

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100179**

ID профиля: **321589**

Вариант 22

Числовик
Вариант 22.

1.

$$1) S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \Rightarrow S = \frac{2a_1 + (15-1)d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15$$

Т.к. $a_i \in \mathbb{Z}$, то $d \in \mathbb{N}$, т.ч. последовательность возрастает

$$2) a_7 = a_1 + 6d, a_{16} = a_1 + 15d, a_{11} = a_1 + 10d, a_{12} = a_1 + 11d$$

$$3) \begin{cases} a_7 a_{16} > S - 24 \\ a_{11} a_{12} < S + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2 > 15(a_1 + 7d) - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 d + 110d^2 < 15(a_1 + 7d) + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2 - 15(a_1 + 7d) + 24 > 0 \\ -a_1^2 - 21a_1 d - 110d^2 + 15(a_1 + 7d) + 4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2 - 15(a_1 + 7d) + 24 > 0 \\ -a_1^2 - 21a_1 d - 110d^2 + 15(a_1 + 7d) + 4 > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -20d^2 + 28 > 0$$

$$d^2 < \frac{7}{5}$$

$$4) \text{чз } n, 3 \Rightarrow d=1 \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 81 \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 109 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1 + 3)^2 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 11 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 \neq -3 \\ a_1 \in (-3 - 2\sqrt{2}; -3 + 2\sqrt{2}) \end{cases}$$

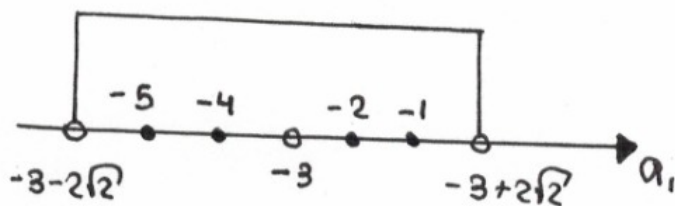
$$\bullet 2\sqrt{2} < 3$$

$$\bullet -3 + 2\sqrt{2} > -1$$

$$2\sqrt{2} > 2$$

$$\bullet -3 - 2\sqrt{2} < -5$$

$$2 < 2\sqrt{2}$$



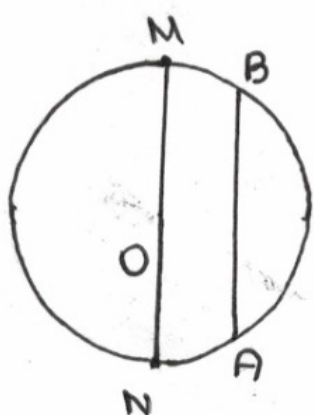
$$\Rightarrow a_1 \in \{-5, -4, -2, -1\}$$

Ответ: $a_1 \in \{-5, -4, -2, -1\}$.

Чистовик
Вариант 22.

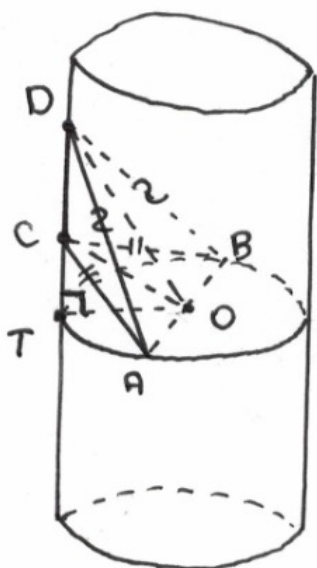
2.

1) Радиус цилиндра минимален, если сторона AB тетраэдра является его диаметром. Докажем это. Расем. плоскость, проходящую через (AB) параллельно основанию цилиндра ($(AB) \parallel$ плоскости основания в силу симметрии):



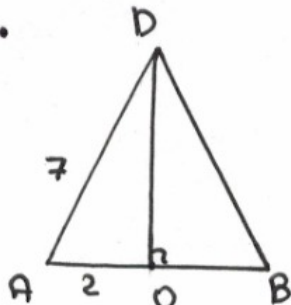
В сечении получается окружность.
 $MN = 2R \geq AB$, где R - радиус цилиндра.
 Значит, ребро AB является её диаметром, т.к. радиус цилиндра минимален.

2)



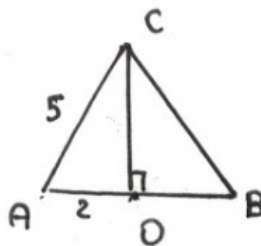
по т. Пифагора

- $(TD) \perp (TOA)$
- (CD) ~~является~~ образующей, т.к. $C, D \in$ боковой поверхности и $(CD) \parallel$ оси цилиндра
- по т. Пифагора для п/у $\triangle COT$: $CT^2 + OT^2 = CO^2$;
- п/у $\triangle TOD$: $OT^2 + TD^2 = OD^2$.



$$DO^2 = AD^2 - AO^2$$

$$DO = \sqrt{45}$$



$$CO^2 = AC^2 - AO^2$$

$$CO = \sqrt{21}$$

$$\Rightarrow CT = 21 - 4 = 17, \text{ т.е. } CT = \sqrt{17}$$

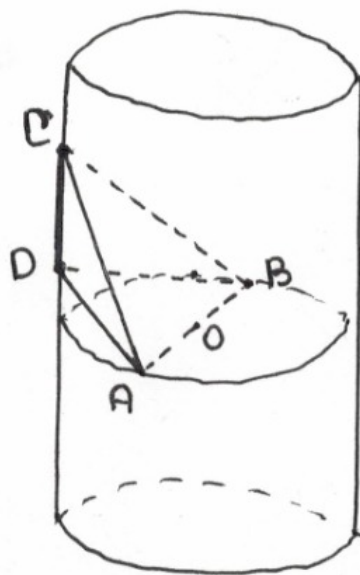
$$\text{и } TD^2 = 45 - 4 = 41, \text{ т.е. } TD = \sqrt{41}$$

$$\Rightarrow CD = TD - CT = \sqrt{41} - \sqrt{17}$$

Числовик
Вариант 22.

2 (продолжение)

3) Расположение вида
невозможно, т.к. $AD > CD$.



Ответ: $\sqrt{41} - \sqrt{17}$.

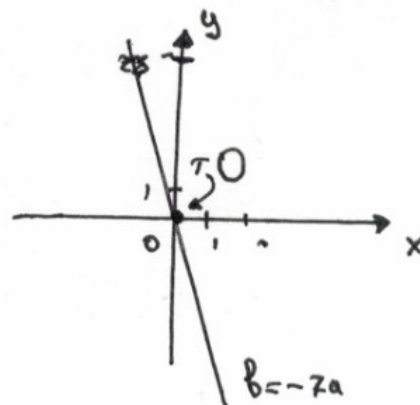
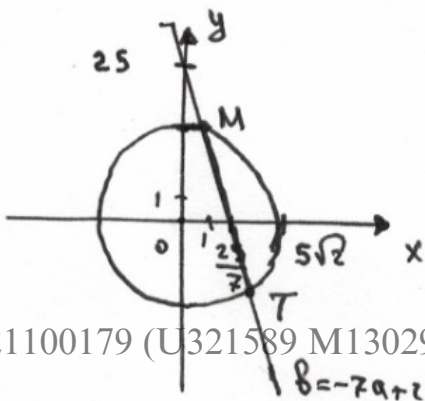
3.

1) $(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq (5\sqrt{2})^2$ - ~~уравнение~~ круга с центром в г. $(a; b)$
и радиусом $5\sqrt{2}$

2) $\begin{cases} a^2 + b^2 \leq 14a + 2b \\ 14a + 2b \leq 50 \Rightarrow b \leq -7a + 25 \end{cases}$
↑
у-ие полуплоскости
ниже прямой $b = -7a + 25$

Пусть $14a + 2b = 50$, тогда решением системы является отрезок (хорда окр-сти радиуса $5\sqrt{2}$). MT

Пусть $14a + 2b = 0$, тогда решением системы является точка O .



21100179 (U321589 M1302932)

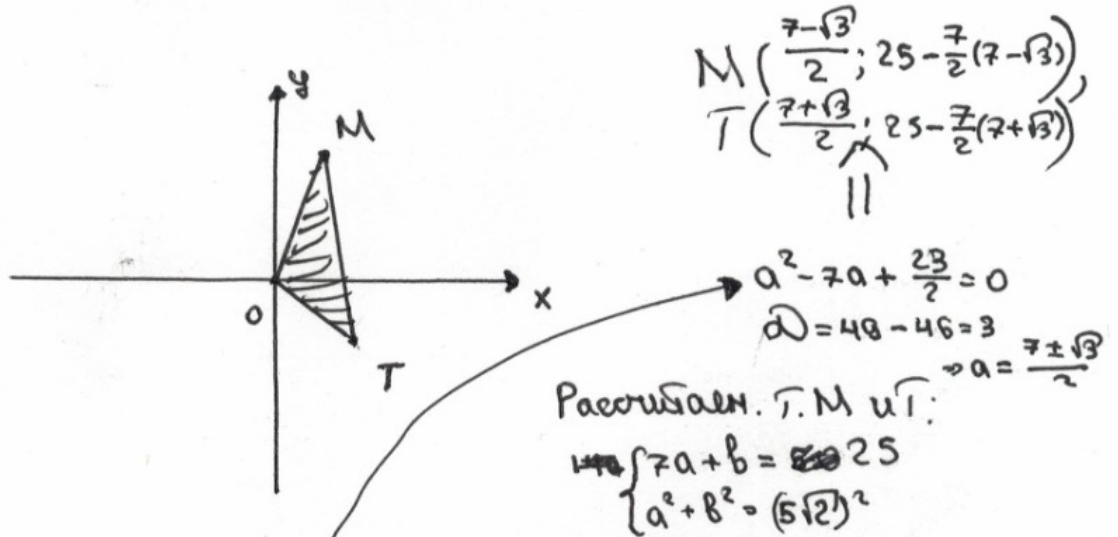
Чистовик
Вариант 22.

3 (продолжение).

Значит, решим систему

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq 14a + 2b \\ 14a + 2b \leq 50 \end{cases}$$

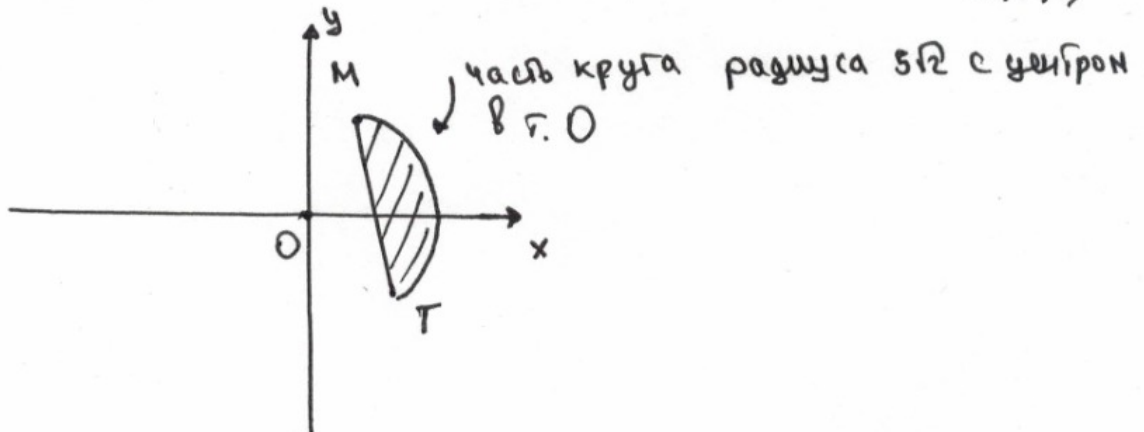
является закрашенная область:



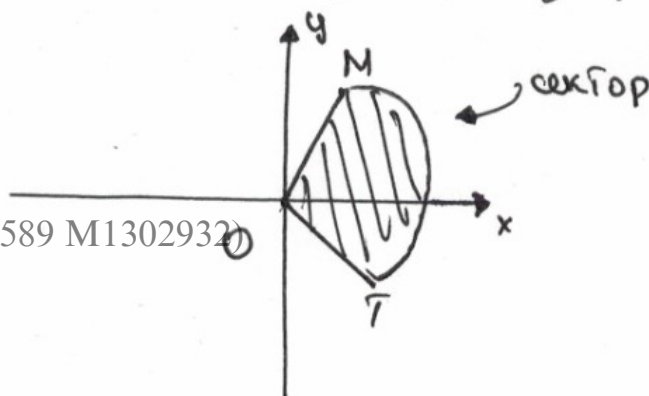
3) $\begin{cases} 14a + 2b > 50 \\ a^2 + b^2 \leq (5\sqrt{2})^2 \end{cases}$

$\Rightarrow a^2 + (25 - 7a)^2 = 50 \Rightarrow a^2 + 50 - 7a^2 = 50$
 $50a^2 + 25 \cdot 25 - 50 \cdot 7a = 50$
 $50a^2 + 50 - 70a = 50$
 $a^2 - 14a + 49 = 0$
 $\Rightarrow a = 7$
 $\Rightarrow (7, 1)$

Решением является закрашенная область:



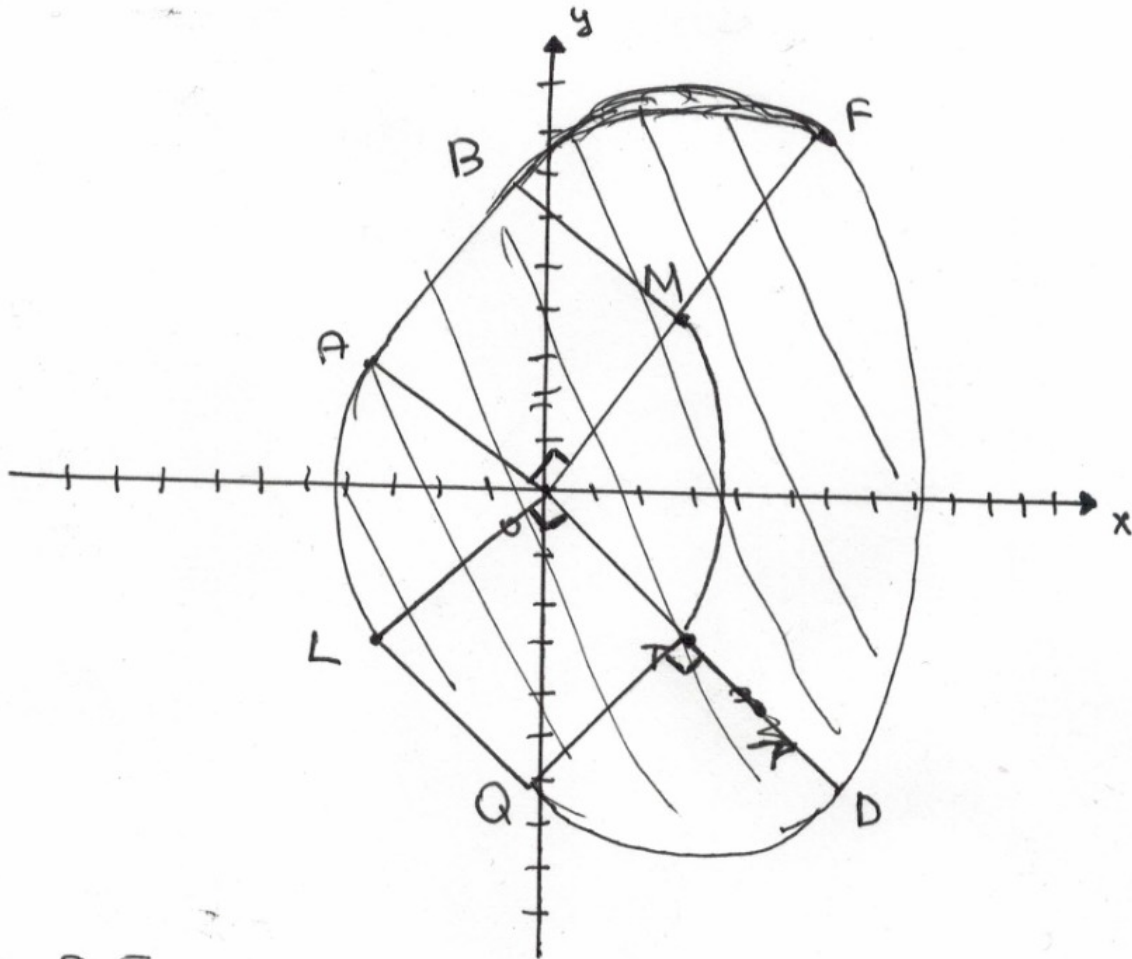
4) и 3 п. 2, 3 \Rightarrow множество г. $(a; b)$ это закрашенная область:



Числовик
Вариант 22.

3 (продолжение).

Получаем фигуру М:



5) Она состоит из двух прямоугольников $ABMO$ и $LQTO$ и четырёх секторов OLA и TQD и OFD и BMF .

$$S_{ABMO} = S_{LQTO} = 5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} = 50 \Rightarrow S_{ABMO} + S_{LQTO} = 100$$

↑
квадраты

$$6) S_{BMF} = S_{TQD} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (5\sqrt{2})^2 = \frac{25}{2} \pi \Rightarrow S_{BMF} + S_{TQD} = 25\pi$$

Ответ: $25\pi + 100 + S_{OLA} + S_{OFD}$.

1.

 $\{a_n\}$

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$\boxed{d > 0}, d \in \mathbb{N}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

$$S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_7 = a_1 + 6d, a_{16} = a_1 + 15d$$

$$a_7 \cdot a_{16} = (a_1 + 6d)(a_1 + 15d) > S - 24$$

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 15d) > \stackrel{+5}{=} 15(a_1 + 7d) - 24 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 11d) < 15(a_1 + 7d) + 4 \end{cases}$$

$$(*) : a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24$$

$$(\#) : a_1^2 + 21a_1d + 110d^2 < 15a_1 + 105d + 4$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 90d^2 - 15a_1 - 105d + 24 > 0 \\ -a_1^2 - 21a_1d - 110d^2 + 15a_1 + 105d + 4 > 0 \end{cases}$$

$$-20d^2 + 28 > 0$$

21100179 (U321589 M1302932)

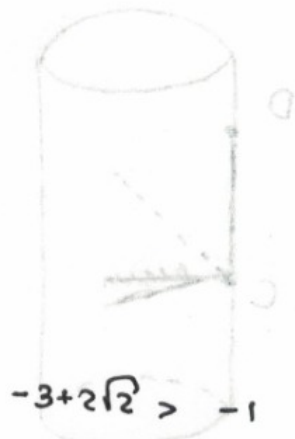
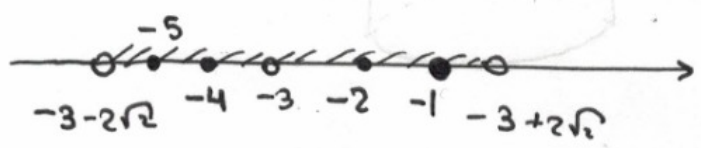
$$d < \frac{7}{5} \Rightarrow d = 1 \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24 \\ a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4 \end{cases}$$

Черновики

Черновики

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_1 \neq -3 \end{array} \right.$$

$$\frac{D}{4} = 8 \Rightarrow a_1 \in (-3 - 2\sqrt{2}; -3 + 2\sqrt{2})$$



$$-3 + 2\sqrt{2} > -1$$

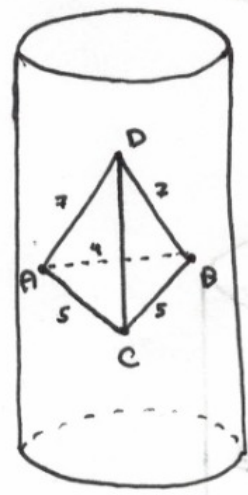
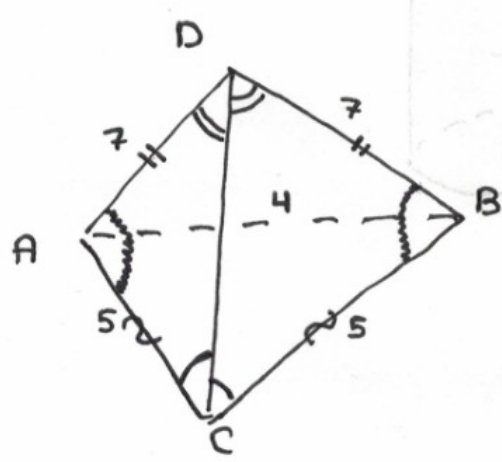
$$2\sqrt{2} > 2$$

$$-3 - 2\sqrt{2} < -5$$

$$2 < 2\sqrt{2}$$

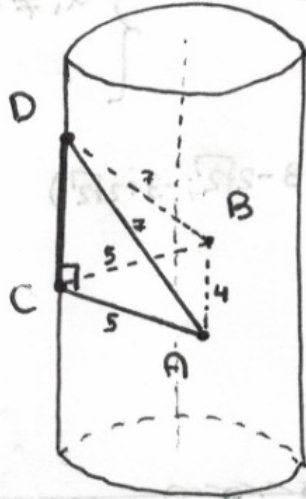
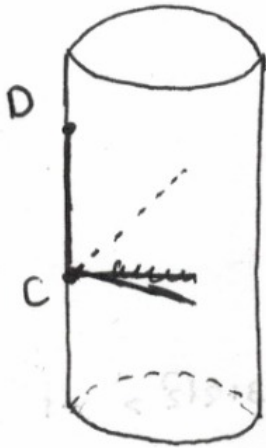
$$\Rightarrow a_1 \in \{-3, -4, -2, -1\}$$

2.



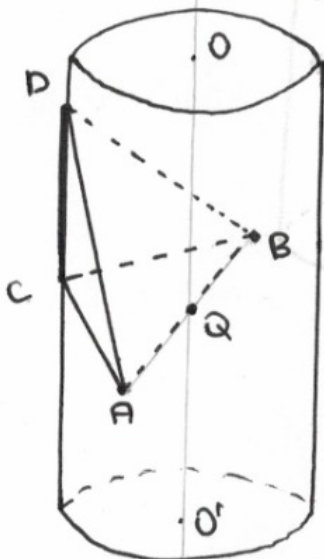
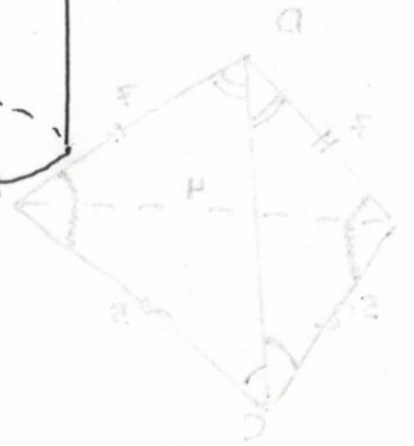
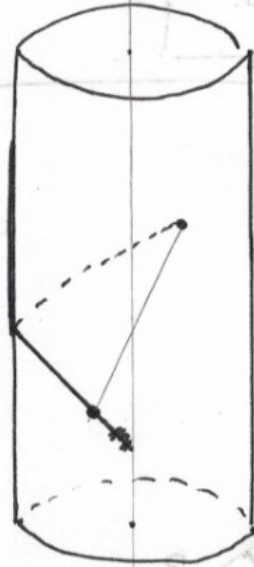
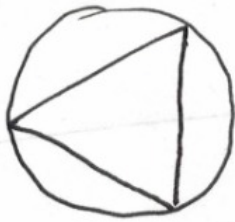
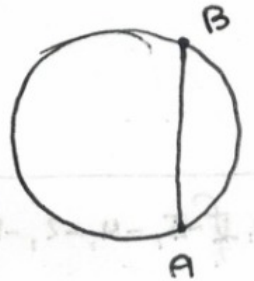
Упробелл

Упробелл



$$\left. \begin{aligned} 0 < x + 1,0z + 2,0 \\ 0 < 1 + 1,0z + 2,0 \end{aligned} \right\}$$

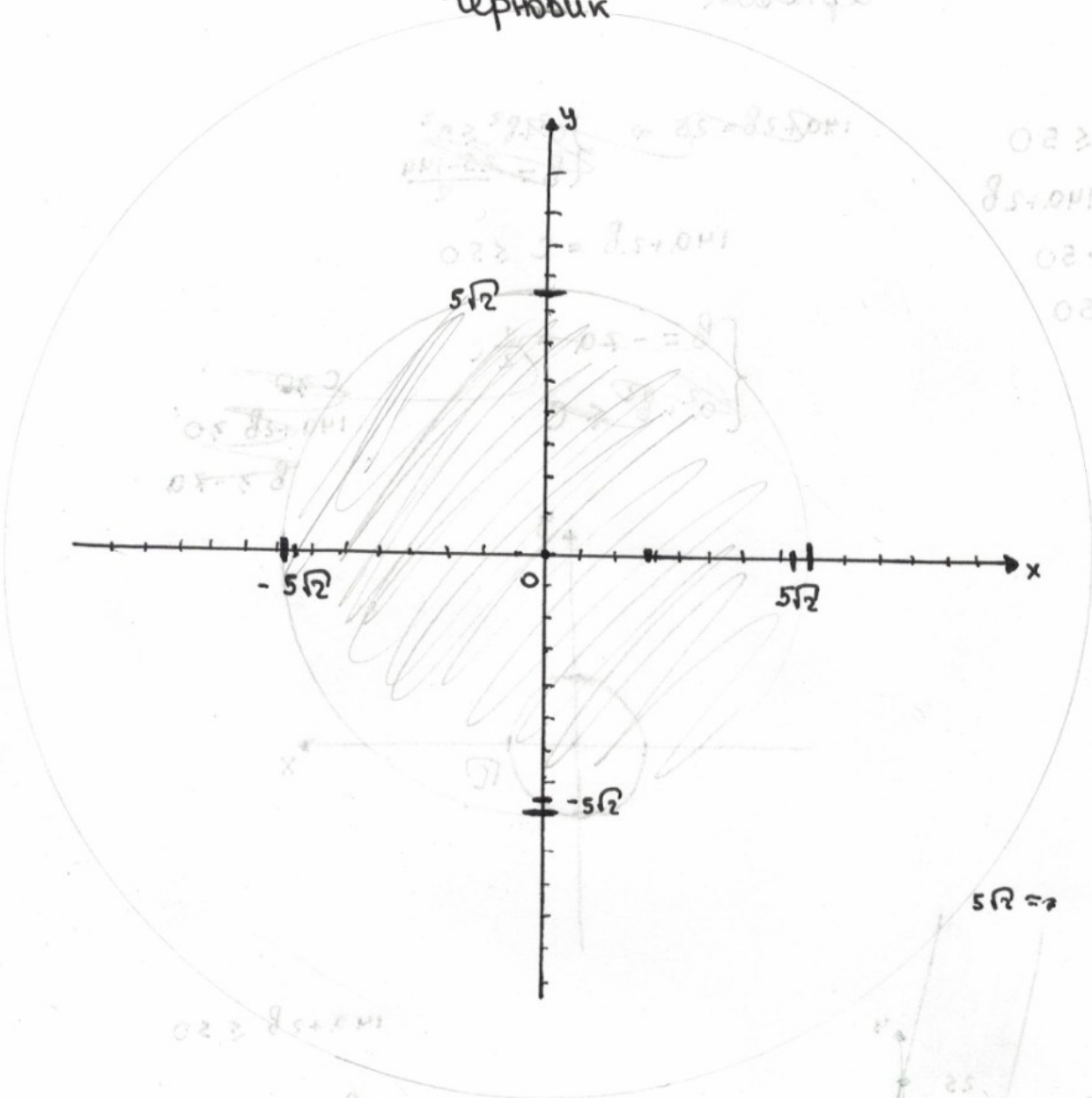
$$0 < 1 + 1,0z + 2,0$$



21100179 (U321589 M1302932)

Чертовик

Чертовик



$$\left. \begin{aligned} a^2 + b^2 &\leq 50 \\ 7a + b &> 25 \end{aligned} \right\}$$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 50$
 ↑
 это круг радиуса $5\sqrt{2}$
 с центром в г. $(a; b)$

$$\begin{aligned} 14a + 2b &\leq 50 \\ 7a + b &\leq 25 \end{aligned}$$

$$a^2 + b^2 \leq \min(14a + 2b, 50)$$

$$\left\{ \begin{aligned} a^2 + b^2 &\leq 50 \\ 7a + b &\leq 25 \\ 7a + b &> 25 \\ a^2 + b^2 &\leq 50 \end{aligned} \right.$$

21100179 (U321589 M1302932)

$a^2 + b^2 \leq 50$
 ↑
 круг с радиусом $5\sqrt{2}$ с центром $(0; 0)$

Черновик

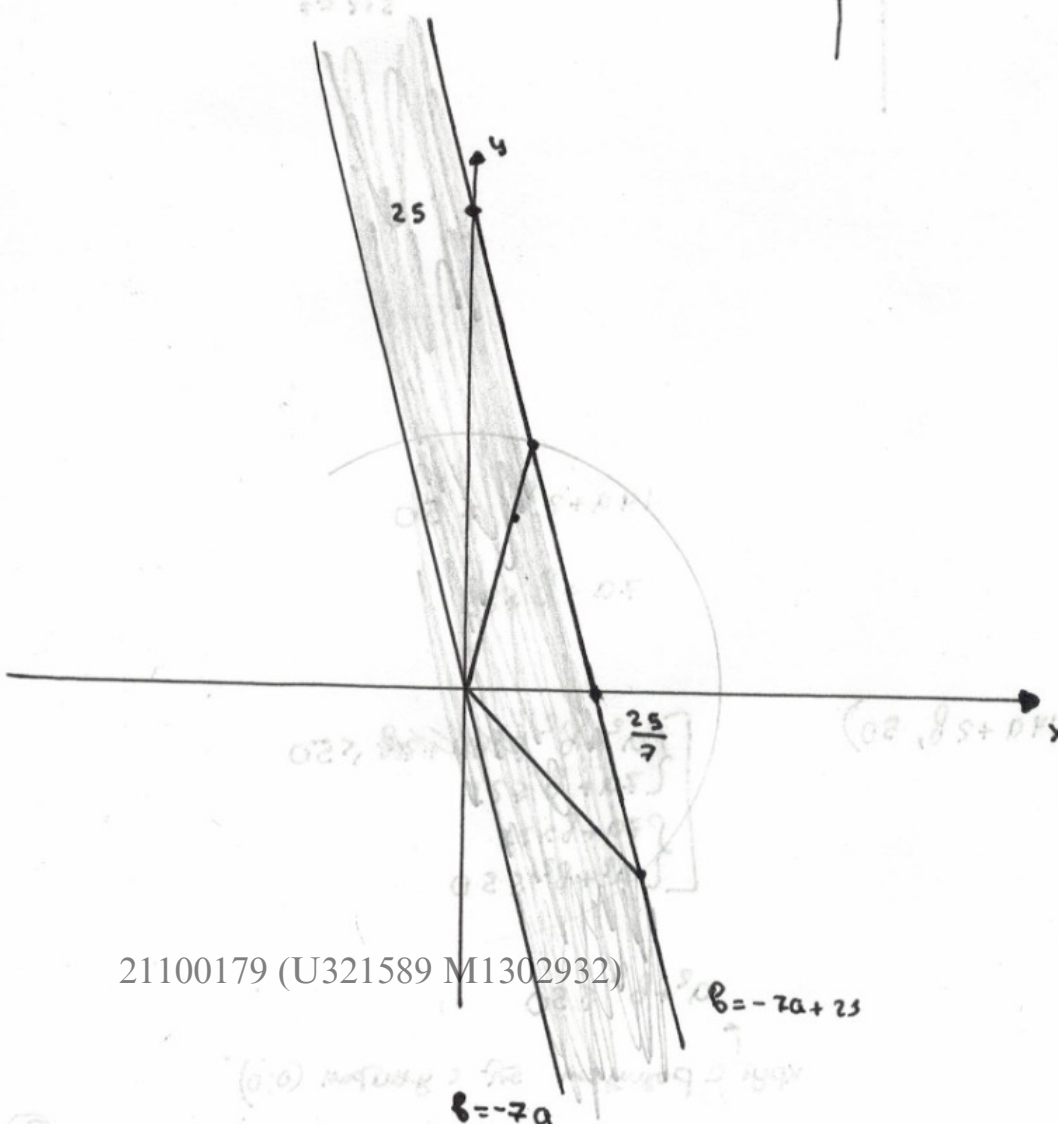
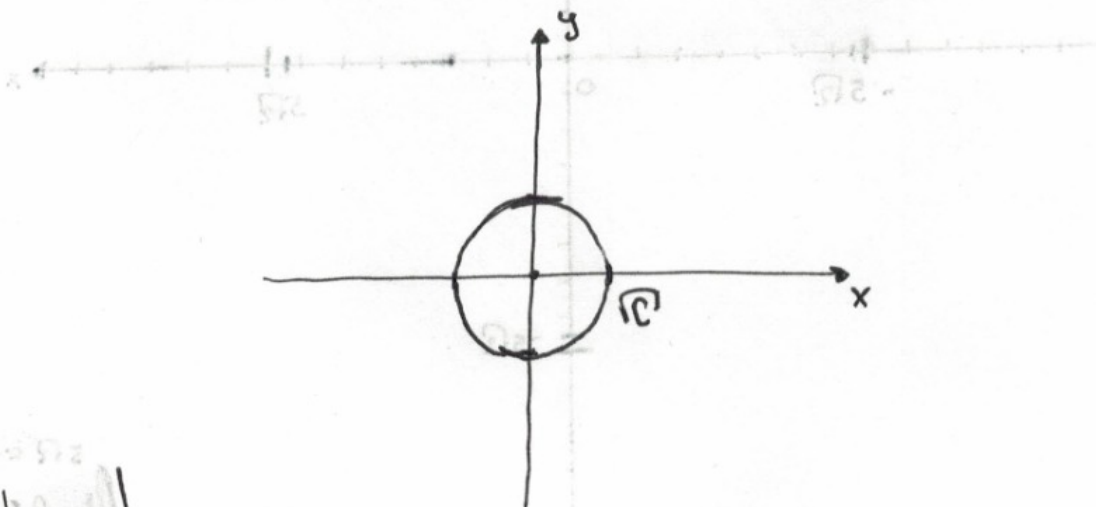
$$\begin{cases} 14a + 2b \leq 50 \\ a^2 + b^2 \leq 14a + 2b \\ 14a + 2b > 50 \\ a^2 + b^2 \leq 50 \end{cases}$$

$$14a + 2b = 25 \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 \leq 25 \\ b = \frac{25 - 14a}{2} \end{cases}$$

$$14a + 2b = c \leq 50$$

$$\begin{cases} b = -7a + \frac{1}{2}c \\ a^2 + b^2 \leq c \end{cases}$$

$$\begin{cases} c \geq 0 \\ 14a + 2b \geq 0 \\ b \geq -7a \end{cases}$$



$$14a + 2b \leq 50$$

$$b \leq -7a + 25$$

$$14a + 2b \geq 0$$

$$14a + 2b = 50$$

$$b = -7a + 25$$

$$b = -7a$$

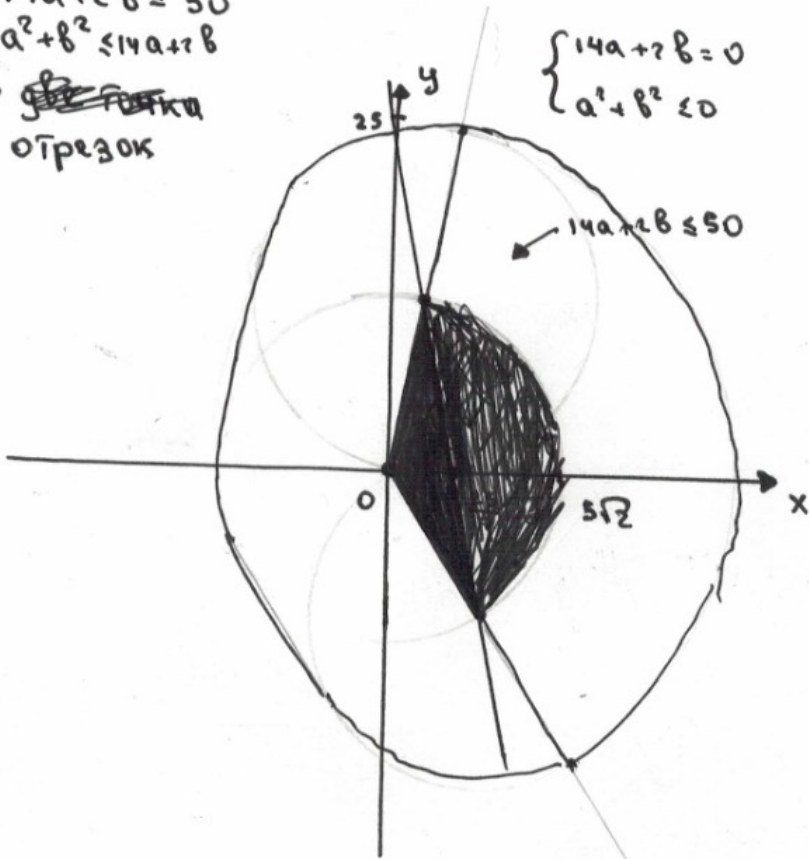
Черновик

$$\begin{cases} 14a + 2b = 50 \\ a^2 + b^2 \leq 14a + 2b \end{cases}$$

\Rightarrow ~~точка~~
отрезок

$$\begin{cases} 14a + 2b = 0 \\ a^2 + b^2 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 14a + 2b > 50 \\ a^2 + b^2 \leq 50 \end{cases}$$



$$a^2 + b^2 = 14a + 2b$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100179**

ID профиля: **321589**

Вариант 22

Числовик
Вариант 22.

2.

$$1) \begin{cases} \frac{1}{2}x+1 > 0, \frac{1}{2}x \neq 1 \\ \frac{7}{2}x - \frac{17}{4} > 0, \frac{7}{2}x - \frac{17}{4} \neq 1 \\ \frac{3}{2}x - 6 > 0, \frac{3}{2}x - 6 \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2, x \neq 2 \\ x > \frac{17}{14}, x \neq \frac{3}{2} \\ x > 4, x \neq \frac{14}{3} \end{cases} \Rightarrow \underline{x \in (4; +\infty) \setminus \{\frac{14}{3}\}}$$

2) Пусть a, b и c - числа из условия.
Пусть $a = b, a, c = a - 1$.

Тогда имеем, что $\begin{cases} abc = 4 \\ a = b \\ c = a - 1 \end{cases}$

$$a^2(a-1) = 4$$

$$a^3 - a^2 - 4 = 0$$

$$(a-2)(a^2+a+2) = 0$$

$$\begin{matrix} \uparrow \\ \infty < 0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow a = b = 2, c = 1$$

3) Пусть $2 \log_{\frac{3}{2}x-6}(\frac{x}{2}+1) = 1$

$$\frac{3}{2}x - 6 = (\frac{x}{2} + 1)^2$$

$$6x - 24 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 - 2x + 28 = 0 \Rightarrow x \in \emptyset \Rightarrow 2 \log_{\frac{3}{2}x-6}(\frac{x}{2}+1) = 2$$

$$\frac{3}{2}x - 6 = \frac{x}{2} + 1$$

$$x = 7 \in (4; +\infty) \setminus \{\frac{14}{3}\}$$

При $x=7$ $\frac{1}{2} \log_{\frac{3}{2}x-6}(\frac{7}{2}x - \frac{17}{4}) = \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} \frac{81}{4} = 1$;

$4 \log_{\frac{3}{2}x-6}(\frac{7}{2}x - \frac{17}{4}) = 4 \log_{\frac{9}{2}} \frac{81}{4} = 2$

$$\Rightarrow \boxed{x = 7}$$

Ответ: $x = 7$.

Чистовик
Вариант 22

1.

1) Максимальные степени двоек и семерки в разложении чисел a, b и c равны $\frac{17}{17}$ и $\frac{18}{18}$ соответственно, минимальные - 1

2) Пусть k_1, k_2, k_3 и n_1, n_2, n_3 - степени двоек и семерки соответственно у чисел.

Тогда имеем, что $1 \leq k_1 \leq k_2 \leq k_3 = \frac{17}{17}$ и $1 \leq n_1 \leq n_2 \leq n_3 = \frac{18}{18}$

$k_1 = 1$ и $n_1 = 1$, т.к. иначе $\text{НОД}(a; b; c) \neq 14$.

~~По аналогии с предыдущими задачами~~

3) Тогда имеем возможные троечки:

а) для k :

15 { $\begin{matrix} 1 & 1 & 17 \\ 1 & 2 & 17 \\ 1 & 3 & 17 \\ 1 & 4 & 17 \\ 1 & 5 & 17 \\ \dots \\ 1 & 16 & 17 \\ 1 & 17 & 17 \end{matrix}$

Количество "перемешанных" троек равно

$$A = 15 \cdot 6 + 2 \cdot 3 = 96$$

б) для n :

16 { $\begin{matrix} 1 & 1 & 18 \\ 1 & 2 & 18 \\ 1 & 3 & 18 \\ 1 & 4 & 18 \\ 1 & 5 & 18 \\ \dots \\ 1 & 17 & 18 \\ 1 & 18 & 18 \end{matrix}$

Количество "перемешанных" троек равно

$$B = 16 \cdot 6 + 2 \cdot 3 = 102$$

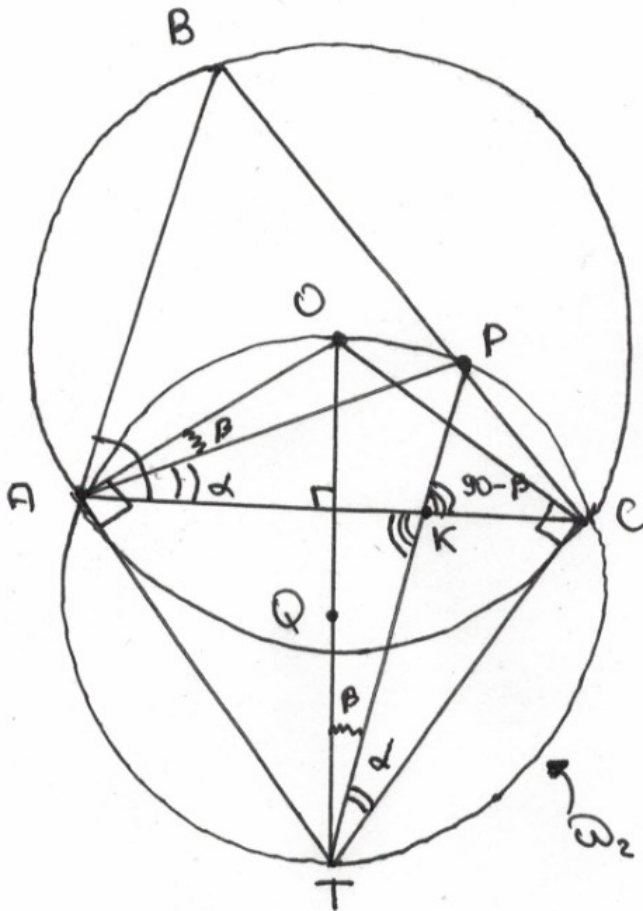
Значит, общее количество троек равно $A \cdot B = 102 \cdot 96 = 92412$

Ответ: 92412 троек.

21100179 (U321589 M1302933)

Числовик
Вариант 22.

3.



1) $AT \perp OA$ и $OC \perp CT$
по еб-ву радиуса, проведенного
в т. касания

2) $\widehat{AOT} = \widehat{OCT} = 90^\circ$

\Rightarrow опираются на диаметр
окружности ω_2 , причем
на один и тот же, т.к. имеют
общую точку O.

Значит, $T \in \omega_2$.

3) Q - центр окружности ω_2

4) $S_{APK} + S_{PKC} = 7 + 5 = 12 = S_{APC}$

5) $S_{ABC} = \frac{BC}{PC} \cdot \frac{AC}{AC} \cdot S_{APC} = \frac{BC}{PC} \cdot 12$, т.к. \widehat{ACP} - общий угол

6) $\triangle PKC \sim \triangle BAC$, т.к. $\widehat{PKC} = \widehat{BAC}$ и \widehat{ACB} - общий

$\Rightarrow \frac{PC}{BC} = \frac{KC}{AC} = \frac{5}{12}$, т.к. $\frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{7}{5}$, а высота одна и та же

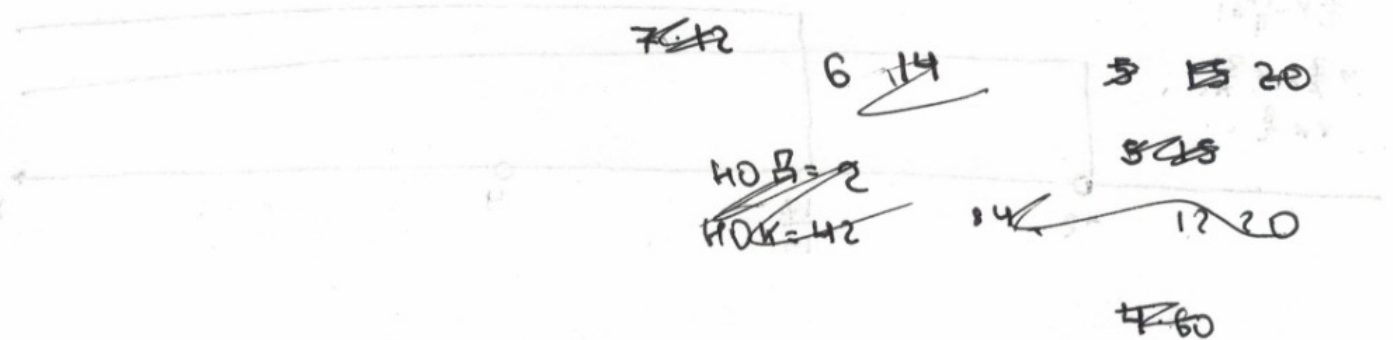
$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{12}{5} \cdot 12 = \frac{144}{5}$$

Ответ: $S_{ABC} = \frac{144}{5}$.

Черновик

$$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 14 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 2^{17} \cdot 7^{18} \end{cases}$$

$$\text{НОД}(a; b) \cdot \text{НОК}(a; b) = ab$$



$$\text{НОД}(a; b; c) = \text{НОД}(\text{НОД}(a; b); c)$$

$$a = 2^{k_a} \cdot 7^{n_a}, \quad b = 2^{k_b} \cdot 7^{n_b}, \quad c = 2^{k_c} \cdot 7^{n_c}$$

$$2^{18} \cdot 7^{18} = 2^{k_a + k_b + k_c} \cdot 7^{n_a + n_b + n_c}$$

$$1 \leq n_a \leq n_b \leq n_c$$

$$n_a = 1 \Rightarrow$$

$$2^{15} \cdot 7^{18} = 2^{k_a + k_b + k_c} \cdot 7^{n_a + n_b + n_c}$$

$$\begin{cases} k_a + k_b + k_c = 18 \\ n_a + n_b + n_c = 18 \end{cases}$$

$$1 \leq k_a \leq k_b \leq k_c$$

$$k_a = 1 \Rightarrow k_b + k_c = 17$$

21100179 (U321589 M1302933)

8 вариантов
для степени двойки

1	16	7	10
2	15	8	9
3	14	7	8
4	13	8	9
5	12		
6	11		

Упростите

$$\log\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 \left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right), \log\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}} \left(\frac{3x}{2}-6\right)^2, \log\sqrt{\frac{3x}{2}-6} \left(\frac{x}{2}+1\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}x+1} \left(\frac{7}{2}x-\frac{17}{4}\right) + 4 \log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}} \left(\frac{3x}{2}-6\right) + 2 \log_{\frac{3x}{2}-6} \left(\frac{x}{2}+1\right)$$

$$\frac{7}{2}x - \frac{17}{4} > 0 \Rightarrow x > \frac{17}{14}$$

$$x > -2$$

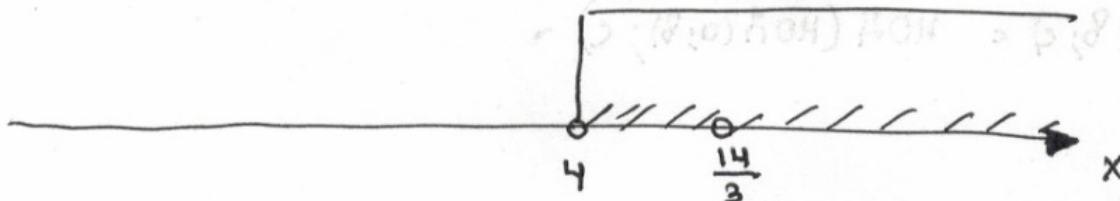
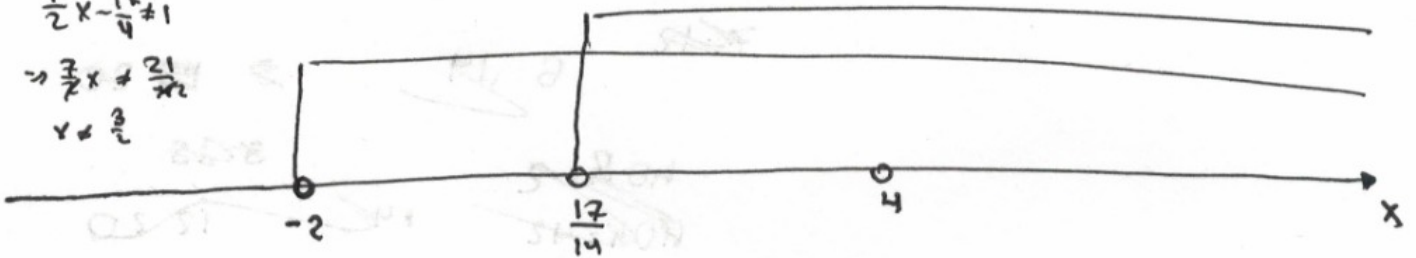
$$\frac{3}{2}x - 6 \neq 1 \Rightarrow x \neq \frac{14}{3}$$

$$\frac{7}{2}x - \frac{17}{4} > 0 \Rightarrow x > \frac{17}{14}$$

$$\frac{7}{2}x - \frac{17}{4} \neq 1$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2}x \neq \frac{21}{2}$$

$$x \neq \frac{3}{2}$$



$$\frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}x+1} \left(\frac{7}{2}x-\frac{17}{4}\right)$$

$$\textcircled{1} a=b$$

$$\textcircled{2} a=c$$

$$\textcircled{3} b=c$$

$$4 \log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}} \left(\frac{3x}{2}-6\right)$$

$$8 \log_{\frac{1}{2}x+1} \left(\frac{7}{2}x-\frac{17}{4}\right) = \log_{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}} \left(\frac{3x}{2}-6\right)$$

$$2 \log_{\frac{3x}{2}-6} \left(\frac{x}{2}+1\right)$$

$$\pm \log_{\frac{1}{2}x+1} \left(\frac{7}{2}x-\frac{17}{4}\right) = 4$$

$$\begin{cases} abc = 4 \\ a = b \\ c = a - 1 \end{cases}$$

$$a^2 \cdot (a-1) = 4$$

$$a^3 - a^2 - 4 = 0$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -4 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -4 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 4 \end{array}$$

$$\frac{7}{2}x \neq \frac{21}{2}$$

$$x \neq \frac{3}{2}$$

21100179 (U321389 M1302)33

$$\Rightarrow \boxed{a=2} \Rightarrow b=2, c=1$$

(2)

$$\begin{cases} k_a + k_b + k_c = 2^{18} \\ n_a + n_b + n_c = 2^{19} \end{cases}$$

Пусть

$$1 \leq k_a \leq k_b \leq k_c$$

$$\begin{cases} k_a + k_b + k_c = 18 \\ n_a + n_b + n_c = 19 \end{cases}$$

- 1 1 1 16
- 2 15
- 3 14
- 4 13
- 5 12
- 6 11
- 7 10
- 8 9

8 вариантов

- $n_a = 1$
- 1 1 17
 - 2 16
 - 3 15
 - ~~4 14~~
 - ~~5 13~~
 - ~~6 12~~
 - ~~7 11~~
 - 8 8 10
 - 9 9

3 варианта

$$\begin{aligned} (7 \cdot 6 + 3) \cdot 9 \cdot 6 &= \\ &= 45 \cdot 9 \cdot 6 = 9 \cdot 270 = \\ &= 1800 + 630 = \\ &= 2430 \end{aligned}$$

$$8 \cdot 9 \cdot 6 = 72 \cdot 6 = 432$$

- n_1 k_1
- n_2 k_2
- n_3 k_3

$$\text{НОЗ}(a; b) = \text{НОЧ}(a; b) = a; b$$

- 1) n_1, k_1
- 2) n_2, k_2
- 3) n_3, k_3
- 4) n_1, k_1
- 5) n_2, k_2
- 6) n_3, k_3



Черновик

$$\log_{\frac{3}{2}x-6}(\frac{1}{2}x+1) = 1$$

$$\frac{3}{2}x-6 = \frac{1}{2}x+1$$

$$\frac{49}{2} - \frac{17}{4} = \frac{98-17}{4}$$

$$= \frac{81}{4}$$

$$x=7 \Rightarrow 4 \log_{\frac{7}{2}x-17}(\frac{3}{2}x-6) = 4 \log_2 2 \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{2} = 2$$

$$\frac{1}{2} \log_{\frac{3}{2}x+1}(\frac{7}{2}x-\frac{17}{4}) =$$

$$\log_{\frac{3}{2}x-6}(\frac{1}{2}x+1) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x-6 = (\frac{1}{2}x+1)^2$$

$$3x-12 = (x+2)^2$$

$$3x-12 = x^2+4x+4$$

$$x^2+x-8 = 0$$

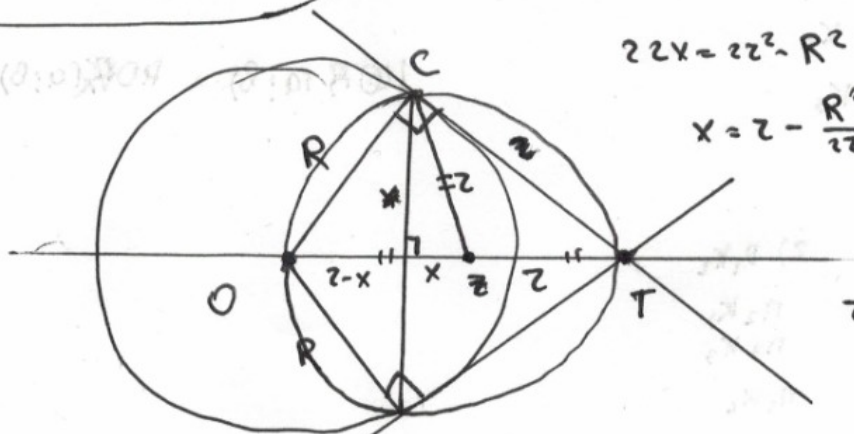
$x \in \emptyset$

$$R^2 - (z-x)^2 = z^2 - x^2$$

$$R^2 - z^2 + 2zx = z^2$$

$$2zx = z^2 - R^2$$

$$x = z - \frac{R^2}{2z}$$



$$z^2 - (z - \frac{R^2}{2z})^2 =$$

$$= z^2 - z^2 + R^2 - \frac{R^4}{4z^2}$$

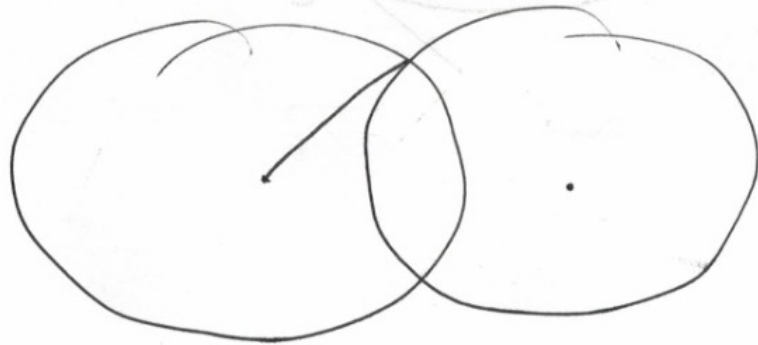
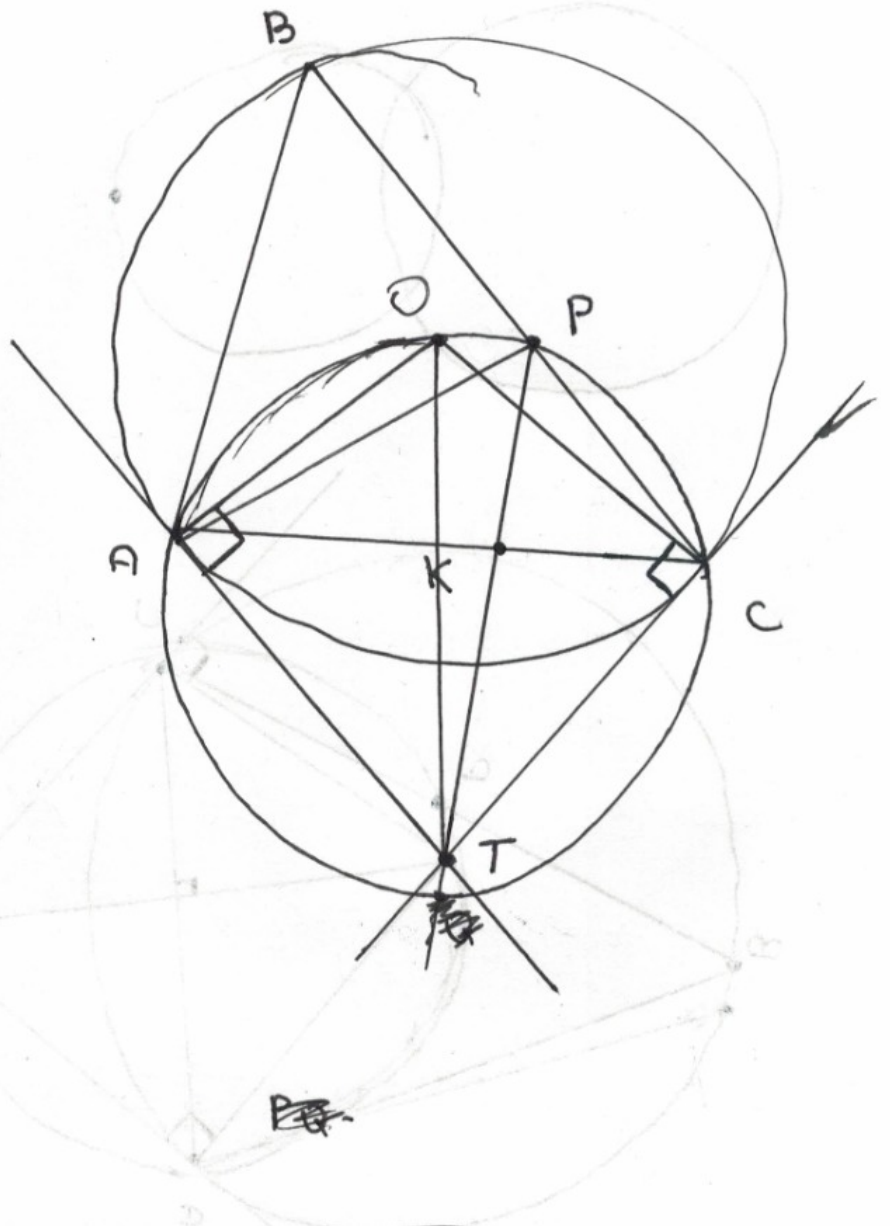
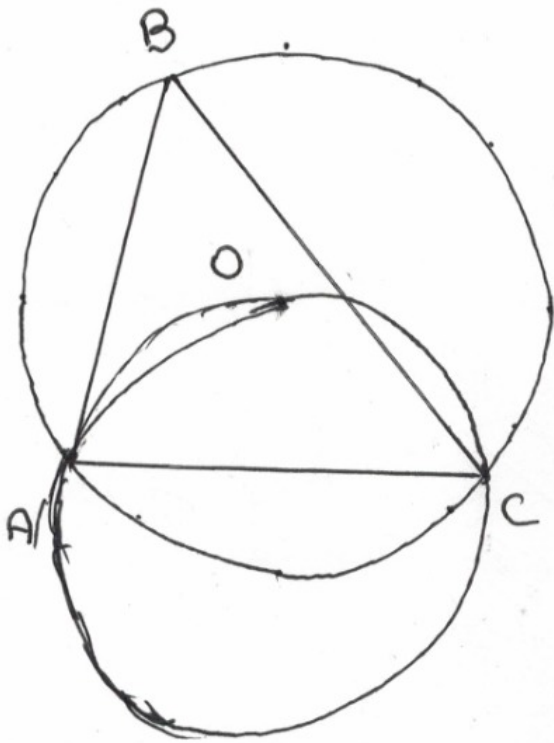
$$\frac{R \cdot \sqrt{4z^2 - R^2}}{2z} = \sqrt{z^2}$$

$$4z^2 = R^2 + CT^2 \Rightarrow CT = \sqrt{4z^2 - R^2}$$

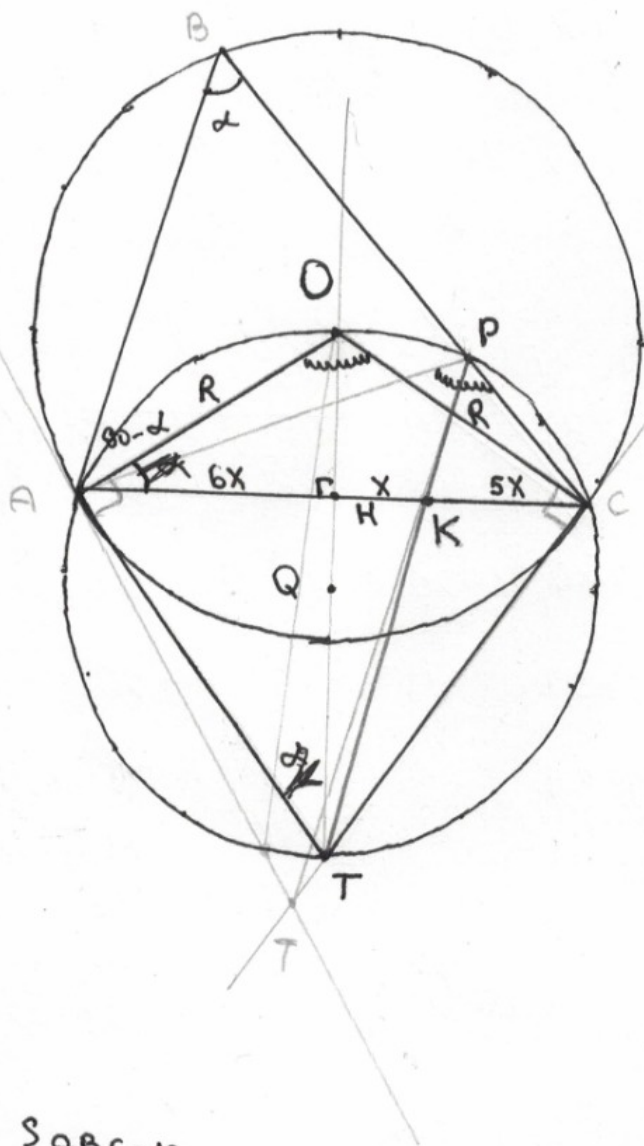
Черновик

unintelligible

6.



Упробук



$$AO = OC = R$$

$$\begin{array}{r} \times 102 \\ 96 \\ \hline 918 \\ 92412 \end{array}$$

$$OQ = QT = z$$

$$AT^2 = (2R)(2z)$$

$$AK = 2x, KC = 5x$$

$$\sqrt{R^2 - 36x^2}$$

$$S_{ABC} = 12$$

$$(6x)^2 = \sqrt{R^2 - (6x)^2} \cdot (2z - \sqrt{R^2 - (6x)^2})$$

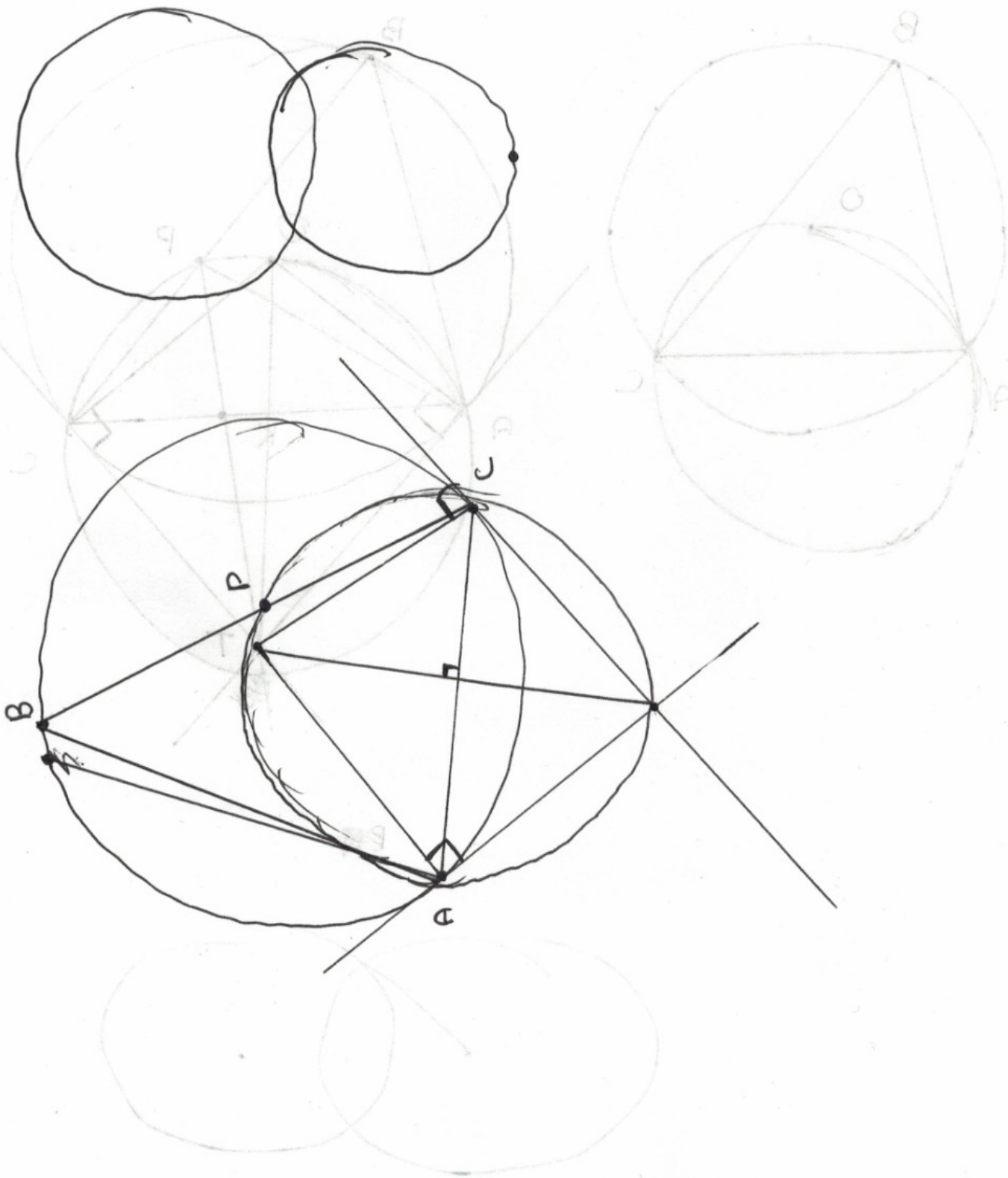
SAPE

$$\begin{array}{r} 102 \\ \times 96 \\ \hline 918 \\ 92412 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 612 \\ 918 \\ \hline 92412 \end{array}$$

Черновик

Черновик



21100179 (U321589 M1302933)

2

7