# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100759**

ID профиля: **802497**

Вариант 22

~~№2~~

Чистовик. ①/6

№1

$S = 15a_1 + \frac{14\cdot 15}{2}k = 15a_1 + 105k$ где $k$ - разность прогрессии $\Rightarrow k \in \mathbb{N}$ т.к. все члены последовательности целые.

из условия:

$$\begin{cases}(a_1+6k)(a_1+15k) > 15a_1+105k-24\\ (a_1+10k)(a_1+11k) < 15a_1+105k+4\end{cases}$$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases}a_1^2+21a_1k+90k^2 > 15a_1+105k-24\\ a_1^2+21a_1k+110k^2 < 15a_1+105k+4\end{cases}$$

$\Downarrow$

$20k^2 < 28 \Rightarrow k^2 < 1{,}4$ т.к. $k \in \mathbb{N}$, то единственное возможное значение $k=1$.

Подставим в начальную систему.

$$\begin{cases}a_1^2+21a_1+90 > 15a_1+105-24\\ a_1^2+21a_1+110 < 15a_1+105+4\end{cases}$$

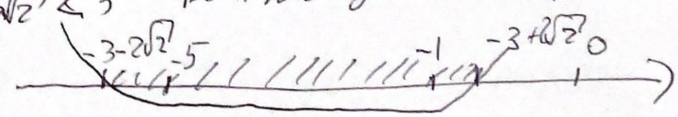
$\Updownarrow$

$$\begin{cases}a_1^2+6a_1+9>0\\ a_1^2+6a_1+1<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(a_1+3)^2>0\\ \left(a_1-\left(\frac{-6+4\sqrt{2}}{2}\right)\right)\left(a_1-\left(\frac{-6-4\sqrt{2}}{2}\right)\right)<0\end{cases} \Leftrightarrow$$

$D = 36-4=32=16\cdot 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}a_1 \neq -3\\ (a_1-(-3+2\sqrt{2}))(a_1-(-3-2\sqrt{2}))<0\end{cases}$$ заметим, что $2\sqrt{2}=\sqrt{8} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$2\sqrt{2}$~~ $2 < 2\sqrt{2} < 3$ реш. методом интервалов



Чистовик

№1 продолжение.

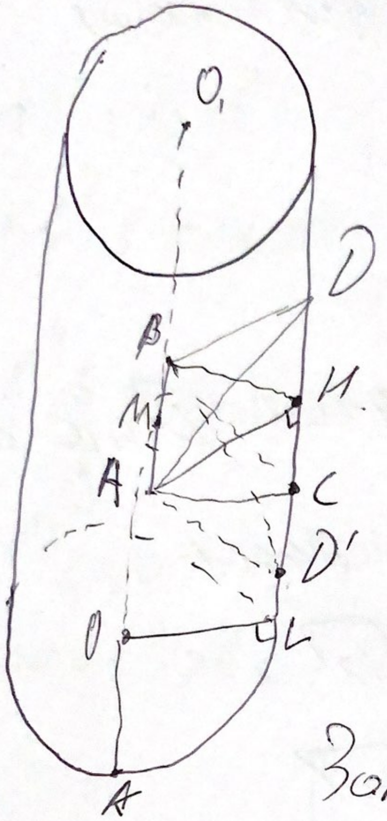
(2)/16

$$\begin{cases} a_1 \neq 3 \\ a_1 \in (-3-2\sqrt{2}; -3+2\sqrt{2}) \end{cases}$$

Целые решения данной системы: $\{-5; -4; -2; -1\}$

Ответ: $a_1 \in \{-5; -4; -2; -1\}$

№2. Чистовик ~~[illegible]~~ 3 /16




Дано: $AB=4$

$AD=DB=7$

$AC=CB=5$

$CD \perp OL$ пл. основ

$CD \parallel OO_1$

Найти: ~~[illegible]~~ при мин. $OL$

$CD$

Заметим, что поскольку $\triangle DAC = \triangle DBC$ по 3 сторонам, основания высот из точки ~~a~~ $A$ и $B$ в этих $\triangle$ совпадают. $\Rightarrow AHB \parallel OLk \Rightarrow AB \perp OO_1$. Заметим, что проекция $AB$ - это хорда окр. основания. ~~[illegible]~~ диаметр - наибольшая хорда. т.к. проекция $AB$ равна $AB$, диаметр больше или равен 4. $\Rightarrow r \geq 2$ Равенство достигается, когда м-ср $AB$ лежит на $OO_1$. $\Rightarrow MH = r = 2$. $MC^2 = 5^2 - AM^2 = 25 - 4 = 21$ $HC^2 = Mc^2 - MH^2 = 21 - 4 = 17$

~~Чи~~ Чистовик. (4)/6

№2 (продолжение)

$MD^2 = 9^2 - 6^2 = 45$

$DH^2 = MD^2 - MH^2 = 45 - 4 = 41$

$DH = \sqrt{41}$

$CH = \sqrt{17}$ Есть 2 ~~сл~~ случая - D и C с одной стороны от H, и D и C с разных.

1) $DC = DH - CH = \sqrt{41} - \sqrt{17}$

2) $DC = DH + CH = \sqrt{41} + \sqrt{17}$

Ответ: $DC \in \{\sqrt{41} - \sqrt{17}; \sqrt{41} + \sqrt{17}\}$

Чистовик. 3/6

№03

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b;\,50) \quad (2)\end{cases}$$

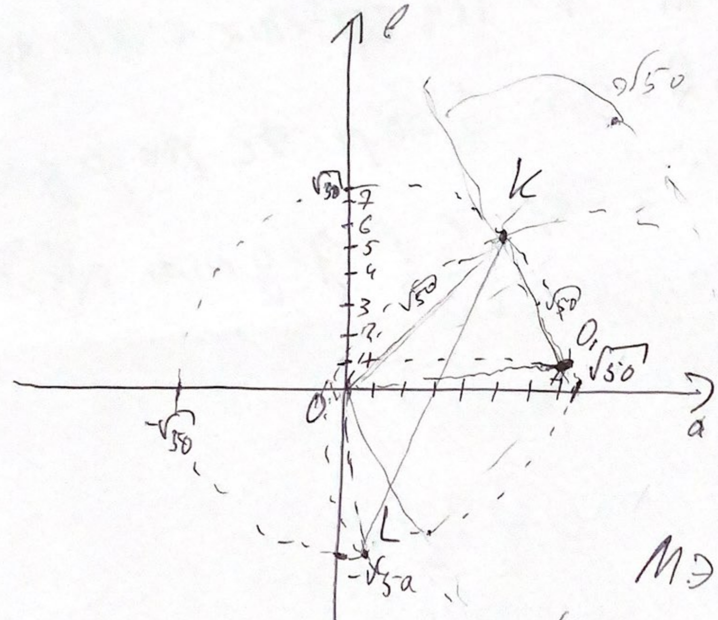
– окружность $r=\sqrt{50}$ и центром в точках $(a;b)$

2) $a^2+b^2 \le \min(14a+2b;\,50)$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases}a^2+b^2 \le 50 \\ a^2-14a+b^2-2b \le 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2+b^2 \le 50 \\ (a-7)^2+(b-1)^2 \le 50\end{cases}$$

пересечение 2 окружностей с радиусом $\sqrt{50}$ и центром в точках $(0;0)$ и $(7;1)$
$O$ $O_1$

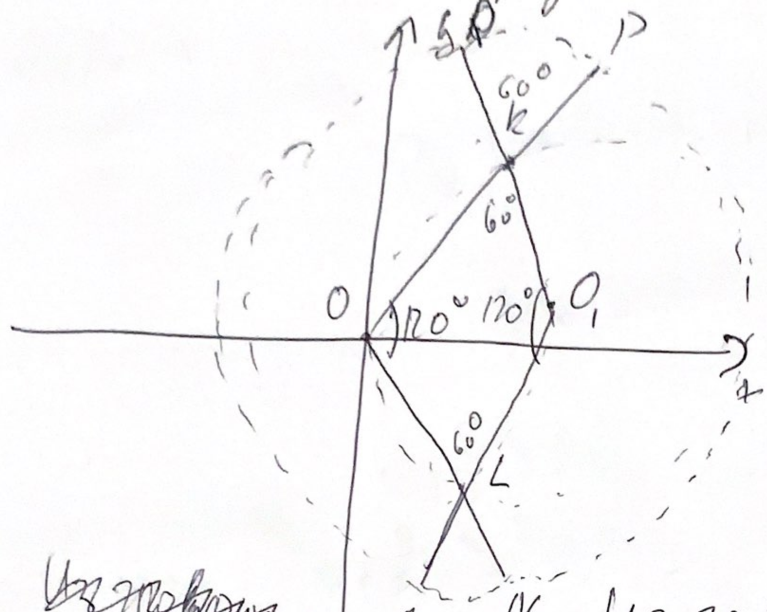



Заметим, что $O_1$ лежит на первой окр. и $O$ лежит на второй.

Площадь фигуры M это площадь, которую покрывают окружности с центрами в пересечение первых двух окр. ~~Эта фигура будет пересечение 2 окружностей. Одна с центром в точке $O$ и радиусом $2\sqrt{50}$, а вторая с центром в точке $O_1$ и радиусом $2\sqrt{50}$.~~

Чистовик. 6/16

№3 продолжение.




~~Из правильности~~ Из чертежа очевидно, что:

Фигура $\overset{\frown}{O_1MR}$ - это $\frac{1}{3}$ окр. с радиусом $2\sqrt{50}$

Фигура $PON$ это $\frac{1}{3}$ окр. с радиусом $2\sqrt{50}$

$RKP$ - $\frac{1}{6}$ окр с радусом $\sqrt{50}$

$MLN$ - $\frac{1}{6}$ окр. с радиусом $\sqrt{50}$

$MO_1R = PON = \frac{1}{3}\pi \cdot 200 = \frac{200}{3}\pi$

$RKP = MLN = \frac{1}{6}\pi \cdot 50 = \frac{50}{6}\pi$

$S_м = MO_1R + PON + RKP + MLN - S_{KOLO_1} =$

$= \frac{450}{3}\pi - 2S_{KOO_1} = 150\pi - 25 =$

$= 25(6\pi - 1)$

Ответ: $25\cdot(6\pi-1)$

Черновик ~~Чистовик~~

№ 2.


Дано: $AB = 4$

$AD = DB = 7$

$AC = CB = 5$

$CD \perp OL$ (паралл. ~~бок. стороне~~ оси)

Найти: границы $CD$ при том, что $OC$ - мин. из возможных.

~~Докажем, что~~ Заметим, что $C$ можно переместить в пл. основания парал. переносом на вектор парал. оси цилиндра. при этом точки $A, B, D, C$ останутся на цилиндре. Докажем, что радиус будет мин., когда $AB \parallel$ плоскости основания и проецируется на диаметр. ~~Заметим, что диаметр наибольшая проекция~~

$AB \parallel$ плоскости основания, т.к. высоты в $\triangle ADC$ и $\triangle BDC$ из точек $A$ и $B$ соответственно имеют общее основание т.к. $\triangle$ предг. равны (по усл.) => плоскость $ABH \parallel$ плоскости основания (т.к. $CD \perp$ оси и $CD \perp (ABH)$) => $AB \parallel$ плоскости оси. => ~~хорда~~ => проекция $AB$ на основание, равная $AB$, это какая-то хорда окр., а диаметр - наибольшая хорда =>

~~Черн~~ ~~Чистовик~~. черновик

№ 7 (продолжение

$\Rightarrow$ при минимальном радиусе $AB = 2r \Rightarrow r = 2$

Также ось цилиндра проходит через сер. $AB$

пусть точка $M$. тогда $OM = HC$ $\quad MH = r = 2$

$$CM = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$$

$$HC = \sqrt{21 - 4} = \sqrt{17}$$

$$MD = \sqrt{49 - 4} = 3\sqrt{5} \; (\sqrt{45})$$

$$DH = \sqrt{45 - 4} = \sqrt{41}$$

Точки $C$ и $D$ могут лежать либо с одной стороны от $H$, либо с разных $\Rightarrow$
$$\left[\begin{array}{l} CD = \sqrt{41} + \sqrt{17} \\ CD = |\sqrt{17} - \sqrt{41}| \end{array}\right.$$

Ответ: $\{\sqrt{41} + \sqrt{17};\ \sqrt{41} - \sqrt{17}\}$

Черновик

$15a_1 + \cancel{\dots} \frac{14\cdot15}{2}k = 15a_1 + 105k$

$(a_1+6k)(a_1+15k) > 15a_1 + 105k \cancel{\dots} - 24$

$(a_1+10k)(a_1+11k) < 15a_1 + 105k + 4$

$\cancel{a_1^2 + 21a_1k + 90k^2}$

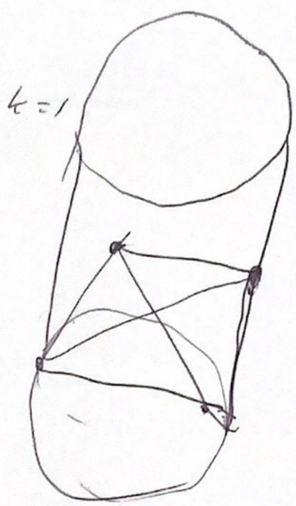
$a^2 + 21a_1k + 110k^2$

$15a_1 + 105k$

$20k^2 < 28$

$k^2 < 1{,}4$

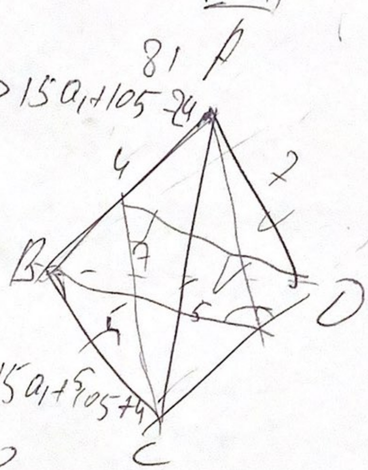
$\boxed{k=1}$

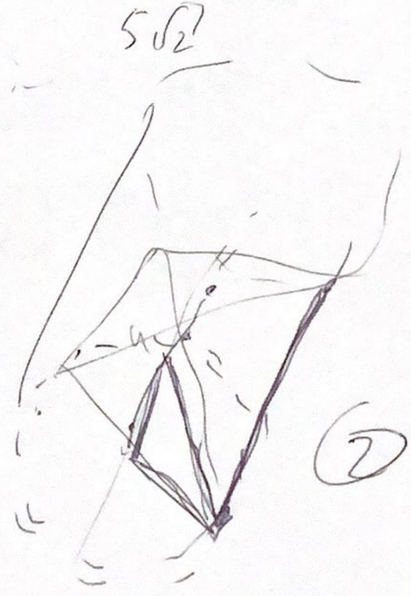



$a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24$

$a^2 + 6a + 9 > 0$

$\boxed{a \neq -3}$




$a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4$

$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$

$\cancel{a_1 AB}$

$36 - 4 = 32 = 4\cdot8 = 44 \quad 4\sqrt{2}$

$-\cancel{6}4\sqrt{2}$

$(a_1+6)(a_1+15) = a_1^2 + 21a_1 + \cancel{\dots} 90 =$

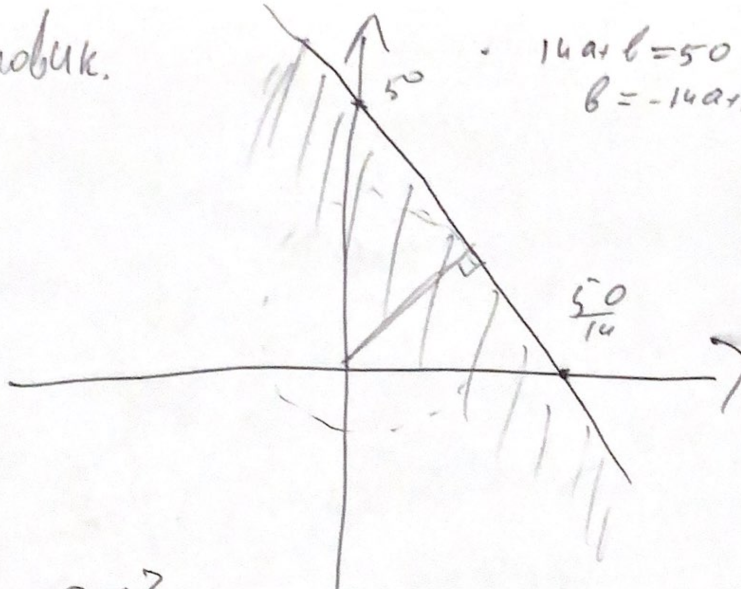
$a_1 \quad a_1 + k \quad a_1 + 2k \quad a_1 + 3k \dots a_n = a_1 + (n-1)k$

$a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 \cdot n + (k + 2k + \dots (n-1)k)$

$$\left(\frac{-6 \pm \cancel{8}4\sqrt{2}}{2}\right)$$

$5^2 - 2^2 = 25 - 4 \quad \sqrt{21}$ м

Черновик.




$14a+b=50$

$b=-14a+50$

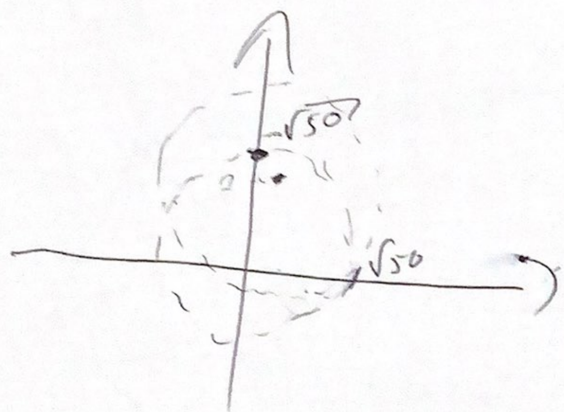
$a^2+b^2 \le \min(14a+b;\ 50)$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 50 \\ a^2-14a+b^2-2b \le 0 \end{cases}$$

$\Updownarrow$

$(a-7)^2+(b-1)^2 \le 5$




$\sqrt{50} \times \frac{\sqrt{50}}{2} = \frac{50}{2} = 25$

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100759**

ID профиля: **802497**

Вариант 22

Чистовик ① 8

№2.

Пусть какие-то два логарифма равны $a$.
Тогда 3-ий равен $a-1$.

$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$ | ОДЗ: $\frac{x}{2}+1>0$ $x\neq 0$

$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$ | $\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0$ $\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\neq 1$

$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)$ | $\frac{3x}{2}-6>0$ $\frac{3x}{2}-6\neq 1$

Учитывая ОДЗ $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$

$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2=4\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\frac{3x}{2}-6$

$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=2\log_{(\frac{3x}{2}-6)}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

Возведём $\frac{x}{2}+1$ в степень произведения этих логарифмов. Получим $\left(\frac{x}{2}+1\right)^4=\left(\frac{x}{2}+1\right)^{a^2(a-1)}$

$\Leftrightarrow 4=a^2(a-1) \Leftrightarrow \frac{4}{a^2}=a-1$ реш. есть только при $a>1$, при этом на $a\in[1;+\infty)$ $\frac{4}{a^2}\downarrow$ $a-1\uparrow$

($\Leftrightarrow$ т.к. по ОДЗ $\frac{x}{2}+1\neq 1$)

т.к. log из ОДЗ $\neq 0$

$\Rightarrow$ реш. единственно и оно $a=2$

$\frac{4}{2^2}=1$

Чистовик ⓶ 18

№2 (продол)

Значит ~~2~~ 2 из логарифмов равны 2, а ещё один 1.

Рассмотрим 3 случая:

1) $\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=1$

$\Updownarrow$ ОДЗ

~~$\left(\frac{x}{2}+1\right)^2=\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$~~

$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)-\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{x}{2}+1\right)^2=0$

$\Updownarrow$

$\left[\begin{array}{l}\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=1 \text{ - не подх. под ОДЗ}\\ \left(\frac{x}{2}+1\right)^2=\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\end{array}\right.$

$\Updownarrow$

$\frac{x^2}{4}+x+1=\frac{14x-17}{4}$

$\Updownarrow$

$x^2+4x+4=14x-17$

$\Updownarrow$

$x^2-10x+21=0$

$\Updownarrow$

$(x-3)(x-7)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\x=7\end{array}\right.$

Чистовик. 3/18

№02 (продолжение)

Проверка: ~~x ОДЗ~~

$x=3$ $\quad \frac{3}{2}+1>0 \quad \frac{3}{2}+1\neq 1$

$\frac{21}{2}-\frac{17}{4}>0 \neq 1$

$\frac{9}{2}-6<0$ - не подходит

$x=7$ $\quad \frac{7}{2}+1>0\neq 1$

$\frac{49}{2}-\frac{17}{4}>0\neq 1$

$\frac{21}{2}-6>0\neq 1$ подходит $\boxed{x=7}$

2) $\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2=1$

$\cancel{\Updownarrow \text{ по ОДЗ}}$

$\cancel{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}=\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2}$

$\cancel{\Updownarrow \text{ по ОДЗ}}$

$\cancel{\begin{cases} x>4 \\ \left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\left(\frac{3x}{2}-6\right)^4 \end{cases}}$

Тогда $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=2 \underset{\text{по ОДЗ}}{\Leftrightarrow} \log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{x}{2}+1\right)=1 \Leftrightarrow$

$\underset{\text{по ОДЗ}}{\Leftrightarrow} \frac{x}{2}+1=\frac{3x}{2}-6 \Leftrightarrow \boxed{x=7}$ (проверено)

Чистовик.



№2 (продолжение)

3) $\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=1$

$\Updownarrow$ по ОДЗ

$\frac{x}{2}+1=\sqrt{\frac{3x}{2}-6}$

$\Updownarrow$ по ОДЗ

$\frac{x^2}{4}+x+1=\frac{3x}{2}-6$

$\Updownarrow$

$x^2+4x+4=6x-24$

$\Updownarrow$

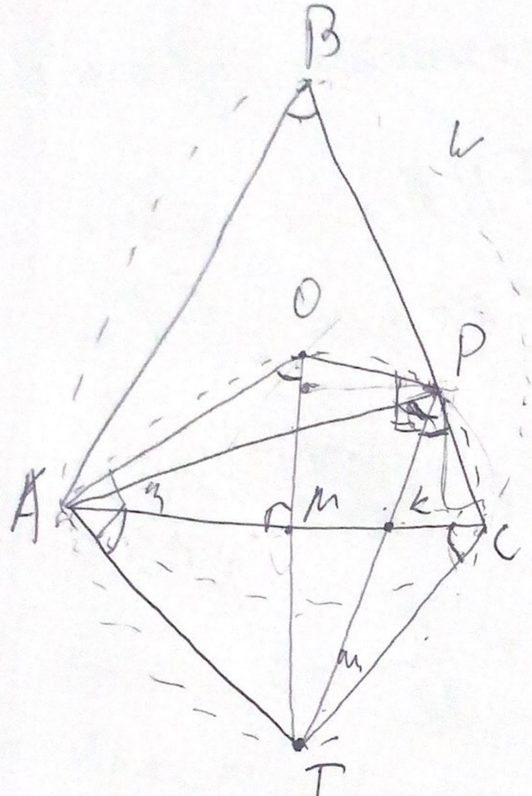
$x^2-2x+28=0$

реш. нет.

Ответ: $\boxed{x=7}$

Чистовик. 5 18

№ 03.




~~Дано: $S_{APK}$ ... $=?$ $S_{CPK}=5$~~

Дано: $S_{APK}=?$

$S_{CPK}=5$

$\angle ABC=\operatorname{arctg}\frac{3}{4}$

Найти: $S_{ABC}-?$

$AC-?$

Заметим, что $\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC=\angle CAT=\angle ACT$ по т. об угле между кас. и хордой, а также т.к. $\angle AOC$ - центр. для $\angle ABC$. $\Rightarrow \triangle TAC$ - равнобед. $\Rightarrow$ Высота, медиана и биссек. из точки T совпадают. $\triangle AOC$ - равнобед. т.к. $AO$ и $CO$ - радиусы w. $\Rightarrow$ $OT\perp AC$ и пересек. в середине. Т.к. $OT$ - биссек. $\angle AOC$ $\angle AOT=\frac{1}{2}\angle AOC=\angle ACT\Rightarrow$ точки A, O, C и T лежат на одной окружности, а по условию P лежит на этой же окружности.

Чистовик. (6) 18

№3 продолжение

т.к. точки A, P, C и T лежат на одной окр.

$\angle CAT = \angle CPT \Rightarrow PT \parallel AB$ т.к. равны односторон. углы при секущей BC $\Rightarrow$

$\Rightarrow PK \parallel AB \Rightarrow S_{ABC} : S_{PCK} = \left(\frac{AC}{CK}\right)^2$

$\frac{CK}{KA} = \frac{S_{PCK}}{S_{PAK}} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{CK}{AC} = \frac{5}{12} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABC} = 5 \cdot \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \boxed{\frac{144}{5}}$

$OM = \frac{1}{3} h$ (высота)

$AC = 2\, OM \cdot tg\, ABC = \frac{2}{3} h \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2} h$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot AC = \frac{1}{4} h^2 \Rightarrow h = \frac{24}{\sqrt{5}}$

$AC = \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

Ответ: $S_{ABC} = \frac{144}{5}$ $AC = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

Чистовик 7/8

№1.

Поскольку НОК$(a,b,c) = 2^{17}\cdot 7^{8}$ $a,b,c$ имеют вид $2^{k}\cdot 7^{n}$. Пусть $a=2^{k}\cdot 7^{n}$
$b=2^{k'}\cdot 7^{n'}$ тогда
$c=2^{k''}\cdot 7^{n''}$

Т.к. НОД$(a;b;c)=2\cdot 7$ числа $k, k', k''$ — взаимно
$n, n', n''$ просты.

Заметим, что хотя бы одно из чисел $k, k', k''$ = 17, $n, n', n''$ = 18 т.к. иначе нок будет меньше. Притом больше 0. ~~Пусть $k=17$, $n=18$.~~

~~Рассмотрим случай, когда только одно из $k, k', k''$ равно 17. Тогда другие 2 различны. Вариантов когда 16 в итоге $3\cdot(16^2)$ $16\cdot 15$, когда совпадают когда 2 из чисел $k, k', k''$ равно 17: $C_3^2\cdot 16 = 3\cdot 16$~~

~~Ответ: $\boxed{3\cdot 16\cdot 17}$~~

Чистовик (8) /8

№1 продол.

варианты на k: (17, ...)

~~если 1 число~~ хотя бы одно из $k=1$,
и хотя бы одно равно 17 =>

т.к. иначе НОК или НОД не будут соответ. условию

=> вариантов на k

для n аналогичного варианта 18

Ответ:

=> Вариантов на k $17 \cdot 3$

аналогично для n:

Вариантов на n: $18 \cdot 3$

Ответ: $18 \cdot 17 \cdot 3 \cdot 3 = \boxed{18 \cdot 17 \cdot 9} = \boxed{2754}$

Черновик. Чистовик (8)

№9 (продолжение)

Для k: пусть только одно n, n', n'' равно 18.

Тогда для остальних двух должно выполняться следующее: либо одно из них взаимно просто с 18 (17; 13; 11; 7; 5), либо они между собой взаимно просты. Вариантов в первом случае 5·17.

Во втором случае переберем не взаимно-простые пары: (2; 2) (2; 4) (2; 6) (2; 8) (2; 10) (2; 12) (2; 14) (2; 16)
(3; 3) (3; 6) (3; 9) (3; 12) (3; 15)
(4; 4) (4; 8) (4; 10) (4; 12) (4; 14) (4; 16)
(5; 5) (5; 10) (5; 15) (6; 6) (6; 8) (6; 9) (6; 10) (6; 12) (6

Во втором случае

Черновик

$$\begin{array}{r} \times\ 18 \\ 17 \\ \hline 126 \\ 18\phantom{0} \\ \hline 306 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 306 \\ 9 \\ \hline 1854 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 309 \\ 9 \\ \hline \end{array}$$

2 3 5 7 9 11 13 15

2 4 6 8

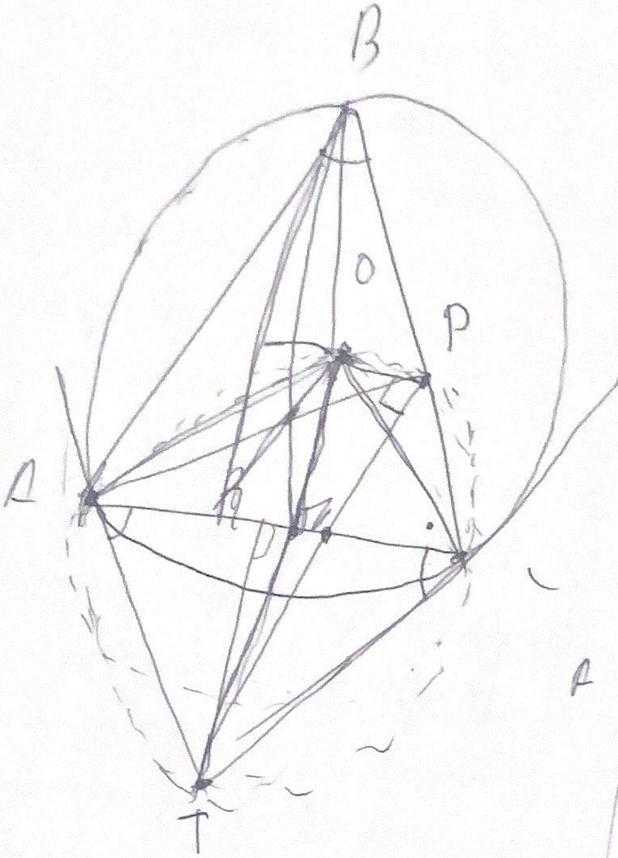
x

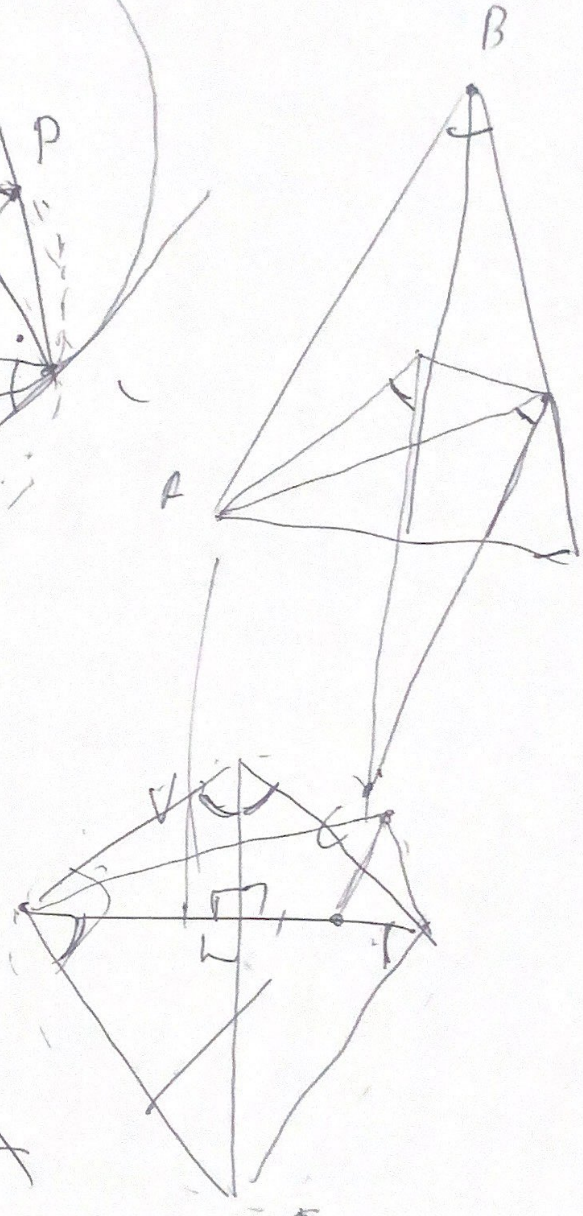
$\frac{3}{4}x \cdot 3x = \frac{9x^2}{4} = \frac{144}{5}$

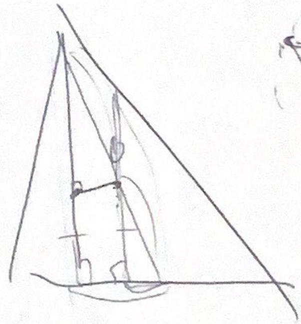
$\frac{1}{3}$ $\frac{12}{\sqrt{5}}$ $x = \frac{24}{3\sqrt{5}} = \frac{24\sqrt{5}}{15}$

$\frac{12\sqrt{5}}{10}$ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

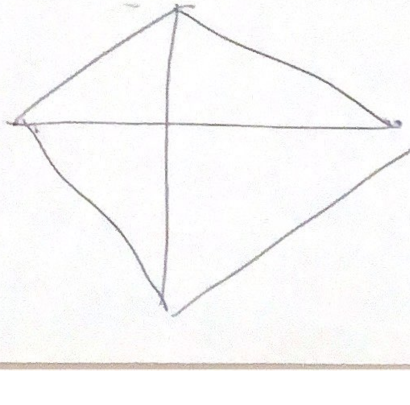
# Черновик



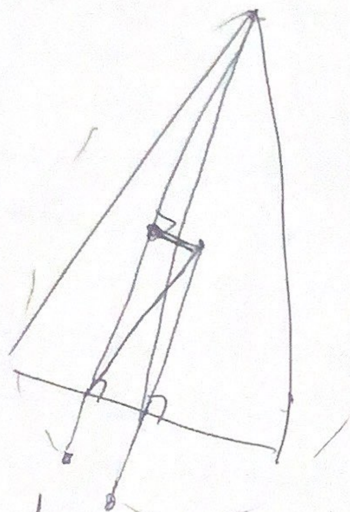



A m. OM



Чернович



$$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$$

$$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2=4\cdot\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\frac{3x}{2}$$

$$\log_{\sqrt{\frac{3}{2}x-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=2\log_{\frac{3}{2}x-6}\frac{x}{2}+1$$

$$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2} \quad \log_{\frac{\sqrt{14x-17}}{2}}$$

$$\left(\frac{x}{2}+1\right)^{4}=\left(\frac{x}{2}+1\right)^{a^2(a-1)}$$

$$a-1=\frac{4}{a^2}\left(\frac{2}{a}\right)^2$$

2

$$\underbrace{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}_{t}\quad\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$$

$$\frac{3x}{2}-6$$

14

x 3

$$20+42 \quad t^{a\cdot a\cdot(a-1)}=t^{\frac{1}{4}}$$

7

$$a^3-a^2=\frac{1}{4}$$

$$\frac{21}{2}$$

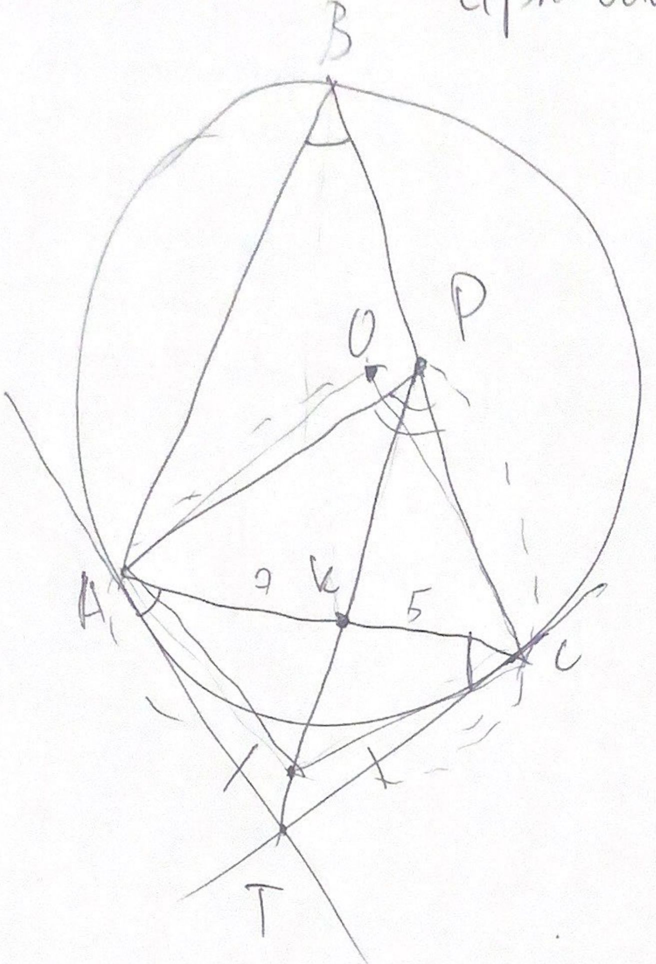
$$4a^2(a-1)=\frac{1}{4}$$

$$a^3-a^2-\frac{1}{4}=0$$

$$a-1=\frac{1}{4a^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Черновик




$НОД(a;b;c)=14$

$НОК(a;b;c)=2^{19}\cdot 7^{18}$

$k=C_{18}^{2}$

$k=2$

1 2 3

$a=2\cdot 7\cdot 2^{k}\cdot 7^{n}$

$a=2^{k}\cdot 7^{n}$ $\quad 1\leq k, k', k''\leq 17$

$b=2^{k'}\cdot 7^{n'}$ $\quad 1\leq n, n', n''\leq 18$

$c=2^{k''}\cdot 7^{n''}$