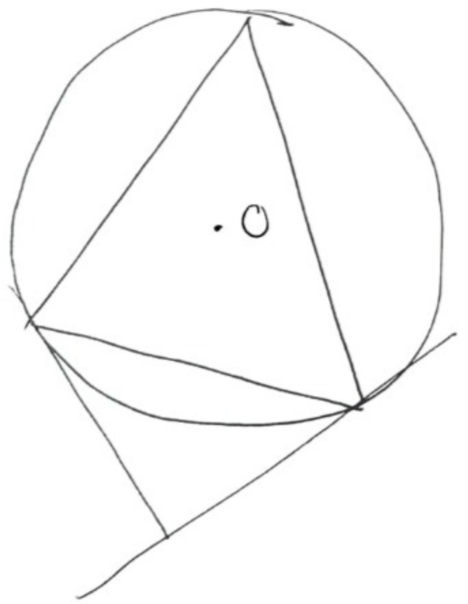
$306 \cdot 6 = 1800 + 36$

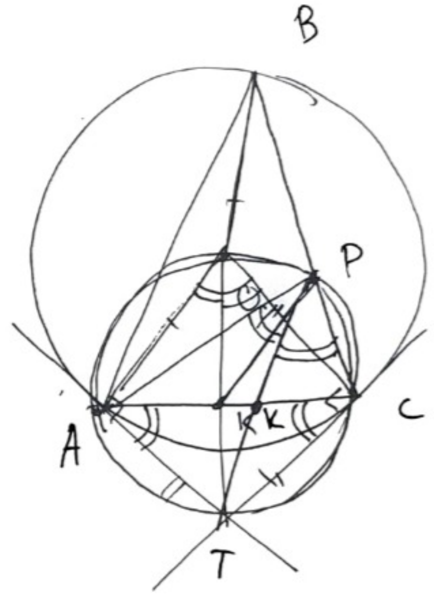
$10980 + 36$

11016



S_{ABC}





$\log_a b = \log_b c = 2$, $\log_c a = 1$ Черновик

$\frac{3x}{2} - 6 = \frac{x}{2} + 1$ $\frac{2x}{2} - 7 = 0$ $x = 7$

$\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 = \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}$ $\frac{x^2}{4} + x + 1 = \frac{14x-17}{4}$

$x^2 + 4x + 4 = 14x - 17$ $x^2 - 10x + 21 = (x-7)(x-3)$ $7 \cdot 14 = 70 + 28 = 98$

$x = 7$

$\log_b c = \log_{\frac{49}{2} - \frac{17}{4}} \frac{14x-17}{4}$ $\frac{3x-12}{2} = \log_{\frac{98-17}{4}} \frac{21-12}{2}$

$98 - 17 = \frac{81}{4}$ $\frac{81}{4}$ $\frac{9}{2} = \frac{1}{2}$ — нет

$\log_a b = \log_c a = 2$, $\log_b c = 1$ — не подходит

$\frac{14x-17}{4} = \frac{3x-12}{2} \Rightarrow 14x - 17 = 6x - 24$ $8x + 7 = 0$ $x = -\frac{7}{8}$

$\log_a b = 2$ $x = 7; 3$

$b = c$ $\frac{14x-17}{4} = \frac{3x-12}{2}$ $\Big|\cdot 4$ $14x - 17 = 6x - 24$

$8x + 7 = 0$ $x < 0$

$\log_b c = \log_c a = 2$ $\log_a b = 1$

$\log a = b$ $\frac{x}{2} + 1 = \frac{14x-17}{4}$ $2x + 4 = 14x - 17$

$12x = 21$ $x = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$

$\log_b c = \log_c a$

$\log_b c =$

1. $\log_c a = 1$ $\frac{3x}{2} - 6 = \frac{x}{2} + 1$ $\frac{2x}{2} = 7$ $x = 7$

— подходит

$2\log_c a = 2$

$\log_a b = 2$ $\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 = \frac{14x-17}{4}$ $x = 3; 7$

$\frac{1}{2}\log_a b = 1$

$\log_b c = \log_{\frac{49\cdot 4 - 17}{4}} \frac{9}{2}$ $\log_{\frac{81}{4}} \frac{9}{2} = \frac{1}{2}$ $4\log_b c = 2$

2 $\log_a b = 1$ $\frac{x}{2} + 1 = \frac{14x-17}{4}$ $2x + 4 = 14x - 17$

$12x = 21$ $x = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$

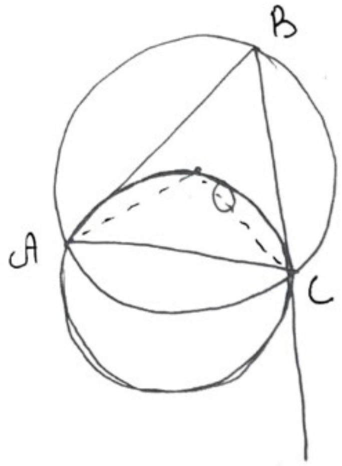
$\log_b c = \log_{\frac{21}{8}} \left(\frac{49}{8} - \frac{17}{4}\right)$ $\frac{4}{8} - 6$ $\frac{21-48}{8}$ $-\frac{17}{8}$ — нет

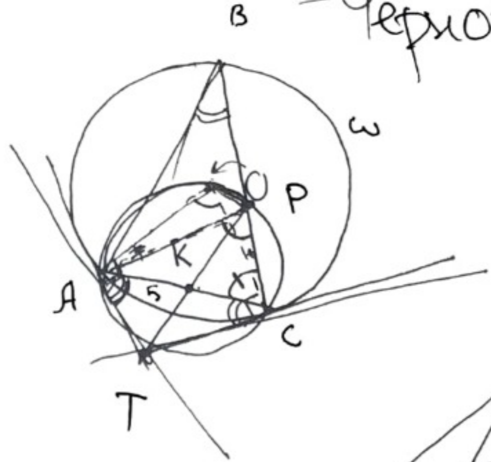
$\frac{49-34}{8}$ $\frac{15}{8}$

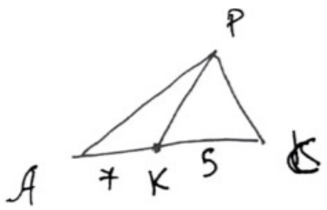
3 $\log_b c = 1$ $\frac{14x-17}{4} = \frac{3x-12}{2}$ $14x - 17 = 6x - 24$

$8x = -$

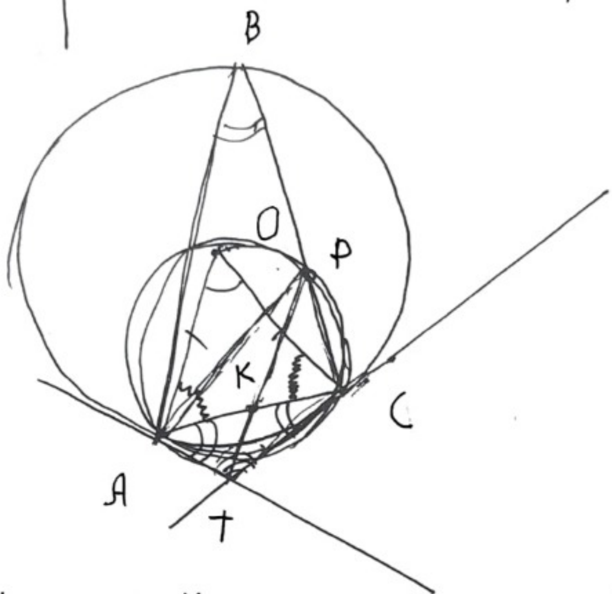
Черновик

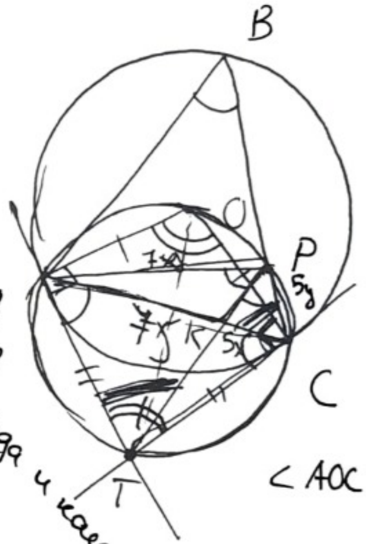






$\frac{AK}{CK} = \frac{7}{5}$





хорда и касательная

$\angle AOC = \angle TAC + \angle ACA$

PK – биссектриса $\triangle APC \Rightarrow$ $AP : PC = AK : KC$

НОД$(a;b;c) = 14$

$a = 14k \quad b = 14m \quad c = 14n$

НОД$(k;m;n) = 1$

НОК$(a;b;c) \leq 14kmn$ k — m \ n /

$\triangle APT \sim \triangle ABC$

$2^{17}\cdot 7^{18} = 14^{17}\cdot 7$

$\cancel{14^{17}}$ $2^{17}\cdot 7^{18} = k\cdot 14\cdot x = 14m\cdot y = 14n\cdot z$

$k, m, n = 2^{\alpha}\cdot 7^{\beta}$

$a, b, c = 2^x 7^y$ если $x_a; x_b\ x_c > 2$, НОК > 49

Один из x_a, x_b, x_c равен 1

То же самое с y_a, y_b, y_c

I число 1 Если $x_a < 17$ или $y_a < 18$ — НОК
$x_b < 17$ $y_b < 18$ можно
$x_c < 17$ $y_c < 18$ уменьшить

значит есть

$x_a = 1$ $y_a = 1$ и $x_c \in [1; 17]$

$x_b = 17$, $y_b = 18$ и $y_c \in [1; 18]$

$x_a\ x_b\ x_c$ 1, 17, x
17, 1, x

$x_a\ x_b\ x_c$ 18 вариантов, x, 17

$y_a\ y_b\ y_c$ 19 вариантов

18 · 6

19 · 6

Черновик

$\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}+1)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$; $2\cdot 2\log_{\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}\left(\frac{3x}{2}-6\right)$

$2\log_{\left(\frac{3x}{2}-6\right)}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

$$\begin{cases}\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\geq 0\\ \frac{3x}{2}-6\geq 0\\ \frac{x}{2}+1\end{cases}$$

Пусть $\frac{x}{2}+1=a$

$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=b$

$\frac{3x}{2}-6=c$

$a=2$

$a^3=4+a^2$

$\cancel{a^2(a-1)}$

$a^3-a^2=4$

$\frac{1}{2}\log_a b,\ 4\log_b c\quad 2\log_c a$

$\underbrace{\log_a b\cdot\log_b c\cdot\log_c a}_{\log_a a}\cdot 2\cdot 4\cdot\frac{1}{2}=4$

$a^3-a^2=b^3-b^2=c^3-c^2$

$a>2\quad a^3>8\quad a^3>a^2+a^2\quad 4\geq a^2$ ~~противоречие~~

$\boxed{a=2}\quad a<2\quad a^3<a^2+a^2\quad 4<a^2$

I $\log_{(\frac{x}{2}+1)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=2$

$\frac{x^2}{4}+x+1=\frac{14x-17}{4}=$

$x^2+4x+4=14x-17$

$x^2-10x+21=0$

$(6;3)\ (9;2)$

$100+4\cdot 18$

72

172

$x_1x_2=21$

$x_1x_2=10$

$\boxed{\begin{matrix}x_1=7\\ x_2=3\end{matrix}}$

$\log_b c=\log_a b$

$\log_b c=2=\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)=2$

$14^2=100+80$

$40+28$

$\frac{(14x-17)^2}{16}=\frac{3x-12}{2}$

$(14x-17)^2=24x-96$

$17\cdot 14=170+17\cdot 4$

68

$196x^2-476x+289+96-24x=0$

$170+68$

$238\cdot 2$

$196x^2-500x+385=0$

476

$14^2=100+140+49$

21100802 (U875158 M1296550)