Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100433**

ID профиля: **369262**

Вариант 22

(1)

Чистовик.

№1

Пусть d - разность членов арифметической прогрессии. Т.к все члены прогрессии - целые числа, то d целый, т.к последовательность возрастающая, то $d \in \mathbb{N}$.

$$S = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(a_1 + a_1 + 14d) \cdot 15}{2} = (a_1 + 7d) \cdot 15.$$

$a_7 = a_1 + 6d$; $a_{16} = a_1 + 15d$; $a_{11} = a_1 + 10d$; $a_{12} = a_1 + 11d$.

По условию:

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 15d) > (a_1 + 7d) \cdot 15 - 24 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) < (a_1 + 7d) \cdot 15 + 4. \end{cases}$$

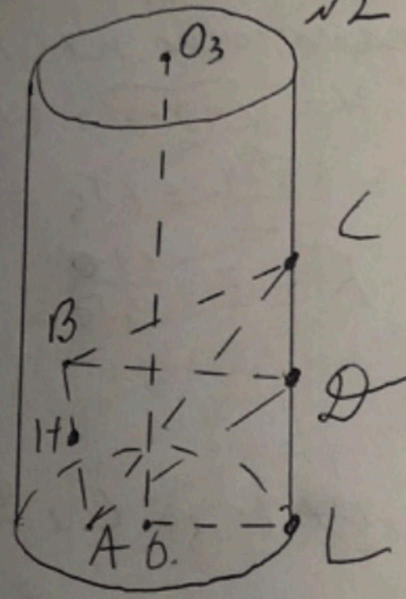
$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 d + 110d^2 < 15a_1 + 105d + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ -a_1^2 - 21a_1 d - 110d^2 > -15a_1 - 105d - 4 \end{cases}$$

Т.к у обих неравенств один знак, то можно сложить их левые и правые части:

Чистовик

③



Дано: $AB = 4$

$AC = CB = 5$

$AD = DB = 7$.

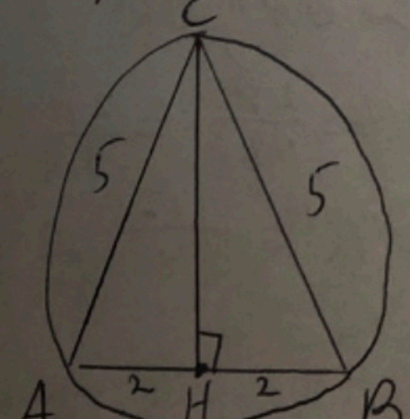
$CD \parallel OO_3$.

Найти CD при V_{min}

Решение:

Опустим $\perp$ на сторону AB в пл. ABC и пл. ABD. Т.к ΔABC и ΔABD - равнобедренные с основанием AB, то эти $\perp$ пересекутся в одной т. Пусть это будет т. H.

Рассмотрим пл ABC:



$AH = HB = \frac{4}{2} = 2$, т.к ABC - равнобед, CH - высота.

$CH = \sqrt{25-4} = \sqrt{21}$

Т.к т. A, B, C лежат на боковой поверхности цилиндра, то они отсекают от него окружность, которая описана вокруг ΔABC.

$$S_{ABC} = \frac{CH \cdot AB}{2} = 2\sqrt{21} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 4}{4R_1}$$

$$R_1 = \frac{25}{2\sqrt{21}}.$$

Чистовик

$-20d^2 > -28$; $d^2 < \frac{7}{5}$. Т.к $d \in N$, то подходит единственное значение $d=1$. (2)

При $d=1$:

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1 \neq -3 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0. \end{cases}$$

$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$

$D = 36 - 4 = 32$

$$\begin{cases} a_1 > \frac{-6-4\sqrt{2}}{2} \\ a_1 < \frac{-6+4\sqrt{2}}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1 > -3-2\sqrt{2} \\ a_1 < -3+2\sqrt{2} \end{cases}$$

Т. к по условию $a_1 \in Z$, то подходят:

$a_1 = \{-5; -4; -3; -2; -1\}$

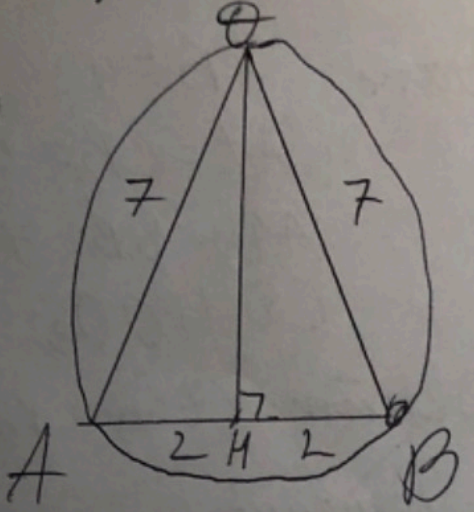
С учётом того, что $a_1 \neq -3$ получаем:

Ответ: $a_1 \in \{-5; -4; -2; -1\}$

21100433 (U369262 M1297363)

Рассмотрим пл. ABD: Чистовик

(4)



Аналогично пл. ABC:

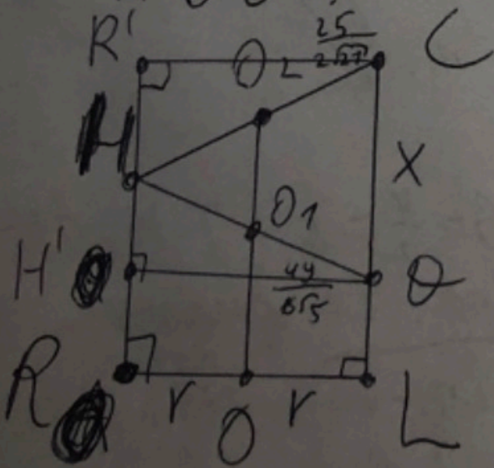
$DH = \sqrt{49-4} = 3\sqrt{5}$.

$S = \frac{3\sqrt{5}\cdot 4}{2} = 6\sqrt{5} = \frac{49\cdot 4}{4R_2}$

$R_2 = \frac{49}{6\sqrt{5}}$

Т.к $CD \parallel OO_3$ и т. C и D лежат на боковой поверхности цилиндра, то CD лежит ~~на боков~~ на образующей цилиндра.

Пусть $CD = x$, рассмотрим пл. $CHOD$:



Пусть r – радиус основания конуса.

Проведем DH', $CR' \perp RR'$.

$\sin\angle H'HD = \frac{2r}{HD} = \frac{2r}{3\sqrt{5}}$

$\sin\angle CHR' = \frac{2r}{CH} = \frac{2r}{\sqrt{21}}$

По т. косинусов для $\triangle CHD$:

$x^2 = 21 + 45 - 6\sqrt{105}\cdot\cos\angle CHD$.

$\cos\angle CHD = \cos(180 - \angle H'HD - \angle CHR') = -\cos(\angle H'HD + \angle CHR')$

⑤ Чистовик

№3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50)\end{cases}$$

Рассмотрим нижнее неравенство:

Если $b \le 25-7a$:

$a^2+b^2 \le 14a+2b$

$(a-7)^2+(b-1)^2 \le 50$

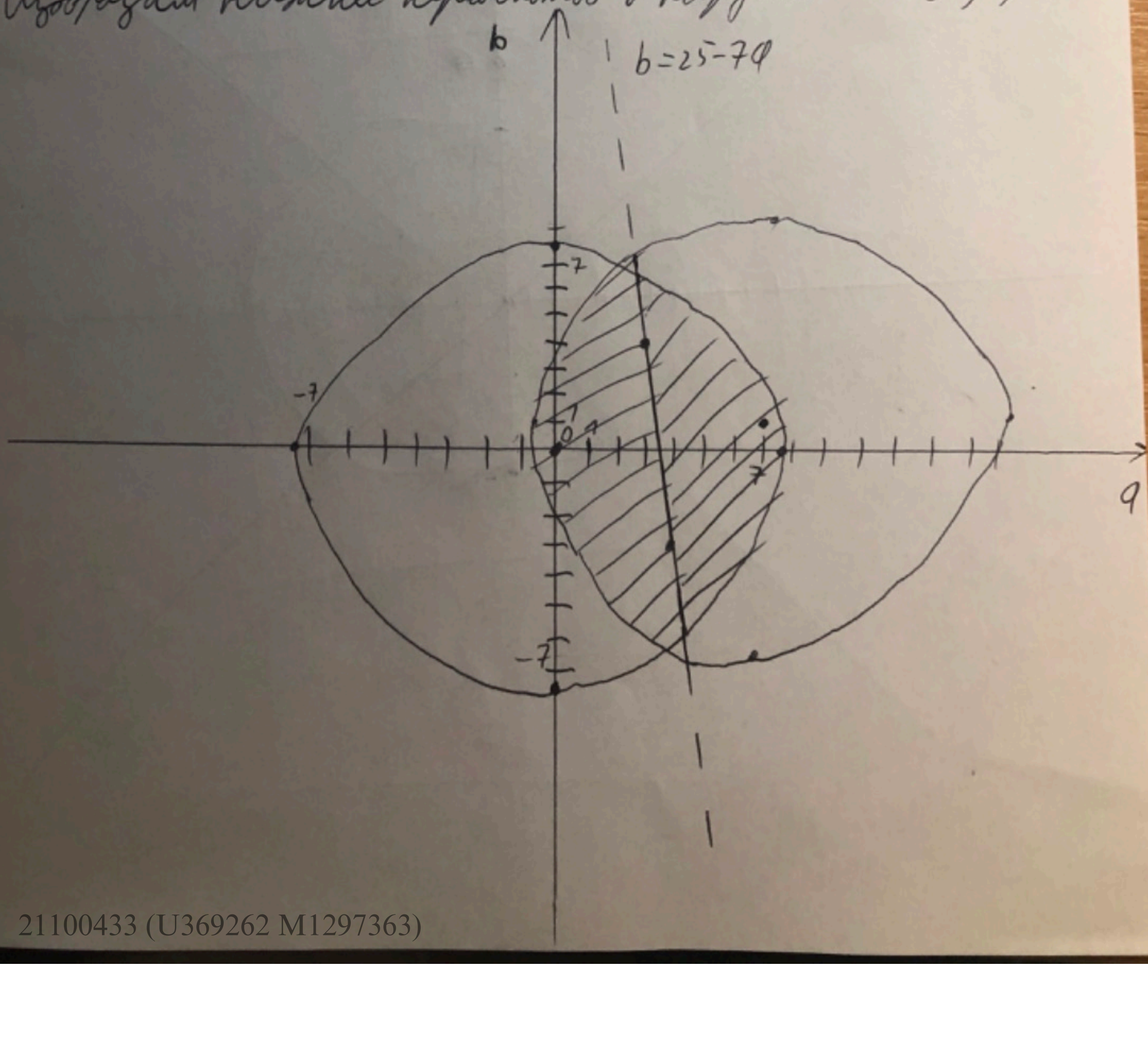
В координатах (a,b) – это часть круга с радиусом $5\sqrt{2}$ и центром $(7;1)$, лежащая ниже прямой $b=25-7a$

Если $b \ge 25-7a$:

$a^2+b^2 \le 50$

В координатах (a,b) – это часть круга с радиусом $5\sqrt{2}$ и центром $(0;0)$, лежащая выше прямой $b=25-7a$.

Изобразим нижнее неравенство в координатах $(a;b)$:

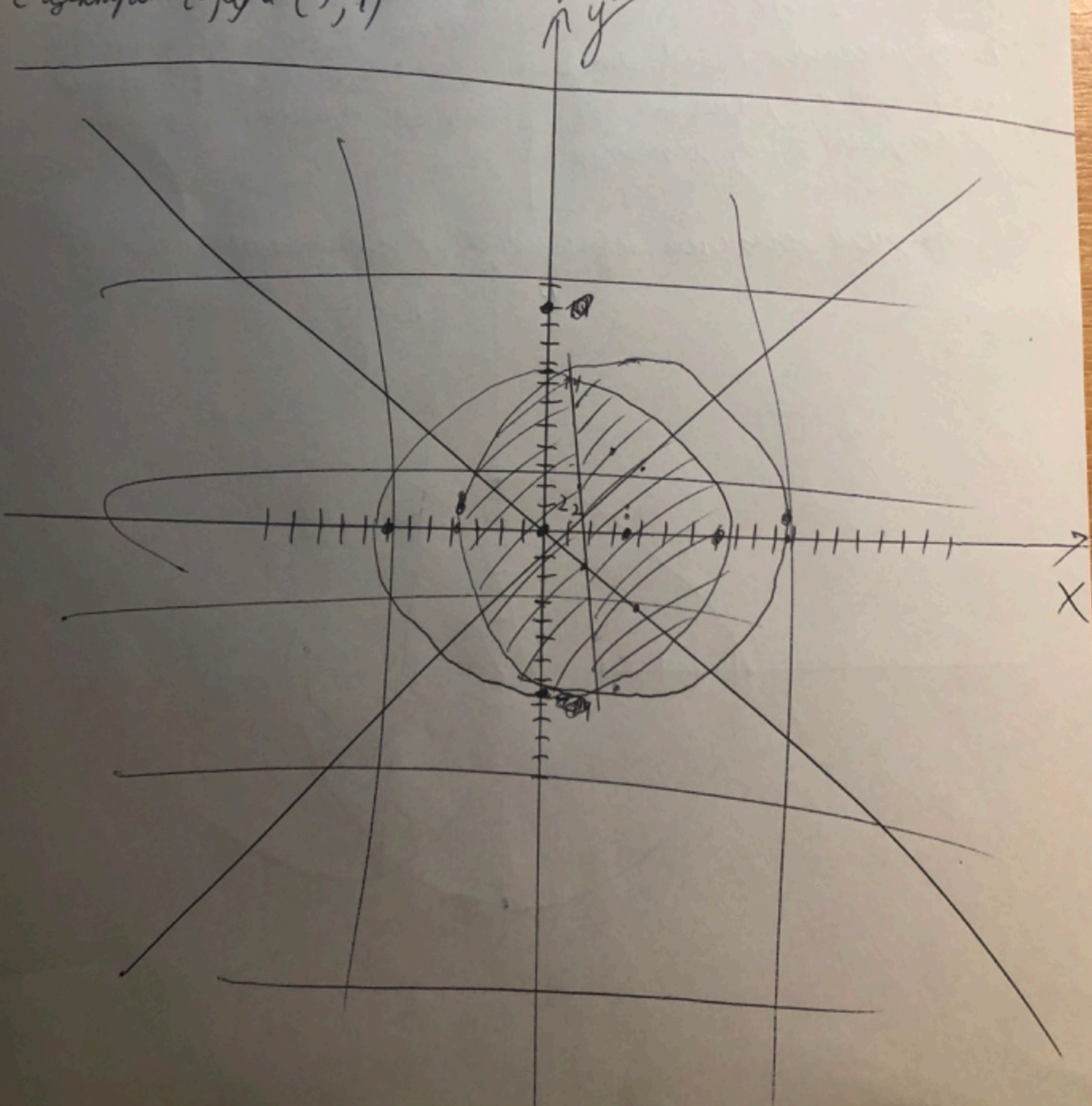


21100433 (U369262 M1297363)

(6)

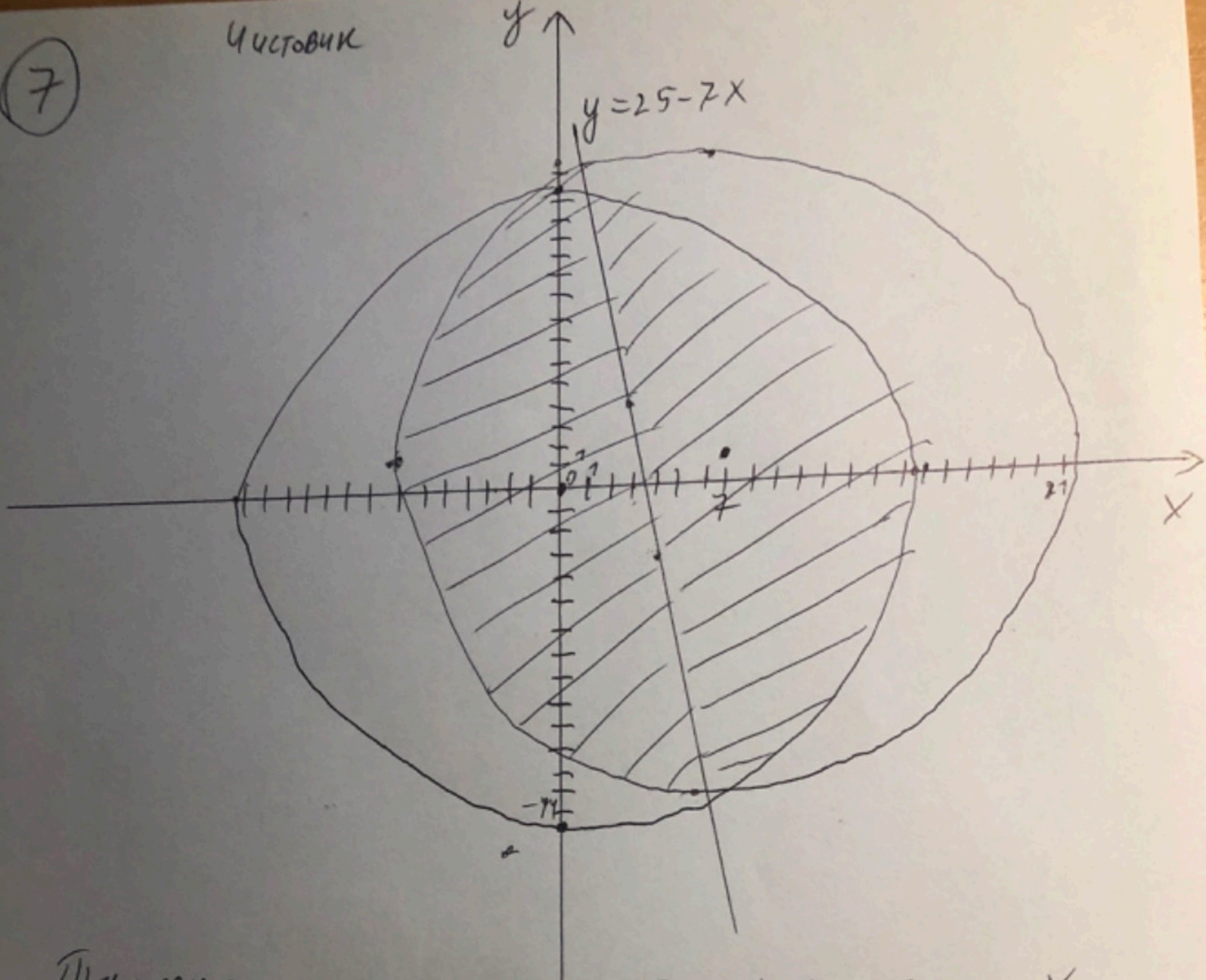
Чистовик

Верхнее неравенство – это круг с центром в т. $(a; b)$ и радиусом $5\sqrt{2}$, т.е верхнее неравенство при всех (a, b), изображенных на рисунке, задает части двух кругов, ограниченных прямой $y = 25 - 7x$ с радиусом $10\sqrt{2}$: с центрами $(0; 0)$ и $(7; 1)$



7

Чистовик



Тангенс угла между $y=25-7x$ и осью oX равен -7, тогда площадь фигуры M равна:

$$\frac{\pi \cdot 50 \cdot arctg(-7)}{2\pi} + \frac{\pi \cdot 50 \cdot arctg(-7)}{2\pi} + \frac{\pi \cdot 50 \cdot arcctg(-7)}{2\pi} + \frac{\pi \cdot 50 \cdot arcctg(-7)}{2\pi} = 50 \, arctg(-7) + 50 \, arcctg(-7)$$

Ответ: $S = 50(arctg(-7) + arcctg(-7))$.

21100433 (U369262 M1297363)

№1 Черновик

$a_7 = a_1 + 6d$ $\quad a_{12} = a_1 + 11d.$

$a_{16} = a_1 + 15d$ $\quad S = \frac{(a_1 + a_1 + 14d) \cdot 15}{2} =$

$a_{11} = a_1 + 10d$ $\quad = (a_1 + 7d)15.$

$$\begin{cases} (a_1+6d)(a_1+15d) > 15a_1 + 105d - 24 \\ (a_1+10d)(a_1+11d) < 15a + 105d + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24 \\ a_1^2 + 21a_1d + 110d^2 < 15a_1 + 105d + 4 \end{cases}$$

$a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4$

$a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0$

$D = 36 - 4 = 32$

$a_1 = \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -3 \pm 2\sqrt{2}$

$-a_1^2 - 21a_1d - 110d^2 > -15a_1 - 105d - 4$

$-20d^2 > -28$ $\quad -3-2\sqrt{2} \quad -3+2\sqrt{2}$

$d^2 < 1,4.$

Единственное подходящее значение $d = 1$ $\quad -5; -4; -3; -2; -1$

$a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 81$

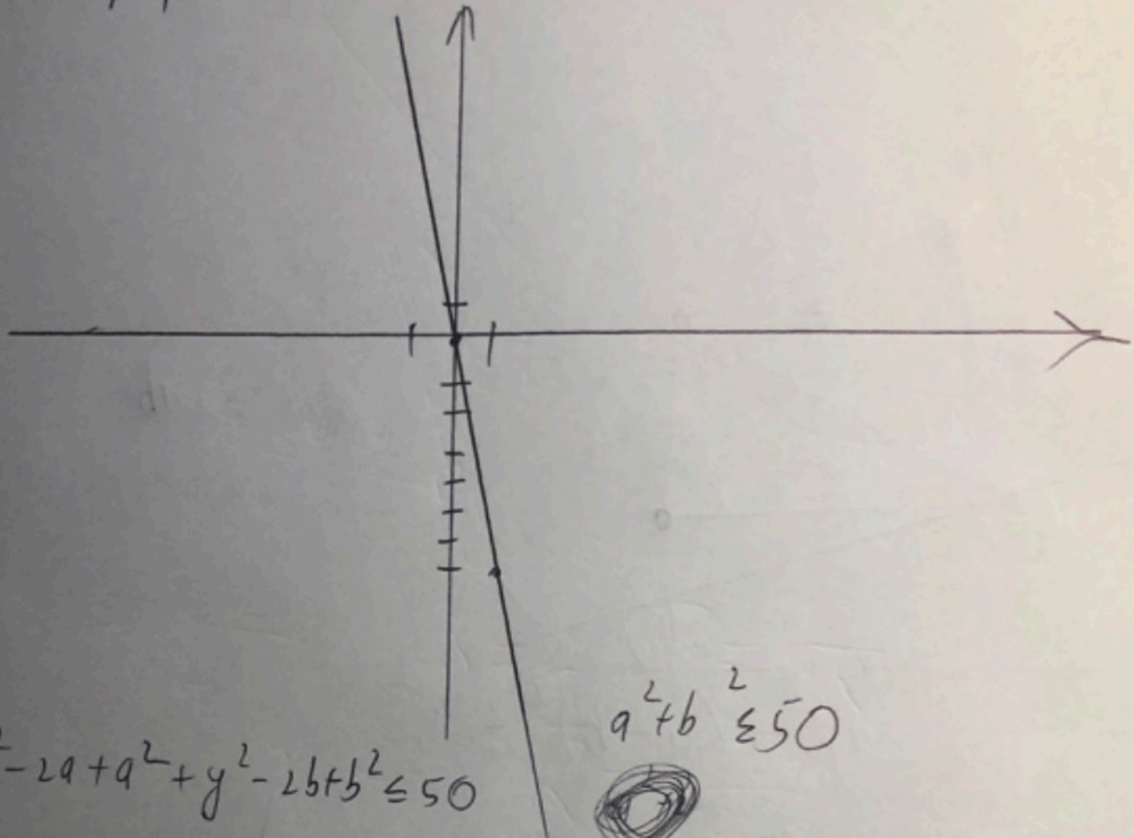
$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0$

$(a_1 + 3)^2 > 0.$

21100433 (U369262 M1297363)

Черновик

$b = -7a$



$a^2+b^2 \leq 50$

$x^2-2a+a^2+y^2-2b+b^2 \leq 50$

$14a+2b \geq 56$

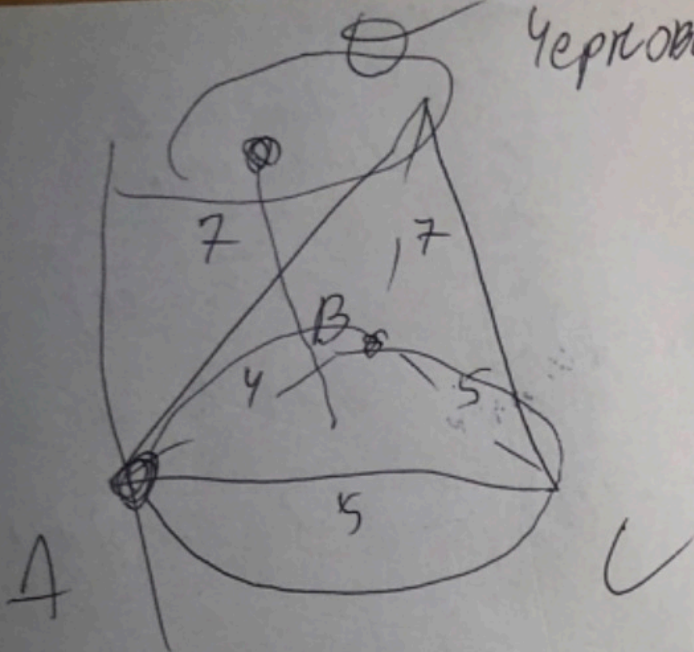
$7a+b \geq 25.$

$x^2-2a+y^2-2b \leq 0$

$x^2-2a+1+y^2-2b+1 \leq 2$

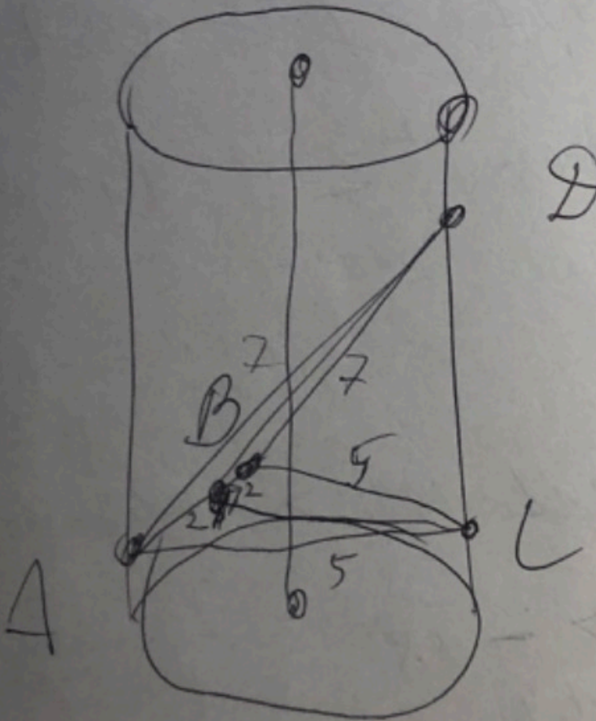
$(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 2$

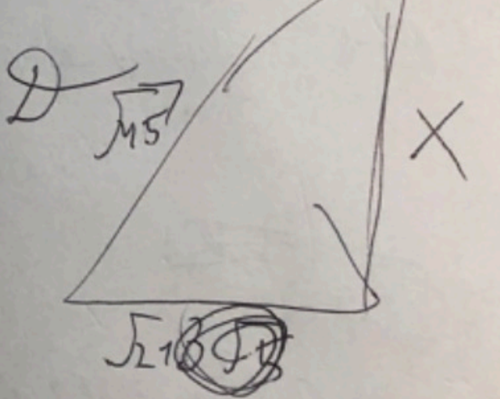
Черновик



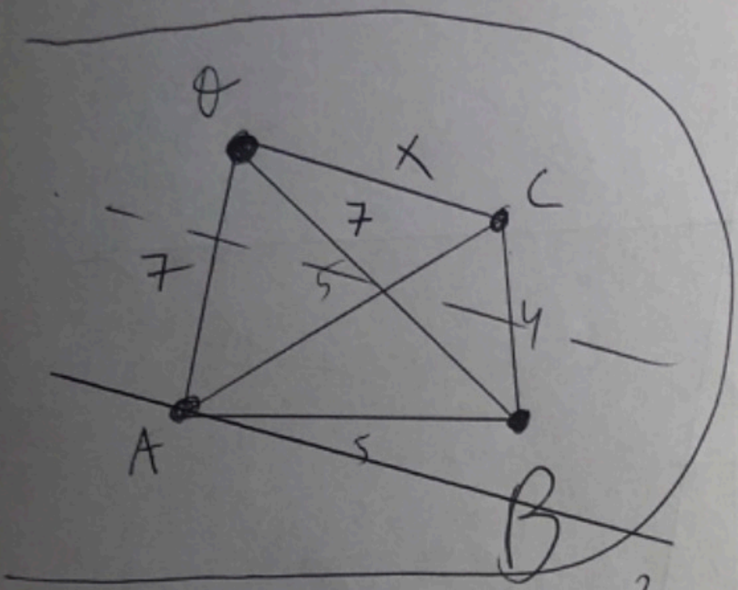
$25-4=21$

$49-4=45$





Черновик



$(a;b)$

$a^2+b^2 \geq 2ab$

$2ab \leq \min(14a+2b, 50)$

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \leq 50 \\ a^2+b^2 \leq \min(14a+2b, 50) \end{cases}$$

верхнее задает окружность с радиусом $\sqrt{50}$ и центром $(a;b)$

$x^2-2a+a^2+y^2-2b+b^2 \leq 50$

$x^2-2a+y^2-2b \quad +a^2+b^2 \leq 50$

$14a+2b$

① $14a=50$

$a=\frac{25}{7}$

$a \leq \frac{25}{7}$

$b \leq 25$

Черновик

$\cancel{(a+b)^2}$

$x^2-2a+a^2+y^2-2b+b^2\le 50$

$b\le 25-7a$

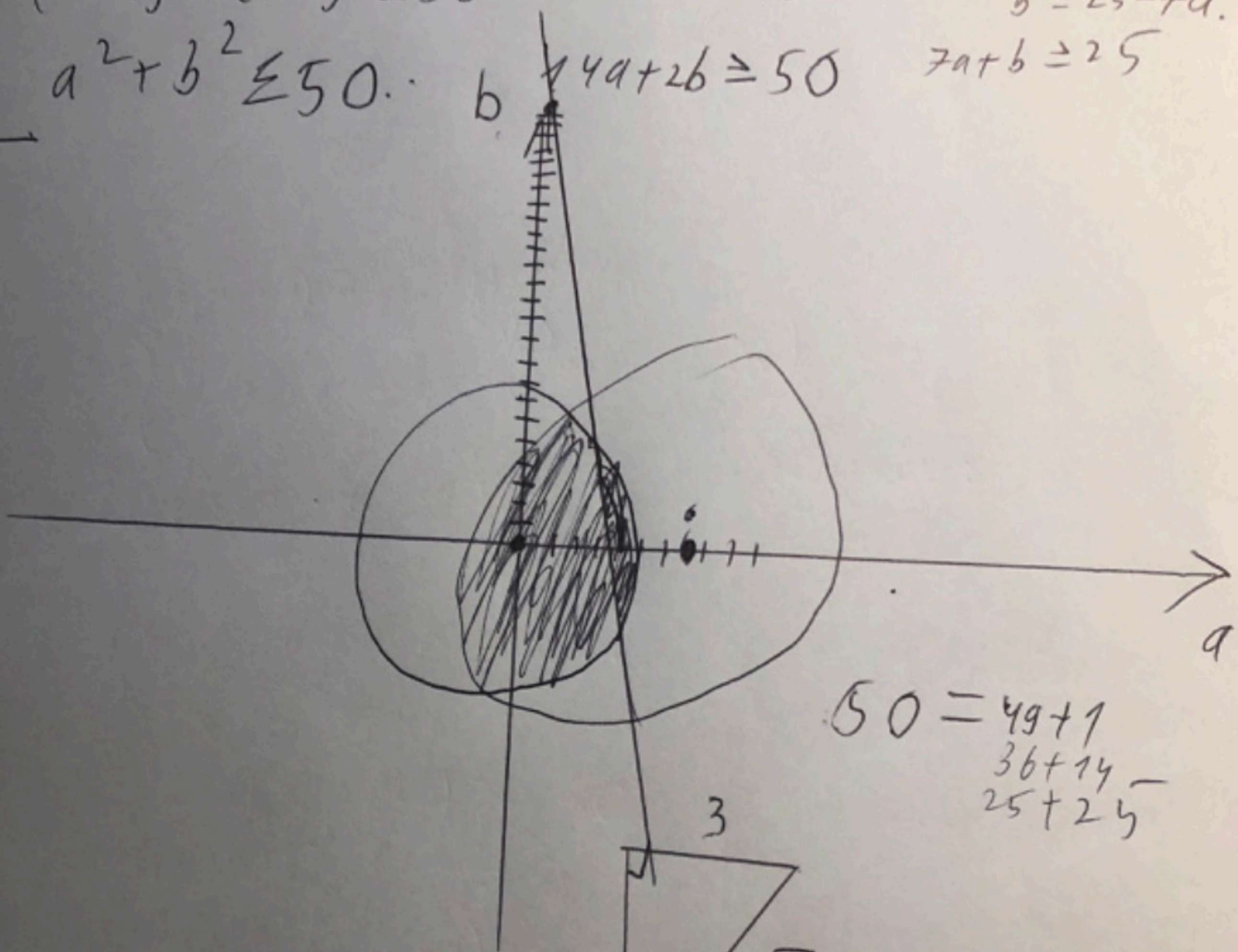
$a^2+b^2\le 14a+2b$

$$\left[\begin{array}{l}(a-7)^2+(b-1)^2\le 50.\\ a^2+b^2\le 50.\end{array}\right.$$

$14a+2b\le 50$ $\quad 7a+b\le 25$

$b\ge 25-7a.$

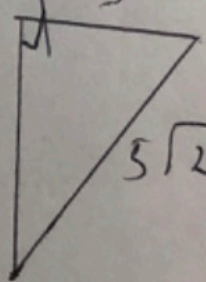
$14a+2b\ge 50$ $\quad 7a+b\ge 25$



$50=49+1$

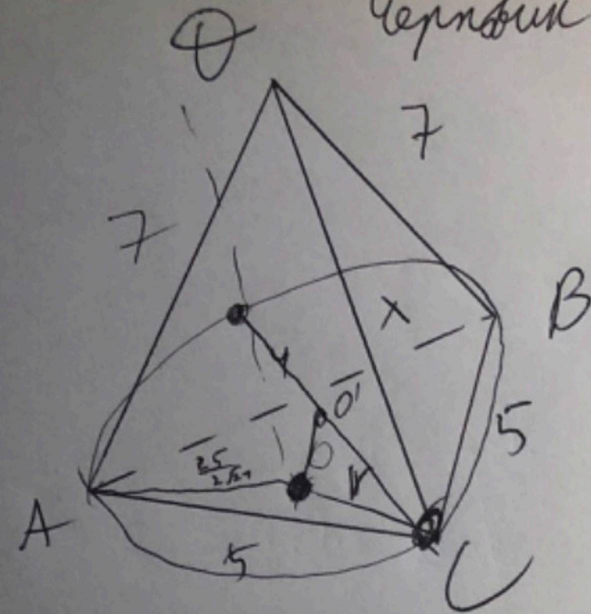
$36+14$

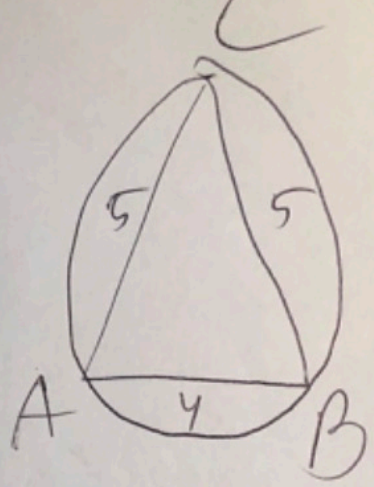
$25+25$

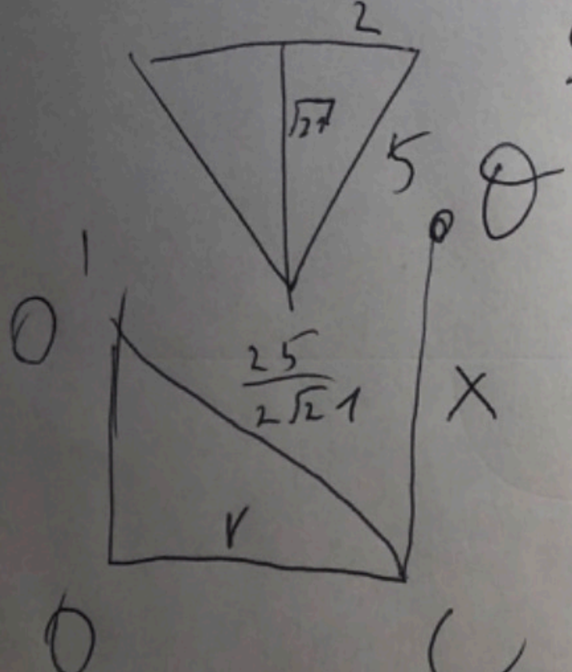


21100433 (U369262 M1297363)

Черновик



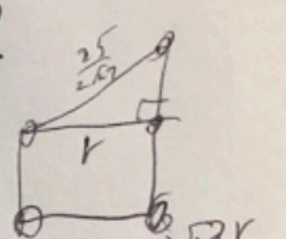




$S = 2\sqrt{21} = \frac{100}{4R}$

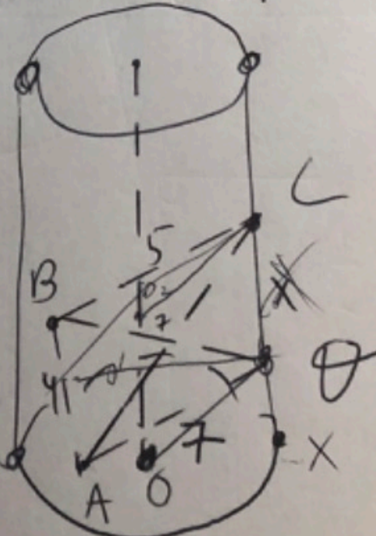
$\frac{1}{R} = \frac{2\sqrt{21}}{25}$

$R = \frac{25}{2\sqrt{21}}$



$\cos B = \frac{2\sqrt{21}r}{25}.$

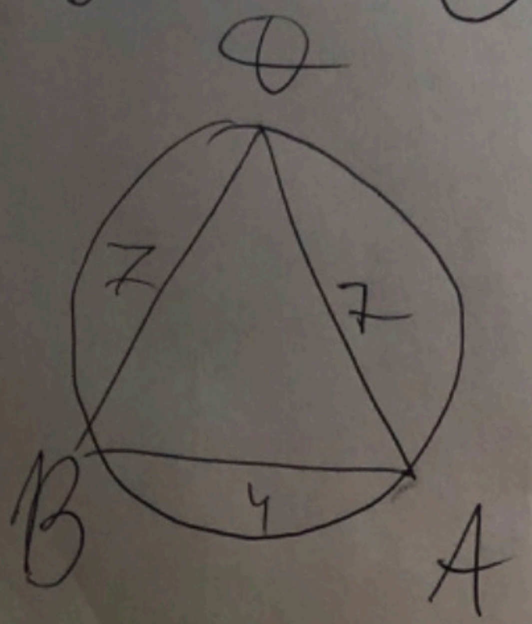
$49-4=45$



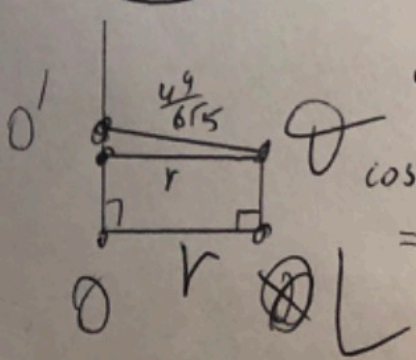
$6\sqrt{5}$

$6\sqrt{5} = \frac{49\cdot 4}{4R}$

$R = \frac{49}{6\sqrt{5}}$



$\cos\alpha = \frac{6\sqrt{5}r}{49}.$



$\cos(\beta - \cancel{\alpha}) =$

$= \frac{12\sqrt{105}}{49\cdot 25} +$

~~Чистовик~~. Черновик.

№3.

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50) \end{cases}$$

Рассмотрим нижнее неравенство:

$a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50)$

Если $14a+2b \le 50$:

$a^2+b^2 \le 14a+2b$

$(a-7)^2+(b-1)^2 \le 50.$

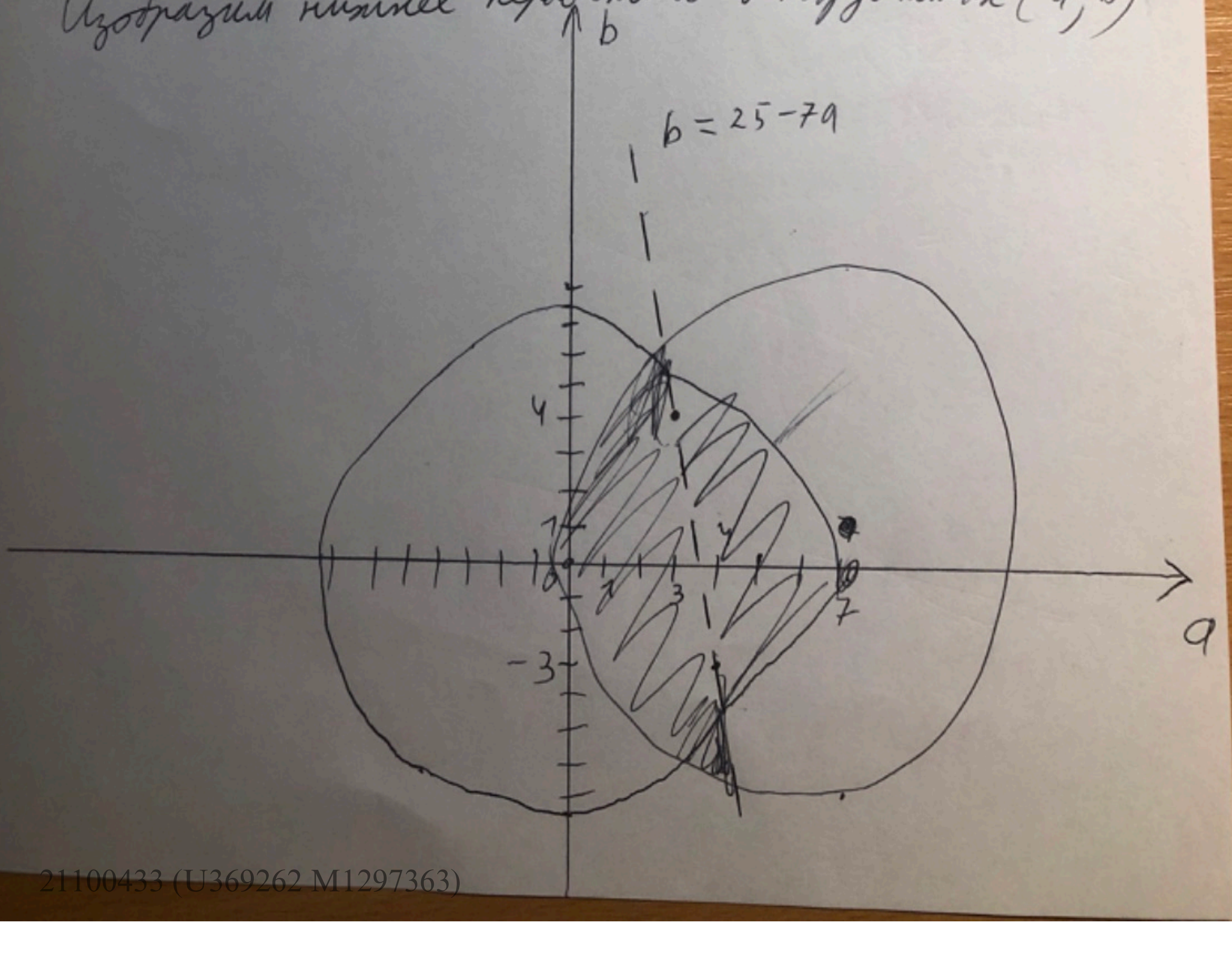
В координатах (a, b) – это круг с радиусом $5\sqrt{2}$ и центром $(7; 1)$

Если $14a+2b \ge 50$:

$a^2+b^2 \le 50$

В координатах (a, b) – это круг с радиусом $5\sqrt{2}$ и центром $(0; 0)$

Изобразим нижнее неравенство в координатах $(a; b)$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100433**

ID профиля: **369262**

Вариант 22

①

Чистовик

№4

Т.к $НОК(a,в,c)=2^{17}\cdot 7^{18}$, то числа $a, в$ и c ~~представить~~ можно представить, как произведение степени двойки и степени 7:

$a=7^n\cdot 2^m$; $b=7^k\cdot 2^l$; $c=7^r\cdot 2^t$, где $n,m,k,l,r,t\in N$

Т.к $НОД(a,в,c)=14=7\cdot 2$, то наименьшее из чисел n,k,r равно 1 и наименьшее из чисел m,l,t равно 1.

Т.к $НОК(a,в,c)=2^{17}\cdot 7^{18}$, то наибольшее из чисел m,l,t равно 17, из чисел n,k,r равно 18.

Посчитаем кол-во способов выбрать числа n,k,r:

Если все числа различны, то два из них равно ~~[illegible]~~ 1 и 18, а третье можно выбрать 16 способами из чисел $(2,3\ldots 17)$, т.е кол-во способов равно: $3\cdot 2\cdot 16=96$.

Если два числа равны 18, то ~~[illegible]~~ третье равно 1, Если два числа равны 1, то третье равно 18.

Количество способов выбрать числа таким образом:

$2\cdot C_3^2=6$

Т.е всего кол-во способов выбрать числа n,k,r

Чистовик. (2)

равно $96+6=102$.

Посчитаем кол-во способов выбрать числа m, l, t:

Если все три числа различны; то два из них равны 17 и 1, третье можно выбрать 15 способами из чисел $(2, 3 \ldots 16)$. Количество способов равно $3 \cdot 2 \cdot 15 = 90$.

Если два числа равны 17, то третье равно 1,

Если два числа равны 1, то третье равно 17.

Количество способов выбрать числа таким образом:

$2 \cdot C_3^2 = 6$.

Всего способов $90+6=96$.

Суммарное количество способов выбрать числа a, b, c равно $96 \cdot 102 = 9792$

Ответ: 9792

(3) Чистовик

№5.

ОДЗ: $\begin{cases} \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} > 0 \\ \frac{3x}{2} - 6 > 0 \\ \frac{x}{2} + 1 > 0 \\ \left(\frac{x}{2}+1\right)^2 \neq 1 \\ \sqrt{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \neq 1 \\ \sqrt{\frac{3x}{2} - 6} \neq 1. \end{cases}$

На ОДЗ числа можно преобразовать:

$$\frac{1}{2}\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = a.$$

$$4\log_{\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)}\left(\frac{3x}{2} - 6\right) = b$$

$$2\log_{\left(\frac{3x}{2} - 6\right)}\left(\frac{x}{2} + 1\right) = c.$$

Рассмотрим произведение чисел a и c:

$$a \cdot c = \log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) \cdot \log_{\left(\frac{3x}{2}-6\right)}\left(\frac{x}{2}+1\right) = \log_{\left(\frac{3x}{2}-6\right)}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = \frac{4}{b}$$

Т.е $a \cdot c \cdot b = 4$.

Если $a = c$; $b = a - 1$, то:

$$a^2(a-1) = 4$$

$$a^3 - a^2 - 4 = 0$$

$$(a-2)(a^2+a+2) = 0$$

Возможен единственный $a = 2$

Чистовик

(4) При этом $c=a=2$, т.е $2\log_{(\frac{3x}{2}-6)}(\frac{x}{2}+1)=2$

$$\frac{x}{2}+1=\frac{3x}{2}-6$$
$$x=7.$$

При $x=7$:

$a=\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}\frac{81}{4}=1$, т.е такой случай невозможен.

Если $a=b$, $c=a-1$:

$$a^2(a-1)=4$$
$$(a-2)(a^2+a+2)=0$$
$$a=b=2.$$
$$b=4\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}\left(\frac{3x}{2}-6\right)=2$$
$$\log_{(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4})}\left(\frac{3x}{2}-6\right)=\frac{1}{2}$$
$$\frac{3x}{2}-6=\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}$$
$$3x-12=\sqrt{14x-17}$$
$$\begin{cases} x\geq 4 \\ 9x^2-72x+144=14x-17 \end{cases}$$
$$9x^2-86x+161=0$$
$$D=7396-5796=1600$$
$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{86+40}{18}=7 \\ x=\frac{86-40}{18}=\frac{46}{18} \text{ – не удовл. усл } x\geq 4. \end{array}\right.$$

При $x = 7$

$a = 1$, что противоречит условию $a = b$,

т. е. такое невозможно.

Если $b = c$; $a = b - 1$

$b^3 - b^2 - 4 = 0$

$(b-2)(b^2+b+2) = 0$

$b = c = 2$.

Ранее мы вычислили, что при $c = 2$ $x = 7$ и $a = 1$

Осталось проверить b при $x = 7$:

$b = 4 \log_{\frac{81}{4}} \frac{9}{2} = 2$, т. е. такой случай возможен.

Ответ: $x = 7$.

Чистовик

7) Т.е.

$$S_{APB} = \frac{12\, BP}{BC}.$$

$\angle APT = \angle TPC = \alpha$, ~~тогда~~

$$S_{APK} = \frac{AP \cdot PK}{2} \sin\alpha = 7$$

$$S_{PKC} = \frac{PC \cdot PK}{2} \cdot \sin\alpha = 5$$

$$\frac{AP}{PC} = \frac{7}{5}$$

$BP = AP = \frac{7}{5} PC$; $BC = BP + PC = \frac{12}{5} PC$.

$$S_{APB} = \frac{12 \cdot \frac{7}{5} PC}{\frac{12}{5} PC} = 7$$

$$S_{ABC} = S_{APB} + S_{APC} = 12 + 7 = 19$$

Ответ: 19

8)

$\angle APT = \angle TPC = 90^\circ$, тогда

$$S_{APK} = \frac{AP \cdot PK}{2} \sin\alpha = 7$$

$$S_{PKC} = \frac{PC \cdot PK}{2} \sin\alpha = 5$$

$$\frac{AP}{PC} = \frac{7}{5}$$

$BP = AP = \frac{7}{5} PC$; $BC = \frac{12}{5} PC$

$$S_{APB} = \frac{12 \cdot \frac{7}{5} PC}{\frac{12}{5} PC} = 7$$

$S_{ABC} = 7 + 12 = 19$

Ответ: 19

(8) 4 чистовик

$$S_{ABP} = \frac{1}{2} BP^2 \cdot \sin(180 - 2\alpha)$$

$$14 = BP^2 \cdot \sin(180 - 2\,\mathrm{arctg}\,\tfrac{3}{4})$$

$$14 = BP^2 \cdot \sin(2\,\mathrm{arctg}\,\tfrac{3}{4}) = BP^2 \cdot 2\sin(\mathrm{arctg}\,\tfrac{3}{4}) \cdot \cos(\mathrm{arctg}\,\tfrac{3}{4})$$

$$14 = BP^2 \cdot \frac{24}{25}$$

$$\frac{25 \cdot 14}{24} = BP^2$$

$$AP = BP = \frac{5\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}.$$

$$BP = \frac{7}{5} PC$$

$$PC = \frac{5}{7} \cdot \frac{5\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \frac{25\sqrt{7}}{14\sqrt{2}}$$

$$BC = \frac{12}{5} PC = \frac{60\sqrt{7}}{14\sqrt{2}} = \frac{30\sqrt{7}}{7\sqrt{2}}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AB \cdot \frac{3}{5} = 14$$

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{30\sqrt{7}}{7\sqrt{2}} AB = 14$$

$$\frac{9\sqrt{7}}{7\sqrt{2}} AB = 14$$

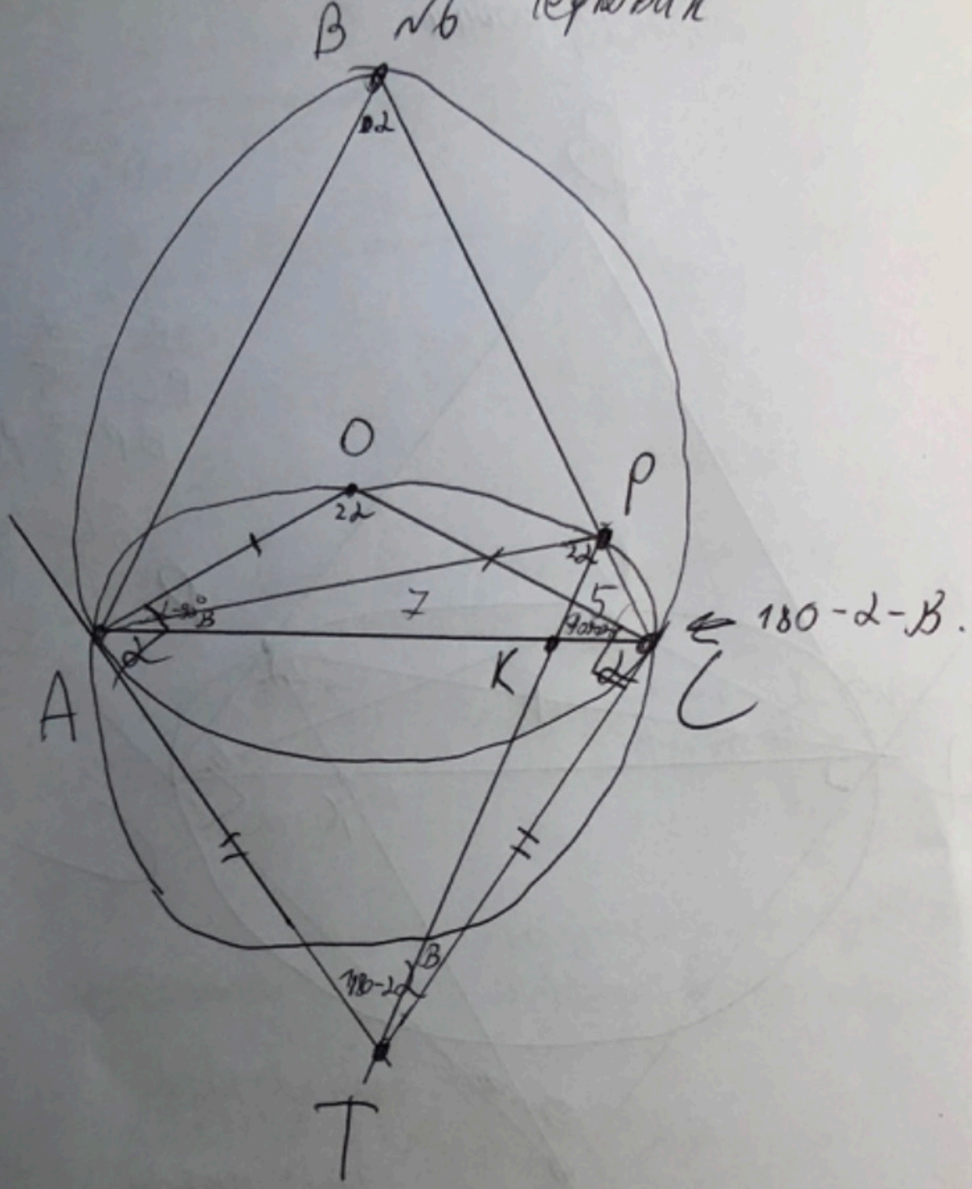
$$AB = \frac{133\sqrt{2}}{9\sqrt{7}}.$$

По т. Косинусов:

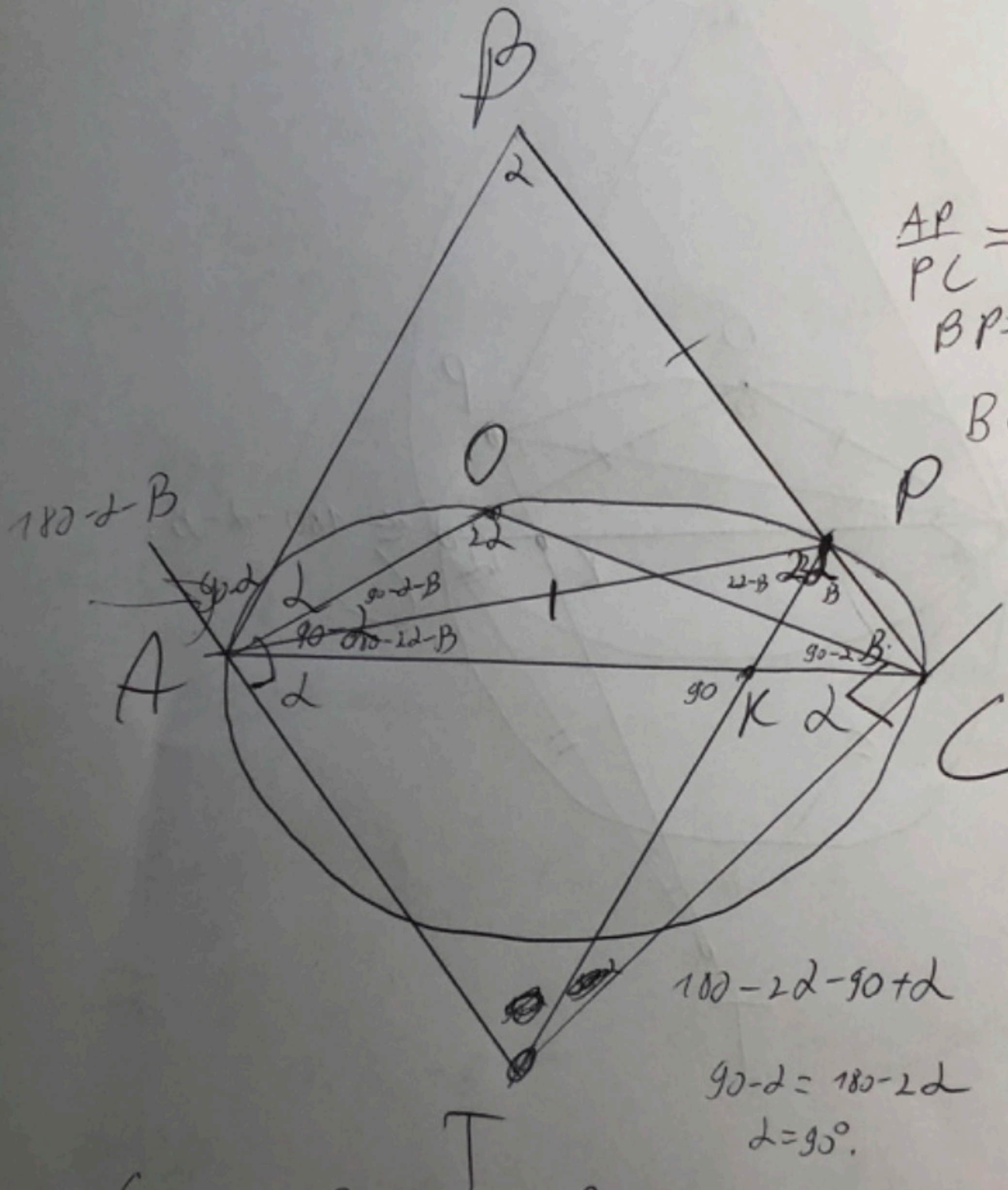
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 AB \cdot BC \cdot \frac{4}{5}$$

$$AC = \sqrt{\frac{133^2 \cdot 2}{81 \cdot 7} + \frac{900 \cdot 7}{49 \cdot 2} - 2 \cdot \frac{133 \cdot 30}{63} \cdot \frac{4}{5}}$$

№6 Черновик



Черковин



$\frac{AP}{PC}=\frac{7}{5}$

$BP=\frac{7}{5}PC$

$BC=\frac{12}{5}PC$

$\frac{\frac{7}{5}\cdot 12}{\frac{12}{5}}=7$

$\boxed{19}$

$180-2\alpha-90+\alpha$

$90-\alpha=180-2\alpha$

$\alpha=90°$.

$S_{ABC}=AB\cdot BC\cdot\sin\alpha$.

$180-\alpha-B-180+2\alpha+B$

$180-\alpha-B-\alpha-90+\alpha=90-\alpha-B$

$AP\cdot BP\cdot\sin 2\alpha$

$\cancel{AP\cdot\sin\alpha\cdot PK=PK\cdot PC\cdot\sin\alpha}$

$AP\cdot PC\cdot\sin 2\alpha=12$

$\frac{BP}{PC}$

$\frac{3}{5}$; $\frac{4}{5}$

$\frac{25\cdot 7}{8}$

21100433 (U369262 M1297364)

№5 Черновик

~~Пусть $\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=a$~~

~~$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-\right.$~~

$8\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}} \frac{x}{2}+1$

ОДЗ: $\begin{cases} \frac{x}{2}+1>0 \\ \frac{3x}{2}-6>0 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0 \end{cases}$

$bc=\frac{16}{a}$

$abc=\frac{1}{4}$

$abc=16$

На ОДЗ числа эквивалентны:

$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$ $4\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}} \frac{3x}{2}-6$

$2\log_{\frac{3x}{2}-6} \frac{x}{2}+1$

Рассмотрим произведение

~~Заметим~~ первого и последнего числа.

$\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)\cdot\log_{\frac{3x}{2}-6} \frac{x}{2}+1=$

$=\log_{\frac{3}{2}x-6} \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$, что равно $\frac{1}{4c}$

b)

$(c-1)c=\frac{1}{4c}$

$4c^3-4c^2-1=0$

$ac=\frac{1}{4b}$.

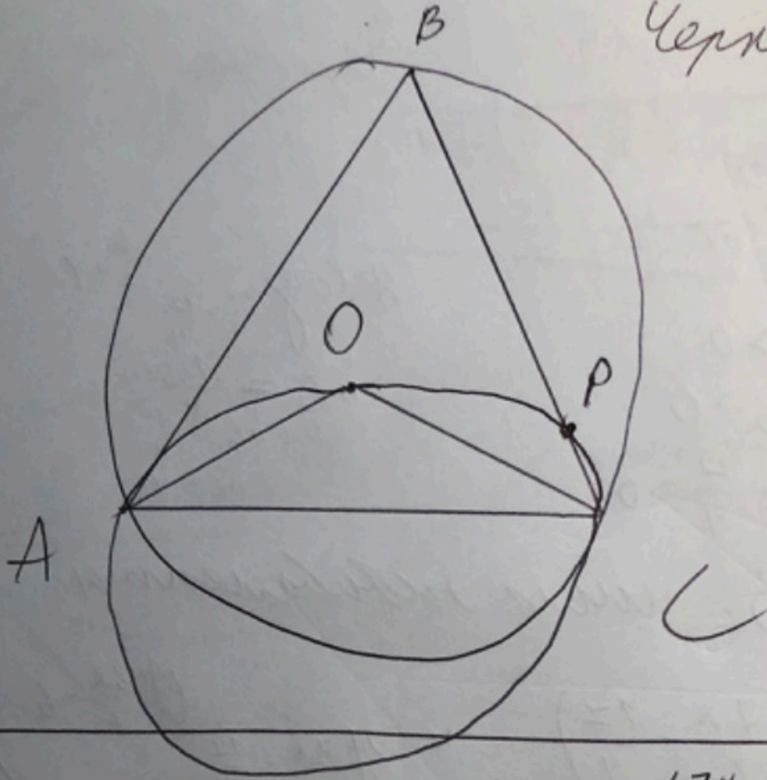
Если $a=c$; $b=a-1$, то $\frac{1}{2}-$

$a^2=\frac{1}{4a-4}$ $a^3=\frac{5}{4}$

$4a^3=5$ $a=\sqrt[3]{\frac{5}{4}}$

$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1} \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$

Черновик



$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$

$\frac{\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}{}$.

$\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\frac{3x}{2}-6$

$2\log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{x}{2}+1\right.$

$\frac{1}{2}\log_{\frac{3x}{2}-6}\frac{x}{2}+1$

$4\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)$

$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\frac{3x}{2}-6-1$

$\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\frac{\frac{3x}{2}-6}{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}$

$\frac{1}{2}$

$=\log_{\frac{3x}{2}-6}\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}$

$a\cdot b=\frac{1}{4c}$

$4abc=1$

~~4abc~~

$4a^2(a-1)=1$

$4a^3=5$

$a^3=\frac{5}{4}$

Черновик

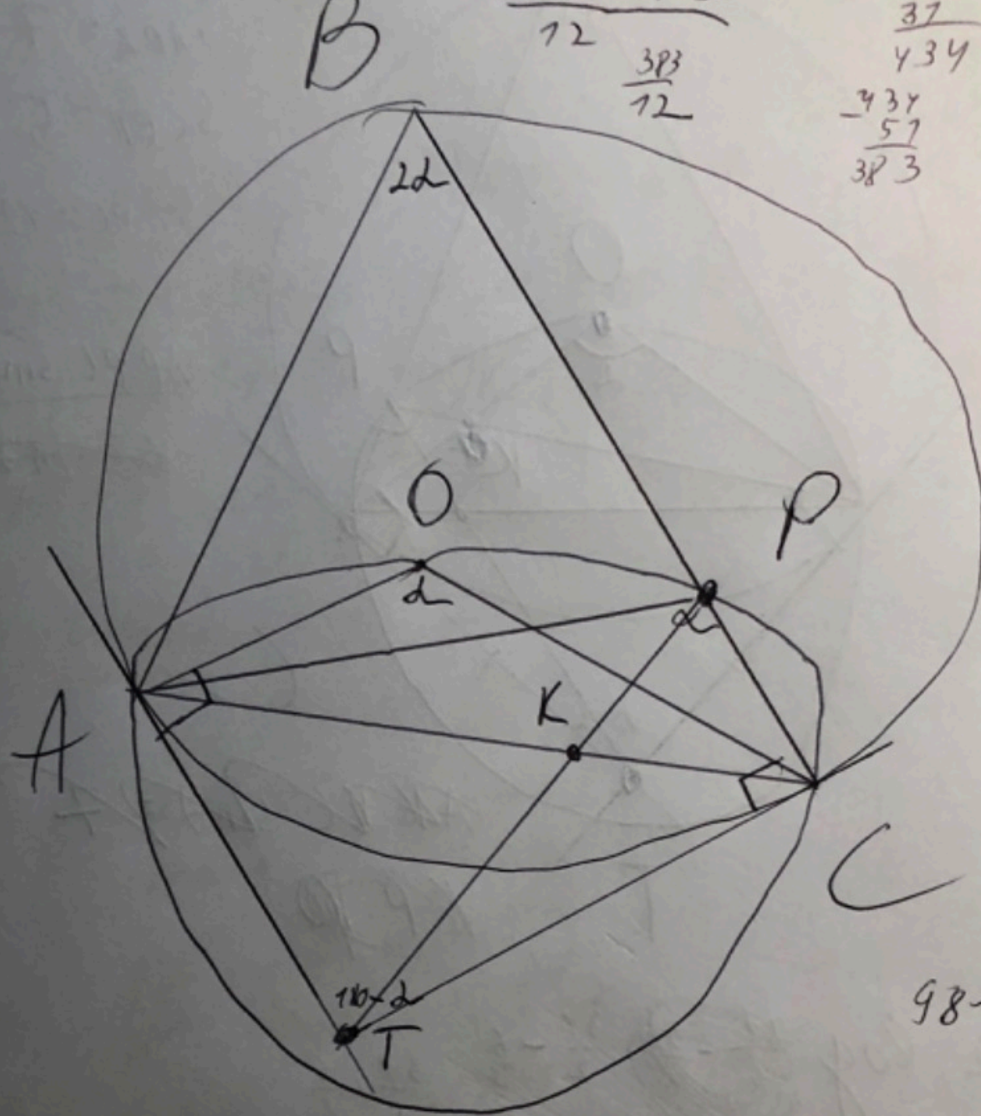
$\frac{7\cdot 31}{6} - \frac{17}{4}$

$\frac{14\cdot 31 - 17\cdot 3}{12}$ $17\cdot 3 = 51$

$\frac{383}{12}$

$31 \times 14 = 124$, 31, 434

$434 - 51 = 383$



$98-17=81$

$a = \frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}+1}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)$ $c = 2\log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{x}{2}+1\right)$

$b = 4\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)$

161×36: 966, 483, 5796

$a=2.$

86×86: 516, 688, 7396

186

$a\cdot c = \log_{\frac{3x}{2}-6}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right) = \frac{4}{b}$

$a^2 = \frac{4}{(a-1)}$

$a^3 - a^2 - 4 = 0$

$8 - 4 - 4$

$a^3 - a^2 - 4 \,|\, a-2$; $a^2 + a + 2$

$-(a^3 - 2a^2)$

a^2

$-(a^2 - 2a)$

$2a - 4$

$a(a-1) = \frac{4}{a}$

$a^3 - a^2 = 4$

~~Чистовик~~ Черновик.

№4

Пусть $a = 2^k \cdot 7^n \cdot$ $\quad k, n, m, l, r, t \in N$

$b = 2^m \cdot 7^l \cdot$

$c = 2^r \cdot 7^t \cdot$

По условию НОД$(a,b,c) = 14 = 2 \cdot 7$, т.е минимальное из чисел k, m, r и из чисел n, l, t равно 1, НОК$(a,b,c) = 2^{17} \cdot 7^{18}$, т.е max из чисел k, m, r равно 17, max из чисел $n, l, t = 18$.

$k = 17$	$k = 17$	$k - 16$
$r = 1$	$r - 16$	$r = 17$
$m - 16$	$m = 1$	$m = 1$

3.

$3 \cdot 2 = 6.$

17, 17, 1 $\quad$ 1, 1, 17

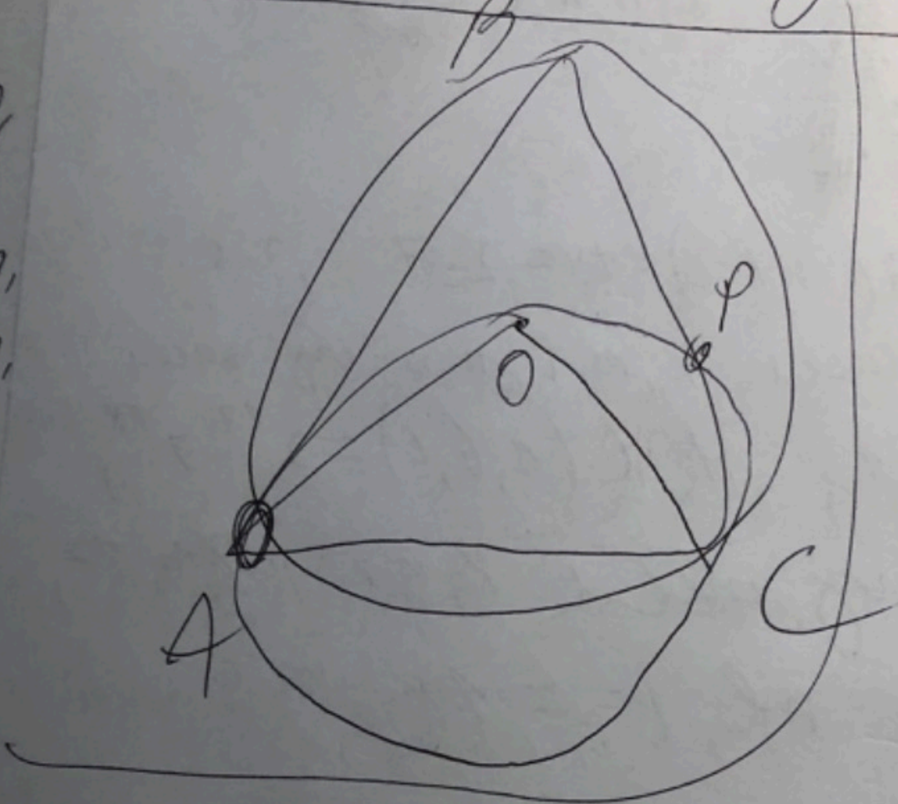
17; 1; 17

1, 17, 17

$6 \cdot 15 =$

$90 + 6 = 96$

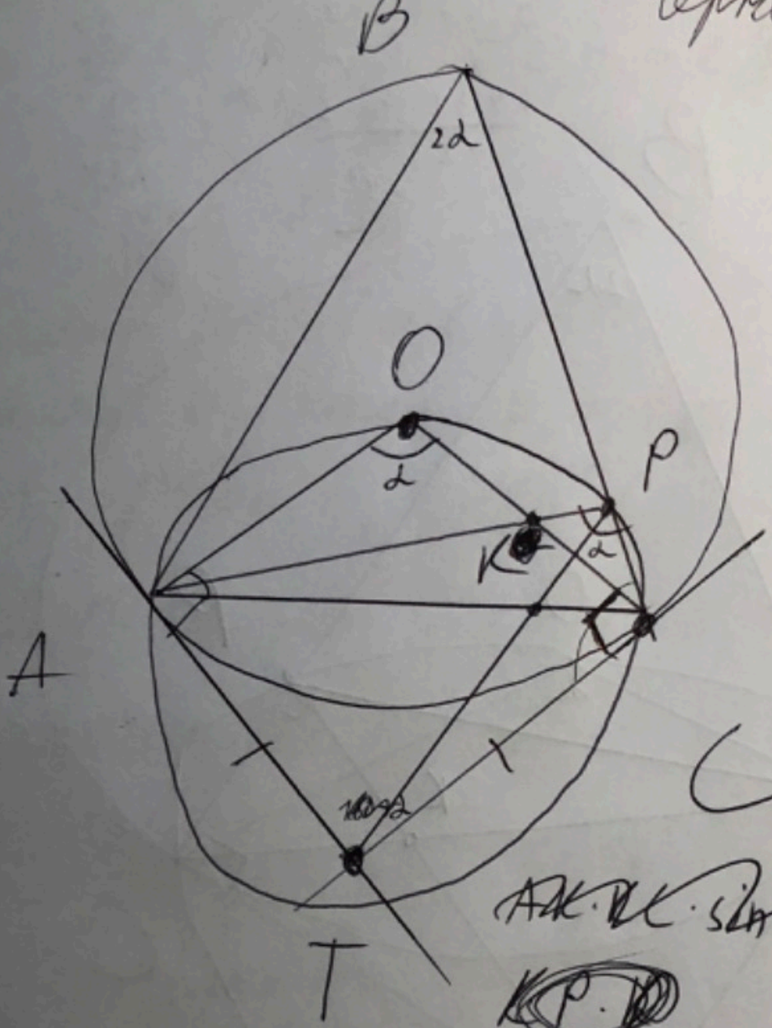
$$2\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}} = \log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$$



Черновик

~~Чистовик~~ Черковик.

Черков



$S_{APK} = 7$

$S_{CPK} = 5$

$S_{APC} = 12$

$\underline{AP \cdot PC \cdot \sin\alpha} = 24$

$\cancel{K^2 \sin\alpha}$

$\cancel{AK \cdot PC \cdot \sin\alpha = 7}$

$\cancel{KP \cdot P}$

$C = 2 \log$

$\frac{31}{2} - 6$

$\frac{12}{2}$

$\frac{19}{2}$

$\frac{31}{6} + \frac{6}{6}$

$\frac{37}{6}$

Черновик

№5

$$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2$$

$$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\frac{1}{2}\log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}} 9\left(\frac{x}{2}-1\right)^2$$

НОД$(a,b,c)=14$

НОК$(a,b,c)=2^{17}\cdot 7^{18}$

$a=2^k\cdot 7^n\cdot x$

$b=2^m\cdot 7^l\cdot y$

$c=2^r\cdot 7^t\cdot z.$

$\times\begin{array}{r}102\\96\\\hline 602\\918\\\hline 1020\end{array}$

НОД $=2\cdot 7.$

$\min(k,m,r)=1$

$\min(n,l,t)=1$

$\max(k,m,r)=17$

$\max(n,l,t)=18.$

$\begin{array}{r}602\\918\\\hline 9782\end{array}$

$k=17:$

$m=1;2;3;..16$ 16

$r=1$ $(17\cdot 16)\cdot 3$

$\angle ACB=\alpha+\beta.$

$\angle OCA=\beta.$

$\angle OAC=\beta.$

$AP\sin 2\alpha=\frac{24}{BC}$

$\frac{BP^2\sin 2\alpha}{2}=S_{APB}$

$\sin 2\alpha=\frac{2S_{APB}}{BP^2}$

$\log_{a^2} b$; $\log_{\sqrt{b}} c$ неровно ; $\log_{\sqrt{c}} a$

$\log_{a^2} b = \log_{\sqrt{c}} a$

$\frac{1}{2} \log_a b = \log_{\sqrt{c}} a$

$\log_{(\frac{x}{2}+1)^2} \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right) = \log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}$

$\frac{x}{2}+1=a$; $\frac{x}{2}-1=b$.

$9600+198=9798$ $\quad \frac{96}{2}$ $\quad 192$

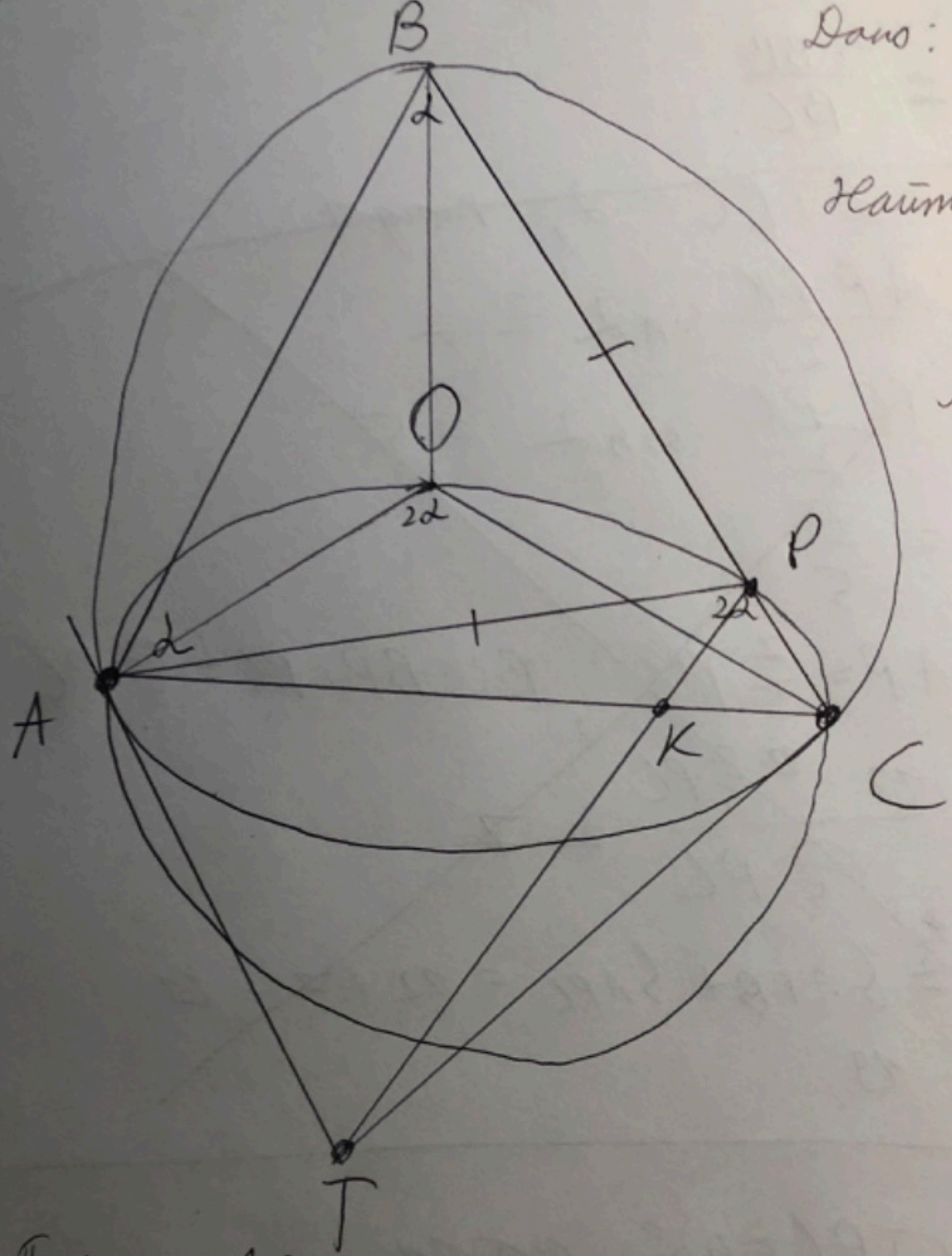
$9600+192=9792$

$\frac{126}{18} = 7$ $\quad 126 \mid 18$

$\frac{46}{18}$

чистовик №6

(6)



Дано: $S_{APK}=7$
$S_{CPK}=5$
$\angle ABC = \text{arctg}\,\frac{3}{4}$

Найти а) S_{ABC}
б) AC

Решение:

а) Пусть $\angle ABC=\alpha$, тогда $\angle AOC = 2\alpha$ (как центральный и вписанный угол, опир. на одну дугу)
$\angle AOC = \angle APC = 2\alpha$ (как углы, опир. на одну дугу)
$\angle APB = 180 - \angle APC = 180 - 2\alpha$, тогда $\angle BAC = \angle ABC = \alpha$, —
Т.е. Δ APB – равнобедренный.

$S_{APC} = \frac{AP\cdot BC}{2}\cdot \sin 2\alpha = 24$

$S_{APB} = \frac{AP\cdot BP}{2}\cdot \sin 2\alpha$.