

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104797**

ID профиля: **854932**

Вариант 21

№ 1339.

Числовая.

$$\sum_{i=1}^8 7a_i + 21d$$

$$a_8 = a_1 + 7d$$

$$a_{17} = a_1 + 16d$$

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

$$a_{14} = a_1 + 13d$$

$$\begin{cases} a_8 \cdot a_{17} > 7a_1 + 21d + 27 \\ a_{11} \cdot a_{14} < 7a_1 + 21d + 60 \end{cases}$$

$$a_8 \cdot a_{17} = a_1^2 + 23da_1 + 112d^2$$

$$\underline{a_1 = a}$$

$$a_{11} \cdot a_{14} = a_1^2 + 23da_1 + 130d^2$$

~~$$a_8 \cdot a_{17} = a_1^2 + 23da_1 + 112d^2$$~~

$$\begin{cases} 7a + 21d + 27 < a^2 + 23ad + 112d^2 & (*) \\ 7a + 21d + 60 < a^2 + 23ad + 130d^2 < 7a + 21d + 60 \end{cases}$$

$$18d^2 < 33 \Rightarrow d^2 < \frac{33}{18} \Rightarrow$$

$$d \in \mathbb{Z}, d^2 < \frac{33}{18}, \text{ так как } \text{возпр. т.е. } d > 0 \Rightarrow \underline{d = 1}$$

Решаем уравнение $d = 1$ в неравенствах (*):

$$\begin{cases} a^2 + 23a - 7a + 130 - 21 - 60 < 0 \\ a^2 + 23a - 7a + 112 - 21 - 27 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + 16a + 49 < 0 \\ a^2 + 16a + 64 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+8)^2 - 15 < 0 \Rightarrow a \neq -8 \\ (a+8)^2 > 0 \end{cases}$$

$$(a+8)^2 < 15, a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in \{-7; -6; -5; -11; -9; -10\}$$

При $a > -5$ или $a < -11$ условие не выполняется.

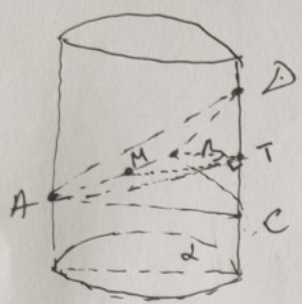
Ответ: $a \in \{-5; -6; -7; -9; -10; -11\}$

(1)

2

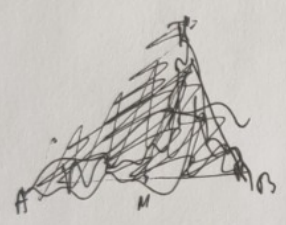
Условие Дано:

- $AC = BC = 5$
- $AD = BD = 6$
- $AB = 4$
- $CD \perp d, d - \text{пл-ть основания}$



Поскольку $CD \perp d$ ~~пл-ть~~. $\triangle ACD = \triangle BCD$
 $\Rightarrow AB \parallel d$

Соответственно AB имеет такую же длину, как хорда окружности основания, параллельная AB.



П.к. $AB = \text{const}$ \Rightarrow радиус будет наименьшим, когда AB - диаметр.
 $2R \perp AB$ и $R = 2$

Проведем хорду AB перпендикулярно основанию. (.) T - пересечение хорды и CD. Пусть M - середина AB. M имеет ось симметрии, тогда $MT = \text{радиусу основания} = 2$; $\triangle ATC$ - прямоугольн.; $\triangle CMT$ - равнобедр.

$$CT^2 = CM^2 - MT^2 \Rightarrow CT^2 = 21 - 4 = 17, CT = \sqrt{17}$$

$$CM^2 = CA^2 - AM^2 = 25 - 4 = 21$$

$$TD^2 = MD^2 - MT^2; MD^2 = BD^2 - MB^2 = 36 - 4 = 32 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TD^2 = 32 - 4 = 28 \Rightarrow TD = 2\sqrt{7}$$

$CD = 2\sqrt{7} \pm \sqrt{17}$ ("+" когда C и D в разных полукругах от AB,
 "-" когда C и B отн. в одной полукруг от AB).

Ответ: $CD = 2\sqrt{7} \pm \sqrt{17}$ ("+" когда C и D в разных полукругах от AB,
 "-" когда в одной полукруг от AB). (2)

Умножить.

$$(a_1 + 7d)(a_1 + 16d) = a_1^2 + 23a_1d + 112d^2$$

$$(a_1 + 10d)(a_1 + 13d) = a_1^2 + 23a_1d + 130d^2$$

$$\begin{array}{r} 448 \\ -42 \\ \hline 406 \\ 27 \\ \hline 379 \\ d22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 528 \\ +33 \\ \hline 412 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ -48 \\ \hline 112 \end{array}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 46a_1 + 448 > 7a_1 + 42 + 27 \\ a_1^2 + 46a_1 + 520 < 7a_1 + 42 + 60 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1^2 + 39a_1 + 375 > 0 \\ a_1^2 + 39a_1 + 418 < 0 \end{cases}$$

$$a_1^2 + 39a_1 + 375 > 0$$

$$D = 1521 - 1485 = 36$$

$$a_{1,1} = \frac{-39 \pm 6}{2} = -17$$

$$a_{1,2} = \frac{-39 - 6}{2} = -22.5$$

$$a_1 > -17$$

$$a_1^2 + 39a_1 + 418 < 0$$

$$D = 1521 - 1684 < 0 \Rightarrow \text{нет решений} \Rightarrow \emptyset$$

$$a_1 \in \mathbb{Z}$$

$$(a_1 + 7d)(a_1 + 16d) = a_1^2 + 23a_1d + 112d^2$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ -21 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$(a_1 + 10d)(a_1 + 13d) = a_1^2 + 23a_1d + 130d^2$$

$$S_7 = 7a_1 + 21d \quad a_1^2 + 23a_1d + 112d^2 - 7a_1 - 21d - 27 > 0$$

$$a_1^2 + a_1(23d - 7) + 112d^2 - 21d - 27 > 0$$

$$a_1^2 + a_1(23d - 7) + 130d^2 - 21d - 60 \leq 0$$

$$\begin{cases} t > 0 \\ t + 18d^2 - 33 < 0 \end{cases}$$

$$18d^2 - 33 < 0$$

$$18d^2 < 33$$

$$d^2 < \frac{33}{18}$$

$$d < 2$$

$$d = 1 \ominus$$

$$d = 0 \ominus$$

$$d = -1 \ominus$$

$$d = -2 \oplus$$

$$\begin{array}{r} 130 \\ -60 \\ \hline 21 \\ 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 64 \\ -21 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$S_7 \leftarrow 7a + 21d.$$

~~8a + 13~~

Черешок.

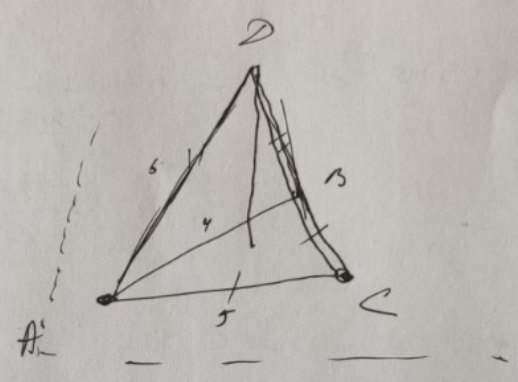
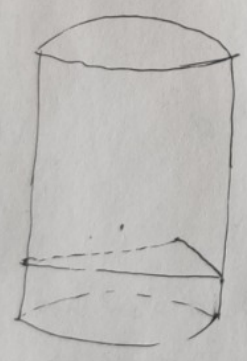
$$d \leq 1 \text{ (+)}$$

R

③ $(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 20$ - круг.

$a^2 + b^2 \leq \min(8a - 4b, 20)$ - число? расстояние от центра.

②



Uppgörelse.

S - system 3-vari, utbud av 14.

q_1, q_2, \dots, q_n

$a, d \in \mathbb{Z}$

$$S^2 q_1 + q_2 + q_3 + \dots + 7q_1 + 22d$$

$$\frac{1+6}{2} \cdot 8 = 22$$

$$d > 1$$

$$16$$

$$\frac{17}{112}$$

$$q_8 = q_1 + 2d \quad q_{11} = q_1 + 16d$$

$$\begin{cases} q_8 q_{11} > S + 27 \\ q_{11} q_{14} < S + 60 \end{cases}$$

$$q_{11} = q_1 + 16d$$

$$q_{14} = q_1 + 13d$$

-21

$$(q_1 + 2d)(q_1 + 16d) > 7q_1 + 22d + 27$$

$$q_1^2 + 34qd + 16ad + 32d^2 > 7q_1 + 22d + 27$$

$$q_1^2 + q_1(23d - 7) + 112d^2 - 22d - 27 > 0$$

$$(q_1 + 10d)(q_1 + 13d) < 7q_1 + 13d + 60$$

$$q_1^2 + 10dq_1 + 13dq_1 + 130d^2 < 7q_1 + 22d + 60$$

$$q_1^2 + q_1(23d - 7) + 112d^2 - 22d - 27 > 0$$

$$\frac{q_1 + q_1(23d - 7) + 112d^2 - 22d - 27}{18d^2 - 55} > 0$$

$$\frac{53118}{3612} > 0$$

$$18d^2 - 55 < 0$$

$$10d^2 < 55$$

$$d < \sqrt{5.5} \approx 2.34$$

$$d \in \mathbb{Z} \Rightarrow d \in \{0, 1, 2\}$$

$$q_1^2 + 20q_1$$

$$q_1^2 + 39q_1 + 520 - 42 - 60 < 0$$

D.

$$q_1^2 + 39q_1 + 418 < 0$$

Wiederholung

$$B) \int (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 20.$$

$$a^2 + b^2 \leq \min(20 - 4a, 20).$$

$$1) \quad 8a - 4b > 20 \quad \left\{ \quad 2a - b > 5. \quad \underline{b < 2a - 5} \right.$$

~~Wasserfall~~ ~~aus~~ ~~Proble~~ ~~system~~

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq 20. \\ (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 20. \end{cases}$$

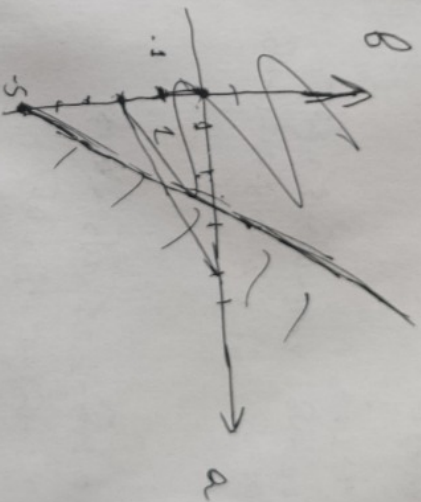
$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq 20. \\ b < 2a - 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 20 \\ b = 2a - 5 \end{cases}$$

$$a^2 + 4a^2 - 10a + 25 = 20$$

$$5a^2 - 10a + 5 = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0$$



$$\Delta = 16 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 8$$

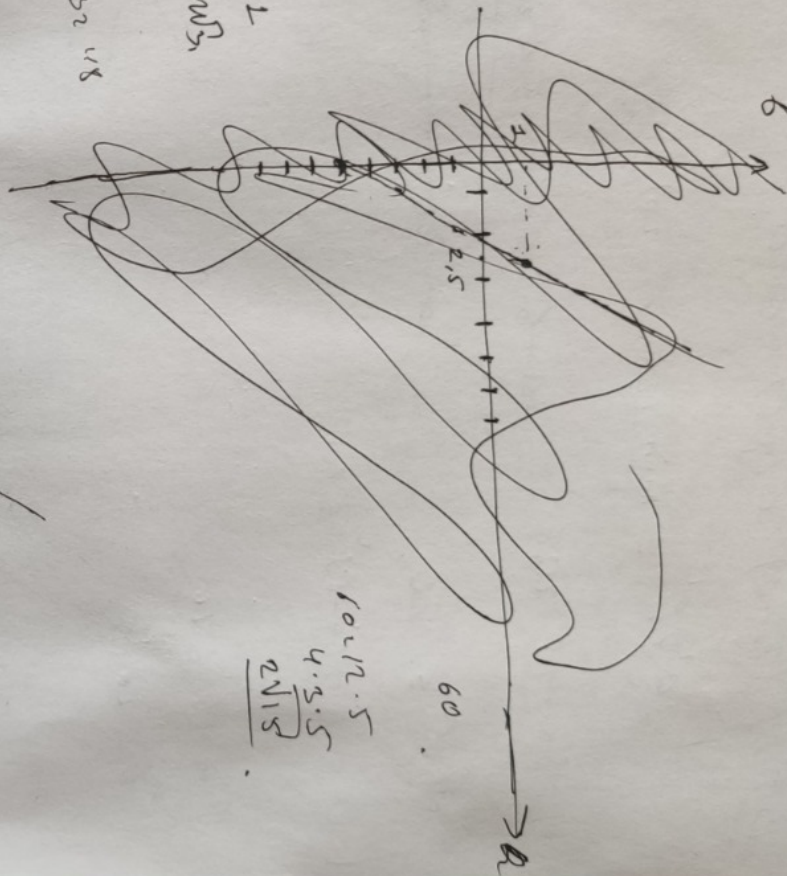
$$a_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$a_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$\int a^2 + b^2 \leq 20.$$

$$|B| < 2a - 5$$

Черновая.



$$\frac{100 \cdot 12.5}{4.5 \cdot 5} = \frac{211.5}{21.5}$$

$$a^2 + 4a^2 - 10a + 25 - 10 = 0.$$

$$5a^2 - 10a + 15 = 0$$

$$a^2 - 2a + 3 = 0.$$

$$D^1 = 4 - 12 = -8,$$

$$a_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}, \quad g_1 = 4 + \sqrt{3} - 5 = 2\sqrt{3} - 1$$

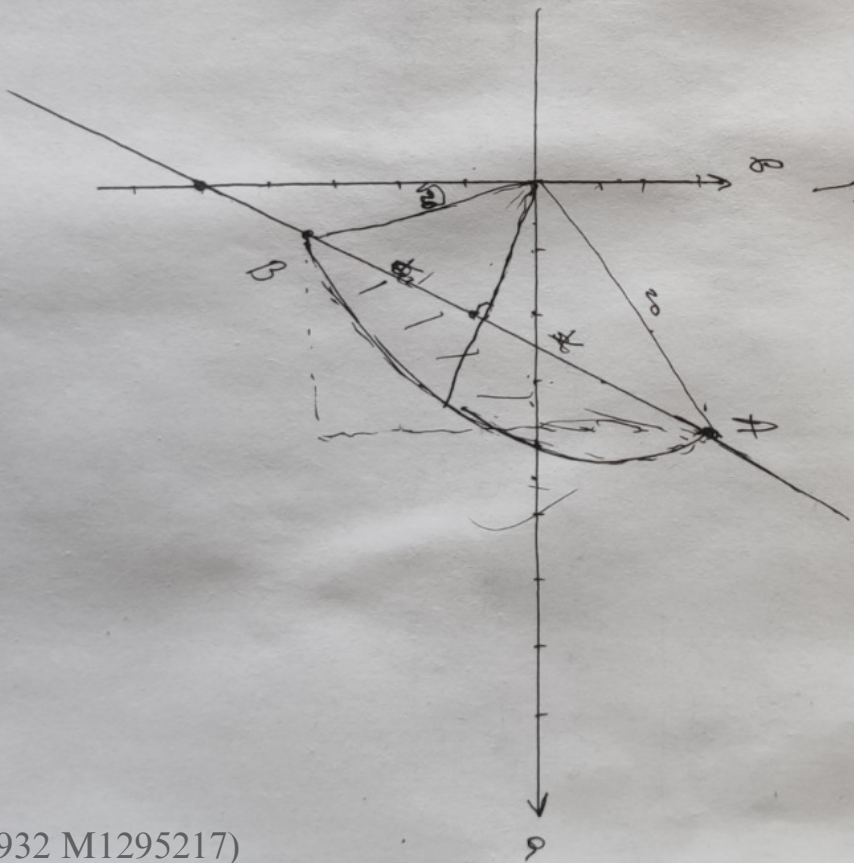
$$a_{2,2} = 1 - \sqrt{3}, \quad g_2 = 4 - \sqrt{3} - 5 = -1 - \sqrt{3}$$

$$g_{1,2}$$

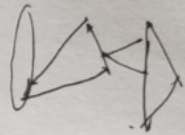
$$|B| \geq 2\sqrt{3} - 1 + 1 + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}.$$

$$|B| > 2 + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}.$$

$$2 \times 2 \sqrt{48 + 12} = \sqrt{60} = 18$$



Quadrat

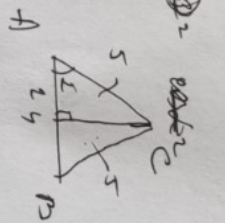
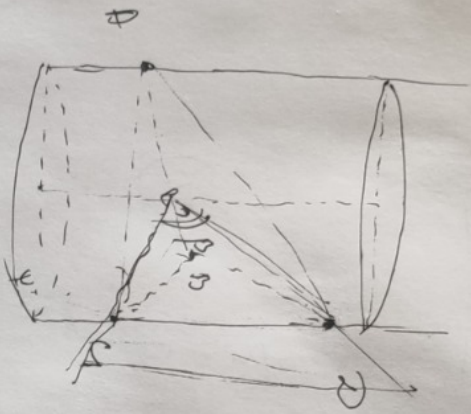


ANSW
+ D I D R S 4 g
A C I B C L 5

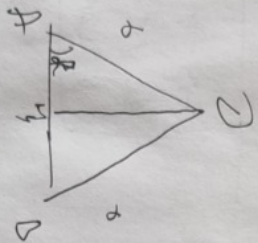
$$\frac{x^2 y}{8 y^4}$$

$$\frac{x^6 y}{x^2 y^2}$$

Fixed square
unfixed - given.



cos $\alpha = \frac{2}{5}$
 $8h \times \frac{2\sqrt{2}}{5}$
 $h = \frac{\sqrt{2}}{5} \sqrt{2} \sqrt{2}$

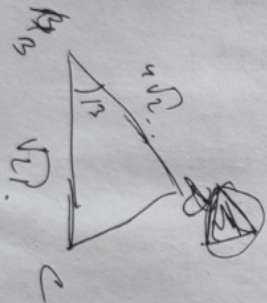
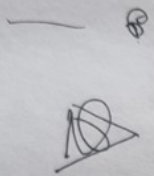


$$S_2 = \frac{\sqrt{2}}{5} \cdot 2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{5} \cdot \sqrt{2} \sqrt{2}$$

previous $\frac{\sqrt{2}}{5}$

α (max) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ $\frac{\sqrt{2}}{5}$ $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

CD \perp um. ψ .



$CD^2 = 5^2 + 4^2 = 41$

$CD^2 = 5^2 + 4^2 = 41$

$CD^2 = 5^2 - 4^2 = 11$

$CD^2 = 5^2 - 4^2 = 11$

Черепух.

$$a^2 + a \cdot 16 + 112 - 21 - 27 > 0.$$

$$a^2 + 16a + 64 > 0, \\ |(a+8)^2 > 0| \quad \forall a.$$

$$a^2 + 16a + 130 - 27 - 60 < 0, \quad a^2 + 16a + 43 < 0.$$

$$D = 16^2 - 4 \cdot 43 = 15.$$

$$a \in (-8 - \sqrt{15}, -8 + \sqrt{15}).$$

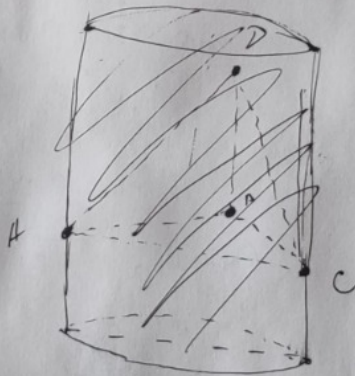
$$3 < \sqrt{15} < 4, \quad a \in \mathbb{Z}.$$

$$a \in \{-11, -10, \dots, -5\}.$$

(15)

③

R → min.



AB = 4
AC = BC = 5
AD = BS = 6

③

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104797**

ID профиля: **854932**

Вариант 21

№14 "Камбуек".

Площадь НОК (а, b, c) = 5¹⁸ · 7¹⁶, а НОД (a, b, c) = 2² · 5² · 3⁵,
то самое число было числом делителей "5-ки" на странице
пагина 1 и число со значением "5" = 18.

5-е число восточного полушария "5" б. усеби. значение,
моя кар-бо квадратов = 3 · 2 · 18 = 108, 198

I - кар-бо квадратов фибонати 5⁴, II - фибонати 5¹⁸ 4 III -
кар-бо квадратов фибонати 5⁴.

Заметим, что квадраты, 98 и 100. Этого X = 1 или X = 17
необязательно, а их 3! = 6.

~~Точное значение~~ кар-бо квадратов = 5 · 2 · 18 = 6 · 102.

Примечание: автор. переписано при "7", поэтому название кар-бо
квадратов: 3 · 2 · 18 = 6 · 102

Шаг первый, второй 30 · 102 = 3180 первая часть
второй.

Итого: 9180

WS KP-e

Uttmober.

$$DD3: \begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ x+1 > 0 \\ x+1 \neq 1 \\ 2x^2-3x+5 > 0 \\ 4x^2-3x+5 \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x \neq 2 \\ x > -1 \\ x \neq 0 \\ x \in \mathbb{R} \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{3}{2} \quad \setminus \{2\}$$

$x \geq 4$ yso berendopiseln DD 3.

Darbawer MMA.

Stroberwa:

Stroberwa $x \geq 4$ yso berendopiseln, um $2x^2-3x+5 =$

$$\geq (2x-3)^2 \quad \vee \quad (x+1)^2 \quad \vee \quad 4x^2-3x+5$$

$x \geq 4$ Durbem: $x = 4$.

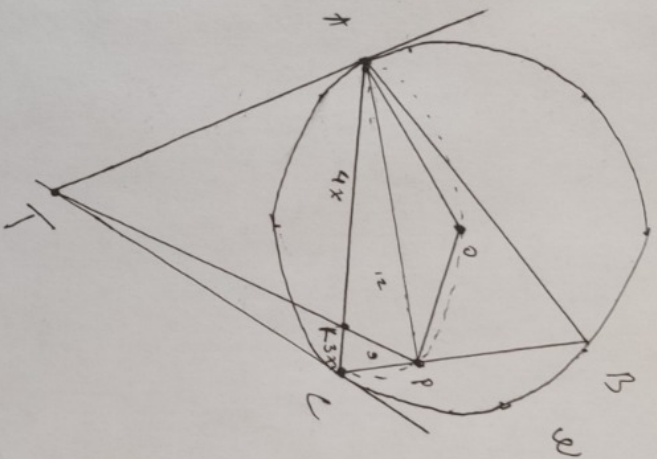
Многоугольник

№6 Дано:

$$S_{APK} = S_1 = 24$$

$$S_{CPK} = S_2 = 9$$

~~№~~ $\angle AOC$ - двугрунный 45° -угол.



$$S_{APK} = \frac{1}{2} \cdot AK \cdot h = 24$$

$$S_{CPK} = \frac{1}{2} \cdot CK \cdot h = 9$$

$$\frac{AK}{AK} = \frac{3}{4} \Rightarrow CK = 3x$$

$\angle OAT = 1$. $\angle AOC$ двугрунный 45° -угол на OC и OA :

$$\angle OAT = \angle OAT = 180^\circ \Rightarrow \angle AOC = \angle APC = 2\beta$$

$$AT = TC \text{ (длина хорды)} \Rightarrow \angle APT = \angle TPC = \frac{2\beta}{2} = \beta$$

$$S_{APC} = S_{APK} + S_{CPK} = 24 + 9 = 33 = AP \cdot PC \cdot \sin 2\beta \cdot \frac{1}{2}$$

$$PC = \frac{3}{4} AP \Rightarrow 24 + 9 = \frac{3}{8} \cdot AP^2 \cdot \sin 2\beta \Rightarrow AP^2 \cdot \sin 2\beta = 56$$

$$\angle BAO = \angle AOC = \angle APB = 2\beta \Rightarrow \angle PBA = \beta \Rightarrow S_{ABP} = AB \cdot BP \cdot \sin 2\beta \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{AP^2 \cdot \sin 2\beta}{2} = 28 \Rightarrow S_{ABP} = 28 + 24 = 52$$

Ответ: а) $S_{ABP} = 52$.

(4)

4. Задача. Решите.

Решить SDE $(a; b; c) \sim 5^{18} \cdot 7^{18}$, а $HDD(a; b; c) \sim 35$, при
уравнение SDE имеет решение $h; 5^i$ делителей h ,
и имеет решение $h; 5^i$ делителей h .

3-е число имеет делители "5" и делители h , при
non-to $h; 5^i \cdot 7^j \cdot 18^k$ (в)

I - non-to $h; 5^i \cdot 7^j \cdot 18^k$ (в) $\in 5^i$ \downarrow

II - non-to $h; 5^i \cdot 7^j \cdot 18^k$ (в) $\in 5^i$ \downarrow

III - non-to $h; 5^i \cdot 7^j \cdot 18^k$ (в) $\in 5^i$ \downarrow

Но $h; 5^i \cdot 7^j \cdot 18^k$ на III case I или $h; 5^i \cdot 7^j \cdot 18^k$, h $\in 5^i$
полю 6 (31)

Итого делителей h : $5 \cdot 2$.

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 5 \\ \hline 80 \end{array}$$



$$(4 \log_a b - \log_a c) \cdot \log_a a = 4 \log_a b \log_a a - \log_a c \log_a a$$

$$= 4 \log_a b \cdot \frac{\log_a a}{\log_a c} \log_a a$$

$$\log_a b - \log_a c = \frac{\log_a b}{\log_a c} \cdot \frac{1}{\log_a a} \cdot \log_a a$$

$$\frac{1}{\log_a c} = \log_a c = \frac{1 - \log_a c}{\log_a a}$$

$$4 \log_a b \cdot \log_a c \cdot \log_a a =$$

$$= 4 \frac{\log_a b}{\log_a a} \cdot \frac{\log_a c}{\log_a a} \cdot \frac{\log_a a}{\log_a a} \quad (4)$$

$$2x^2 - 3x + 5 = 4x^2 - 12x + 5$$

$$2x^2 - 8x + 4 = 0 \quad x = 2$$

$$32 - 3(1+4) = 1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 4x^2 - 3x + 5$$

$$x^2 - 5x - 4 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + x + 1 = 2x^2 - 3x + 5 \quad x = 4$$

$$16 + 8 + 1 = 32 - 12 + 5$$

$$25 = 25 \quad (4)$$

$$\log \sqrt{2x-5} (x+1) = 2 \log_a b + 2 \log_a a ;$$

② \log $2x^2 - 3x + 5 = (2x-3)x + 5 = x^2 - 3x + 5$

$$(2x-3)(x+1) = 2x^2 - 3x + 2x - 3 = 2x^2 - x - 3$$

~~$$2x^2 - 5x + 5 = 2x^2 - x - 3 + 4, \quad 4 = 8 - 2x - 4(x-5)$$~~

$$4 \log_{2x-3} (x+1) \cdot \log_{2x^2-3x+5} (2x-3) \cdot \log_{2x+2} (2x^2-3x+5)$$

$$4 \log_a b \cdot \log_a c \cdot \log_b c$$

~~$$4 \log_a c$$~~

$$(t^2 + t + 2)(t-2) = t^3 - 2t^2 + t^2 - 2t + 2t - 4 = t^3 - t^2 - 4$$

Exercises!

$$\log a^2 \rightarrow \log a^2 = 2 \log a$$

$$\log a^b \rightarrow \log a^b = b \log a$$

~~log a^b = b log a~~

$$\log a - \log b$$

$$\log \sqrt{x-3} = \log (x-3)^{1/2} = \frac{1}{2} \log (x-3)$$

~~x+1 = 2~~
2x-5 = 8
2x = 13
x = 6.5

$$\log_{x+1} (x^2 - 5x + 5) = 1 \rightarrow \log_{x+1} (x^2 - 5x + 5) = 1$$

$$\log_a c = -1 \rightarrow \log_a c = -1$$

$$\log_a c = -1 - 2 \log_a 8 \rightarrow \log_a c = -1 - 2 \log_a 8$$

$$\log_a c = -1 - 2 \log_a 8 \rightarrow \log_a c = -1 - 2 \log_a 8$$

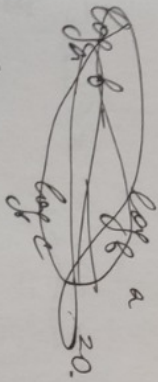
$$\frac{1 - \log_a a}{\log_a a} = -2 \log_a 8$$

$$2 \log_a 8 \cdot \log_a a = 1 - \log_a a$$

$$\log_a a (2 \log_a 8 + 1) = 1$$

$$\log \sqrt{2x-3} (x+1) = \log_{2x^2-3x+5} (2x-3)^2$$

$$\log_b a = 0 \Rightarrow \log_a b = \log_a c$$



$$\log_{2x^2-3x+5} (2x-3)^2 = \log_{2x^2-3x+5} (x+1)^2$$

$$\log_{2x^2-3x+5} (x+1) = \log_{2x^2-3x+5} (2x-3)^2$$

$$\log_{2x^2-3x+5} (x+1) + 1 = \log_{2x^2-3x+5} (2x-3)^2$$

$$\log_{x+1} (2x^2-3x+5)(x+1)$$

$$\log_a b = \log_b c + 1$$

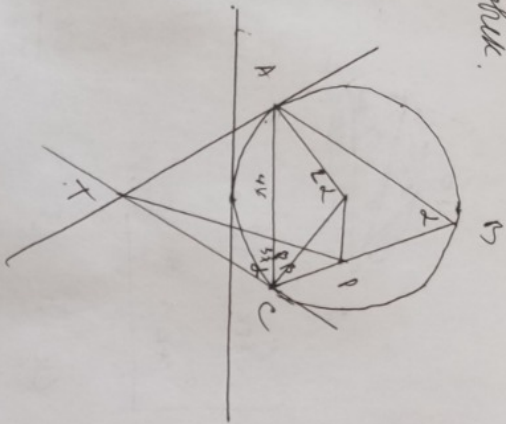
$$\log_a - \log_b = \log_a + 1 \Rightarrow$$

$$\log_b c \cdot \log_b a = \log_a - 1 \Rightarrow$$

$$\log_b (c+1) = 1 \Rightarrow$$

$$\log_b a = \log_b (c+1) \Rightarrow$$

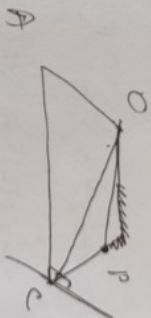
Ugmaður.



B+L v80



veur þetta
 HSE v ADPE
 lítað var gætt af þ.
 + horfni, var Óe-gætt
 $\frac{R}{L} \approx \frac{1}{2}$.



HOD (a,b,c) = 35.

Mon (a,b,c) = 5¹⁶ · 7¹⁶.

$$\frac{5^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{5^2 \cdot 5^2} = 18$$

$$\frac{1}{5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2} = \frac{1}{18}$$

a vegum 6 vefu 5¹⁶ · 7¹⁶ · 5¹⁶ · 7¹⁶
 b vegum 6 vefu 5¹⁶ · 7¹⁶ · 5¹⁶ · 7¹⁶
 c vegum 6 vefu 5¹⁶ · 7¹⁶ · 5¹⁶ · 7¹⁶.

$$\log_{\sqrt{18-x-5}}^{x+1} \approx \log_{18-x-5}^{x+1} \approx \log_{2x^2-5x+5}^{(x+5)^2} \approx \log_{x+5}^{x+5} \cdot 2.$$

$$\log_{18-x-5}^{x+1} \approx \log_{2x-5}^{2x-5} \approx \log_a b \approx \log_a a.$$

$$\log_a b - \frac{1}{\log_a c} \approx \frac{\log_a b}{\log_a a} - \frac{1}{\log_a a} = \log_a a - \log_a a = 0.$$

$$\log_a b - \log_a a \approx 0.$$