Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104583**

ID профиля: **335817**

Вариант 21

Чистовик.

№1. Пусть $a = a_1$, d – разность ар. прогрессии. $d > 0$

$a \in \mathbb{Z}$

$a_1 \in \mathbb{Z}$ и $a_2 \in \mathbb{Z}$, значит $a_2 - a_1 \in \mathbb{Z}$ $\quad d \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} a_8 \cdot a_{17} > S_7 + 27 \\ a_{11} \cdot a_{14} < S_7 + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+7d)(a+16d) > \frac{2a+6d}{2} \cdot 7 + 27 \\ (a+10d)(a+13d) < \frac{2a+6d}{2} \cdot 7 + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 23d \cdot a + 112d^2 > 7a + 21d + 27 \\ a^2 + 23d \cdot a + 130d^2 < 7a + 21d + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a^2 - 23d \cdot a - 112d^2 < -7a - 21d - 27 & (1) \\ a^2 + 23d \cdot a + 130d^2 < 7a + 21d + 60 & (2) \end{cases}$$

$18d^2 < 33 \qquad (1)+(2)$

$d^2 < \frac{33}{18}$

Т.к. $d \in \mathbb{Z}$ и $d > 0$, то $d = 1$

$$\begin{cases} a^2 + 23a + 112 > 7a + 21 + 27 & (3) \\ a^2 + 23a + 130 < 7a + 21 + 60 & (4) \end{cases}$$

(3) $a^2 + 16a + 64 > 0$

$(a+8)^2 > 0$

$a \in \mathbb{Z}, a \neq -8$

(4) $a^2 + 16a + 49 < 0$

$D = 256 - 196 = 60$

$a = \frac{-16 \pm 2\sqrt{15}}{2}$

$a = -8 \pm \sqrt{15}$

$-5 < -8 + \sqrt{15} < -4$

$-12 < -8 - \sqrt{15} < -11$

Т.к. $a \in \mathbb{Z}$, то $a \in \{-11; -10; -9; \ldots; -5\}$

Решение системы ур-в. (3) и (4): $a \in \{-11; -10; -9; -7; -6; -5\}$

Ответ: $a_1 \in \{-11; -10; -9; -7; -6; -5\}$

1

Черновик.

$a_1, a_2, a_3, a_4 \dots a_7 \in \mathbb{Z}$

$\cancel{S_{18} \cdot a_{17} > S+27}$

$\cancel{a_{11} \cdot a_{14} < S+60}$

$a_8 \cdot a_{17} > S+27$

$a_{11} \cdot a_{14} < S+60$

$S = \frac{a_1+a_7}{2} \cdot 7 = \frac{2a_1+6d}{2} \cdot 7 = (a_1+3d) \cdot 7$

$a_8 = a_1+7d \quad a_{17} = a_1+17d$

$a_{11} = a_1+10d \quad a_{14} = a_1+13d$

$d>0$

$$\begin{cases} (a_1+7d)(a_1+17d) > 7a_1+21d+27 \\ (a_1+10d)(a_1+13d) < 7a_1+21d+60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+a_1 \cdot 24d+119d^2 > 7a_1+21d+27 \\ a_1^2+23d \cdot a_1+130d^2 < 7a_1+21d+60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+24d \cdot a_1+119d^2 > 7a_1+21d+27 \\ -a_1^2-23d \cdot a_1-130d^2 > -7a_1-21d-60 \end{cases}$$

$d \cdot a_1 - 11d^2 > 33$

$a_1 > \cancel{\frac{33}{11d}} \; \frac{33+11d^2}{d}$

$S = \frac{2a_1+6d}{2} \cdot 7 = (a_1+3d) \cdot 7 = 7a_1+21d$

$$\begin{cases} a_8 \cdot a_{17} > S+27 \\ a_{11} \cdot a_{14} < S+60 \end{cases}$$

$\cancel{a_1^2+a_1 \cdot 23d}$

$$\begin{cases} (a_1+7d)(a_1+16d) > 7a_1+21d+27 \\ (a_1+10d)(a_1+13d) < 7a_1+21d+60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+a_1 \cdot 23d+112d^2 > 7a_1+21d+27 \\ a_1^2+a_1 \cdot 23d+130d^2 < 7a_1+21d+60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+a_1 \cdot 23d+112d^2 > 7a_1+21d+27 \\ -a_1^2-a_1 \cdot 23d-130d^2 > -7a_1-21d-60 \end{cases}$$

$-18d^2 > -33$

$d^2 < \frac{33}{18}$

$d \in \mathbb{Z}$

$d^2 = 1$, $\cancel{d=-1}$

$d=1 \quad \cancel{d=-1}$

$112 - 27 = 85$

$112 - 48 = 64$

$a_1^2+23a_1+112 > 7a_1+21+27$

$a_1^2+16a_1+64 > 0 \quad (a_1+8)^2 > 0 \quad a_1 \neq -8$

$a_1^2+23a_1+130 < 7a_1+21+60$

$a_1^2+16a_1+48 < 0$

$130 - 82 = 48$

$D = 196 - 192 = 4$

$a_1 = \frac{-16 \pm 2}{2}$

$a_1 = -7 \quad a_2 = -9$

21104583 (U335817 M1295421)

Черновик

$S = \frac{2a_1+6d}{2}\cdot 7 = 7a+21d$

$$\begin{cases} (a_1+7d)(a_1+16d) > 7a+21d+27 \\ \cancel{a^2+23d\cdot a+112d^2} \\ (a+10d)(a+13d) < 7a+21d+60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+23d\cdot a+112d^2 > 7a+21d+27 \\ a^2+23d\cdot a+130d^2 < 7a+21d+60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+23d\cdot a+112d^2 > 7a+21d+27 \\ -a^2-23d\cdot a-130d^2 > -7a-21d-60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a^2-23d\cdot a-112d^2 < -7a-21d-27 \\ a^2+23d\cdot a+130d^2 < 7a+21d+60 \end{cases}$$

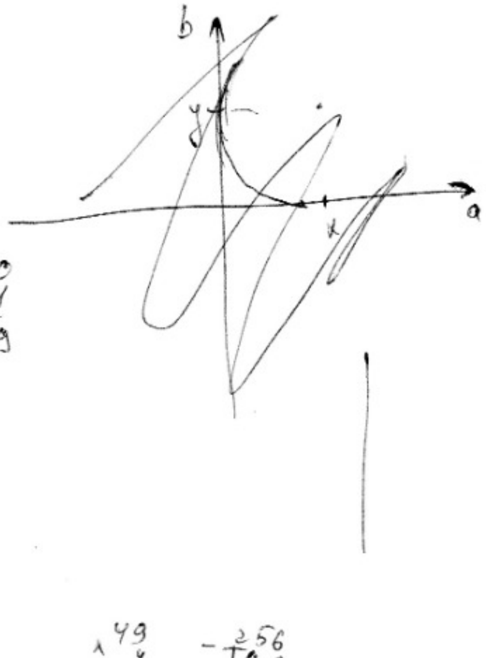
$-18d^2 > -33$

$18d^2 < 33$

$d^2 < \frac{33}{18} < 2$

$d^2 = 1$

$d = 1$



$$\begin{cases} a^2+23a+112 > 7a+21+27 \\ a^2+23a+130 < 7a+21+60 \end{cases}$$

$112 - 48 = 64$ $\quad$ $130 - 81 = 49$

$$\begin{cases} a^2+16a+64 > 0 \\ a^2+16a+49 < 0 \end{cases}$$

$(a+8)^2 > 0 \quad (1)$

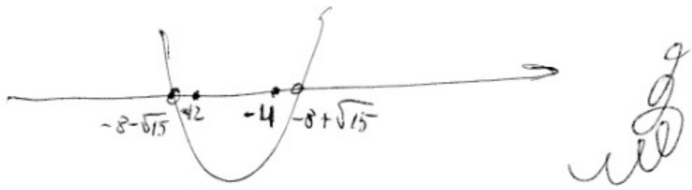
$a \neq -8$

$(2) \quad a^2+16a+49 < 0$

$49 \cdot 4 = 196 \quad 256 - 196 = 60$

$D = 256 - 196 = 60 = 4\cdot 15$

$a = \frac{-16 \pm \sqrt{60}}{2} = \frac{-16 \pm 2\sqrt{15}}{2} = -8 \pm \sqrt{15}$



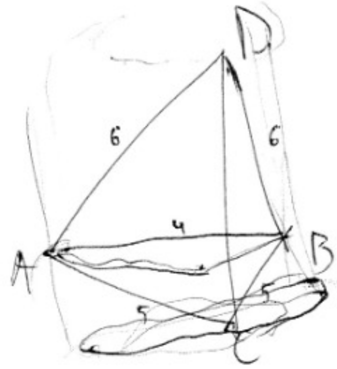
$D = 256$

21104583 (U335817 M1295421)

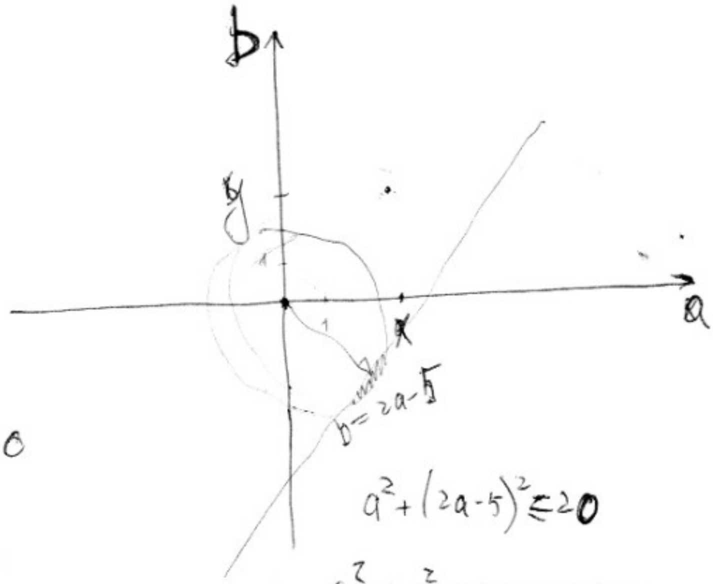
$112 - 48 = 64$

$130 - 81 = 49$

Черновик



$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 20 & (1) \\ a^2+b^2 \le \min(8a-4b, 20) & (2) \end{cases}$$



$8a-4b \geq 20$

$2a-b \geq 5$

$b \le 2a-5$

если $\min(8a-4b; 20) = 20$

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 20 \\ a^2+b^2 \le 20 \end{cases}$$

$a^2+(2a-5)^2 \le 20$

$a^2+4a^2-20a+25 \le 20$

$5a^2-20a+5 \le 0$

$a^2-4a+1 \le 0$

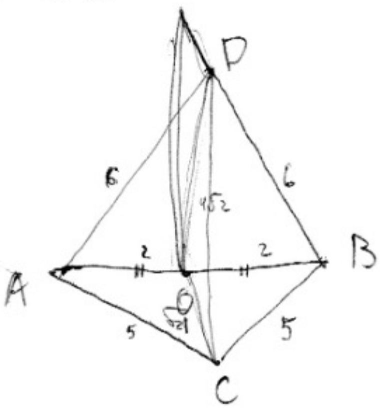
$D = 16-4 = 12$

$a = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

$a = 2 \pm \sqrt{3}$

$x + \sqrt{21} > 4\sqrt{2}$

$r > 2$ $\qquad$ $r = 2$



$x > 4\sqrt{2} - \sqrt{21}$

$x < 4\sqrt{2} + \sqrt{21}$

$a^2+b^2 \le 8a-4b$

$a^2-8a+b^2+4b \le 0$

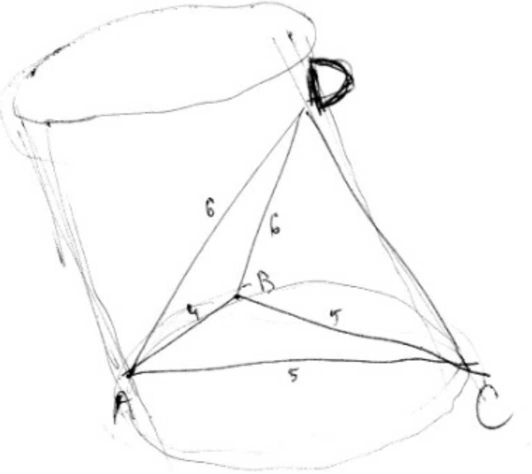
$$\begin{cases} (a-4)^2+(b+2)^2 \le 20 \\ 8a-4b \le 20 \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \le 20 \end{cases}$$

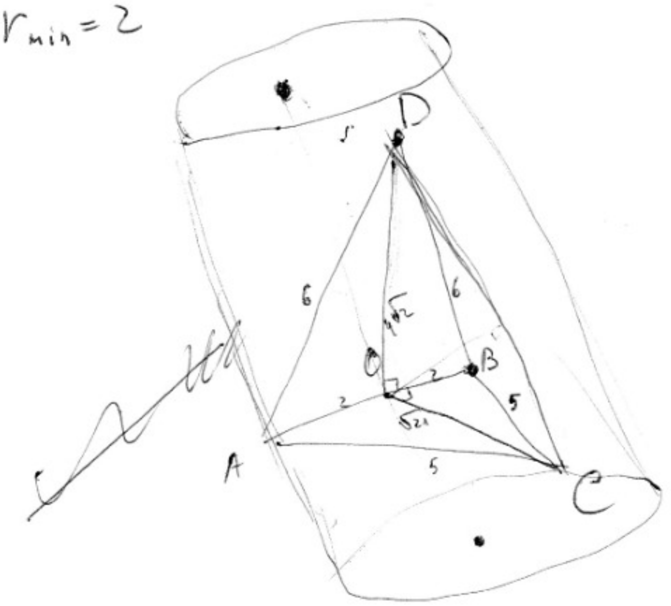
$2a-b \le 5$

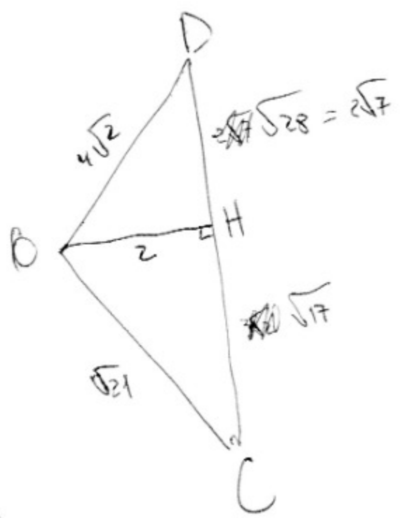
21104583 (U335817 M1295421)

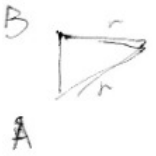
Черновик

$r_{min} = 2$









$(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 20$

$a^2 + b^2 \leq \min(8a-4b, 20)$

$$\begin{cases} (a-x)^2 + (b-y)^2 \leq 20 \\ a^2 + b^2 \leq 8a - 4b \\ 8a - 4b \leq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-x)^2 + (b-y)^2 \leq 20 \\ a^2 + b^2 - 8a + 4b \leq 0 \\ 2a - b \leq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-x)^2 + (b-y)^2 \leq 20 \\ (a-4)^2 + (b+2)^2 \leq 20 \\ b \geqslant 2a-5 \end{cases}$$

$a^2 + (2a-5)^2 - 8a + 4(2a-5) \leq 0$

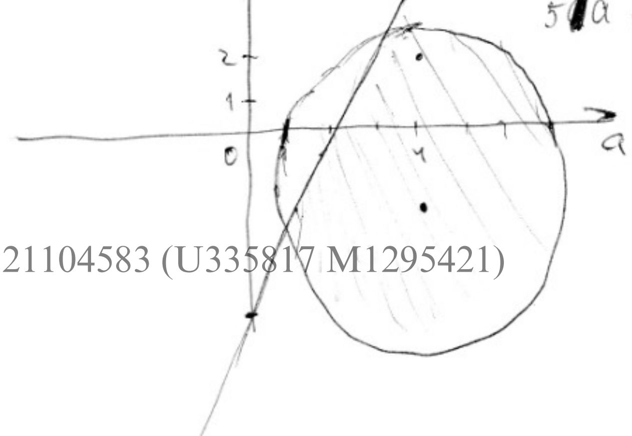
$a^2 + 4a^2 - 20a + 25 \cancel{-8a} \cancel{+8a} - 20 \leq 0$

$5a^2 - 20a + 5 \leq 0$

$a^2 - 4a + 1 \leq 0$

~~$a^2 + 4a + 9 \leq 0$~~

~~$a \in$~~



$a^2 + (2a-5)^2 \leq 20$

$a^2 + 4a^2 - 20a + 25 \leq 20$

$5a^2 - 20a + 5 \leq 0$

Чистовик.

№3.

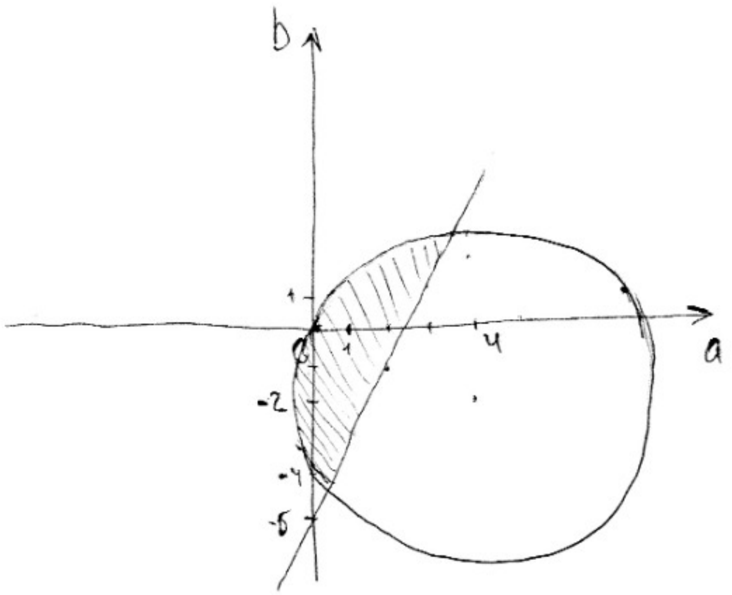
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\leq 20\\ a^2+b^2\leq \min(8a-4b,20)\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\leq 20 & (1)\\ a^2+b^2\leq 8a-4b & (2)\\ 8a-4b\leq 20 & (3)\end{cases}$$ или $$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\leq 20\\ a^2+b^2\leq 20\\ 8a-4b\geq 20\end{cases}$$

(1) $$\begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2\leq 20\\ (a-4)^2+(b+2)^2\leq 20\\ b\geq 2a-5\end{cases}$$

(2) $$\begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2\leq 20\\ a^2+b^2\leq 20\\ b\leq 2a-5\end{cases}$$

~~Рассмотрим~~ Рассмотрим x и y как параметры.



не имеет реш при:

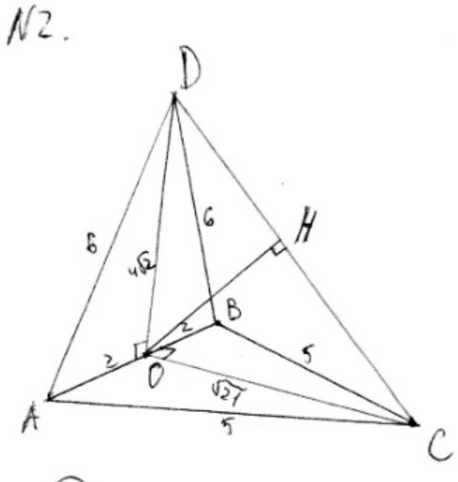
$$\begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2\leq 20\\ b=2a-5\end{cases}$$ или $(x-4)^2+(y+2)^2>40$

0 решений

(если 0 реш. у этой системы, то система (1) не имеет реш)

21104583 (U335817 M1295421)

№2.



Чистовик

Дано: $DABC$ – тетраэдр

$AB=4$ $AC=CB=5$ $AD=DB=6$

$ABCD$ вписан в цилиндр так, что точки A, B, C, D на бок. поверхности и $CD \parallel$ оси

выберем такой тетраэдр, что R – минимально

Найти: CD – ?

Решение:

~~Когда~~ Т.к. $CD \parallel$ оси и точки C, D лежат на бок. поверхности, то DC лежит на образующей.

Пусть точка O лежит на AB и $AO=OB=2$

$\triangle ADB$ – равнобед., значит DO – медиана и высота $DO \perp AB$

$\triangle ABC$ – равнобед., значит CO – медиана и высота $CO \perp AB$

Проведем $OH \perp DC$.

~~$AB \perp DC$~~ $AB \perp (DOC)$, значит $AB \perp DC$

Т.к. $OH \perp DC$ и $AB \perp DC$, то $(ABH) \perp DC$

Значит $(ABH) \perp$ оси цилиндра.

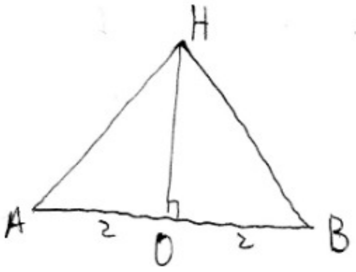
Рассмотрим $\triangle ABH$.

$DO^2 = AD^2 - AO^2 = 36-4=32$ (из $\triangle ADO$)

$DO = 4\sqrt{2}$

$CO^2 = AC^2 - AO^2 = 25-4=21$ (из $\triangle ACO$)

$CO = \sqrt{21}$



$R_{ABH} = R$

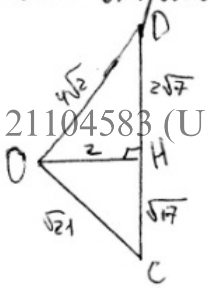
Очевидно, что $R_{ABH} \geq \frac{1}{2} AB$

$R_{ABH} \geq 2$

Т.к. R – минимально возможно, то $R_{ABH} = R = 2$.

Тогда $OH = 2$

Рассмотрим $\triangle DOC$:



$DH^2 = OD^2 - OH^2 = 32-4=28$ (из $\triangle DOH$)

$DH = 2\sqrt{7}$

$HC^2 = OC^2 - OH^2 = 21-4=17$

$HC = \sqrt{17}$ (из $\triangle OHC$)

$DC = DH + HC = 2\sqrt{7} + \sqrt{17}$

Ответ: $2\sqrt{7} + \sqrt{17}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104583**

ID профиля: **335817**

Вариант 21

Черновик.

$x > \frac{3}{2}$ $x \neq 2$

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)$; $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$; $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

$a=\sqrt{2x-3}$ $b=x+1$

$a>0, b>0, c>0$

$2x^2-3x+5=1$

$c=2x^2-3x+5$

$2x^2-3x+4=0$

$D<0$

$\log_a b$; $\log_c(a^4)$; $\log_b c$

$\log_a b$; $4\log_c a$; $\log_b c$

$2(x+1)^2=2x^2+4x+2$

$=$

$3x^2+4x+1=0$

$D=16-12=4$

$x=\frac{-4\pm2}{6}$

$x=-1$ $x=-\frac{1}{3}$

$+$ $-$ $+$

-1 $\frac{1}{3}$

$\log_a b=\log_b c$

$\log_a b \cdot \log_c b=1$

$a^n=b$ $c^m=b$

$x(x^2+2x+1)=1$

$x^3+2x^2+x-1=0$

$\frac{1}{27}+\frac{2}{9}+\frac{1}{3}-1$

$nm=1$

$4\log_c a=\log_b c$

$\log_b c \cdot 4\log_c a=$ $\frac{4\log_c a}{\log_c b}=4\log_b a$

$\log_a b=\log_b c=x+1$ $4\log_c a=x$

$a^{x+1}=b$ $b^{x+1}=c$ $c^{\frac{x}{4}}=a$

21104583 (U335817 M1295422)

$\left(c^{\frac{x}{4}}\right)^{x+1}=b$ $\left(\left(c^{\frac{x}{4}}\right)^{x+1}\right)^{x+1}=c$ $\cdot c^{\frac{x(x+1)(x+1)}{4}}=c$

Черновик.

№4. $НОД(a;b;c)=35=5\cdot7$

$НОК(a;b;c)=5^{18}\cdot7^{16}$

$a=5^{a_1}\cdot7^{a_2}$

$b=5^{b_1}\cdot7^{b_2}$

$c=5^{c_1}\cdot7^{c_2}$

$a=35\cdot x$

$b=35\cdot y$

$c=35\cdot z$

$\frac{5^{18}\cdot7^{16}}{35\cdot x}=\frac{5^{17}\cdot7^{15}}{x}$

$5^{17}\cdot7^{15}\ \vdots\ x;y;z$

$=5^{\max(a_1;b_1;c_1)}\cdot7^{\max(a_2;b_2;c_2)}$

$НОД(x;y;z)=1$

$$\begin{cases} m\cdot35x=5^{18}\cdot7^{16}\\ n\cdot35y=5^{18}\cdot7^{16}\\ k\cdot35z=5^{18}\cdot7^{17}\end{cases}$$

mx

$НОД(a;b;c)=5^{\min(a_1;b_1;c_1)}\cdot7^{\min(a_2;b_2;c_2)}$

какое из чисел $a_2;b_2;c_2=16$
3 вар.

какое из чисел ост. $a_2;b_2;c_2=1$
2 вар

ост. число 16 вар

$3\cdot2\cdot16$

$$\begin{cases}\max(a_1;b_1;c_1)=18\\ \max(a_2;b_2;c_2)=16\\ \min(a_1;b_1;c_1)=1\\ \min(a_2;b_2;c_2)=1\end{cases}$$

$16\cdot6=96$

$\frac{3\cdot3\cdot2\cdot2\cdot1\cdot1}{6}=6$

$3\cdot2\cdot18$

18 вар.

$1;\ \_\_\ ;18$

16 вар.

$1;\ \_\_\ ;16$

$1;x;18$

$1;y;16$

$\frac{3\cdot3+2\cdot2+1\cdot1}{6}$ $\frac{9+4+1}{6}$

~~Черновик~~ Черновик

N5. $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)$; $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$; $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

$a=\sqrt{2x-3}$ $b=x+1$ $c=2x^2-3x+5$

$\log_a b$; $\log_c(a^4)$; $\log_b c$

$\log_a b$; $4\log_c a$; $\log_b c$

$$\begin{cases} 2x-3>0 \\ 2x^2-3x+5>0 \\ x+1>0 \\ 2x-3\neq 1 \\ 2x^2-3x+5\neq 1 \\ x+1\neq 1 \end{cases}$$

$\sqrt{2x-3}=x+1$

$2x-3=x^2+2x+1$

$x^2=-4$

$$\begin{cases} x>\frac{3}{2} \\ x\neq 2 \end{cases}$$

1) $\log_a b = 4\log_c a = x+1$ $\log_b c = x$

$$\begin{cases} a^{x+1}=b \\ c^{\frac{x+1}{4}}=a \\ b^x=c \end{cases}$$

$a^{\frac{(x+1)(x+1)x}{4}}=a$

Т.к. $a>0$ и $a\neq 1$

$\frac{(x+1)^2x}{4}=1$

$x^3+2x^2+x-4=0$

$x=1$ - корень

$$\begin{array}{r|l} x^3+2x^2+x-4 & x-1 \\ -(x^3-x^2) & x^2+3x+4 \\ 3x^2+x & \\ -(3x^2-3x) & \\ 4x-4 & \\ 0 & \end{array}$$

$(x-1)(x^2+3x+4)=0$

$x-1=0$ или $x^2+3x+4=0$

$x=1$ $D<0$

$x\in\varnothing$

2) $\log_a b=\log_b c=x+1$ $4\log_c a=x$

$$\begin{cases} a^{x+1}=b \\ b^{x+1}=c \\ c^{\frac{x}{4}}=a \end{cases}$$

$a^{\frac{(x+1)(x+1)x}{4}}=a$

Т.к. $a>0$ и $a\neq 1$

$\frac{(x+1)(x+1)x}{4}=1$

$x=1$

3) $4\log_c a=\log_b c=x+1$

$\log_a b=x$

$$\begin{cases} c^{\frac{x+1}{4}}=a \\ b^{x+1}=c \\ a^x=b \end{cases}$$

$a^{\frac{x(x+1)(x+1)}{4}}=a$

Т.к. $a>0$ и $a\neq 1$

$\frac{x(x+1)(x+1)}{4}=1$

$x=1$

$2\cdot 64-3\cdot 4+5=$ $2x^2$

$=128-12+5=121$

$$\begin{cases} a^2=b \\ c^{\frac{1}{2}}=a \\ b=c \end{cases}$$

$2x-3=x+1$ $2x^2-4x+4=0$

$x^2-2x+2=0$

$D=4-8<0$

$x=2$

$3=2\cdot 4-3\cdot 2+5$

Но $x=1$ не подходит по ОДЗ. Значит $x\in\varnothing$

21104583 (U335817 M1295422)

$x^2-5x+4=0$

$x=1$ $x=4$

$\cancel{\log_a b; \ 10}$ Черновик.

$\log_a b; \log_c a^4 \cancel{\neq 1}; \log_b c$

$\log_a b; \ 4 \log_c a; \log_b c$

$\log_a b = 4 \log_c a$

$2x^2-3x+5 = 4x^2-12x+9$ $\quad 2\cdot16-3\cdot4+5 = 32-12+5 = 25$

$\cancel{2x^2-15x+4=0}$

$\cancel{D=}$

x^2-5x+4 $\quad x^2-5x+4=0$

$x=4$

$\sqrt[4]{2\cdot16-3\cdot4+5} =$ $\quad 2x-3=$

$2\cdot16-3\cdot4+5 =$

$2x^2-4x+4=0 \quad = 25$

$x^2-2x+2=0$

$2\cdot4-3=5$

$\cancel{D=4}$

$\sqrt[4]{25} = \sqrt{5}$

$$\begin{cases} 2x-3 = x+1 \\ \sqrt{2x^2-3x+5} = \sqrt{2x-3} \\ x+1 = 2x^2-3x+5 \end{cases}$$

$a = \sqrt{2x-3}$ $\quad b = x+1$ $\quad c = 2x^2-3x+5 \ \sqrt{5}$

$\cancel{x+1} \ x^2 \cancel{+2x}+1 = \cancel{2x}-3$

$x^2 = -4$

$2x^2-4x+4=0$

x^2-2x+2

$x = \cancel{11}$

$\sqrt{\cancel{2}+6}$

21104583 (U335817 M1295422)

Черновик.

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)$; $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$ $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

$a=\sqrt{2x-3}$ $b=x+1$ $c=2x^2-3x+5$ $a, b, c>0$

$\log_a b$; $\log_c(a^4)$; $\log_b c$

$\log_a b$; $4\log_c a$; $\log_b c$

$\log_a b=\log_b c=x+1$

$4\log_c a=x$

$a^n=a$

$\begin{cases} a^{x+1}=b \\ b^{x+1}=c \\ c^{\frac{x}{4}}=a \end{cases}$

$x>\frac{3}{2}$ $a(a^{n-1}-1)=0$

$D=9-40<0$ $a^{n-1}=1$

$x>-1$ $a=1$ $n-1=0$ $n=1$

$\left(\left(a^{x+1}\right)^{x+1}\right)^{\frac{x}{4}}=a$

$\log_b c=4\log_c a=x+1$ $\log_a b=x$ $x\neq 2$

$a^{\frac{x^3+2x^2+x}{4}}=a$

$c=b^{x+1}$

$2x^2-3x+4$

$x^3+2x^2+x=4$

$a=c^{\frac{x+1}{4}}$

$D=9-32<0$

$x^3+2x^2+x-4=0$

$b=a^x$

$x\neq 0$

$x_1=1$

$\left(\left(a^x\right)^{x+1}\right)^{\frac{x+1}{4}}=a$ $a^{\frac{(x+1)^2x}{4}}-a=0$

$$\begin{array}{r|l} x^3+2x^2+x-4 & x-1 \\ \underline{x^3-x^2} & \overline{x^2+3x+4} \\ 3x^2+x & \\ \underline{3x^2-3x} & \\ 4x-4 & \\ \underline{4x-4} & \\ 0 & \end{array}$$

$a\left(a^{\frac{(x+1)^2x}{4}-1}-1\right)=0$

$a=0$ $a^{\frac{(x+1)^2x}{4}-1}=1$

$(x-1)(x^2+3x+4)=0$

$x=1$

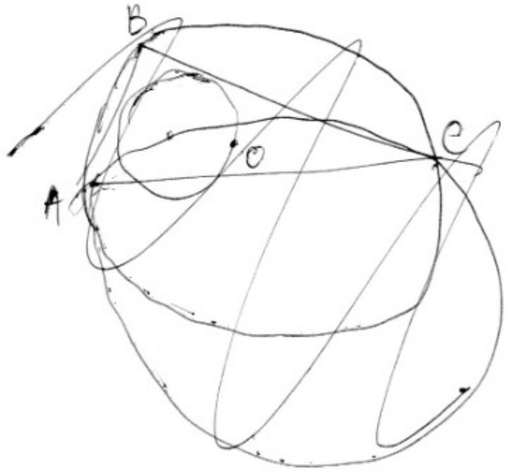
$x^2+3x+4=0$

$a=1$ $\frac{(x+1)^2x}{4}-1=0$

$x^3+2x^2+x=4$

Черновик.

№7.



$\log_a b$; $\log_c a^4$; $\log_b c$

$\log_a b = \log_b c = x$ $\log_c a^4 = x-1$

$a^x = b$

$b^x = c$

$c^{\frac{x-1}{4}} = a$

$c^{\frac{x-1}{4} \cdot x \cdot x} = c$

$c^{\frac{x^2(x-1)}{4}} = c$

$c\left(c^{\frac{x^2(x-1)}{4}-1} - 1\right) = 0$

$c = 0$ $c^{\frac{x^2(x-1)}{4}-1} - 1 = 0$

$\cancel{c=1}$ $\frac{x^2(x-1)}{4} = 1$

$x^3 - x^2 = 4$

$x^3 - x^2 - 4 = 0$

$x = 2$

$(x-2)(x^2+x+2) = 0$

$x = 2$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x^2 - 4 & x-2 \\ \cline{2-2} -\ x^3 - 2x^2 & x^2 + x + 2 \\ \hline x^2 - 4 & \\ -\ x^2 - 2x & \\ \hline 2x - 4 & \\ 0 & \end{array}$$

21104583 (U335817 M1295422)

Чистовик.

№4 (продолжение)

~~1) при $x=18$~~

~~выберем число из $a_1; b_1; c_1$ которое будет равно 1   3 способа~~

1) при $2 \le x \le 17$ и $2 \le y \le 15$

выберем число из $a_1; b_1; c_1$, которое будет равно 1   3 способа

выберем число из $a_1; b_1; c_1$, которое будет равно 18   2 способа

последнему числу присваиваем одно из 16 возможных значений x 16 способов.

$3 \cdot 2 \cdot 16 = 96$ способов

Аналогично, для $a_2; b_2; c_2$:

$3 \cdot 2 \cdot 14 = 84$ способа

Итого:

$96 \cdot 84$ способа

2) $x = 1$ или 18 $2 \le y \le 15$

3 способа для $a_1; b_1; c_1$

84 способа для $a_2; b_2; c_2$

Итого:

$3 \cdot 84 \cdot 2 = 6 \cdot 84$

т.к. $x=1$ или 18

3) $2 \le x \le 17$ и $y = 1$ или 16

96 способов для $a_1; b_1; c_1$

3 способа для $a_2; b_2; c_2$

Итого:

$3 \cdot 96 \cdot 2 = 6 \cdot 96$

4) $x = 1$ или 18 $y = 1$ или 16

3 способа для $a_1; b_1; c_1$

3 способа для $a_2; b_2; c_2$

Итого:

$3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$

Ответ: $96 \cdot 84 + 6 \cdot 84 + 6 \cdot 96 + 36$

3

Чистовик.

№5 (продолжение)

1) $\begin{cases} a^2=b \\ c^{\frac{1}{2}}=a \\ b=c \end{cases}$ 2) $\begin{cases} a^2=b \\ b^2=c \\ c^{\frac{1}{4}}=a \end{cases}$ 3) $\begin{cases} b^2=c \\ c^{\frac{1}{2}}=a \\ a=b \end{cases}$

$\begin{cases} 2x-3=x+1 \\ \sqrt{2x^2-3x+5}=\sqrt{2x-3} \\ x+1=2x^2-3x+5 \end{cases}$

$x\in\varnothing$

$\begin{cases} 2x-3=x+1 \\ x^2+2x+1=2x^2-3x+5 \\ \sqrt[4]{2x^2-3x+5}=\sqrt{2x-3} \end{cases}$

$x=4$

$\begin{cases} x^2+2x+1=2x^2-3x+5 \\ \sqrt{2x^2-3x+5}=\sqrt{2x-3} \\ \sqrt{2x-3}=x+1 \end{cases}$

$x\in\varnothing$

Ответ: $x=4$

№4.

$НОД(a;b;c)=35=5\cdot7$

$НОК(a;b;c)=5^{18}\cdot7^{16}$

Числа a, b, c можно представить в виде:

$a=5^{a_1}\cdot7^{a_2}$
$b=5^{b_1}\cdot7^{b_2}$, где $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in N$
$c=5^{c_1}\cdot7^{c_2}$

(у чисел a, b, c нет множителей отличных от 5 и 7 в разложении)

Т.к. $НОД(a;b;c)=5\cdot7$, то:

$\begin{cases} \min(a_1;b_1;c_1)=1 \\ \min(a_2;b_2;c_2)=1 \end{cases}$

Т.к. $НОК(a;b;c)=5^{18}\cdot7^{16}$, то:

$\begin{cases} \max(a_1;b_1;c_1)=18 \\ \max(a_2;b_2;c_2)=16 \end{cases}$

Среди чисел $a_1;b_1;c_1$ есть числа 1; 18 и x, где $x\in N$ и $1\le x\le18$

Среди чисел $a_2;b_2;c_2$ есть числа 1; 16 и y, где $y\in N$ и $1\le y\le16$

21104583 (U335817 M1295422)

Чистовик

№5. $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)$; $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$; $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

$a=\sqrt{2x-3}$ ~~b=...~~ $c=2x^2-3x+5$

$b=x+1$

$$\begin{cases} 2x-3>0 \\ 2x^2-3x+5>0 \\ x+1>0 \\ 2x-3\neq 1 \\ 2x^2-3x+5\neq 1 \\ x+1\neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>\frac{3}{2} \\ x\neq 2 \end{cases}$$

$\log_a b$; $\log_c(a^4)$; $\log_b c$

$\log_a b$; $4\log_c a$; $\log_b c$

1) $\log_a b = 4\log_c a = t$

$\log_b c = t-1$

$$\begin{cases} a^t = b \\ c^{\frac{t}{4}} = a \\ b^{t-1} = c \end{cases}$$

$$\left(\left(a^t\right)^{t-1}\right)^{\frac{t}{4}} = a$$

$$a^{\frac{t^2(t-1)}{4}} = a$$

Т.к. $a>0$ и $a\neq 1$

$$\frac{t^2(t-1)}{4} = 1$$

$t^3 - t^2 = 4$

$t^3 - t^2 - 4 = 0$

$t=2$ - корень

$$\begin{array}{r|l} t^3 - t^2 - 4 & t-2 \\ -\ \underline{t^3 - 2t^2} & t^2+t+2 \\ t^2 - 4 & \\ -\ \underline{t^2 - 2t} & \\ \underline{2t-4} & \\ 0 & \end{array}$$

$(t-2)(t^2+t+2)=0$

$t-2=0$ $\quad t^2+t+2=0$

$t=2$ $\quad D<0$

$t\in\varnothing$

2) $\log_a b = \log_b c = t$

$4\log_c a = t-1$

$$\begin{cases} a^t = b \\ b^t = c \\ c^{\frac{t-1}{4}} = a \end{cases}$$

$$\left(\left(a^t\right)^t\right)^{\frac{t-1}{4}} = a$$

$$a^{\frac{t^2(t-1)}{4}} = a$$

Аналогично

$t=2$

3) $\log_b c = 4\log_c a = t$

$\log_a b = t-1$

$$\begin{cases} b^t = c \\ c^{\frac{t}{4}} = a \\ a^{t-1} = b \end{cases}$$

$$\left(\left(a^{t-1}\right)^t\right)^{\frac{t}{4}} = a$$

$$a^{\frac{t^2(t-1)}{4}} = a$$

Аналогично

$t=2$