Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100141**

ID профиля: **282011**

Вариант 22

№1

d-разность прогрессии $d>0$

$a_1; a_2; a_3$ – целые $\Rightarrow$

$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2$ – целое

$\Downarrow$

ОДЗ: d – целое; $d>0$

$a_7 = a_1 + 6d$

$a_{16} = a_1 + 15d$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{12} = a_1 + 11d$

$S = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15$, тогда

$(a_1 + 6d)(a_1 + 15d) > (a_1 + 7d) \cdot 15 - 24$

$a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 > (15a_1 + 105d - 24)$

$a_1^2 + 21da_1 + 90d^2 - 15a_1 - 105d + 24 > 0$

$(a_1 + 10d)(a_1 + 11d) < (a_1 + 7d) \cdot 15 + 4$

$a_1^2 + 21da_1 + 110d^2 < 15a_1 + 105d + 4$

$a_1^2 + 21a_1 d + 110d^2 - 15a_1 - 105d - 4 < 0$

$\cancel{a_1^2} + \cancel{21a_1 d} + 110d^2 - \cancel{15a_1} - \cancel{105d} - 4 < \cancel{a_1^2} + \cancel{21a_1 d} + 90d^2 - \cancel{15a_1} - \cancel{105d} + 24$

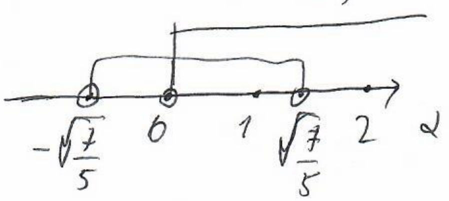
$110d^2 - 4 < 90d^2 + 24$

$20d^2 < 28$

$d^2 < \frac{7}{5}$

$d \in \left(-\sqrt{\frac{7}{5}}; \sqrt{\frac{7}{5}}\right)$

с ОДЗ для d



$\Downarrow$

$1 < \sqrt{\frac{7}{5}} < 2$

$\Downarrow$

единственное возможное значение $d = 1$

продолжение на сл. странице

Чистовик Вариант 22. Часть 1   2 43 6

№1 (продолжение)

$d=1 \Rightarrow a_7 = a_1+6$

$a_{16} = a_1+15$

$a_{11} = a_1+10$

$a_{12} = a_1+11$

$S = \frac{a_1+a_{15}}{2} = \frac{2a_1+14}{2}\cdot 15 = (a_1+7)\cdot 15 = 15a_1+105$, тогда

$\begin{cases}(a_1+6)(a_1+15) > 15a_1+105-24 \\ (a_1+10)(a_1+11) < 15a_1+105+4\end{cases}$

$\begin{cases}a_1^2+21a_1+90-15a_1-105+24>0 \\ a_1^2+21a_1+110-15a_1-105-4<0\end{cases}$

$\begin{cases}a_1^2+6a_1+9>0 \\ a_1^2+6a_1+1<0 \quad *\end{cases}$

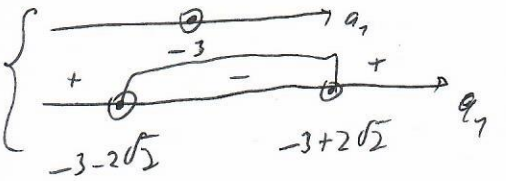
$a_1^2+6a_1+1<0$

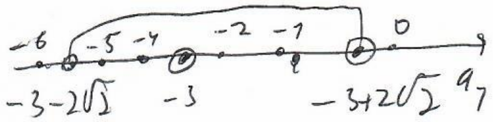
$D = 36-4 = 32 = (4\sqrt{2})^2$

$a_1 = \frac{-6\pm 4\sqrt{2}}{2} = -3\pm 2\sqrt{2}$

$(a_1+3-2\sqrt{2})(a_1+3+2\sqrt{2})<0$

$\begin{cases}(a_1+3)^2>0 \\ (a_1+3-2\sqrt{2})(a_1+3+2\sqrt{2})<0\end{cases}$





сравним

$2\sqrt{2} = \sqrt{8} \Rightarrow 2 < 2\sqrt{2} < 3 \Rightarrow -1 < -3+2\sqrt{2} < 0$

$\Downarrow$

$\cancel{-3>-2\sqrt{2}}$

$-3 < -2\sqrt{2} < -2$

$-6 < -3-2\sqrt{2} < -5$

$\Rightarrow$ т.к. a_1 - целое

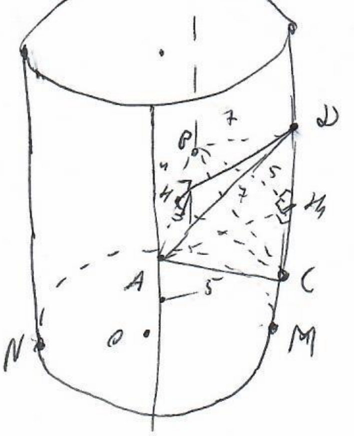
$\Downarrow$

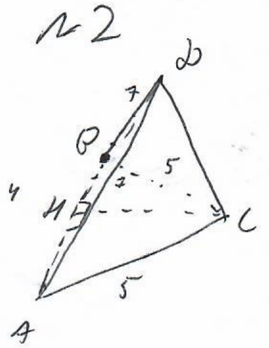
$a_1 = \{-5; -4; -2; -1\}$

Ответ: $a_1 = \{-5; -4; -2; -1\}$

Чистовик. Вариант 22. Часть 1   3   43   6

№2





1) Строим DH и CH – высоты $\triangle ABD$ и $\triangle ABC$ соответственно, т.к.

$\left.\begin{array}{l}\triangle ABC - \text{р/б } (BC=AC) \\ \triangle ABD - \text{р/б } (BD=AD)\end{array}\right\} \Rightarrow$ высоты будут являться еще и медианами

$\Downarrow$

$BH = AH$

$\Downarrow$

две высоты сойдутся в одной точке

Рассмотрим плоскость DHC:

$\left.\begin{array}{l} DH \perp AB \\ CH \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow AB \perp DHC \Rightarrow \left.\begin{array}{l} AB \perp CD \\ CD \perp \text{плоскости основания } (NOM) \end{array}\right\} \Rightarrow AB \parallel NOM$

Строим AH_1 и BH_1 – высоты $\triangle BCD = \triangle ACD$

$\triangle ACD = \triangle BCD$

$(AD = BD;\ AC = BC;\ CD$ – общая$)$ $\Rightarrow$ высоты сойдутся в одной точке; $AH_1 = BH_1$

Рассмотрим плоскость BAH_1

$\left.\begin{array}{l} AB \perp CD \\ BH \perp CD \\ AH \perp CD \\ CD \perp NOM \end{array}\right\} \Rightarrow ABH_1 \parallel NOM$; ~~$AB = BH$~~

$AB,\ BH_1,\ AH_1$ – хорды

Заметим, что хорды по длине всегда не больше диаметра $\Rightarrow$ минимальный радиус будет при наименьшем диаметре $\Rightarrow$ минимальный радиус будет если один из отрезков $(AB;\ BH_1,\ AH_1)$ будет диаметром.

Пусть BH_1 – диаметр $\Rightarrow AH_1$ – диаметр (т.к. $BH_1 = AH_1$) $\Rightarrow$ точки A и B совпадают $\Rightarrow$ противоречие (т.к. призма не вырожденная)

$\Downarrow$

AB – диаметр; BH_1; AH_1 – не диаметры

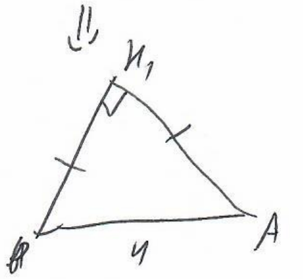
№2 (продолжение)

AB – диаметр

$\Downarrow$

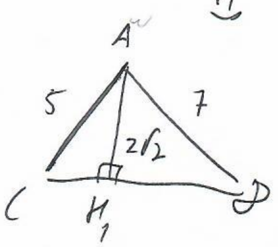
$\angle AH_1B = 90^\circ$ (т.к. опирается на диаметр)

$\Downarrow$



$\Rightarrow BH_1 = AH_1 \Rightarrow \triangle BH_1A$ – р/б $\Rightarrow BH_1 = AH_1 = \frac{AB}{\sin 45} = \frac{AB}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

$\Downarrow$



$CD = CH_1 + H_1D = \sqrt{AC^2 - AH_1^2} + \sqrt{AD^2 - AH_1^2} = \sqrt{25-8} + \sqrt{49-8} =$

$= \sqrt{17} + \sqrt{41}$

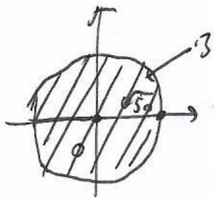
Ответ: $CD = \sqrt{17} + \sqrt{41}$

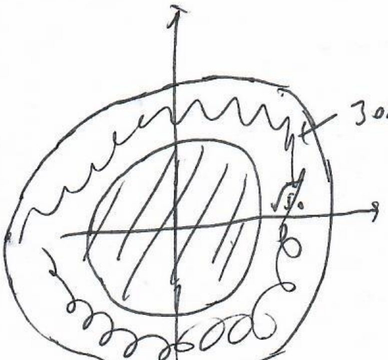
Чистовик. Вариант 22. Часть 1 5 43 6

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le \min(14a+2b;\ 50)\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 50\\ a^2+b^2\le 14a+2b\\ a^2+b^2\le 50\end{cases}$$

Первое и третье уравнения — окружности $\Rightarrow$ если принять, что $\cancel{a^2+b^2}\ 50 \le 14a+2b$ — всегда истинно, то площадь фигуры M равна площади круга радиусом $2\sqrt{50}$ (т.к. a и b — координаты центра маленького круга (из I уравнения) могут лежать на расстоянии не более $\sqrt{50}$ от (0;0); а радиус мелкого круга равен $\sqrt{50}$)





$\Downarrow$

$$S_M=\pi r^2=\pi\cdot 4\cdot 50=200\pi$$

Теперь рассмотрим ситуацию когда $\cancel{a^2+b^2}\ 50\le 14a+2b$ — ложно

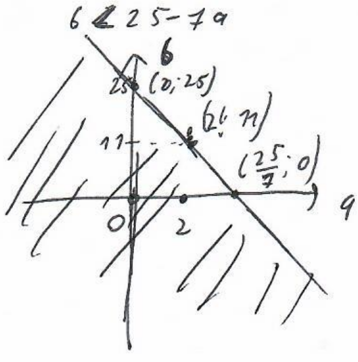
$\Downarrow$

$14a+2b<50$

$7a+b<25$

$b<25-7a$

в заштрихованной зоне $14a+2b<50$ $\leftarrow$



Чистовик. Вариант 22 Часть 1 6 43 6

$a^2+b^2 \le 14a+2b$ – уравнение эллипса №3 (продолжение)

$\Downarrow$

$S_{эллипса} = \left(\frac{r+R}{2}\right)^2 \pi$

$\Downarrow$

$S_M = \left(\frac{r+R+4\sqrt{50}}{2}\right)^2 \pi$

$r = \cancel{2\cdot(b_{max}-1)}\ b_{max}-b_{min} \overset{при\ a=0}{=} b=2$

$R = \cancel{2}\ a_{max}-a_{min} = \overset{при\ b=0}{14}$

Черновик 2 43

$a_1 + a_2 + \dots a_{15} = \frac{a_1 + 14d + a_1}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15$

$\cancel{a}$ $\cancel{a_7 a_{16}}$ $(a_1 + 6d) \cdot (a_1 + 15d) > S - 24$

$(a_1 + 10d)(a_1 + 11d) < S + 4$

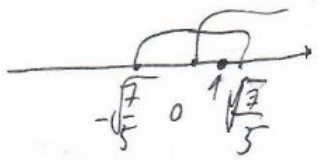
$a_1^2 + 21a_1 d + 90d^2 > 15a_1 + 105d - 24$

$a_1^2 + 21a_1 d + 110d^2 < 15a_1 + 105d + 4$

$\cancel{a_1^2} + \cancel{21a_1 d} + 90d^2 - \cancel{15a_1} - \cancel{105d} + 24 > \cancel{a_1^2} + \cancel{21a_1 d} + 110d^2 - \cancel{15a_1} - \cancel{105d} - 4$

$28 > 20d^2$

$\frac{7}{5} > d^2$



$(a_1 + 7) \cdot 15 = S$

$(a_1 + 6)(a_1 + 15) > S - 24$

$(a_1 + 10)(a_1 + 11) < S + 4$

$a_1^2 + 21a_1 + 90 > 15a_1 + 105 - 24$

$a_1^2 + 21a_1 + 110 < 15a_1 + 105 + 4$

$36 - 4 = 32$

$\frac{-6 + 4\sqrt{2}}{2} = -3 + 2\sqrt{2}$

$-3 - 2\sqrt{2}$

$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 + 1 < 0 \end{cases}$ $(a_1 + 3)^2 > 0$

$(a_1 + 3 - 2\sqrt{2})(a_1 + 3 + 2\sqrt{2}) < 0$

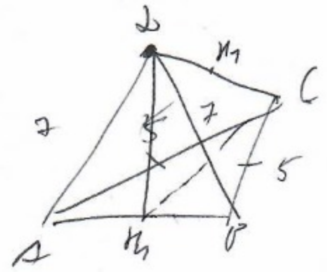
$\cancel{2\sqrt{2}}$ -5 -4 -2 -1 or

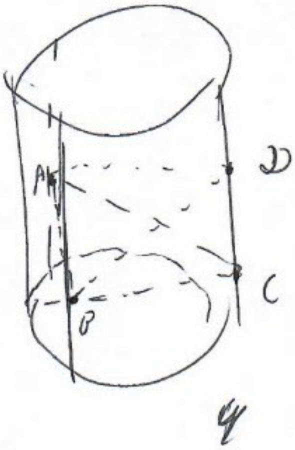
$2\sqrt{2} = 2.1$ $-5; -4; -2; -1$

21100141 (U282011 M1300689)

Черновик №1

1 43





$AD=7$
$PD=7$
$AP=4$
$AC=5$
$PC=5$

$\frac{2+2\sqrt{14}}{2}$ $4+52=56$

$2\sqrt{14}$ $8\cdot 7$

$b^2=2b$

$1+b^2=14+2b$

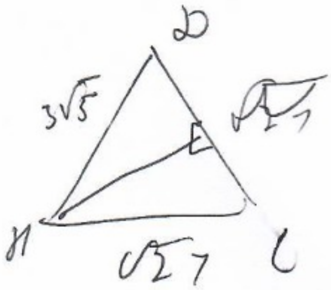
$b^2-2b-13=0$

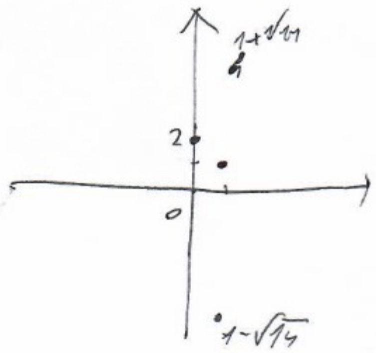
$\sqrt{49-4}=3\sqrt{5}$

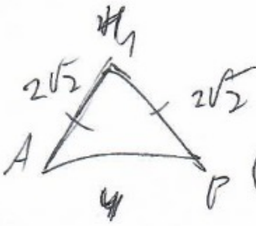
$PH=3\sqrt{5}$

$25-4=21$

$C_1H=\sqrt{21}$



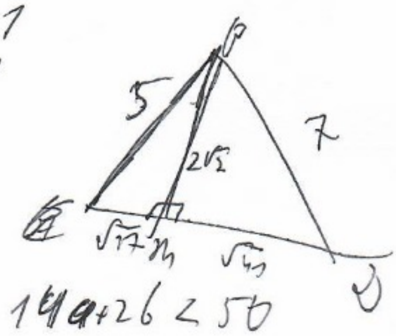




$(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 50$

$a^2+b^2 \leq \min(14a+2b;50)$

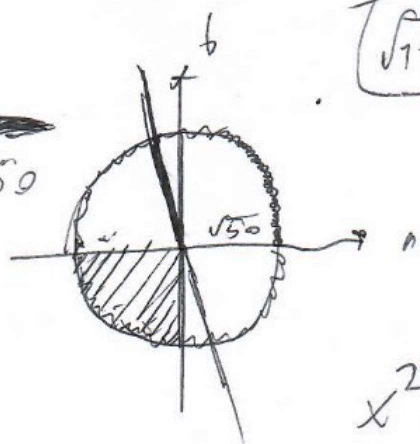
$a=1$
$b=1$



$14a+2b<50$

$\sqrt{17}+\sqrt{41}$

$50 \leq 2\sqrt{50}$



$a^2+b^2 \geq 14a+2b$

$a(a-14)+b(b-2) \leq 0$

$a^2-14a+b^2-2b=0$

0 0 0 0
14 2

$x^2-2ax+a^2+y^2-2by+b^2 \leq 50$

$a^2+b^2 \leq 50-x^2-y^2+2ax+2by$

~~$50=1+7$~~

$\to 5 \to$

$CD\cdot PH_1=CP\cdot PD\cdot \sin$

$1+49 \leq$

$25-8=$

$49-8$

$1+49 \leq$

21100141 (U282011 M1300689)

Черновик 3 из 3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 50 \\ a^2+b^2 \le \min(14a+2b, 50)\end{cases}$$

$14a+2b \ge 50$

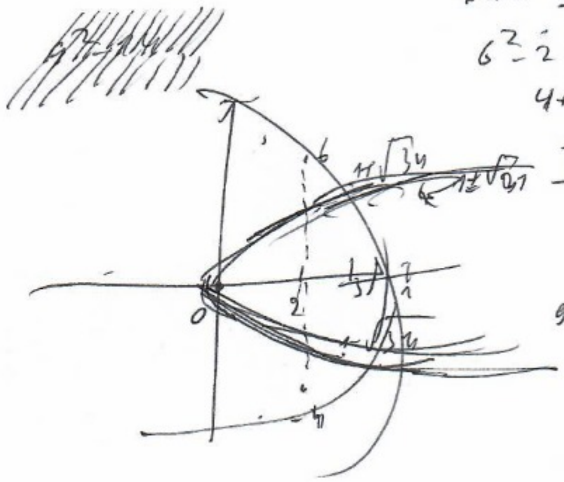
$7a+b \ge 25$

$(a+b)^2-2ab \le 14a+2b$

$\cancel{(a+b)^2}$

$a^2+b^2 \le 50$

$a^2+b^2 \ge 14a+2b$



$4+b^2 \le 28+2b$

$b^2-2b-24=0$

$4+96=100$

$\frac{2+2\sqrt{53}}{2} = 1\pm\sqrt{53}$

$1+5=6$

$1-5=-4$

$a+b^2 \le$

$a+b^2 \ge 42+2b$

$b^2-2b-33=0$

$4+132=136$

$\frac{2+2\sqrt{34}}{2}$

$1\pm\sqrt{34}$

$2b=k-14a$

$\cancel{16+b}$

$b^2-2b-40=0$

$4+160=164$

$1\pm\sqrt{41}$

$14a+2b=k$

$b=-7a$

0 1 2 3 4

$1\pm\sqrt{1}$ $1\pm\sqrt{14}$ $1\pm\sqrt{25}$ $1\pm\sqrt{34}$ $1\pm\sqrt{41}$

5

$1\pm\sqrt{46}$

$1\pm\sqrt{49}$

$1\pm\sqrt{50}$

$b^2-2b=0$

$b=0$

$b=2$

$b^2-2b-13=0$

$4+52=56$

$1\pm\sqrt{14}$

$b^2-2b-45$

$4+180=184$

$1\pm\sqrt{46}$

$a^2+b^2-50=a^2+b^2-14a-2b$

$48 \cdot 4$

160

$14a+2b=50$

$a=4$, $b=\cancel{11}$ $\quad a=2$, $b=\cancel{18}$ $\quad a=0$, $b=25$ $\quad a=7$, $b=1$ $\quad a=1$, $b=8$

$b^2-2b-48=0$

$4+192=196$ $\quad 4\cdot 49$

$a=6$, $b=4$ $\quad a=8$, $b=-3$

$b^2-2b-49$

$4+196=200$ $\quad 4\cdot\sqrt{50}$

$b^2-2b+15$

$\frac{14+2\sqrt{2}}{2}$

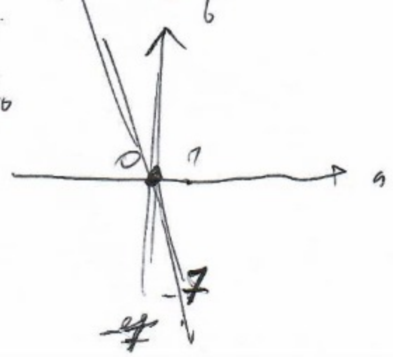
$a^2+14a=0$

$a(a+$

$196+2=198$

$4\cdot 49\cdot 2$

$4\cdot 99\cdot 2$



21400141 (U282011 M1300689)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100141**

ID профиля: **282011**

Вариант 22

№1

~~Пр~~ $НОД(a;b;c)=14=2\cdot 7$

$НОК(a;b;c)=2^{17}\cdot 7^{18}$

$\Downarrow$

никаких простых множителей у $a;b;c$ кроме 2 и 7 нету, тогда

$a=2^x\cdot 7^y$

$b=2^z\cdot 7^p$

$c=2^n\cdot 7^m$

$НОД(a;b;c)=2^{\min(x;z;n)}\cdot 7^{\min(y;p;m)}=2^1\cdot 7^1 \Rightarrow \min(x;z;n)=1$, $\min(y;p;m)=1$

$НОК(a;b;c)=2^{\max(x;z;n)}\cdot 7^{\max(y;p;m)}=2^{17}\cdot 7^{18} \Rightarrow \max(x;z;n)=17$, $\max(y;p;m)=18$, тогда

возможные варианты:

x	z	n	кол-во вариантов	y	p	m	кол-во вариантов
1	17	[1;17]	~~17~~ ва 17	1	18	[1;18]	18
1	[1;17]	17	17	1	[1;18]	18	18
[1;17]	1	17	17	[1;18]	1	18	18
17	[1;17]	1	17	[1;18]	18	1	18
17	1	[1;17]	17	18	[1;18]	1	18
[1;17]	17	1	17	18	1	[1;18]	18
			17·6				18·6

$17\cdot 6\cdot 18\cdot 6 = 17\cdot(17+1)\cdot 36=(289+17)\cdot 36=306\cdot 36=(300+6)\cdot 36=10800+216=$

$=\underline{11016}$

Ответ: 11016 троек

$$\boxed{\begin{gathered} a=\frac{x}{2}+1 \\ b=\frac{7x}{2}-\frac{17}{4} \\ c=\frac{3x}{2}-6 \end{gathered}}$$

№2

$$\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\frac{1}{2}\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)}\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)=\frac{1}{2}\log_a b$$

$$\log_{\sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}}\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2=4\log_{\left(\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}\right)}\left(\frac{3x}{2}-6\right)=4\log_b c$$

$$\log_{\sqrt{\frac{3x}{2}-6}}\left(\frac{x}{2}+1\right)=2\log_{\left(\frac{3x}{2}-6\right)}\left(\frac{x}{2}+1\right)=2\log_c a$$

Чистовик. Вариант 22. Часть 2: 2 43 3

№2 (продолжение)

ОДЗ:

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{2}+1\right)^2>0 \\ \left(\frac{x}{2}+1\right)^2\neq 1 \\ \frac{7x}{2}-\frac{17}{4}>0 \\ \sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}>0 \\ \left(\frac{3x}{2}-6\right)^2>0 \\ \sqrt{\frac{3x}{2}-6}>0 \\ \sqrt{\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}}\neq 1 \\ \frac{x}{2}+1>0 \\ \sqrt{\frac{3x}{2}-6}\neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x\neq -2 \\ x\neq 0 \\ x\neq -4 \\ x>\frac{17}{14} \\ x>\frac{17}{14} \\ x\neq 4 \\ x>4 \\ x\neq \frac{3}{2} \\ x\neq \frac{13}{14} \\ x>-2 \\ x\neq \frac{14}{3} \\ x\neq \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} x>4 \\ x\neq \frac{14}{3} \end{cases}}$$

1) Пусть $\frac{1}{2}\log_a b=4\log_b c=2\log_c a+1$

$$\log_a b=8\log_b c$$

$$\log_a b\cdot\log_c b=8$$

$$\frac{\log_a b\cdot\log_a b}{\log_a c}=8$$

$$\log_a b\cdot\log_a b=8\log_c a$$

$$(\log_a b)^2=8\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}\log_a b-1\right)}{2}$$

$$(\log_a b)^2=2\log_a b-4$$

$$(\log_a b)^2-2\log_a b+4=0$$

$$(\log_a b-2)^2=0$$

$$\log_a b=2$$

$$\log_a b=\log_a a^2$$

$$b=a^2$$

$$\frac{7x}{2}-\frac{17}{4}=\left(\frac{x}{2}+1\right)^2$$

$$\frac{14x-17}{4}=\frac{x^2+4x+4}{4}$$

$$x^2+4x+4-14x+17=0$$

$$x^2-10x+21=0$$

$$D=100-84=4^2$$

$x=7 \quad \Leftarrow \quad x=\frac{10+4}{2}=7$

$x=3 \quad <4 \Rightarrow$ не подходит

Чистовик. Вариант 22. Часть 2 3 43 3

№2 (продолжение)

Пусть $\frac{1}{2}\log_a b = 2\log_c a = 4\log_b c + 1$

$\log_a b = 4\log_c a$

$4\log_c a \cdot \log_b a = 1$

$\cancel{\frac{4\log_c a \cdot \log_c a}{\log_b c}}$

$\cancel{\frac{4\log_b a \cdot \log_b a}{\log_b c} = 1}$

$\frac{4\log_c a \cdot \log_c a}{\log_b b} = 1$

$4\log_c a \cdot \log_c a = \log_b c$

$4(\log_c a)^2 = \frac{2\log_c a - 1}{4}$

$16(\log_c a)^2 - 2\log_c a + 1 = 0$

$D = 4 - 16\cdot 4 = -60 < 0 \Rightarrow$ уравнение решений не имеет

$\Downarrow$

данная ситуация невозможна

Пусть

$4\log_b c = 2\log_c a = \frac{1}{2}\log_a b + 1$

$2\log_b c = \log_c a$

$2\log_b c \cdot \log_a c = 1$

$\frac{2\log_b c \cdot \log_b c}{\log_b a} = 1$

$2(\log_b c)^2 = \log_a b$

$2(\log_b c)^2 = (4\log_b c - 1)\cdot 2$

$(\log_b c)^2 - 4\log_b c + 1 = 0$

$D = 16 - 4 = 12 = (2\sqrt{3})^2$

$\left[\begin{array}{l} \log_b c = \frac{4+2\sqrt{3}}{2} = 2+\sqrt{3} \\ \log_b c = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \log_b c = 2+\sqrt{3} \\ \log_b c = 2-\sqrt{3} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \log_b c = \log_b b^{(2+\sqrt{3})} \\ \log_b c = \log_b b^{(2-\sqrt{3})} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} c = b^{(2+\sqrt{3})} \\ c = b^{(2-\sqrt{3})} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \frac{3x}{2} - 6 = \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)^{(2+\sqrt{3})} \\ \frac{3x}{2} - 6 = \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)^{(2-\sqrt{3})} \end{array}\right.$

$x > 4 \Rightarrow \frac{3x}{2} - 6 < \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}$

$\Downarrow$

$\frac{3x}{2} - 6 < \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)^{(2+\sqrt{3})}$

$\Downarrow$

$\varnothing$

$x > 4 \Rightarrow \frac{3x}{2} - 6 < \frac{7x}{2} - \frac{17}{4}$

$\Downarrow$

$\frac{3x}{2} - 6 < \left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)^{(2-\sqrt{3})}$

$\Downarrow$

$\varnothing$

Ответ: $x = 7$ $\Leftarrow$ все возможные варианты перебраны $\Leftarrow$ ситуация невозможна

Черновик 1 из 5

$\frac{7x}{2} - \frac{17}{4} > 0$ $\frac{7x}{2} > \frac{17}{4}$ $x > \frac{17}{14}$

$x \neq 0$

$\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 > 0$ $x > -2$

$\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 \neq 1$ $\frac{7}{2}$ $\frac{63}{4}$ $x \neq 4$

$x \neq 1,5$

$\left(\frac{3x}{2}-6\right)^2 > 0$ $\frac{7x}{2} \neq \frac{21}{4}$

$x > 4$

$\sqrt{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} > 0$ $x \neq \frac{14}{3}$

$\frac{3x}{2} \neq 7$

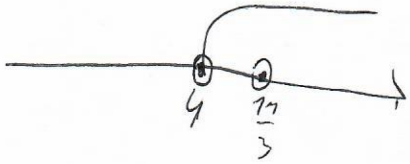
$3x \neq 14$

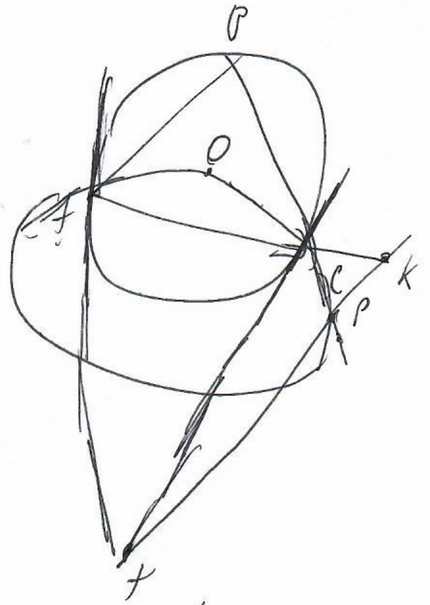
$\sqrt{\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}} \neq 1$

$\frac{x}{2}+1 > 0$

$\sqrt{\frac{3x}{2}-6} > 0$

$\sqrt{\frac{3x}{2}-6} \neq 1$





$\frac{1}{2}\log_a b$

$4\log_b c$

$2\log_c a$

$\frac{1}{2}\log_a b = 4\log_b c$

$\frac{\log_a b}{\log_b c} = 8$

$\boxed{\log_a b \cdot \log_c b = 8}$

$\log_a b = 2 + 4\log_c a$

$(2+4\log_c a)\cdot\frac{4}{2\log_c a+1} = 8$

$\log_c b = \frac{1}{\log_b c}$

$\frac{8+16\log_c a}{2\log_c a+1} = 8$

$8 + 16\log_c a = 16\log_c a + 8$

$4\log_b c = 2\log_c a + 1$

$\log_b c = \frac{2\log_c a + 1}{4}$

$\log_c b = \frac{4}{2\log_c a+1}$

34 12 + 12

$\frac{24}{12}$: $\frac{3}{2}$

$\frac{5 \cdot 7}{2} = 2011$

Черновик 2 из 3

$a = 2^x \cdot 7^y$

$b = 2^z \cdot 7^p$

$c = 2^n \cdot 7^m$

x	z	n
1	17	
1		17
	1	17
17	1	
17		1
	17	1

1 1 17

$6 \cdot 17 + 6 \cdot 18 = 6 \cdot 35 = \boxed{210}$

$\min(x; z; n) = 1$

$\min(y; p; m) = 1$

$\max(x; z; n) = 17$

$\max(y; p; m) = 18$

$\frac{1}{2}\log_{\left(\frac{x}{2}+1\right)}\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)$

$\frac{1}{2}\left(\log_{\left(\frac{7x}{2} - \frac{17}{4}\right)}\left(\frac{3x}{2} - 6\right)\right)$

$\frac{1}{2}\log_{\frac{3x}{2}-6} \frac{x}{2}+1$

$2^8 \quad 2^4$

$\frac{1}{2}\log_a b$

$\frac{1}{2\log_b a} = \log_b c$

$\frac{1}{2} = \log_b c \cdot \log_b a$

$\log_b c$

$\frac{1}{2}\log_c a + 1 =$

$\frac{1}{2}\log_c a$

$\frac{1}{2}\log_a b = \log_b c$

$\frac{1}{2} \quad \log_a \sqrt{b} = \log_b c = \frac{1}{2}\log_c a + 1$

$\log_c c$

$\log_{c^2} a + 1$

$\frac{1}{2} = \log_b a \cdot \log_b \cdot c$

$\frac{1}{2}\log_c a = \log_b c$

$\frac{1}{2}\log_c a \cdot \log_c b + \log_c b = \log_c b\left(\frac{1}{2}\log_c a + 1\right)$

Черновик зчз 5

$\frac{1}{2}\log_a b$

$4\log_b c$

$\cancel{2}\log_c a$

$\log_a b = 8\log_b c$

$\frac{\log_a b \cdot \log_a b}{} = 8\log_c a$

$\log_a b \cdot \log_a b = \frac{\cancel{4}^2(\frac{7}{3}\log_a b - \cancel{4})^4}{\cancel{2}}$

$\log_a b \cdot \log_a b = 2\log_a b - 4$

$t^2 - 2t + 4 = 0$

$(t-2)^2 = 0$

$t = 2$

$\log_a b = 2$

$b = a^2$

$\frac{7x}{2} - \frac{17}{4} = \left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 = \frac{x^2}{4} + x + 1$

$\frac{14x - 17}{\cancel{4}} = \frac{x^2 + 4x + 4}{\cancel{4}}$

$x^2 - 10x + 21 = 0$

$100 - 84 = 4^2$

$x = \frac{10+4}{2} = \boxed{7}$

$x = \frac{10-4}{2} = \boxed{3}$

$\frac{49}{2} - \frac{17}{4}$ $\frac{98-17}{4}$ $\frac{21}{2} - 6$

$x = 7 \to a = 4{,}5 \quad \frac{45}{10} = \frac{9}{2}$ a

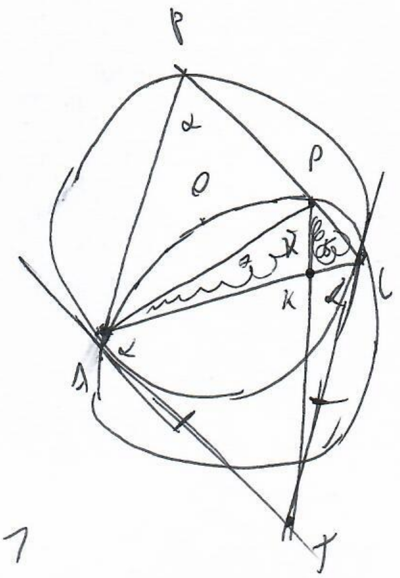
$x = 3$ ⊗ $b = \frac{81}{4}$ a^2

$c = \frac{9}{2}$ a

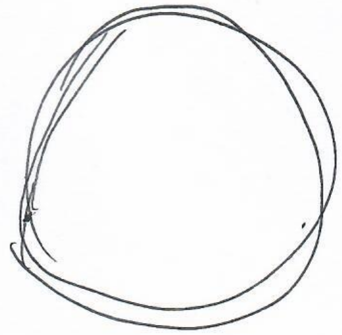
$\log_{a^2} a^2 = \boxed{1}$

$\log_a a^2 = \boxed{2}$

$\log_{\sqrt{a}} a = \boxed{2}$



$\frac{AK}{KC} = \frac{7}{5}$



$\frac{1}{2}\log_a b$ $\qquad \log_a b \cdot \log_b a = 1$ $\qquad$ Черновик 4 из 5

$\frac{1}{2}\log_3 \frac{39}{4}$

$4\log_b c$

$\frac{7 \cdot 4^2}{2}$ $\quad 14 - \frac{17}{4}$

$2\log_c a$

$\log_a b = 8\log_b c$

$2\log_c a + 1 = \frac{1}{2}\log_a b = 4\log_b c$

$a^n = \frac{8}{c^m}$ $\qquad 2\log_c a + \log_c c$

$\log_c a^2 c = \frac{1}{2}\log_{a^2} b = 4\log_b c$

$a^n \cdot c^m = 8$

$\frac{\log_c a^2 + 1}{\log_{a^2} b}$

$\left(\frac{x}{2}+1\right)^n \cdot \left(\frac{3x}{2}-6\right)^m = 8$

$\log_c b^2 \cdot \log_b a^2 + \log_b a^2 =$ $\qquad b = a^4$

$\left(\frac{x}{2}+1\right)^n =$

$\frac{14x-17}{4} = \left(\frac{x+2}{2}\right)^4$ $\quad \frac{7x}{2} - \frac{17}{4} = \left(\frac{x}{2}+1\right)^4$

$\log_a b \cdot \log_c b = 8$

$(x+2)^4 = 56x - 68$

$c = 2\log_c a + 1 =$

$\frac{1}{\log_b a \cdot \log_b c} = \frac{1}{8}$

$= \log_c a^2 c$

$(x^2+4x+4)^2 = 56x - 68$

$x^4 + 16x^2 + 16 + 8x^3 + 8x^2 +$

$32x - 56x + 68 = 0$

$\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$ $\qquad \log_b a \cdot \log$

$x^4 + 8x^3 + 24x^2 - 24x + 84$

t

1 8 24 -24 84

$4\log_b c - 2\log_c a = 1$

$\frac{\log_a b \cdot \log_a b}{\log_a c} = 8$

$\log_b c^4 - \log_c a^2 = 1$

$\log_a b = 4$

$\log_a b = \log_a a^4$ $\qquad 1 + \log_c a^2 = \log_b c^4$ $\qquad \frac{1}{2}\log_a b = 2\log_c a + 1$

$\frac{(\log_a b)^2}{} \cdot \frac{(\log_a b - 2)}{4} = 8$ $\qquad \log_a b - 2 = 4\log_c a$

$(\log_a b)^3 - 2\log_a b^2 = 32$ $\qquad \frac{\log_a b - 2}{4} = \log_c a$

1 -2 0 -32

$t^3 - 2t^2 - 32 = 0$ $\qquad$ 4 1 2 8 0 $\qquad (t-4)(t^2+2t+8)$

Черновик 5 из 5

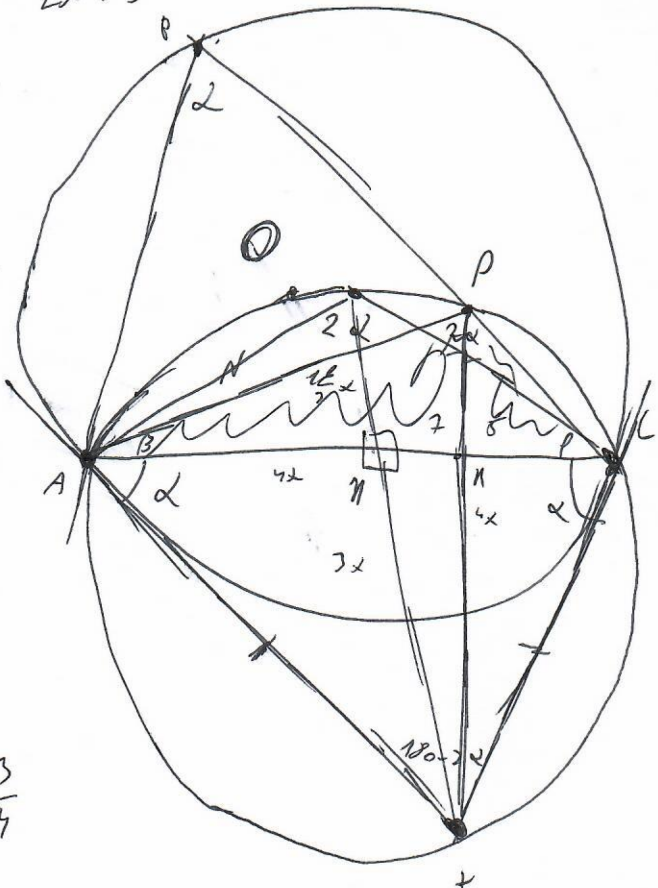
$\frac{12}{AP+CP+AC} = R$ $\frac{5}{p} = R$

48 $\frac{304}{3}$ $2x \cdot \sqrt{\frac{76}{3}}$

$16 + \frac{256}{3} =$

$\frac{25}{3} x$

$\frac{16}{3} x$



$\frac{TM}{AM} = \frac{3}{4}$

$\alpha + \beta + \varphi = 180^\circ$ $(\log_a 6)^2$

$AP \cdot PC \sin\angle AOS =$ $\log_6 c = 4$

$\frac{1}{2} AK \cdot KP \cdot \sin\alpha = 7$

$\frac{1}{2} PK \cdot CK \cdot \sin\alpha = 5$

$\frac{1}{2} KC \cdot CT \cdot \sin\alpha$

$\frac{1}{2} KT \cdot AK$

$\log_a 6 \cdot \log_a c = 4$

$\frac{1}{2} AK \sin\alpha$

$\frac{\log_6 6}{\log_6 a}$

$\frac{AK}{\sin\alpha} \sin\alpha = 7$ $\log_a 6 \cdot \frac{\log_6 c}{\log_6 a} = 4$

$\frac{7}{AK} = \frac{5}{PK}$

$\frac{AK}{PK} =$

$\frac{7x}{2} \neq \frac{21}{4} \cdot \frac{3}{2}$

$\frac{7x}{2} \neq \frac{13}{2}$

$-\frac{7}{4}$

13

$\frac{1}{2} OC^2 \cdot (\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\varphi)$

$AC \cdot C\beta \cdot \sin\varphi = AP \cdot PC \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2} AK$

$\frac{AC}{\sin 2\alpha} = \frac{AP}{\sin\varphi}$

$\sin\alpha \frac{1}{2} PK(AK - CK) = 2$

$\sin\alpha \frac{1}{2} PK \cdot 4CK = 2$

$3x \neq 14$

$\frac{1}{2} AP \cdot PP \cdot \sin 2\alpha$

$\frac{AK}{KC} = \frac{7}{5}$

$PK \cdot CK \cdot \sin\alpha = 10$

$CK = \frac{10}{PK \sin\alpha}$

$AK = \frac{14}{PK \cdot \sin\alpha}$

$\frac{3x}{2} - 62 - 7$

$\frac{3x}{2} \neq 5$

$3x \neq 20$

$(\log_a 6)^2 \cdot \left(\frac{\frac{3}{2}\log_a 6 - 1}{4}\right) = 4$

$(\log_a 6)^2 \cdot \log_a 6$