

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104037**

ID профиля: **849391**

Вариант 21

Условие

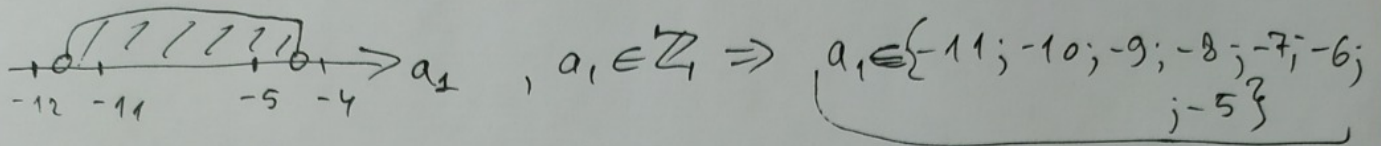
 $\sqrt{1}$ (продолжение)

$$-8 - \sqrt{15} > -8 - \sqrt{16} = -12$$

$$-8 - \sqrt{15} < -8 - \sqrt{9} = -11$$

$$-8 + \sqrt{15} < -8 + \sqrt{16} = -4$$

$$-8 + \sqrt{15} > -8 + \sqrt{9} = -5$$

Но еще $a \neq -8$.Ответ $a_1 \in \{-11; -10; -9; -7; -6; -5\}$

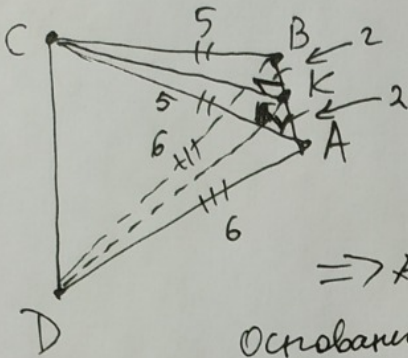
2

Числовик

№2

CD - явл. часть отрезком образующей, т.к. CD || оси цилиндра

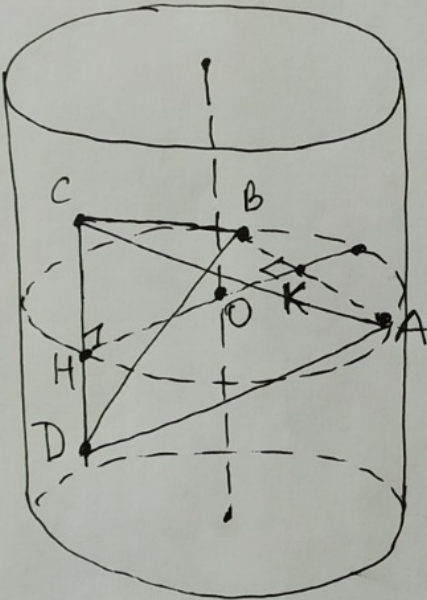
Пусть K - середина AB.



ΔBCA - равнобедр. $\Rightarrow CK \perp AB$;
 ΔBDA - равнобедр. $\Rightarrow DK \perp AB$

$\Rightarrow AB \perp (CKD) \Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow AB \parallel$ основанию цилиндра

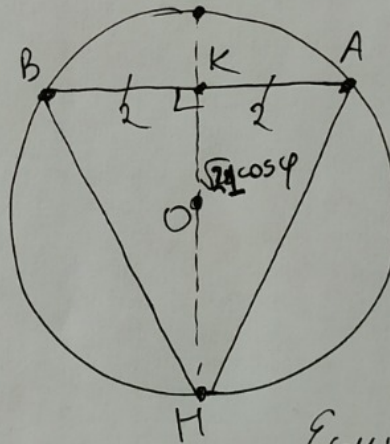
\Rightarrow ~~AB~~ через AB можно провести ~~плоск. α~~ параллельную основанию цилиндра. Сечение α - круг, равный кругу основания. $KH \perp CD$, $K \perp AB \Rightarrow KH \perp AB$.
 (проекция CK на α)



Пусть $\angle CKH = \varphi \Rightarrow KH = CK \cos \varphi$

$CK = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21}$

Рл. α :



~~AB~~ в силу симметрии тетраэдра

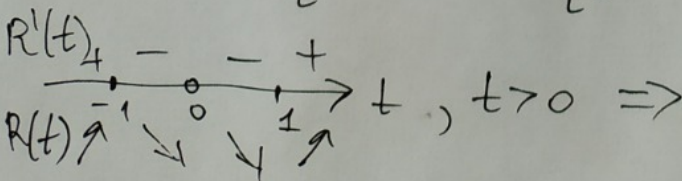
$BH = AH \Rightarrow HK \perp$
 высота НК в ΔHBA
 явл. медианой \Rightarrow
 \Rightarrow НК проходит
 через центр O
 сечения α .

$AH = HB = \sqrt{4 + 2 \cos^2 \varphi}$
 Если R - радиус цилиндра,

$$R = \frac{BH \cdot AH \cdot AB}{4 \cdot S_{HBA}} = \frac{(4 + 2 \cos^2 \varphi) \cdot 4}{4 \cdot 2 \sqrt{2} \cos \varphi} = \frac{2}{\sqrt{2} \cos \varphi} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \varphi$$

Пусть $\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \varphi = t$, $R = \frac{1}{t} + t$

$$R'(t) = -\frac{1}{t^2} + 1 = \frac{t^2 - 1}{t^2}$$



$R \rightarrow \min$ при $t=1$, т.е.
 $\cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{21}}$

3

$KH = \sqrt{21} \cdot \frac{2}{\sqrt{21}} = 2$

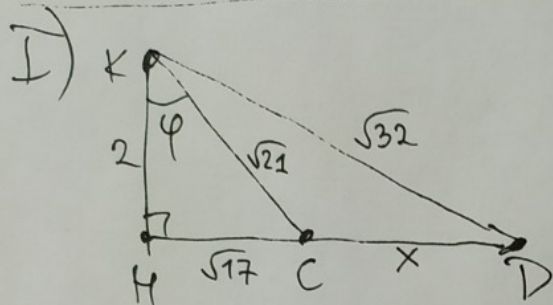
~2 (продолжение)

Возможны две слт.:

I) H лежит на пр. CD за т. C

II) H лежит на отрезке CD

(за D лежать не может,
т.к. $CK = 5 < DK = 6$
 $CK = \sqrt{29} < KD = \sqrt{40}$
 $CK = \sqrt{21} < KD = \sqrt{32}$)



$$CH = \sqrt{21} \cdot \sin \varphi = \sqrt{21} \sqrt{1 - \frac{4}{21}} = \sqrt{21 - 4} = \sqrt{17}$$

$$(x + \sqrt{17})^2 + 4 = 32$$

$$x^2 + 17 + 2\sqrt{17} \cdot x = 28$$

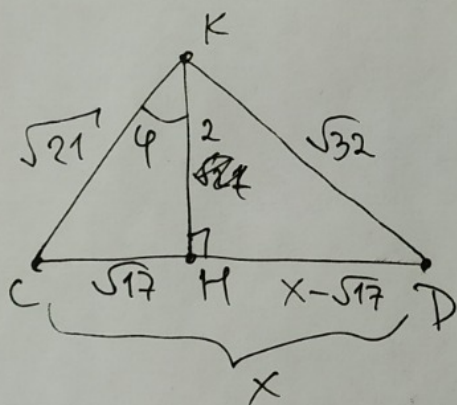
$$x^2 + 2\sqrt{17} \cdot x - 11 = 0$$

$$D/4 = 17 + 11 = 28 = 7 \cdot 4$$

$$x = -\sqrt{17} - \sqrt{28} < 0$$

$$x = -\sqrt{17} + 2\sqrt{7} > 0$$

II.)



$$32 = 21 + (x - \sqrt{17})^2$$

$$11 = x^2 - 2\sqrt{17} \cdot x + 17$$

$$x^2 - 2\sqrt{17} \cdot x + 6 = 0$$

$$D/4 = 17 - 6 = 11$$

$$x = \sqrt{17}$$

$$32 = 4 + (x - \sqrt{17})^2$$

$$28 = x^2 - 2\sqrt{17} \cdot x + 17$$

$$x^2 - 2\sqrt{17} \cdot x - 11 = 0$$

$$D/4 = 17 + 11 = 28 = 7 \cdot 4$$

$$x = \sqrt{17} - \sqrt{28} < 0$$

$$x = \sqrt{17} + 2\sqrt{7}$$

Ответ $CD = 2\sqrt{7} \pm \sqrt{17}$

4

Числовик

$\sqrt{3}$
 $a^2 + b^2 \leq \min(8a - 4b, 20) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 \leq 8a - 4b \\ a^2 + b^2 \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a^2 - 8a + 16) + (b^2 + 4b + 4) \leq 20 \\ a^2 + b^2 \leq 20 \end{cases}$

Тогда данная система ~~до~~ запишется:

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 20 & (1) \\ (a-4)^2 + (b+2)^2 \leq 20 & (2) \\ a^2 + b^2 \leq 20 & (3) \end{cases}$$

Если \exists $A(a; b)$ — точка на координ.пл., то

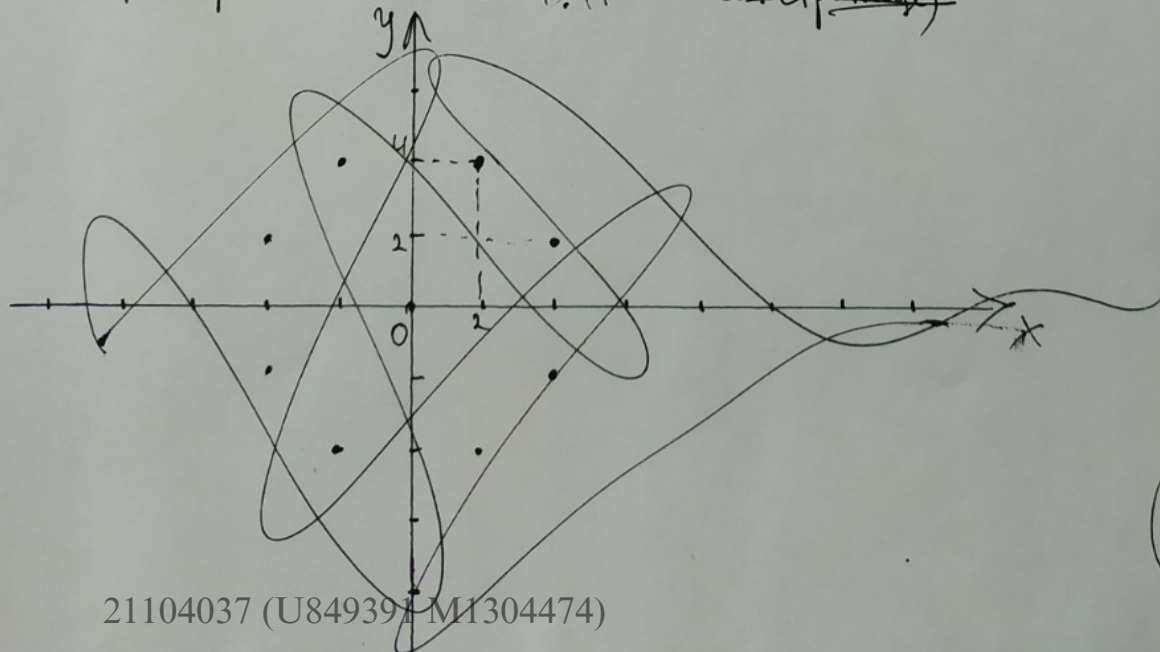
(1) (2) задаёт круг с центром в $(4; -2)$ и радиусом $R = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, на котором ~~может~~ ~~также~~ может находиться A .

(3) задаёт круг с центром в $O(0; 0)$ и радиусом $R = 2\sqrt{5}$, на котором может. наход. A .

Тогда (1) говорит, что расст. от точки $(x; y) \in M$ ~~не прево~~ до т.к. координ.пл. точек A не превосходит $R = 2\sqrt{5}$, т.е. фигура M — пересечение кругов радиусами $2R = 4\sqrt{5}$ и центрами в $T_1(0; 0)$ и $T_2(4; -2)$

Если расст. от точки до круга радиуса R не превосходит R , или ~~на~~ точка нах. в этом круге (расст. = 0)
 То мн-во таких точек — круг радиуса $2R$ с центром, совпадающим с данным.

~~Построим мн-во M (на след. странице)~~

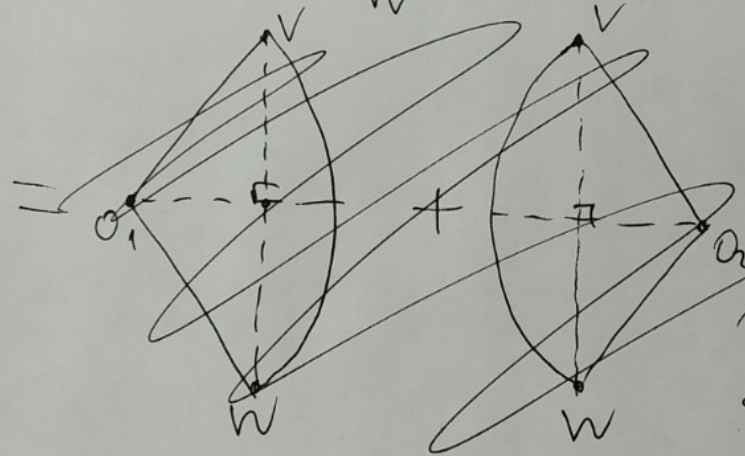
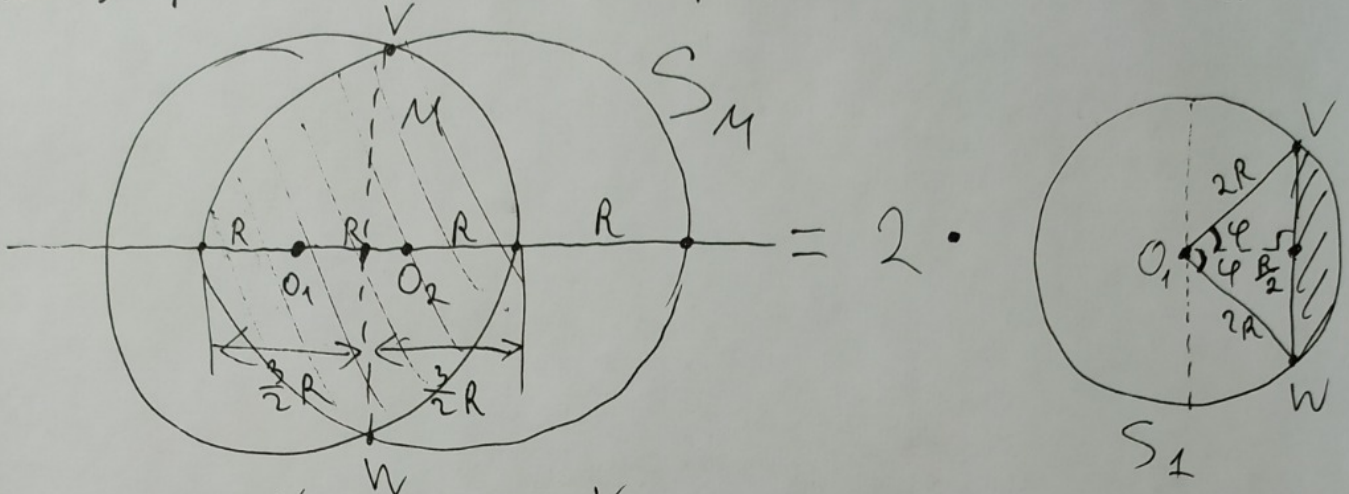


5

Числовик

№3 (продолжение)

Итак, M — пересечение кругов радиусов $2R$, расст. φ между центрами которых равно $T_1T_2 = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} = R$.
~~так центр одного круга лежит на окружности другого = $\frac{R}{2}$~~



$$S_M = 2S_1$$

$$\cos \varphi = \frac{R/2}{2R} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$S_1 = S_{\text{sector}} - S_{\Delta O_1VW}$$

$$S_{\text{sector}} = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot 2R \cdot \varphi = 4R^2 \varphi = \pi (2R)^2 \cdot \frac{2\varphi}{2\pi} = 4R^2 \varphi = 4R^2 \arccos \frac{1}{4}$$

$$S_{\Delta O_1VW} = \frac{1}{2} (2R)^2 \sin 2\varphi = \frac{1}{2} \cdot 4R^2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{15}}{4} R^2$$

$$S_1 = R^2 \left(4 \arccos \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{15}}{4} \right)$$

$$S_M = 2R^2 \left(4 \arccos \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{15}}{4} \right) = 2 \cdot 20 \left(4 \arccos \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{15}}{4} \right)$$

Ответ $40 \left(\arccos \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{15}}{4} \right)$

6

~~Черновик~~ Черновик

№3 (упрощение)

$-8 + \sqrt{15} \in (-8 + 4; -8 + 13)$

$-12; -11$

$-4; -5$

$7a_1 + 817a_1^2 + 23a_1 + 112$

$D/4 = 64 - 49 = 15$

$a_1^2 + 16a_1 + 49 > 0$

$a_1 \in (-8; 8)$

$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{2} \cdot 2R \sin \varphi = \frac{R^2}{2}$

$\frac{R}{2} \cdot 2 \cdot 2R \sin \varphi = 2R^2 \frac{\sqrt{15}}{4}$

$a_1^2 + 23a_1 + 112 > 7a_1 + 48$

$a_1^2 + 16a_1 + 104 - 40 > 0$

$a_7 = a_1 + 6d$

$(a_1 + b)^2 > 0$
 $a_1 \neq -8$

$x^2 - 7 = 70 + 42$

$a_8 a_{17} = (a_1 + 7d)(a_1 + 16d) = a_1^2 + 23a_1d + 112d^2 > 7a_1 + 27d + 27$
 $+ 7a_1 + 21d > a_1^2 + 23a_1d + 130d^2$

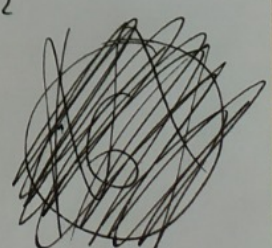
$7a_1 + 21d$

$112d^2 + 60 > 27 + 130d^2$

$33 > 18d^2$

$6d^2 < 11$

$d = 0, d = \pm 1$



Условие

√1

d-разность прогрессии (d > 0)

$$S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 = \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 = 7(a_1 + 3d) = 7a_1 + 21d$$

$$a_8 = a_1 + 7d; \quad a_{17} = a_1 + 16d$$

$$a_8 a_{17} > S + 27 \Leftrightarrow a_1^2 + 16 \cdot 7d^2 + 23a_1 d > 7a_1 + 21d + 27$$

$$a_1^2 - 7a_1 + 21d + 16 \cdot 7d^2 - 27 > 0$$

$$a_1^2 - 7a_1 + 23a_1 d + 112d^2 - 21d - 27 > 0 \quad (1)$$

$$a_{11} = a_1 + 10d; \quad a_{14} = a_1 + 13d$$

$$a_{11} a_{14} < S + 60 \Leftrightarrow a_1^2 + 23a_1 d + 130d^2 < 7a_1 + 21d + 60 \quad (*)$$

$$a_1^2 + 23a_1 d - 7a_1 - 7a_1 + 21d + 60 - a_1^2 - 23a_1 d - 130d^2 > 0 \quad (2)$$

$$\text{Сложим (1) c (2): } -18d^2 + 33 > 0$$

$$18d^2 < 33$$

$$6d^2 < 11$$

$$d^2 < \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$$

$d > 0$ и, т.к. в прогрессии a_1, \dots, a_7 все числа целые, d -целое $\Rightarrow \underline{d=1}$

$$\text{Подставим } d=1 \text{ в (1): } a_1^2 - 7a_1 + 23a_1 + 112 - 21 - 27 > 0$$

$$a_1^2 + 16a_1 + 112 - 48 > 0$$

$$a_1^2 + 16a_1 + 64 > 0$$

$$(a_1 + 8)^2 > 0 \Leftrightarrow \underline{a_1 \neq -8}$$

$$\text{Подставим } d=1 \text{ в (*): } a_1^2 + 23a_1 + 130 < 7a_1 + 21 + 60$$

$$a_1^2 + 16a_1 + 130 - 31 < 0$$

$$a_1^2 + 16a_1 + 49 < 0$$

$$a_1^2 + 16a_1 + 64 - 15 < 0$$

$$(a_1 + 8)^2 < 15$$

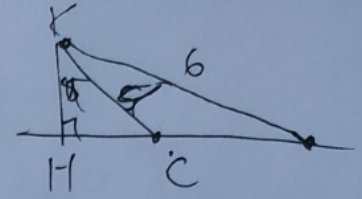
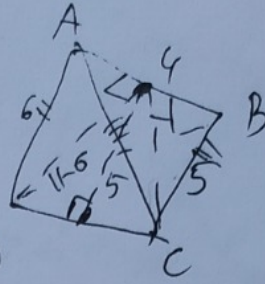
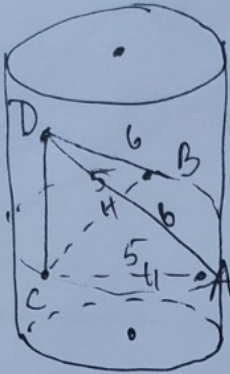
$$a_1 \in (-8 - \sqrt{15}; -8 + \sqrt{15})$$

1

2A=

Упробук

112-48 = 52+12 = 64
 150-81 = ~~49~~ 49



$$S = \frac{abc}{4R}$$

$$KH = \sqrt{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} R$$

M: Если для данной точки $(x; y) \in \mathbb{R}^2 \exists a, b \in \mathbb{R}$,

$$\left\{ \begin{array}{l} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 20 \quad (1) \\ a^2 + b^2 \leq \min(8a-4b, 20) \quad (2) \end{array} \right. \text{ то } (x; y) \text{ - абс. точки } \in M$$

$20 = 16 + 4 \quad T(x; y) \in M$

$\sqrt{20} = r$
 $(\sqrt{20})^2 = 4^2 + 2^2$
 $A(a; b) \text{ - т.}$

(1) - круг с ц. в $\left\{ \begin{array}{l} R = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \end{array} \right.$

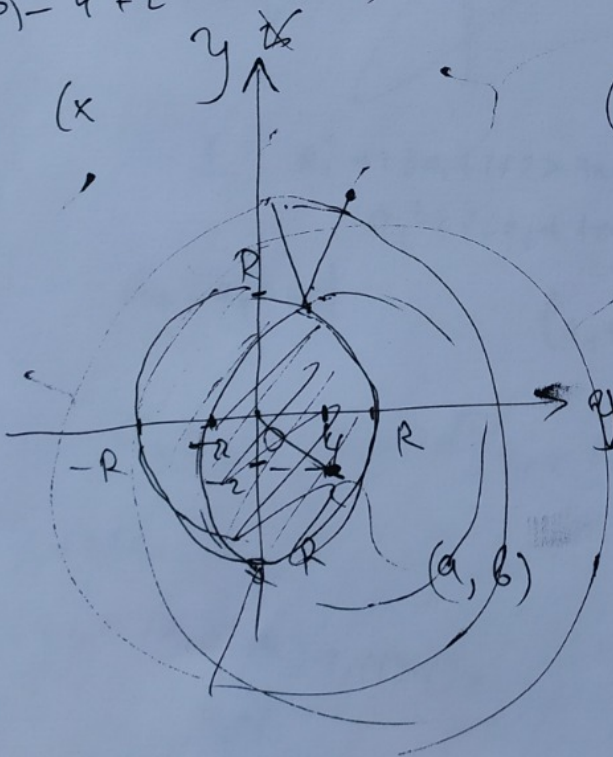
(2) $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 \leq 8a - 4b \\ a^2 + b^2 \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (a^2 - 8a + 16) + (b^2 - 4b + 4) \leq 20 \\ a^2 + b^2 \leq 20 \end{cases}$

$\begin{cases} (a-4)^2 + (b-2)^2 \leq 20 \\ a^2 + b^2 \leq 20 \end{cases}$

$R' = 2R = 4\sqrt{5}$

$R'^2 = 80 = 64 + 16 = 8^2 + 4^2$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104037**

ID профиля: **849391**

Вариант 21

Числовые

~~40~~
~~40~~
 ~5

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x^2-3x+5 > 0 \\ 2x-3 > 0 \\ 2x-3 \neq 1 \\ 2x^2-3x+5 \neq 1 \\ x+1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x \neq 2 \\ 2x^2-3x+5 > 0 - \text{верно, т.к. } D=9-4 \cdot 10 < 0 \\ 2x^2-3x+5 \neq 1 - \text{верно, т.к. } D=9-4 \cdot 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) \cdot \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 \cdot \log_{x+1}(2x^2-3x+5) = \\ & = \log_{\sqrt{2x-3}}(2x-3)^2 \cdot \log_{2x^2-3x+5}(2x^2-3x+5) \cdot \log_{x+1}(x+1) = \\ & = 4 \end{aligned}$$

Пусть равные числа $a = a$, ^{тогда} а третье $= a-1$

$$a^2(a-1) = 4$$

$$a^3 - a^2 = 4$$

$$a^3 - a^2 - 4 = 0$$

$$(a-2)(a^2+a+2) = 0$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ a^2 + a + 2 = 0 \rightarrow D = 1 - 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \underline{a = 2} - \text{одно из данных чисел}$$

I. $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = 2 \Rightarrow$ другие 2 и 1

$$2x-3 = 2x-3 = x+1$$

$$x = 4 \quad \text{--- другие 2 и 1}$$

Подставим в оставшиеся:

$$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = \log_{32-12+5} 25 = \log_{25} 25 = 1$$

$$\log_{x+1}(2x^2-3x+5) = \log_5 25 = 2$$

Все сходится.

1

Уставик

№ 5 (продолжение)

II. $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = 2 \Rightarrow$ другие 2 и 1

$$\underbrace{(2x^2-3x+5)}_{>0}^2 = \underbrace{(2x-3)}_{>0}^2$$

как следует из ОДЗ

$$\Rightarrow 2x^2-3x+5 = 2x-3$$

$$2x^2-5x+8=0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 8 = 25 - 64 < 0$$

\emptyset

III. $\log_{x+1}(2x^2-3x+5) = 2 \Rightarrow$ другие 2 и 1

~~сводится к случаю I.~~

~~$$(x+1)^2 = 2x^2-3x+5$$~~

~~$$2x^2-3x+5 = x^2+2x+1$$~~

~~$$x^2-5x+4=0$$~~

~~$$x=1 \text{ — не ур. ОДЗ}$$~~

~~$$x=4$$~~

~~$$\Rightarrow x=4 \Rightarrow \text{ответ } 4 \text{ и } 3.$$~~

Подстановка:

~~(1) \log~~

~~Ответ $x=4$~~

$$(x+1)^2 = 2x^2-3x+5$$

$$2x^2-3x+5 = x^2+2x+1$$

$$x^2-5x+4=0$$

$$x=1 \text{ — не ур. ОДЗ}$$

$$x=4 \text{ — этот сл. был расм. в I.}$$

Ответ $x=4$

2

Числовик

188
 ✓4

$$\text{НОД}(a, b, c) = 35 = 5^1 \cdot 7^1$$

$$\text{НОК}(a, b, c) = 5^{18} \cdot 7^{16}$$

a, b, c — степени пятёрок и семерок

Пусть $a = 5^x \cdot 7^{\alpha}$; $b = 5^y \cdot 7^{\beta}$; $c = 5^z \cdot 7^{\gamma}$.

$\text{НОД} = 5^1 \cdot 7^1 \Rightarrow$ среди x, y, z не меньше ~~двух~~ ^{одной} 1, ~~не все нули~~ ^{не меньше одной}

по $\text{НОК} = 5^{18} \cdot 7^{16} \Rightarrow$ не больше двух 1, а ~~5~~ ⁶ в ~~каких-то~~ ^{каких-то} числах 5^{18}

Пусть 5^1 только в одном числе (3 варианта). В одном из оставшихся ~~ся~~ ^{ся} точно 5^{18} (2 вар.), в ~~еще~~ ^{еще} последнем м.д. $5^2, 5^3, \dots, 5^{18}$ (17 вар.)

Получим $3 \cdot 2 \cdot 17$ упорядоченных ~~раз~~ ^{раз} расстановок степеней 5.

Пусть 5^1 в двух числах (3 вар.) \Rightarrow в оставшихся 5^{18}

Получим 3 упорядоченных расстановок степеней 5.

Всего $(3 + 6 \cdot 17)$ расстановок степеней 5.

Аналогично для степеней 7:

1) 7^1 только в одном числе (3 вар.), в одном из других ~~7~~ ⁷ 7^{16} (2 вар.)
 в оставшихся м.д. $7^2, \dots, 7^{16}$ (15 вар.)

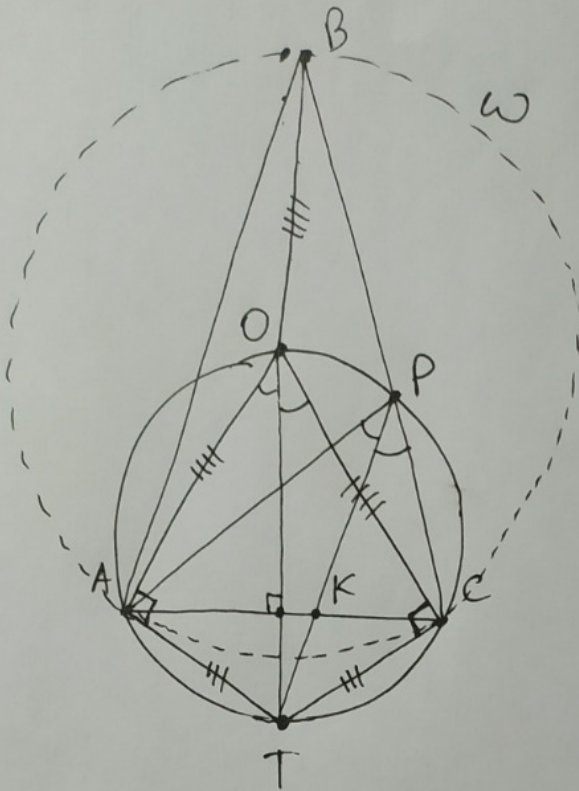
2) 7^1 в двух числах (3 вар.) \Rightarrow в оставшихся м.д. только 7^{16} .

Всего $(3 + 6 \cdot 15)$ ~~ва~~ ^{ва} расстановок степеней 7.

А всего различных упорядоченных a, b, c : $(3 + 6 \cdot 17) \cdot (3 + 6 \cdot 15) =$
 $= 3(1 + 34) \cdot 3(1 + 30) = 9 \cdot 31 \cdot 35 = 9 \cdot 1085 = 9765$

Ответ 9765

3

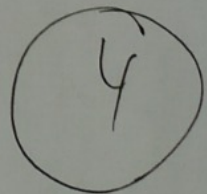


Касательные к ω , проведенные
через A и C — перпендикуля-
ры к OA и OC, т.к.
OA, OC — радиусы ω .

Эти перпендикуляры пересе-
каются на окр., проведен-
ной через AOC, т.к. через O
можно провести только
один диаметр ко второй
окр., \Rightarrow T лежит на
второй окр., OT — диаметр \Rightarrow

$$\Rightarrow AT = TC \Rightarrow \angle APT = \angle TPC$$

$$\frac{AK}{KC} = \frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{4}{3}$$



Чертюк

$AK \cdot KC = TK \cdot KP$
 $4x \cdot 3x = TK \cdot KP$
 $abc = 35 \cdot 5 \cdot 7^{16}$

~~$ab = 5$~~ $a = 5^{d_1} \cdot 7^{d_2}$
 ~~$ab = 5$~~ $a = 5^{d_1} \cdot 7^{d_2}$

$a = 5^{d_1} \cdot 7^{d_2}$
 $b = 5^{d_1}$

65.
 $\times 55 \cdot 55 \cdot 7$

 2

1-мин элемент $a = 5^{d_2} \cdot 7^{d_1}$

$2x^2 - 3x + 5 = C$ $(2x-3)(x+1) = 2x^2 - x - 3$

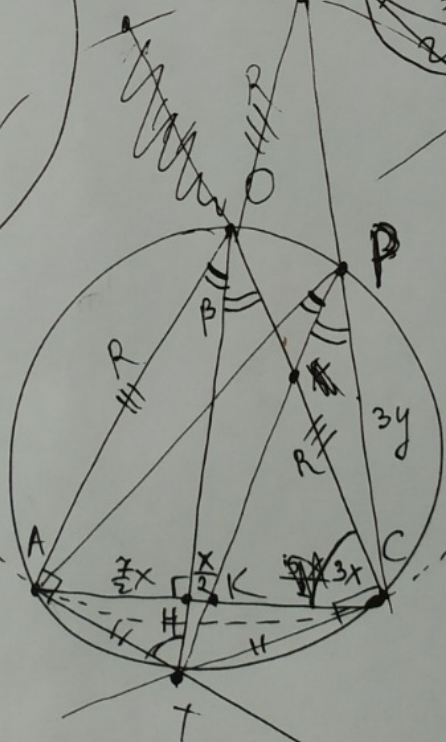
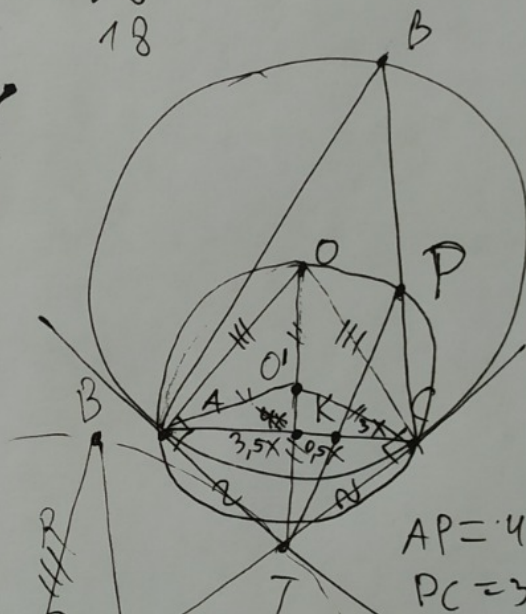
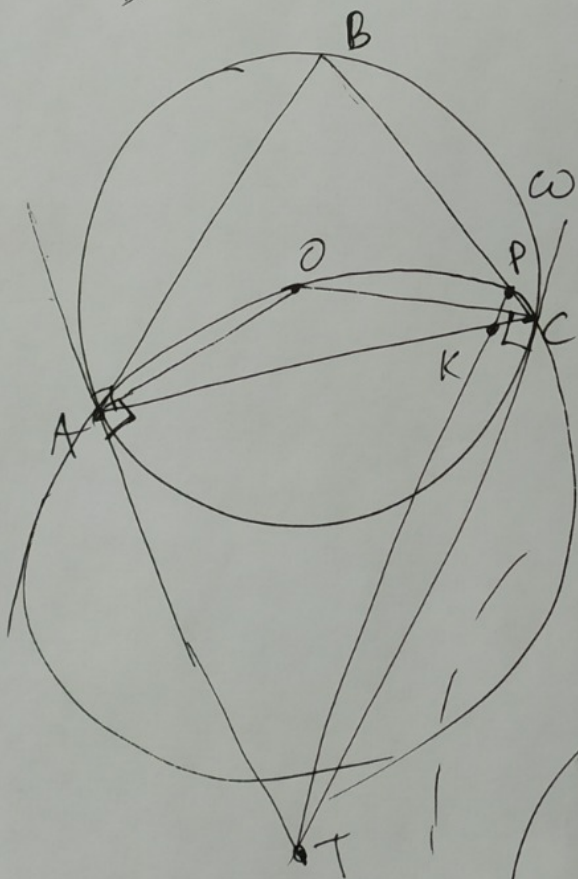
$2x-3 = a$

$x+1 = b$

$D = 9$

~~$ab =$~~
 ~~$ab - 2b = 2x^2 - x - 3 \leftarrow 2x - 2x - 2$~~

W W W
 1 18

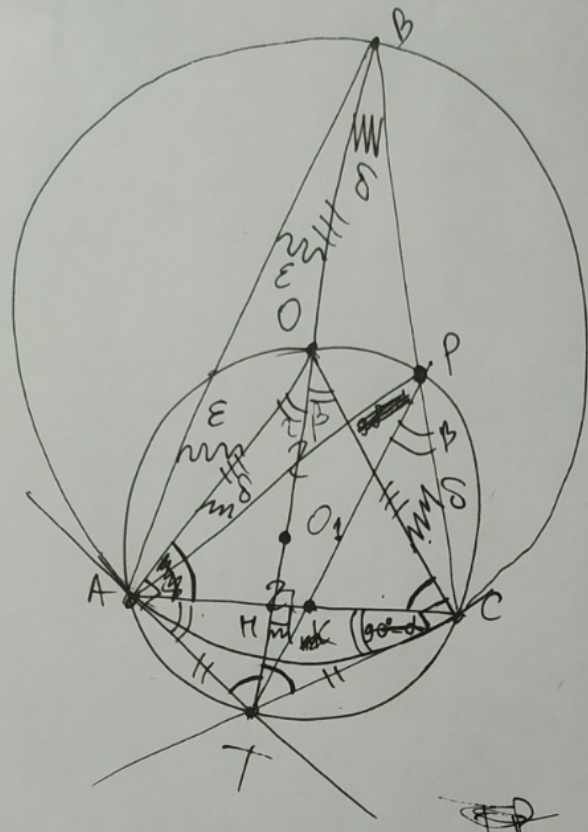


$AP = 4y$
 $PC = 3y$

$\frac{1}{2} \cdot 12y^2 \sin 2\beta =$
 $= 21 \cdot 7$
 $2 \cdot 6y^2 \sin 2\beta = 21 \cdot 7$
 $y^2 \sin 2\beta = \frac{7}{2}$

Чертовик

~6



$$\frac{S_{APK}}{S_{CPK}} \Rightarrow \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AK=4x, CK=3x$$

$$AH = \frac{4x}{2} \Rightarrow HK = \frac{x}{2}$$

- 1) Высота (дуга)
- 2) Отнош. площадей

$$\beta + \alpha = 90^\circ$$

~~$$2\beta + \alpha$$~~
~~$$2\beta$$~~

~~$$360^\circ = 2\beta + 180^\circ - 2\epsilon + 180^\circ - 2\delta$$~~

~~$$\beta = \epsilon + \delta$$~~

$$\begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-3 > 0 \\ 2x-3 \neq 1 \\ 2x^2-3x+5 > 0 \\ 2x^2-3x+5 \neq 1 \\ x+1 \neq 1 \end{cases} \quad D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 5$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \\ x > \frac{3}{2} \\ 2x \neq 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 2 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$2x^2 - 3x + 4 \neq 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 4 \cdot 2$$

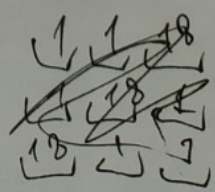
$$a^2(a-1) = 4$$

$$a^3 - a^2 = 4$$

$$a^3 - a^2 - 4 = 0$$

$$a^3 + a^2 + 2a - 2a^2 - 2a - 4 = 0$$
~~$$a^3 - a^2 - 4 = 0$$~~

5¹ - наим. степень
7¹
5¹⁸ - наиб. степень
7¹⁸



~~Задача~~ Черновик

№4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a, b, c) = 35 = 5^1 \cdot 7^1 \\ \text{НОК}(a, b, c) = 5^{18} \cdot 7^{16} \end{cases}$$

~~$abc = \text{НОД}(a, b, c) \cdot \text{НОК}(a, b, c) = 5^{19} \cdot 7^{17} \Rightarrow a, b, c$ произвольная пятерок и семерок~~

При этом, если $\text{НОД} = 5^1 \cdot 7^1$, в каждом числе пять и семь как минимум в первой степени; $\text{НОК} = 5^{18} \cdot 7^{16} \Rightarrow$ наибольшие степени: $5^{18}, 7^{16} \nexists$.

~~Пусть $a = 5^{1+\alpha} \cdot 7^{1+\gamma}$
 $b = 5^{1+\beta} \cdot 7^{1+\delta}$
 $c = 5^{1+\epsilon} \cdot 7^{1+\zeta}$
 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta$ — целые ~~не~~ ≥ 0~~

~~$\Rightarrow \begin{cases} 1+\alpha+1+\beta+1+\gamma = 19 \\ 1+\alpha+1+\delta+1+\epsilon = 18 \\ 1+\gamma+1+\delta+1+\zeta = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha+\beta+\gamma = 16 \\ \alpha+\delta+\epsilon = 17 \\ \gamma+\delta+\zeta = 14 \end{cases}$~~

~~⊗ считаем кол-во способов выбрать степени пятерок.~~

~~⊗ с 3 способами расставить степени 18. ⊗ ⊗ можно выбрать.~~

~~Каждой из оставшихся степеней н.д. 1, 2, ..., 17, 18, 17 вариантов.~~

~~считаем кол-во способов выбрать степени семерок.~~

~~⊗ Пусть только у одного числа степень $\neq 1$. 3 варианта.~~

считаем кол-во

$$a = 5^x \cdot 7^\alpha; \quad b = 5^y \cdot 7^\beta; \quad c = 5^z \cdot 7^\gamma$$

или среди x, y, z хотя бы одна $\neq 1$
 среди $x, y, z \leq 18$

$$\begin{aligned} & 9 \cdot 31 \cdot 5 \cdot 7 \\ & 1085 \cdot 9 = 9000 + 720 + 45 = 9765 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 31 \\ \hline 35 \\ + 105 \\ \hline 1085 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & 35 \cdot 31 = \\ & = 30 \cdot 31 + 5 \cdot 31 = \\ & = 930 + 155 \end{aligned}$$