Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104499**

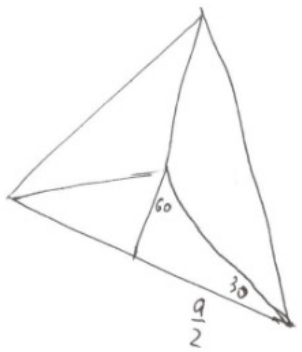
ID профиля: **112252**

Вариант 21

Черновик

$$\frac{abc}{4R}$$

$$\frac{-8 \pm \sqrt{64-49}}{1} = -8 \pm \sqrt{15}$$

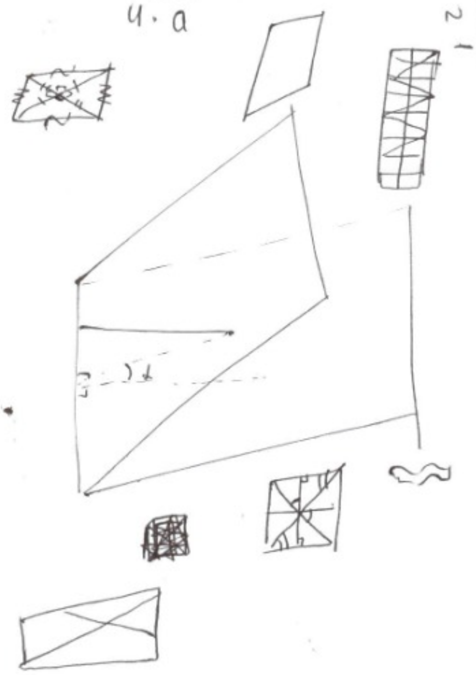


$\frac{a}{2R} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$S_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$

$\frac{a^3 \sqrt{3}}{4 \cdot a}$



$p = \frac{4+5+5}{2} = 7$ $\quad 7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$

$a^2 - 8a + b^2 + 4b = 0$

$a = \frac{4 \pm \sqrt{16 - b^2 - 4b}}{1} = 4 \pm \sqrt{20 - (b+2)^2}$

$1 + 4\sqrt{2}$ $\quad \sqrt{21}$

$1 + 32$

$2a \cdot 2\sqrt{21} + a - (a^2 - 11) \cdot 2\sqrt{21} =$

$= 4a^2 \cdot \sqrt{21} - a^2 \cdot 2\sqrt{21} + 22\sqrt{21} = 0$

$2a^2\sqrt{21} = -22\sqrt{21}$

$5 + 4 \cdot \frac{3}{2} = 5 + 6$

$\sqrt{21} + 4\sqrt{2} < 11$

$21 + 32 + 8\sqrt{42} < 121$

$53 + 8\sqrt{42} < 121$

$8\sqrt{42} < 68$

$2\sqrt{42} < 17$

$4 \cdot 42 \quad 289$

$168 \quad 289$

$a + 5 > 6$

$a > 1$

$a + 4\sqrt{2} > \sqrt{21}$

21104499 (U112252 M1300981)

N 1 Чистовик

$a_1 = a \quad a_2 = a + b \quad a_n = a + b(n-1)$ $\quad a \in \mathbb{Z}, \; b \in \mathbb{Z} \quad b > 0$ (т.к. возрастающая)

$S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 = \frac{a + a + b \cdot 6}{2} \cdot 7 = (a + 3b) \cdot 7 = 7a + 21b$

$a_8 \cdot a_{17} > S + 27$

$(a + 7b)(a + 16b) = a^2 + 7ab + 16ab + 112b^2$

$a^2 + 7ab + 16ab + 112b^2 > 7a + 21b + 27$

$a_{11} \cdot a_{14} < S + 60$

$(a + 10b)(a + 13b) \leq a^2 + 23ba + 130b^2$

$a^2 + 23ab + 130b^2 < 7a + 21b + 60$

$a^2 + 23ab + 112b^2 > 7a + 21b + 27$

$a^2 + 23ab + 130b^2 + 7a + 21b + 27 < a^2 + 23ab + 112b^2 + 7a + 21b + 60$

$130b^2 + 27 < 112b^2 + 60$

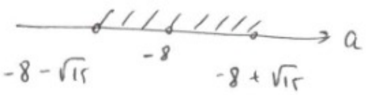
$8b^2 < 33$

$\Rightarrow b = 1; \; b = 2$

1) $b = 1$

$\begin{cases} a^2 + 23a + 112 > 7a + 21 + 27 \\ a^2 + 23a + 130 < 7a + 21 + 60 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a^2 + 16a + 64 > 0 \Rightarrow a \neq -8 \\ a^2 + 16a + 49 < 0 \quad (a + 8 - \sqrt{15})(a + 8 + \sqrt{15}) < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$



$a \in (-12; -4) \Rightarrow a = -11; \; a = -10; \; a = -9; \; a = -7; \; a = -6; \; a = -5$

2) $b = 2$

$\begin{cases} a^2 + 46a + 130 \cdot 4 < 7a + 42 + 60 \\ a^2 + 46a + 112 \cdot 4 > 7a + 21 \cdot 2 + 27 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a^2 + 39a + 418 < 0 \\ a^2 + 39a + 379 > 0 \end{cases}$ $\quad D < 0 \Rightarrow a^2 + 39a + 418 > 0$ $\quad \Rightarrow a \in \varnothing$ при $b = 2$

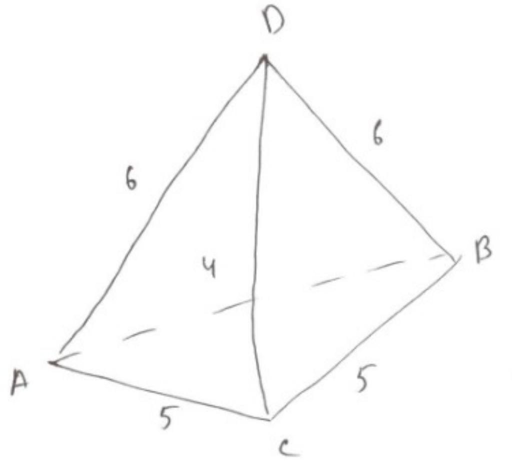
~~Ответ~~ $\Rightarrow a = -11; \; a = -10; \; a = -9; \; a = -7; \; a = -6; \; a = -5$

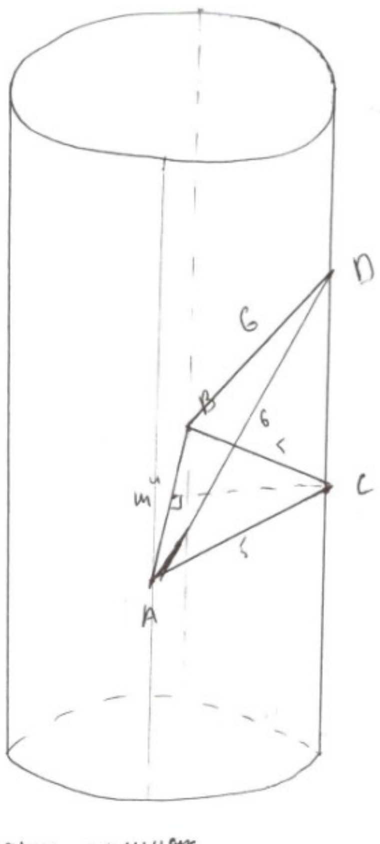
Ответ: $-11; -10; -9; -7; -6; -5$

21104499 (U112252 M1300981)

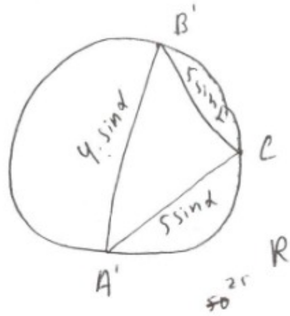
Миштович

№2





Пусть плоскость ABC образует $\angle\alpha$ с основанием цилиндра. Тогда:



$S_{\triangle A'B'C} = 2\cdot\sin^2\alpha\cdot\sqrt{21}$

$S_{\triangle A'B'C} = \frac{100\sin^3\alpha}{4R}$

R – радиус оп. окружности, т.е. радиус цилиндра

$\Rightarrow \frac{100\sin^3\alpha}{4R} = 2\sin^2\alpha\cdot\sqrt{21}$

$25\sin\alpha = 2R\sqrt{21}$ $\quad R_{min} = \frac{25\sin\alpha}{2\sqrt{21}}$

То есть радиус будет минимальным при максимально возможной минимальном угле между ABC и основанием

$AM=MB$, $M\in AB$ $\Rightarrow \angle MCD$ должен быть максимальным

$CM = \sqrt{5^2-2^2} = \sqrt{25-4} = \sqrt{21}$

$DM = \sqrt{6^2-2^2} = \sqrt{36-4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Пусть $CD = a$ $\quad 6+5>a$ (неравенство $\triangle BCD$) $\quad \sqrt{21}+4\sqrt{2}>a$ (неравенство $\triangle CMD$)

$\Rightarrow DM^2 = CM^2 + CD^2 - 2\cdot CM\cdot CD\cdot\cos(\angle MCD) \Rightarrow$

$32 = 21 + a^2 - 2\cdot\sqrt{21}\cdot a\cdot\cos(\angle MCD)$

$\cos(\angle MCD) = \frac{a^2-11}{2\sqrt{21}\cdot a}$ – возрастающая функция

$\Rightarrow \cos(\angle MCD)_{max}$ при $a = a_{max}$ $\quad a_{max} = 11 \Rightarrow CD = 11$

21104499 (U112252 M1300981)

Ответ: 11

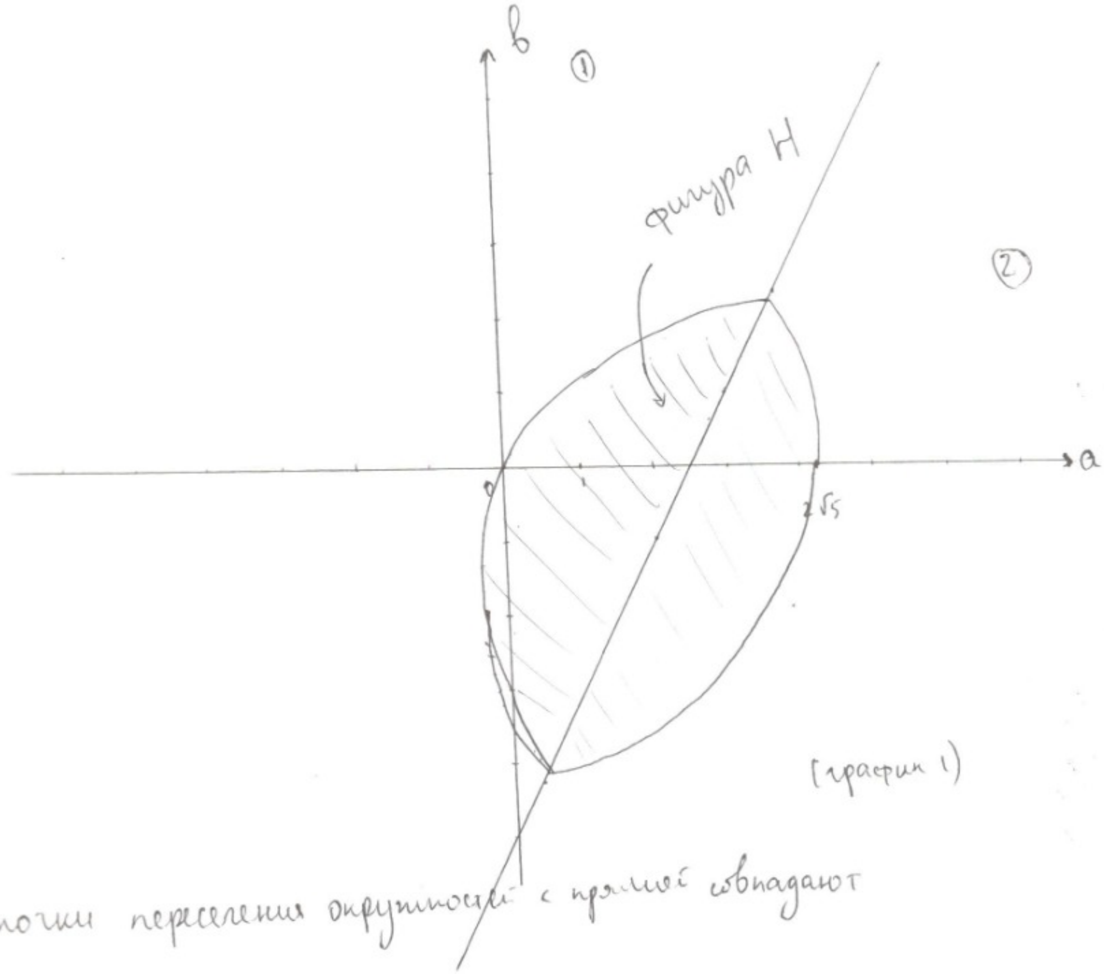
№3 Найдем возможные a и b из второго неравенства системы: Чистовик

$a^2+b^2 \le \min(8a-4b, 20)$

1) $\begin{cases} a^2+b^2 \le 8a-4b \\ 8a-4b \le 20 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2-8a+16+b^2+4b+4 \le 20 \\ 2a-b \le 5 \end{cases}$ (область 1)

$\begin{cases} (a-4)^2+(b+2)^2 \le 20 \\ 2a-b \le 5 \end{cases}$ ← круг, радиусом $2\sqrt{5}$ с центром в $(4;-2)$, ограниченный прямой $2a-b=5$

2) $\begin{cases} a^2+b^2 \le 20 \\ 8a-4b \ge 20 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2+b^2 \le 20 \\ 2a-b \ge 5 \end{cases}$ (область 2)



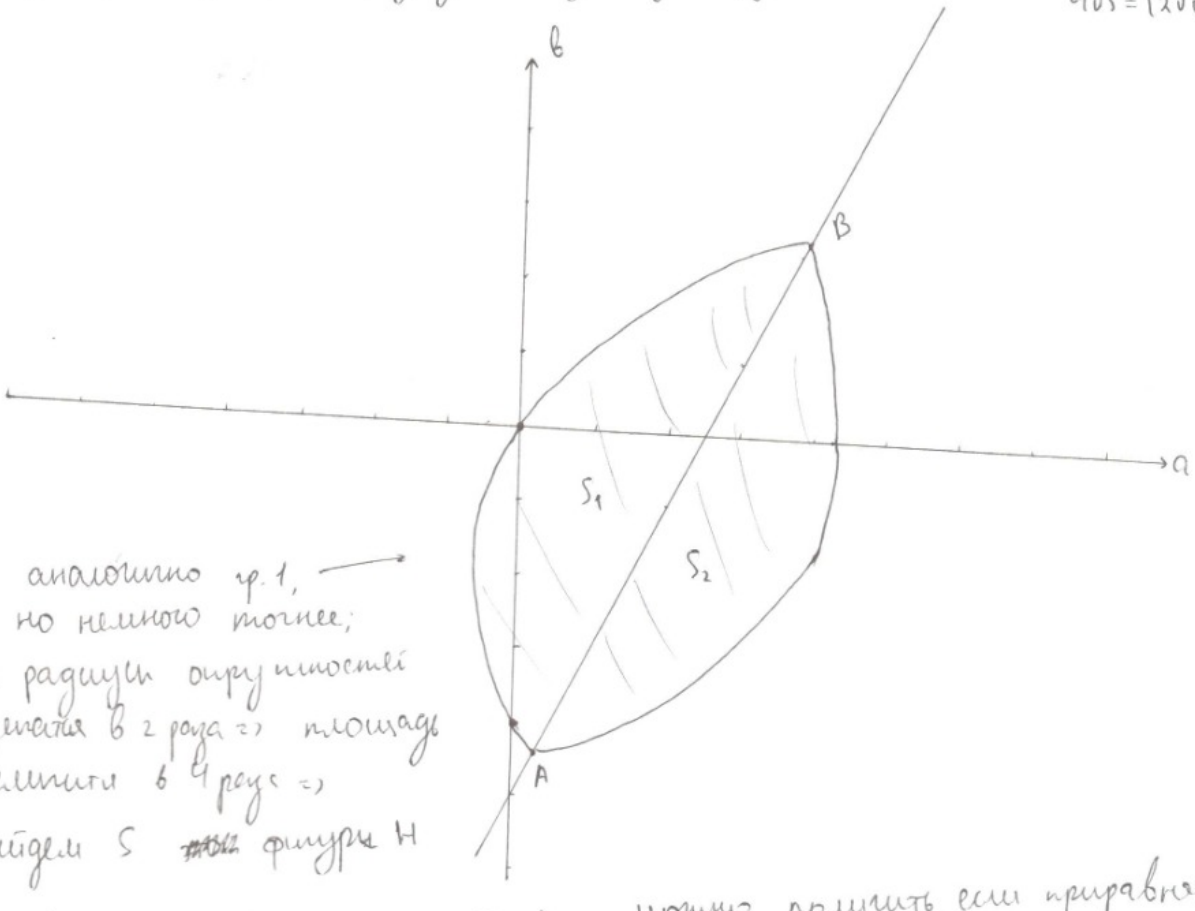
точки пересечения окружностей с прямой совпадают

№3 Чистовик

Рассмотрим неравенство 1 из системы:

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 20$ ← окружности (круги) с центрами в точках $a;b$ радиусом $2\sqrt{5}$

=> фигура M будет выглядеть так, как график $b(a)$ с окружностью ~~ради~~ центром в ~~данной~~ каждой точке $a;b$ и радиусом $2\sqrt{5}$. Чтобы найти ее площадь, достаточно найти площадь такой же фигуры в координатах $b(a)$; для этого нарисуем эту фигуру: В результате получим фигуру, аналогичную графику 1, но радиус каждой из окружностей увеличится и станет равным $4\sqrt{5} = (2\sqrt{5}+2\sqrt{5})$



аналогично гр. 1, но немного точнее; т.к. радиусы окружностей в фигуре M увеличатся в 2 раза => площадь увеличится в 4 раза => найдем S ~~так~~ фигуры H

$A(2-\sqrt{3}; -2\sqrt{3}-1)$ $B(2+\sqrt{3}; 2\sqrt{3}-1)$ — можно получить, если приравнять уравнения окружности и прямой

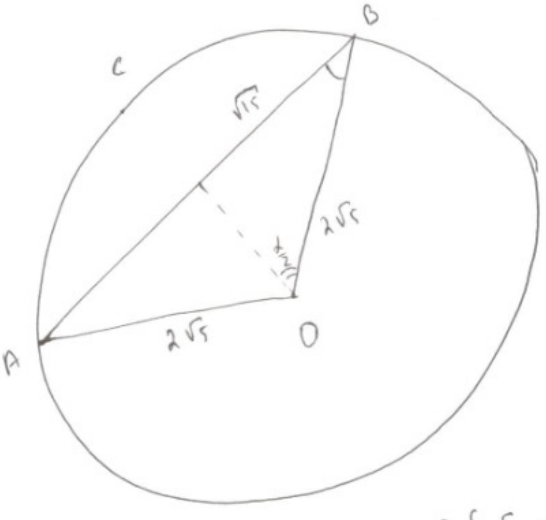
$AB = \sqrt{(\cancel{2}-\sqrt{3}-\cancel{2}-\sqrt{3})^2+(-2\sqrt{3}-1-2\sqrt{3}+1)^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2+(4\sqrt{3})^2} = \sqrt{4\cdot 3+16\cdot 3} = \sqrt{20\cdot 3} =$

$= 2\sqrt{15}$

$S_1 = S_2$ (т.к. дуги AB равны; радиусы равны)

N3

Чистовик



$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$\frac{\alpha}{2} = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ$

$\Rightarrow S_{OABC} = \pi \cdot (2\sqrt{5})^2 \cdot \frac{120}{360} = \frac{\pi}{3} \cdot 4 \cdot 5 = \frac{20\pi}{3}$

$S_{AOB} = 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 120 = \frac{20}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_1 = \frac{20\pi}{3} - 5\sqrt{3}$

$\Rightarrow S = S_1 + S_2 = \frac{40\pi}{3} - 10\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ площадь фигуры M $S_M = 4S = \frac{160\pi}{3} - 40\sqrt{3}$

Ответ: $\frac{160\pi}{3} - 40\sqrt{3}$

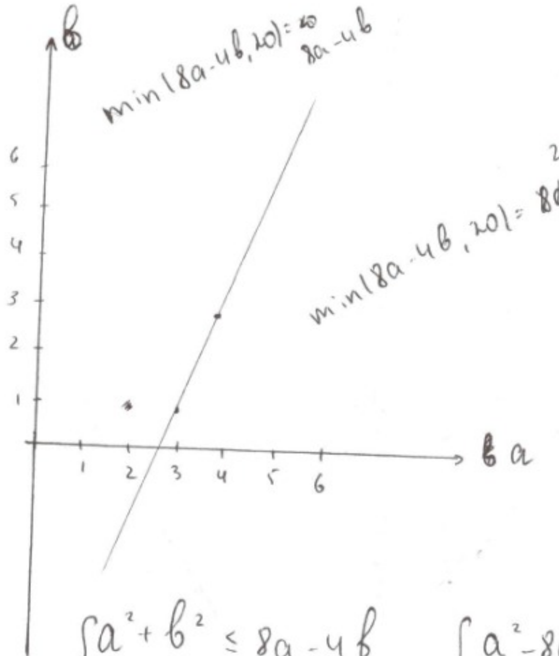
Черновик

$a^2+b^2 \le \min(8a-4b, 20)$ Найдем, когда $8a-4b=20$

$2a-b=5$

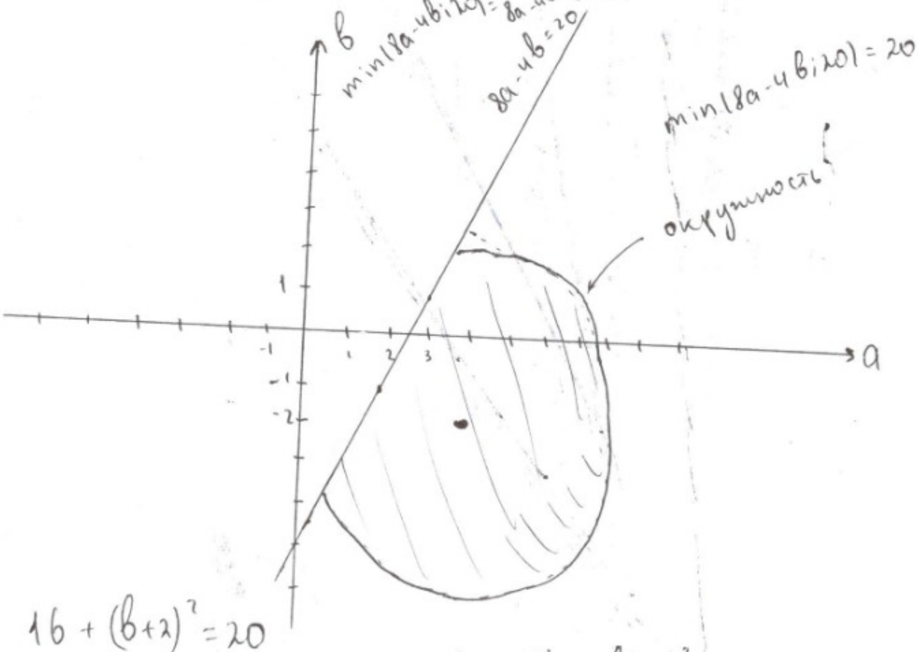
$b=2a-5$

Найдем возможные значения a и b из 2 неравенств



$\begin{cases} a^2+b^2 \le 8a-4b \\ 8a-4b \le 20 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2-8a+b^2+4b \le 0 \\ b \ge 2a-5 \Rightarrow 4b \ge 8a-20 \end{cases}$ $a^2-8a+16+b^2+4b+4 \le 20$

$(a-4)^2+(b+2)^2 \le (2\sqrt{5})^2$



$a^2+b^2=20$

$2a-b=5$

$b=2a-5$

$a^2+4a^2-20a+25=20$

$5a^2-20a+5=0$

$a^2-4a+1=0$

$a=2\pm\sqrt{3} = 2\pm\sqrt{3}$

$16+(b+2)^2=20$

$b^2+4b+4=4$

$b=-4$

$a^2-8a+16+4=20$

$b=4\pm2\sqrt{3}-5=\pm2\sqrt{3}-1$

$(a-4)^2+(b+2)^2=20$

$2a-b=5$ $b=2a-5$ $4a$ $2a-5$

$\cancel{(a-4)}$

$a^2-8a+16+4a^2-12a+9=20$

$5a^2-20a$

$a^2-8a+16+4=20$

$16+b^2+4b+4=20$

$a^2-8a+16+b^2+4b+4=20$

$b=2a-5$

$a^2-8a+4a^2-20a+25+8a+20=0$

$5a^2-20a+5=0$

$a^2-4a+1=0$

$a=2\pm\sqrt{3}$

1

21104499 (U112252 M1300981)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104499**

ID профиля: **112252**

Вариант 21

$\cancel{2}\cdot 3a^2 - \cancel{2}\cdot 2a = 0$

$a=0$

$3a-2=0 \quad a=\frac{2}{3}$

$2\cdot 3\cdot\frac{1}{4} - 2\cdot x\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{2}-2$

$2\cdot3\cdot1+$

$\cancel{\angle APC = 180-\gamma}$ Шаровет

$m = \lambda$

$\angle PAK = \cancel{90-\gamma+\lambda}$

$\cancel{\angle PCK = 90-\gamma}$

$\angle PAK = 90-\lambda$

$\angle PCK = 90+\lambda$

$\angle APC = 180-2\gamma$

-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1
↗	max	↘	min	↗

$2\cdot\frac{8}{27} - 2\cdot\frac{4}{9} - 1 = \frac{16}{27} - \frac{24}{27} - 1 = -\frac{8}{27} - 1$

$2\cdot 8 - 2\cdot 4 = 16-8=8$

$2a^3 - 2a^2 - 1 = 0$

$1 < \log_{2x-3}(x+1) < 2$

$8a^3 - 8a^2 - 4 = 0 \quad 2a = t$

$t^3 - 2t^2 - 4 = 0$

$\times\frac{49}{7}$ 3

1) $2x-3>1 \quad x>2$

$2x-3 < x+1 < 4x^2-12x+9$

$64 - 2\cdot 16$

$2x-3<x+1$

$x<4$

$169 - 4\cdot8\cdot4 = 169-128 = 41$

32 128

$6\cdot\frac{1}{4} - \cancel{4}^2\cdot\frac{1}{\cancel{2}} =$

$4x^2-12x+9>x+1$

$4x^2-13x+8>0$

$\frac{\cancel{12}^3}{\cancel{8}_2} =$

$f(a) = 2a^3 - 2a^2 - 1$

$\cancel{6}^3\cdot\frac{49}{\cancel{100}_{50}} - \cancel{4}^2\cdot\frac{7}{\cancel{10}_5} =$

$f'(a) = 6a^2 - 4a$

$= \frac{3\cdot49 - 140}{} = \frac{7}{50}$

$a=0$

$a=\frac{2}{3}$

$x = \frac{13\pm\sqrt{41}}{8} = \frac{3}{2}\pm\frac{3}{4}$

$+\frac{245}{98}$ 343

$2\cdot\frac{343}{125} - 2\cdot\frac{49}{25} - 1$

$7^3 = 49\cdot7 = 343$

$x\in$

$\frac{12}{5}$ $2{,}4$ $2{,}8$

-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{10}$
↗	max	↘	min	↗

$\times\frac{343}{2}$ 686

$\frac{2\cdot98}{125} - 1 = 19$

$6^3 = 36\cdot6 = 216$

$2\cdot2\sqrt{2} - 2\cdot2 - 1 =$

$7^3 = 343$

$\times\frac{98}{2}$ 196

$2\cdot\frac{343}{1000} - 2\cdot\frac{49}{100} - 1 =$

$\times\frac{49}{2}$

$= 4\sqrt{2} - 5$

$1{,}2 = \frac{6}{5}$

$\times\frac{49}{5}$ 245

$= 686 - \frac{25}{14}\Big|14$ 110

$2\cdot36 = 72$

$\times\frac{72}{5}$ 360

$4\sqrt{2}$ 5

$\cancel{3}\cdot 343 - 245 =$

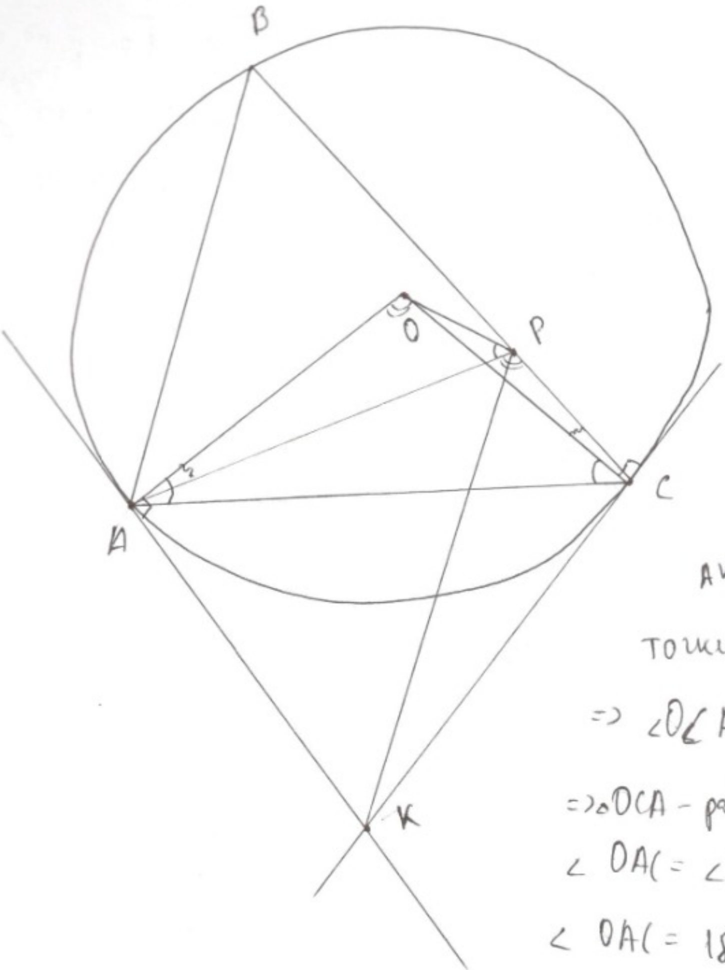
$= \cancel{98}\ 98$

$\cancel{2}\cdot\frac{27}{\cancel{8}_4} - 2\cdot\frac{9}{4} - 1 = \frac{27-18}{4} - 1 = \frac{27-18-4}{4} = \frac{5}{4}$

$16\cdot2$ 25

$2\cdot\frac{216}{125} - 2\cdot\frac{36}{25} - 1 = \frac{432-360}{125} - 1 =$

Черновик



$AK = CK$ (т.к. кас.)

точки A, O, P, C – лежат на одной окружности

$\Rightarrow \angle OCA = \angle OPA$ (оп. на одну дугу)

$\Rightarrow \triangle OCA$ – равнобедр. ($OA = OC$, как радиусы) $\Rightarrow$

$\angle OAC = \angle OCA = \angle OPA$

$\angle OAC = 180 - \angle OPC$ (опир. на одну дугу)

$\angle AOC = \angle APC$ (опир. на одну дугу)

$\angle OPC = \angle OAC + 180 - 2 \cdot \angle OAC = 180 - \angle OAC$

$\angle OCP = \angle OAP$ (опир. на одну дугу)

Пусть $\angle AKP = \alpha$; $\angle PKC = \beta \Rightarrow$

$S_{AKP} = \frac{1}{2} \cdot \sin\alpha \cdot AK \cdot KP = 12$; $S_{PKC} = \frac{1}{2} \cdot \sin\beta \cdot PK \cdot CK = 9$

$\Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{4}{3}$

21104499 (U112252 M1300982)

№4 Листовки

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 35 \\ НОК(a;b;c) = 5^{18} \cdot 7^{16} \end{cases} \Rightarrow a = 5^{\alpha} \cdot 7^{\beta};\ \cancel{b = 5^{\gamma}}\ b = 5^{\gamma} \cdot 7^{\lambda};\ c = 5^{\varphi} \cdot 7^{\delta}$$

~~α, или β или~~

1) α или γ или $\varphi = 1$ (т.к. НОД) $\alpha_{min} = \gamma_{min} = \varphi_{min} = 1$

2) β или λ или $\delta = 1$ (т.к. НОД) $\beta_{min} = \lambda_{min} = \delta_{min} = 1$

3) $\alpha_{max} = \gamma_{max} = \varphi_{max} = 18$

4) $\beta_{max} = \lambda_{max} = \delta_{max} = 16$ | т.к. НОК

хотя бы одно из $\alpha, \gamma, \varphi = 1$; хотя бы одно из $\alpha, \gamma, \varphi = 18$ (чтобы НОК и НОД были такими)

хотя бы одно из $\beta, \lambda, \delta = 1$; хотя бы одно из $\beta, \lambda, \delta = 16$ (чтобы НОК и НОД были такими

Найдем кол-во вариантов α, γ, φ:

α	γ	φ	
1	x	18	$x \in [2;17]$ – 16 вариантов
x	1	18	
1	18	x	$6 \cdot$ кол-во вариантов $x = 6 \cdot 16 = 96$ вар.
x	18	1	
18	1	x	
18	x	1	

1	1	18	
1	18	1	
18	1	1	6 вариантов
18	18	1	
18	1	18	
1	18	18	

Кол-во вариантов $\alpha, \gamma, \varphi = 96 + 6 = 102$

Найдем кол-во вариантов β, λ, δ:

β	λ	δ	
1	y	16	$y \in [2;15]$ – 14 вариантов
1	16	y	
y	1	16	$6 \cdot$ кол-во вариантов $y = 6 \cdot 14 = 84$ вар.
y	16	1	
16	1	y	
16	y	1	

21104499 (U112252 M1300982)

1	1	16	6 вариантов
1	16	1	
16	1	1	
16	16	1	
16	1	16	
1	16	16	

Кол-во вариантов для β, λ, δ = 6 + 84 = 90 вар

Кол-во вариантов a, b, c = кол-во вариантов β, λ, δ $\times$ кол-во вариантов α, γ, φ =

$= 90 \cdot 102 = 9180$ вар.

Ответ: 9180.

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)$; $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$; $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$ Шитовик

№5

ОДЗ:

$$\begin{cases} 2x-3>0 \\ 2x-3\neq 1 \\ 2x^2-3x+5>0 \\ 2x^2-3x+5\neq 1 \\ x+1>0 \\ x+1\neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>\frac{3}{2} \\ x\neq 2 \\ \cancel{x\in R}\ x\text{ - любое} \\ x\text{ - любое} \\ x>-1 \\ x\neq 0 \end{cases} \Rightarrow x\in\left(\frac{3}{2};2\right)\cup(2;\infty)$$

$$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)=2\cdot\log_{2x-3}(x+1)=2a$$

$$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2=2\cdot\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)=2b$$

$$\log_{x+1}(2x^2-3x+5)=c$$

$$\log_{2x-3}(x+1)=a$$

$$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)=b \Rightarrow \log_{2x-3}(2x^2-3x+5)=\frac{1}{b}$$

$$\log_{x+1}(2x^2-3x+5)=\frac{\log_{2x-3}(2x^2-3x+5)}{\log_{2x-3}(x+1)}=\frac{1}{ab}$$

Два из чисел $2a, 2b, \frac{1}{ab}$ равны; третье меньше их на 1:

1) $\begin{cases} 2a=2b \\ \frac{1}{ab}+1=2a \end{cases} \quad \begin{cases} a=b \\ \frac{1}{a^2}+1=2a \end{cases} \quad \begin{cases} a=b \\ 2a^3=a^2+1 \end{cases}$

$$2a^3-a^2-1=0$$

$$\begin{array}{l|l} 2a^3-a^2-1 & a-1 \\ \underline{2a^3-2a^2} & \overline{2a^2+a+1} \\ \quad a^2 & \\ \quad \underline{a^2-a} & \\ \qquad a-1 & \\ \qquad \underline{a-1} & \\ \qquad\ 0 & \end{array}$$

$$(a-1)(2a^2+a+1)=0$$

$$a=1 \Rightarrow \log_{2x-3}(x+1)=1 \Rightarrow 2x-3=x+1 \Rightarrow x=4$$

21104499 (U112252 M1300982)

№5 Чистовик

2) $\begin{cases} 2a = \frac{1}{ab} \\ b+1 = a \end{cases}$ $\begin{cases} 2a = \frac{1}{a(a-1)} \\ b = a-1 \end{cases}$

$2a^2(a-1) = 1$

$2a^3 - 2a^2 - 1 = 0$

$2a = 2 \cdot \log_{2x-3}(x+1)$

$b = \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)$

$\begin{cases} \log_{2x^2-3x+5}(2x-3) + 1 = \log_{2x-3}(x+1) \\ 2 \cdot \log_{2x-3}(x+1) = \frac{1}{\log_{2x-3}(x+1) \cdot \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)} \end{cases}$

$\begin{cases} 2 \cdot \log_{2x-3}(x+1) = \log_{x+1}(2x^2-3x+5) \\ \log_{2x^2-3x+5}(2x-3) = \log_{2x-3}\left(\frac{x+1}{2x-3}\right) \end{cases}$

$2a^3 - 2a^2 - 1 = 0$

$f(a) = 2a^3 - 2a^2 - 1$

$f'(a) = 6a^2 - 4a$

a	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1
$f(a)$	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

$f(1) < 0 \Rightarrow a > 1$

$f(\frac{3}{2}) > 0 \Rightarrow a < \frac{3}{2}$

$f(\sqrt{2}) > 0 \Rightarrow a < \sqrt{2}$

$f(\frac{6}{5}) < 0 \Rightarrow a > \frac{6}{5}$

$f(\frac{7}{5}) > 0 \Rightarrow a < \frac{7}{5}$

$a \in (\frac{6}{5}; \frac{7}{5})$ ← решение уравнения $\Rightarrow b \in (\frac{1}{5}; \frac{2}{5})$

$ab \in (\frac{6}{25}; \frac{14}{25}) \Rightarrow \frac{1}{ab} \in (\frac{25}{14}; \frac{25}{6}) \Rightarrow 2a \in (\frac{12}{5}; \frac{14}{5})$

3) $\begin{cases} 2b = \dfrac{1}{ab} \\ a+1 = b \end{cases}$

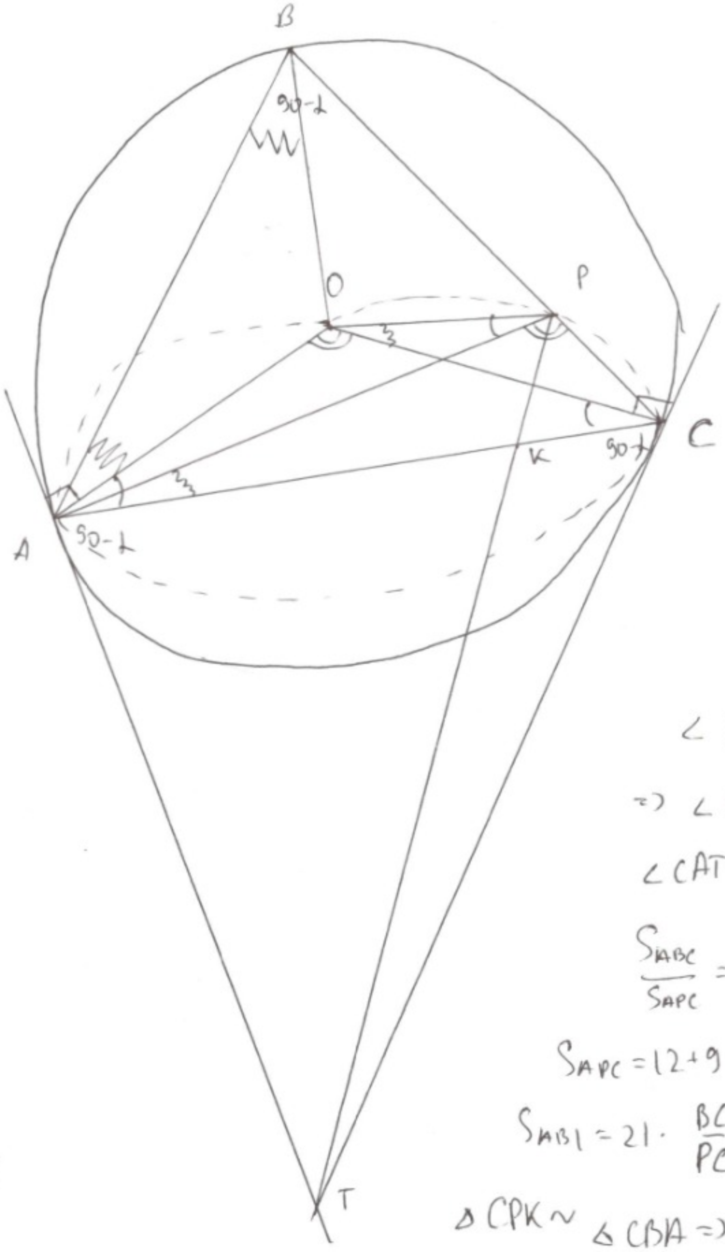
$$2(a+1) = \frac{1}{a(a+1)}$$

$$2(a^2+2a+1)\cdot a = 1$$

$$2a^3+4a^2+2a-1=0$$

Чистовик

N6



A, O, P, C – лежат на одной окр.

$\Rightarrow \angle AOC = \angle APC$ (опир. на одну дугу)

$\angle OPA = \angle OCA$ (опир. на одну дугу)
$= \angle OAC$ (т.к. равнобедр. $\triangle OCA$)

$S_{APK} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot AK = 12$

$S_{PKC} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot KC = 9$

$\Rightarrow \frac{AK}{KC} = \frac{4}{3}$

$AT = TC$ (т.к. касат.)

$\angle OAC = \alpha \Rightarrow \angle OAC = 180 - 2\alpha$

$\Rightarrow \angle ABC = 90 - \alpha$ (как впис.)

$\angle CAT = 90 - \alpha$

$\frac{S_{ABC}}{S_{APC}} = \frac{BC}{PC}$

$S_{APC} = 12 + 9 = 21$

$S_{ABC} = 21 \cdot \frac{BC}{PC}$

$\triangle CPK \sim \triangle CBA \Rightarrow \frac{CP}{BC} = \frac{CK}{AC} = \frac{3}{7}$

$\Rightarrow \frac{CP}{BC} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{BC}{CP} = \frac{7}{3} \Rightarrow S_{ABC} = 21 \cdot \frac{7}{3} = 49$

$\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{3}{7}$

$\sin \angle ABC = \sqrt{\frac{1}{\frac{49}{9} + 1}} = \sqrt{\frac{9}{58}} = \frac{3}{\sqrt{58}}$

~~$\frac{CP}{BC} = \frac{CK}{AC}$~~

$$\frac{1}{\log_{2x-3}(2x^2-3x+5)} = \log_{2x-3}\left(\frac{x+1}{2x-2}\right)$$ Черновик

$$2\cdot\log_{2x-3}(x+1) = \frac{\log_{2x-3}(2x^2-3x+5)}{\log_{2x-3}(x+1)}$$

$$2\cdot\log^2_{2x-3}(x+1) = \frac{1}{\log_{2x-3}\left(\frac{x+1}{2x-3}\right)}$$

$$\frac{\log_2(x+1)}{\log_2(2x-3)} = \lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{2x-3} = \lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{2-\frac{3}{x}} = \lim_{x\to\infty}\cdot\frac{1}{2}$$

$$\log_c\frac{1}{2}c = \log_c\frac{1}{2}+1 = \frac{3}{4}$$

$\cancel{8a^3} + \cancel{8a^2} + 8a$

$8a^3+16a^2+8a-4<0$

$t^3+4t^2+4t-4=0$

$8+8+$

$$2\cdot\frac{\log_2(x+1)}{\log_2(2x-3)} = \frac{\log_2(2x^2-3x+5)}{\log_2(x+1)}$$

$$\frac{\overbrace{\log_2(2x-3)}^{=a}}{\underbrace{\log_2(2x^2-3x+5)}_{=b}} = \frac{\log_2\overbrace{(x+1)}^{=c}-\log_2(2x-3)}{\log_2(2x-3)}$$

$\frac{c}{a}$

$\frac{2c}{a} = \frac{b}{c}$ $\quad ab=2c^2 \quad b=\frac{2c^2}{a}$.

$\frac{a}{b} = \frac{c-a}{a}$ $\quad a^2=bc-ab$

$a^2 = \frac{2c^3}{a} - 2c^2$

$a^3 = 2c^3 - 2ac^2$