Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103860**

ID профиля: **374151**

Вариант 21

Чистовик

a_1

1. $S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7$, d – разность прог-ии

$$\begin{cases} a_8 \cdot a_{17} > S + 27 \\ a_{11} \cdot a_{14} < S + 60 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{(2a_1 + 7d)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2a_1 + 7d)(2a_1 + 16d) > \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 + 27 \\ (2a_1 + 10d)(2a_1 + 13d) < \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a_1^2 + (14 + 32)a_1 d + 7 \cdot 16 d^2 > (a_1 + 3d) \cdot 7 + 27 \\ 4a_1^2 + (20 + 26)a_1 d + 130 d^2 < (a_1 + 3d) \cdot 7 + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{4a_1^2 + 46a_1 d + 7 \quad (a_1(46d - 7)} \end{cases}$$

(1) $$\begin{cases} 4a_1^2 + a_1(46d - 7) + 112d^2 - 21d - 27 > 0 \\ 4a_1^2 + a_1(46d - 7) + 130d^2 - 21d - 60 < 0. \end{cases}$$

$a_1 = \cancel{46d + 7 \pm \sqrt{\;}}$

$$\begin{cases} -4a_1^2 - a_1(46d - 7) - 112d^2 + 21d + 27 < 0 \\ 4a_1^2 + a_1(46d - 7) + 130d^2 - 21d - 60 < 0 \end{cases} \; (+)$$

$$+ 18d^2 - 33 < 0$$

$$d^2 < \frac{33}{18} \Rightarrow d < \sqrt{\frac{33}{18}}$$

т.к. $1 < \sqrt{\frac{33}{18}} < 2$, то $d = 1$

(иначе прогрессия будет невозрастающая) 1

$\sqrt{99x^2+11} - 4 \quad = \quad 4\sqrt{99x + 11 \ldots} =$

Чистовик

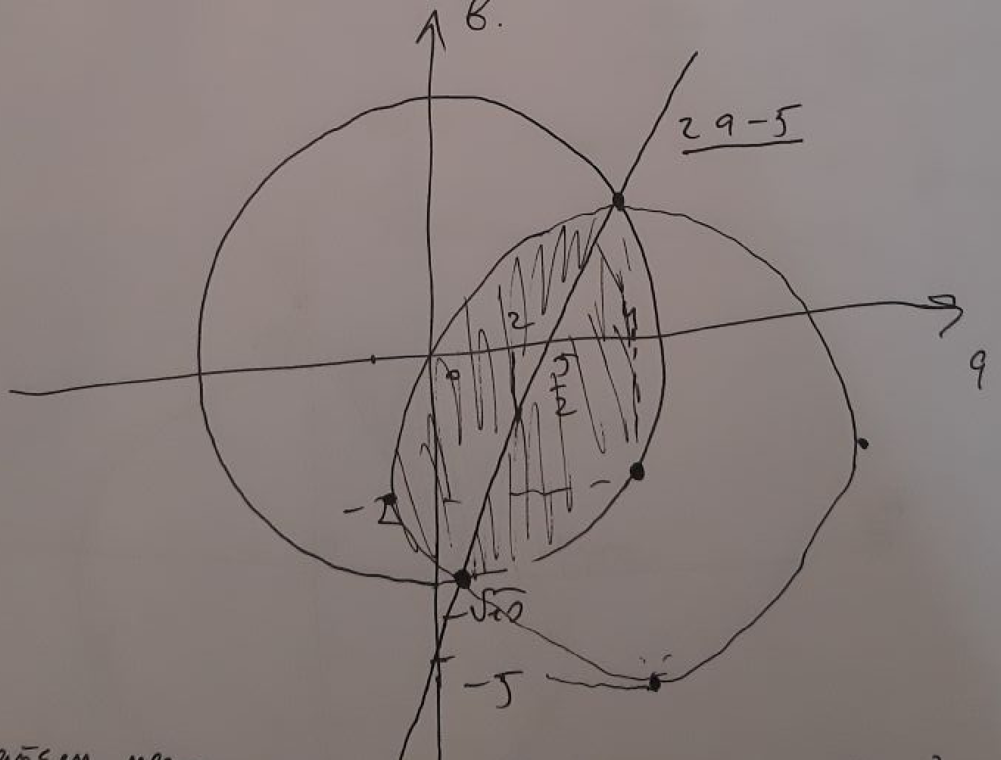
$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 20 \\ a^2+b^2 \le \min(8a-4b,\ 20) \end{cases}$$

1) $8a-4b < 20$
$2a-b<5$
$b>2a-5$

2) $8a-4b \geq 20$
$b \le 2a-5$
$a^2+b^2 \le 20$

$a^2+b^2 \le 8a-4b$
$a^2-8a+16+b^2+4b+4 \le 20$
$(a-4)^2+(b+2)^2 \le 20$

Изобразим множество точек (a, b)



Найдем точки пересечения $b=2a-5$ и $a^2+b^2=20$

$a^2+4a^2-20a+25=20$

$5a^2-20a+5=0 \quad a=\frac{2\pm\sqrt{4-1}}{1}=$

$a^2-4a+1=0 \quad =\frac{2\pm\sqrt{3}}{1}$ 4

$$= \frac{4\sqrt{\frac{99x^2+11}{4x^2}} - 4}{\frac{99x^2+11}{4x^2}} = \frac{4\sqrt{99x^2+11-16x^2}}{\frac{99x^2+11}{2x}} =$$

$$= \frac{8x\sqrt{\cancel{9\cdot 73x^2}\ 83x^2+11}}{99x^2+11}.$$ Чистовик

$$R = \frac{2(99x^2+11)}{8x\sqrt{83x^2+11}} = \frac{99x^2+11}{4x\sqrt{83x^2+11}}$$

$$R' = \frac{99\cdot 2x}{4\cancel{x}\sqrt{(83x^2+11)\cancel{x}}} \cancel{+} - \frac{1}{2}\frac{(99x^2+11)\cdot(83\cdot 3x^2+11)}{4\cdot((83x^2+11)x)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \frac{4\cdot 99x(83x^3+11x) - (99\cdot 83\cdot 3x^4 + 11\cdot 83\cdot 3x^2 + \ldots + 11\cdot 99x^2 + 121)}{} = 0$$

...

$$\cancel{99}^{3}\cdot 83x^4 + 4\cdot\cancel{99\cdot 11x^2} - \cancel{121}_{11} = 0$$

$$x^4 = \frac{11}{9\cdot 83}$$

$$x = \sqrt[4]{\frac{11}{9\cdot 83}}$$

Ответ: $\sqrt[4]{\frac{11}{9\cdot 83}}$

7

$? + \sqrt{3}^{1} - 5 = \sqrt{?} - ?$ чистовик

черновик

(1): $c = 9a^2 + 9(46d - 14) + 7 \cdot 16 \cdot 7d^2 - \ldots \leq 0$

рх.

$\sqrt{1+}$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times\ 16 \\ \hline 168 \\ 28 \\ \hline 448 \end{array}$$

$52^2 + 25 =$

14

161 + 84

16

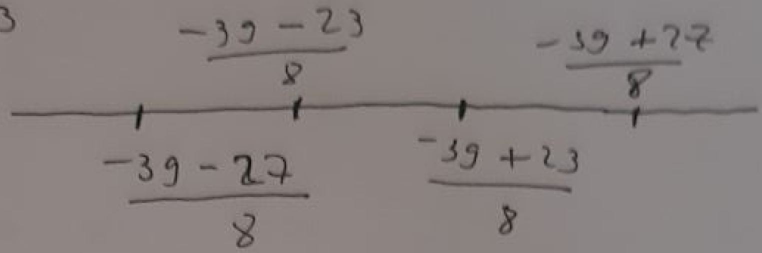
77.

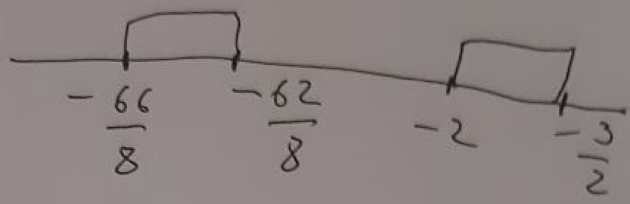
1г.

Чистовик

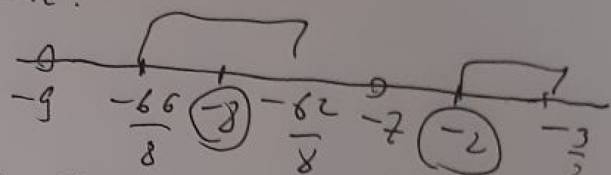
$27 < \sqrt{737} < 28$

$22 < \sqrt{497} < 23$





В целых числах:

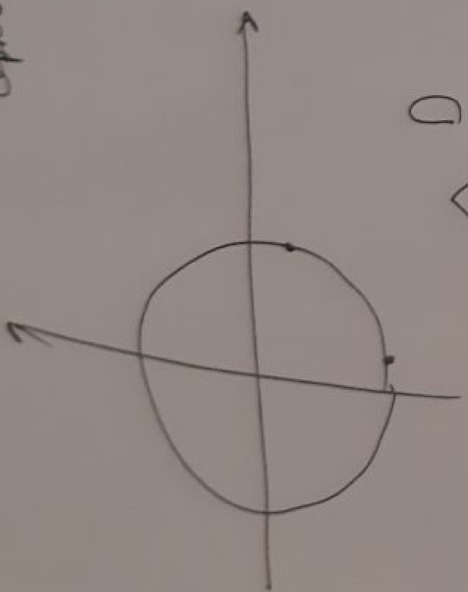


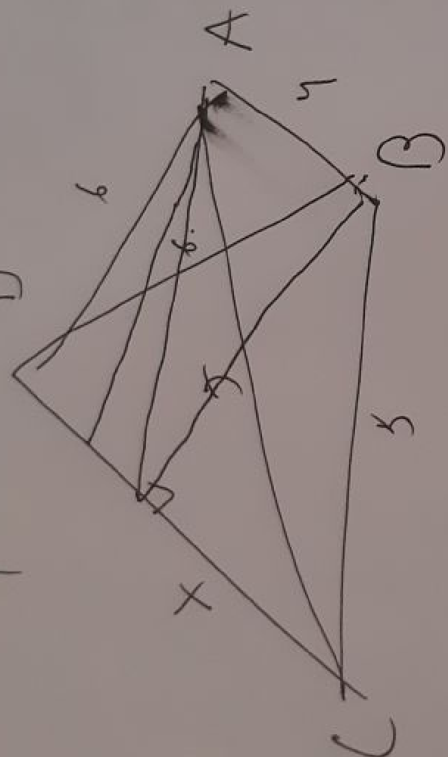
$\Rightarrow a_1$ может принимать значения $-8, -2$

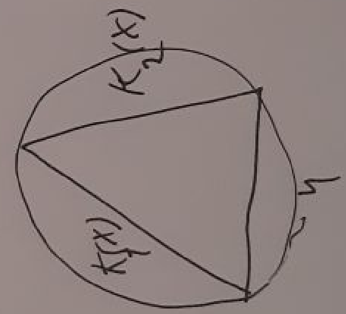
Ответ: $-8; -2$.

3

Горловин







21103860 (U374151 M1298371)

3\. 21103860 (U374151 M1298371)

Горовиц

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 20 \\ a^2+b^2 \le \min(8a-4b,\ 20) \end{cases}$$

1\) $8a-4b < 20$

$2a-b < 5$

$b > 2a-5$

и $a^2+b^2 \le 8a-4b$

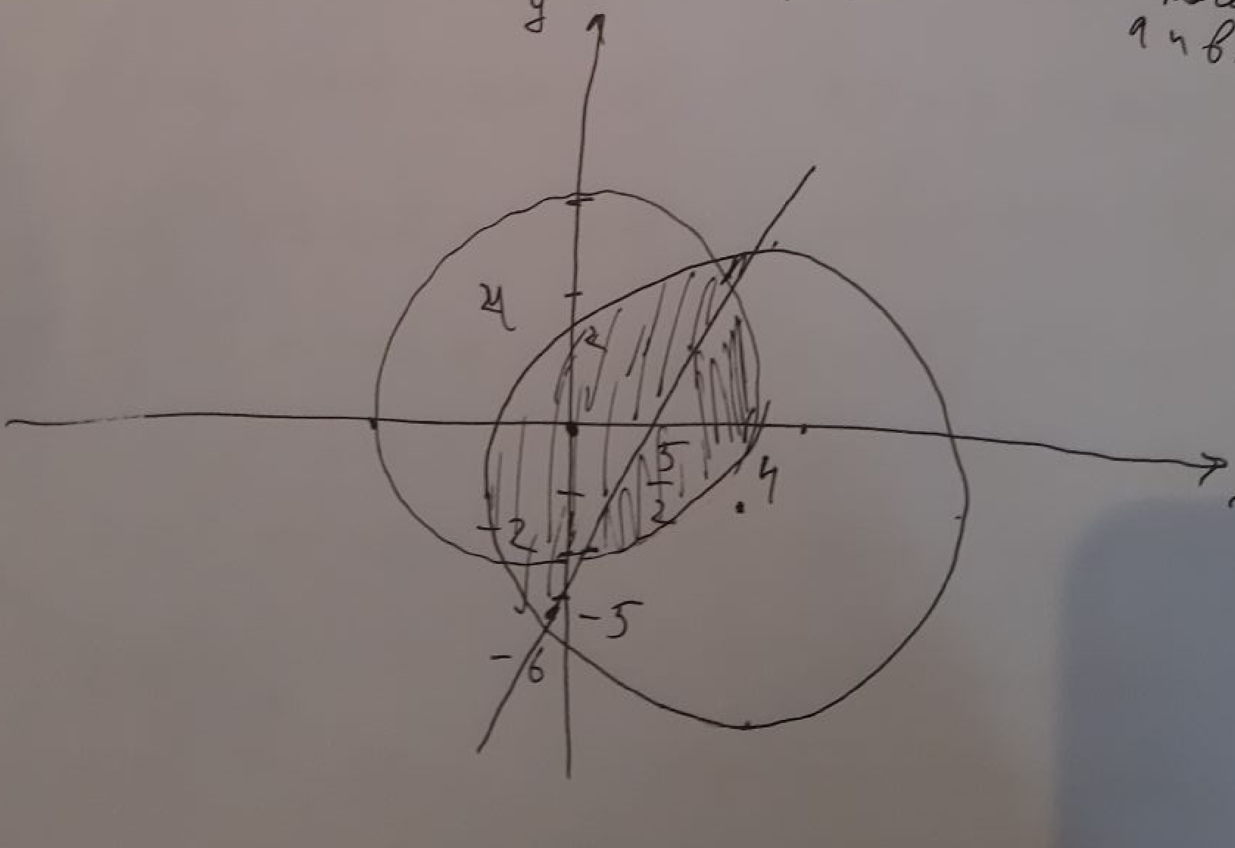
$a^2-8a+16+b^2+4b+4 \le 20$

$(a-4)^2+(b+2)^2 \le 20.$

2\) $8a-4b \ge 20.$ $b \le 2a-5$

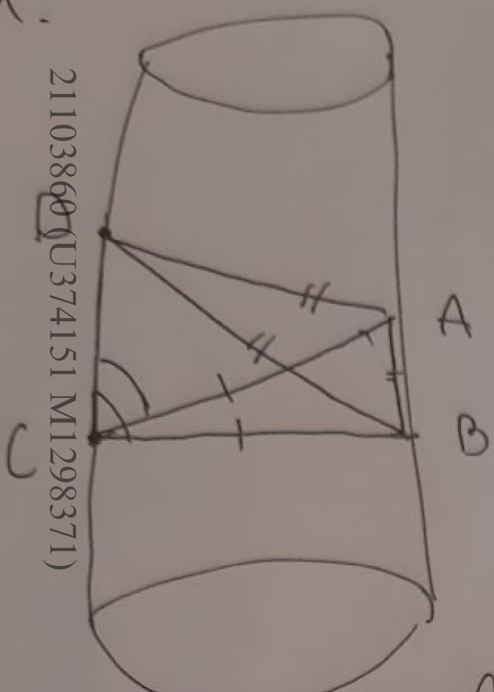
$a^2+b^2 \le 20.$

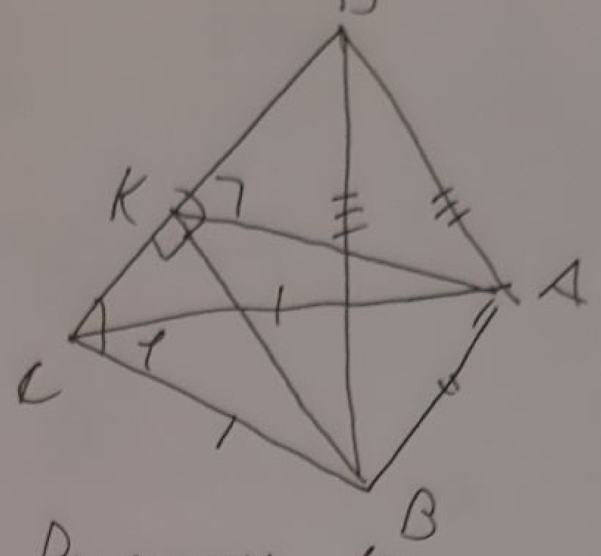
Нарисуем множество таких точек. a и b.



Чистовик

2.





Рассмотрим сечение плоскостью через точки A, B

Пусть это будет тр-к ABK, $BK \perp CD$, $AK \perp CD$.

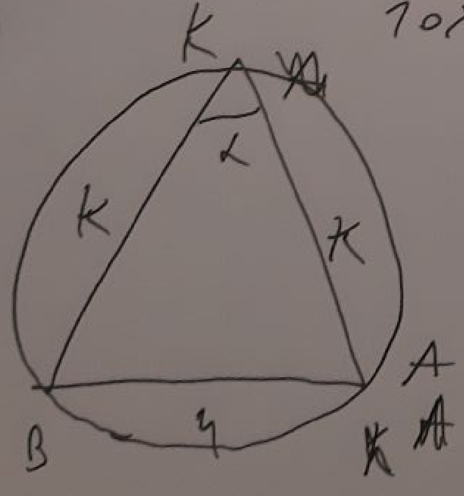
Пусть $CD = x$, $\Rightarrow \angle DCB = \angle DCA = \varphi$

$$DB^2 = BC^2 + x^2 - 2BC \cdot x \cos\varphi$$

$$36 = 25 + x^2 - 10x\cos\varphi;$$

$$\cos\varphi = \frac{x^2-11}{10x}, \; BK = BC \cdot \sin\varphi =$$

$$= 5 \cdot \frac{\sqrt{99x^2+11}}{10x} = AK = k$$



$$R = \cancel{\frac{4}{2}} \; \cancel{BK} \; \frac{AB}{2 \cdot \sin\alpha}$$ по т. синусов.

$$= \frac{2}{\sin\alpha};$$

т. косинусов.

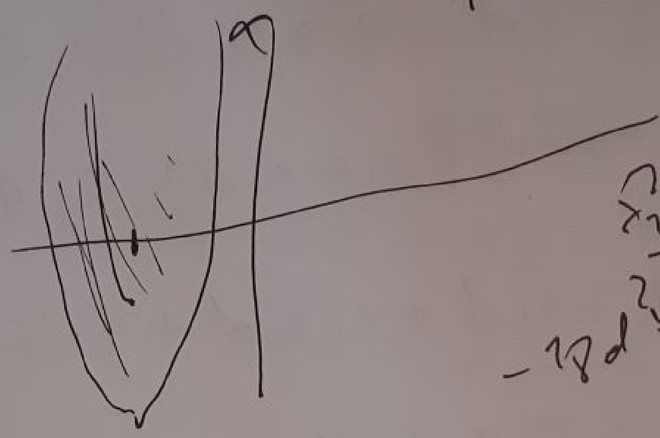
$$16 = 2k^2(1-\cos\alpha)$$

6

$$\cos\alpha = 1 - \frac{8}{k^2} = \frac{k^2-8}{k^2}$$

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{k^4 - k^4 + 16k^2 - 64}}{k^2} = \frac{4\sqrt{k^2-4}}{k^2}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 27 \\ \hline 189 \\ 54 \\ \hline 729 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$-18d \to 0.$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 46 \\ \hline 276 \\ 184 \\ \hline 2116 \\ -\ 448 \\ \hline 1668 \end{array}$$

448

1668 | 2
834 | 2
417.

Чернови

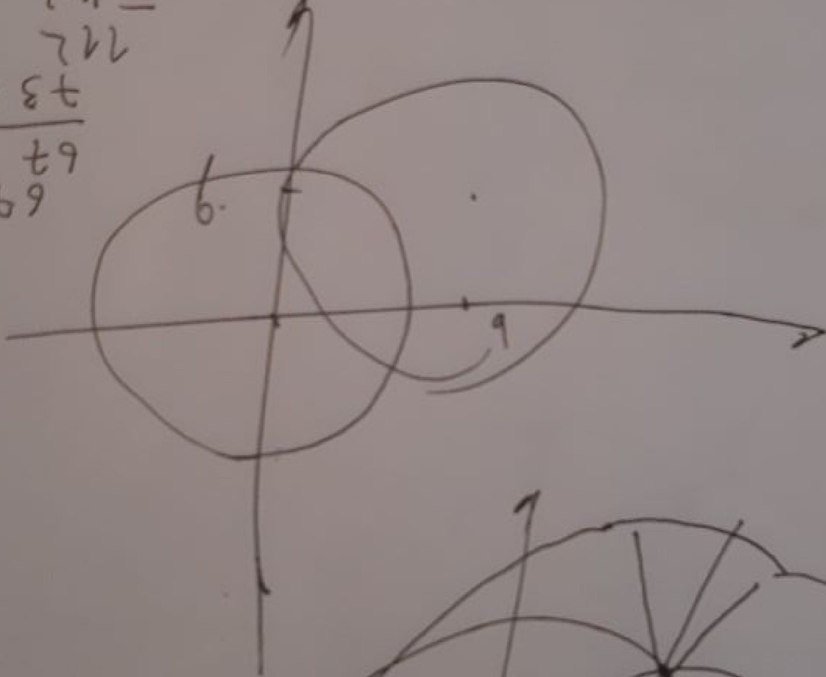
21103860 (U374151 M1298371)

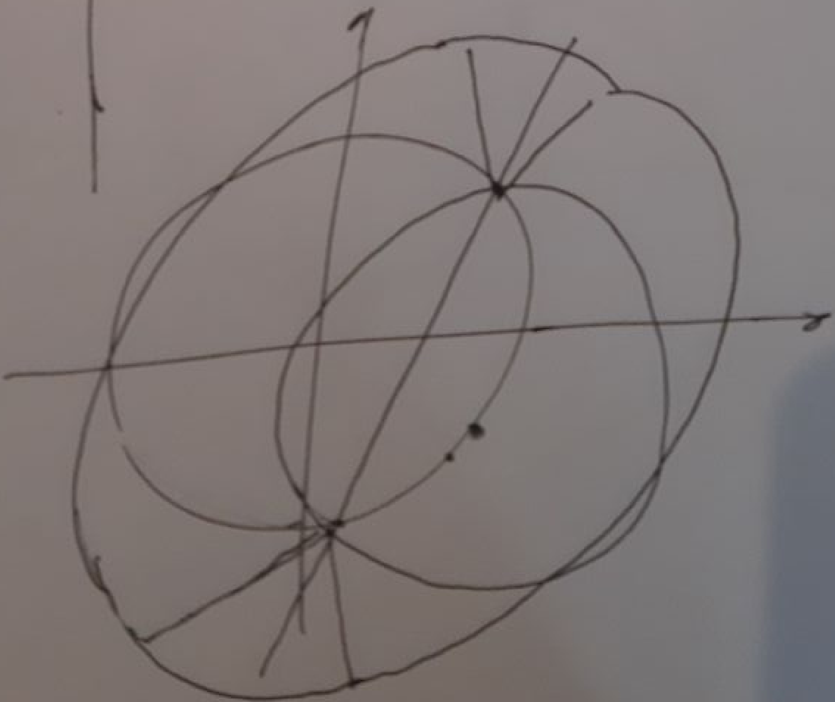
$0 - \quad 7 + \sqrt{3} - 5 = \sqrt{3} - 3$ чистовик

Черновик

①: $\begin{cases} 2a_1^2 + a_1(46d - 14) + 7\cdot16\cdot2d^2 - 42d - 54 \leq 0 \\ 2a_1^2 + a_1(46d - 14) + \cancel{+}260d^2 - 42d - 120 > ? \end{cases}$

$1)\ a_1 = \dfrac{-23d + 7 \pm \sqrt{23^2d^2 - 23\cdot7d + 7^2 - 8\cdot16d^2 + 84d + 108}}{2} = \dfrac{-23d + 7 \pm \sqrt{81d^2 - 77d + 157}}{2}$





3.

$$S \; (x-a)^2+(y-b)^2 \le 20$$

$$S = \frac{2a_1+12}{2}\cdot 7 = (a_1+6)\cdot 7$$

$$a_8 \cdot a_{17} = (2a_1+14)(2a_1+32)$$

Горелов

$$\sqrt{\frac{99x^2+11}{x^2}}-4 = \frac{4\sqrt{99x^2+11-16x^2}}{99x^2+11} =$$

$b = 2a-5 \Rightarrow b_1 = 2+\sqrt{3}-5 = \sqrt{3}-3$ числовых

$b_2 = 2-\sqrt{3}-5 = -\sqrt{3}-3$

Найдем точк пересечения $b = 2a-5$ и

$(a-4)^2+(b+2)^2=20$

$a^2-8a+16+4a^2-12a+9=20$

$5a^2-20a+5=0$

$a^2-4a+1=0 \Rightarrow$ точки пересечения

такие те, как мы получили для двух других графиков

Заметим, что если из изображенных точек (a, b) чем возьмем какую-нибудь любую (a', b'), то эта точка будет центром окружности $(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 20$

$\Rightarrow$ искомая площадь – суммарная площадь пересечения таких окружностей

5

Числовик

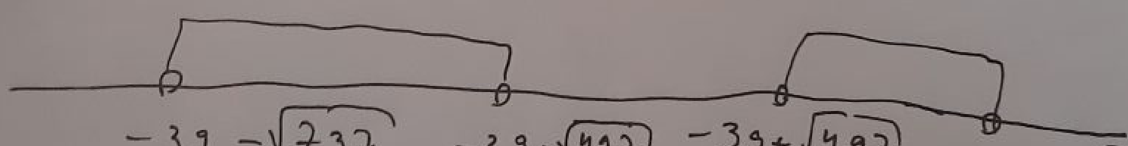
(1) $\begin{cases} 4a_1^2 + a_1(46-7) + 112 - 21 - 27 > 0 \\ 4a_1^2 + a_1(46-7) + 130 - 21 - 60 < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 1)\ 4a_1^2 + 39a_1 + 64 > 0 \\ 2)\ 4a_1^2 + 39a_1 + 49 < 0 \end{cases}$

1) $a_1 = \dfrac{-39 \pm \sqrt{39^2 - 4^2 \cdot 8^2}}{8} = \dfrac{-39 \pm \sqrt{(39-32)(39+32)}}{8} = \dfrac{-39 \pm \sqrt{7 \cdot 71}}{8}$

2) $a_1 = \dfrac{-39 \pm \sqrt{39^2 - 4^2 \cdot 7^2}}{8} = \dfrac{-39 \pm \sqrt{(39-28)(39+28)}}{8} = \dfrac{-39 \pm \sqrt{11 \cdot 67}}{8}$

$\begin{cases} 4\left(a_1 - \dfrac{-39 - \sqrt{7 \cdot 71}}{8}\right)\left(a_1 - \dfrac{-39 + \sqrt{7 \cdot 71}}{8}\right) > 0 \\ 4\left(a_1 - \dfrac{-39 - \sqrt{11 \cdot 67}}{8}\right)\left(a_1 - \dfrac{-39 + \sqrt{11 \cdot 67}}{8}\right) < 0 \end{cases}$



$\dfrac{-39 - \sqrt{737}}{8}$ $\dfrac{-39 - \sqrt{497}}{8}$ $\dfrac{-39 + \sqrt{497}}{8}$ $\dfrac{-39 + \sqrt{737}}{8}$

т.к. $\sqrt{737} \approx 27$ $\cancel{(\sqrt{737} > 27)}$ $\cancel{-39}$

$\sqrt{497} \approx 23$ $\cancel{(\sqrt{497} < 23)}$ $26 > \sqrt{737} \cancel{> 27}$

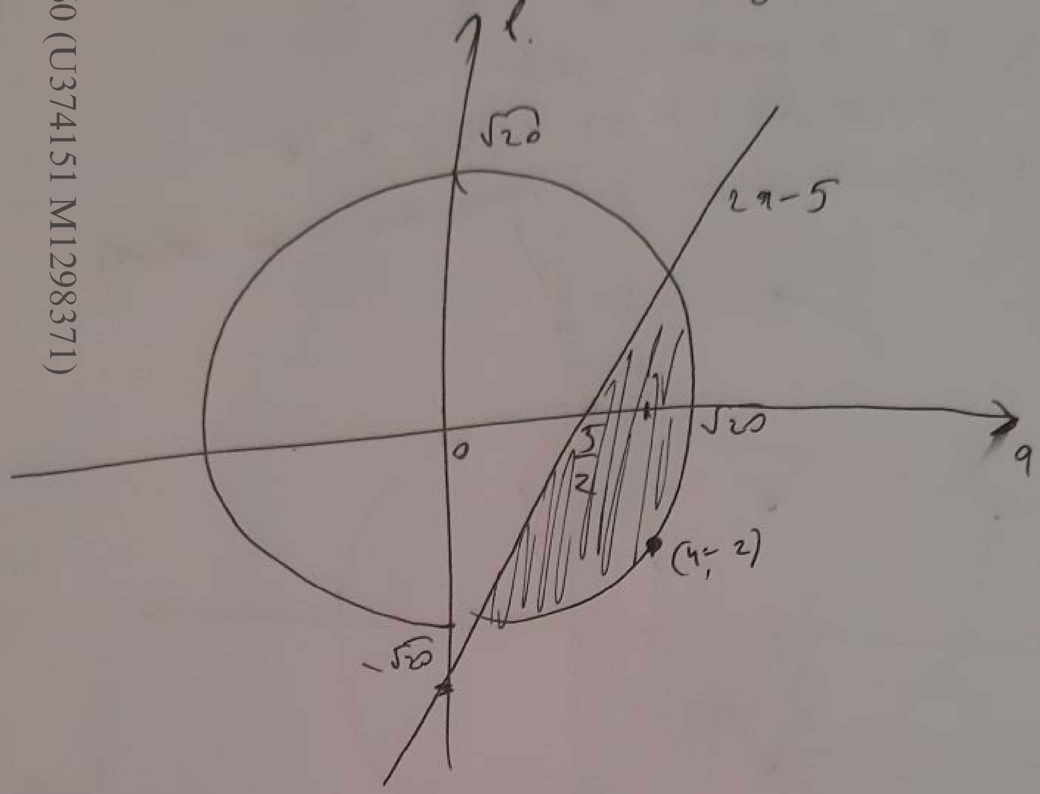
то $\cancel{(a) \in [-39 \pm}$ $\cancel{23} > \sqrt{497} > 24$

$a \in$ $26 < \sqrt{737} \cancel{< 27}$

(2)

б ... $б_1 = 2 + \sqrt{3} - 5 = \sqrt{3} - 3$ [illegible]

$б = 2a - 5$



$\ldots = \ldots + \sqrt{3} - 5 = \sqrt{3} - 3$ Чистовик

Чорновик

$\ldots (d-14) + 7 \cdot 14 \ldots d^2 \ldots$

Чорновик

1)

$S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7$

a_1, a_2, a_3 – целые

$\begin{cases} a_8 \cdot a_{17} > S + 27 \\ a_{11} \cdot a_{14} < S + 60 \end{cases}$

$\begin{cases} a_8 \cdot a_{17} > \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 + 27 \\ a_{11} \cdot a_{14} \cancel{<} S + 60 \end{cases}$

$a_1 = -23 \pm \sqrt{23^2 - 7 \cdot 4 \cdot 16}$

$23 \times 23 = 529$

$16 \times 14 = 224$

$64 \times 7 = 448$

$529 - 448 = 52 + 29 = 81$

$K + 2 \cdot 7 \cdot 16 d^2 - 54 < 0$ 529

$K + 130 d^2 - 120 > 0$

$\begin{cases} -130 d^2 + 120 < K \\ \end{cases}$

1

21103860 (U374141 M1298371)

Черновик

1. $S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7$

~~a_1, a_2, a~~ a_i – целые, d – разность прогрессии a_1 – ?

$$\begin{cases} a_8 \cdot a_{17} > S + 27 \\ a_{11} \cdot a_{14} < S + 60 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_8 \cdot a_{17} > \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 + 27 \\ a_{11} \cdot a_{14} < \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot (a_1 + 7d)(a_1 + 16d) > 7a_1 + 7(a_1 + 6d) + 54 \\ 2(a_1 + 10d)(a_1 + 13d) < a_1 7 + 7 \cdot (a_1 + 6d) + 120 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(a_1^2 + 7a_1 d + 16a_1 d + 7 \cdot 16d^2) > 14a_1 + 42d + 54 \\ 2(a_1^2 + 10a_1 d + 13a_1 d + 130d^2) < 14a_1 + 42d + 120 \end{cases}$$

① $$\begin{cases} 2a_1^2 + 46a_1 d + 7 \cdot 16d^2 \cdot 2 - 14a_1 - 42d - 54 < 0 \\ 2a_1^2 + 46a_1 d + 130d^2 \cdot 2 - 14a_1 - 42d - 120 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{2(a_1} - -2a_1^2 - 46a_1 d - 7 \cdot 16d^2 \cdot 2 + 14a_1 + 42d + 54 > 0 \\ + \\ 2a_1^2 + 46a_1 d + 130d^2 \cdot 2 - 14a_1 - 42d - 120 > 0 \end{cases}$$

$2 \cdot 130d^2 - 14 \cdot 16d^2 + 54 - 120 > 0$

$(224 - 260)d^2 < -66.$

$36d^2 > 66$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103860**

ID профиля: **374151**

Вариант 21

(2) $\begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x \neq 2 \end{cases}$

1.1) $2x^2 - 3x + 5 > 1$ т.к.

$D(2x^2 - 3x + 4) = 9 - 32 < 0$

1.2) $(x+1) > 1$ (из ОДЗ)

Также $\log_{2x^2-3x+5}(x+1) < 1$

Т.к. $(x+1) - 2x^2 + 3x - 5 =$

$= -2x^2 + 4x - 4 = -2(x^2 - 2x + 2) < 0$

$\Rightarrow \log_{2x^2-3x+5} \frac{(2x-3)^2}{2x^2-3x+5} > 1$

$\frac{(2x-3)^2}{2x^2-3x+5} > 2x^2 - 3x + 5$

$(2x-3)^2 > (2x^2-3x+5)^2$

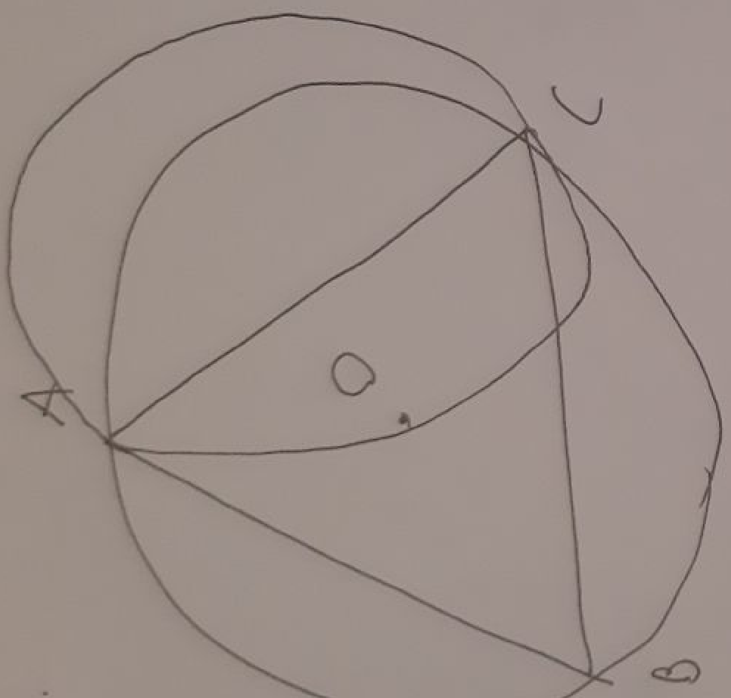
?

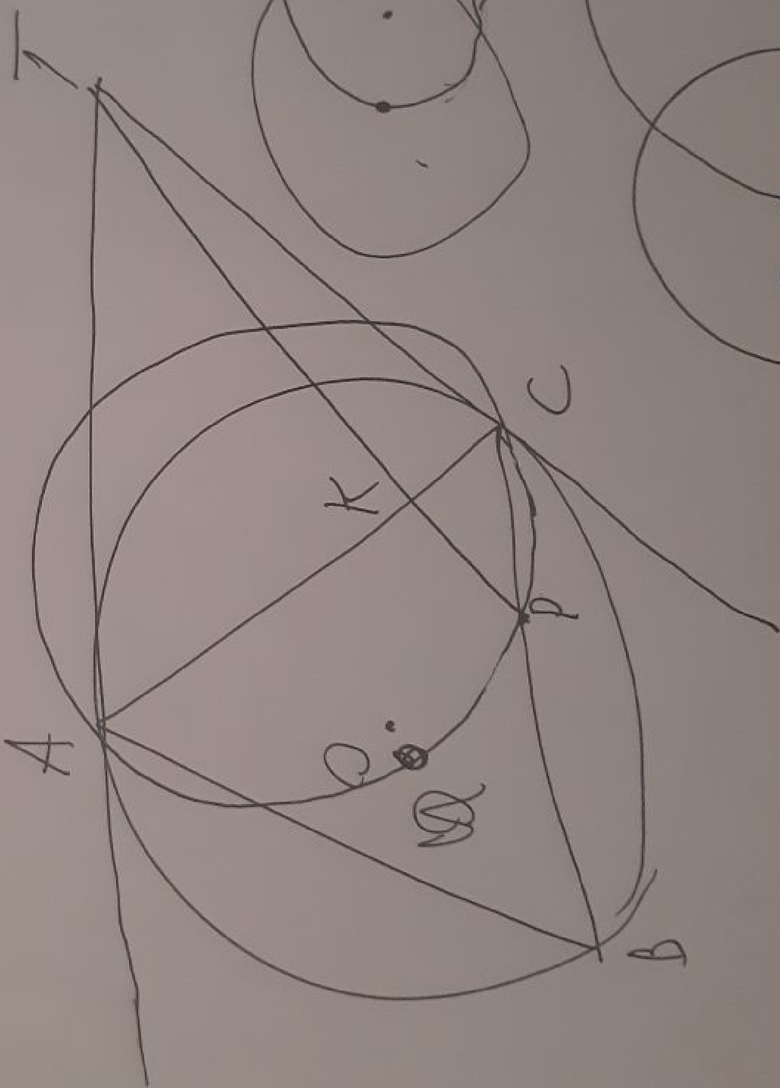
$2x - 3 > 2x^2 - 3x + 5$

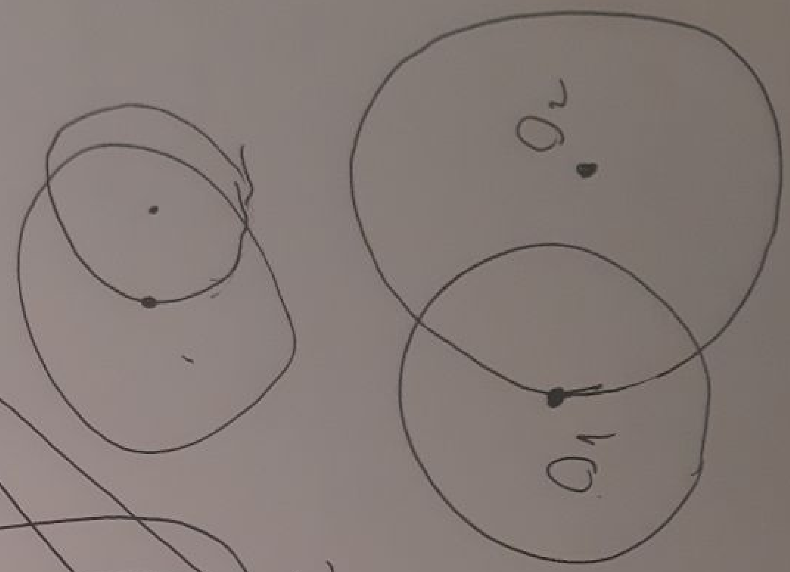
$2x^2 - 5x + 8 < 0$ – невозможно,

т.к. $D = 25 - 8 \cdot 8 < 0 \Rightarrow$ корней нет

2) $\begin{cases} \log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = \log_{x+1}(2x^2 - 3x + 5) \\ \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 + 1 = \log_{x+1}(2x^2 - 3x + 5) \end{cases}$


A
B
C
O


T
A
B
C
K
P
O


O_1
O_2

5. а) $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)$, б) $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$, $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$ в).

чистовик

Чистовик

Пусть равные числа — t

Тогда $t^2(t-1) = \log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) \cdot$

$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 \cdot \log_{x+1}(2x^2-3x+5) =$

$$= \frac{\cancel{\ln(x+1)}}{\frac{1}{2}\ln(2x-3)} \cdot \frac{2\ln(2x-3)}{\cancel{\ln(2x^2-3x+5)}} \cdot \frac{\ln(2x^2-3x+5)}{\cancel{\ln(x+1)}} =$$

$= 4$

$t^3 - t^2 - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{t = 2}$

t $\frac{27}{8}$ $\cancel{\ldots}$ $\frac{12}{8}$ (т.к. $2^3 - 2^2 - 4 =$
$= 8 - 4 - 4 = 0$)

$$\begin{array}{r|l} t^3 - t^2 - 4 & t-2 \\ \hline -\ t^3 - 2t^2 & t^2 + t + 2 \\ \hline t^2 - 4 & \\ -\ t^2 - 2t & \\ \hline 2t - 4 & \\ -\ 2t - 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow t = 2$

$t^2 + t + 2$

$D = -1 - 8 = -9 < 0$

$\Rightarrow$ корней нет.

3

21103860 (U374151 M1298372)

1. a, b, c – натуральные **Чистовик**

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c)=35 \\ \text{НОК}(a;b;c)=5^{18}\cdot 7^{16} \end{cases}$$

$a=35m$

$b=35k$ – так, что $(m;k)$, $(m;l)$, $(k;l)$ – взаимно простые пары чисел)

$c=35l$

т.к. $5^{18}\cdot 7^{16}$ делится на a, b, c, то a, b, c – числа представимые в виде

$a = 5^{x_1+1}\cdot 7^{y_1+1}$

$b = 5^{x_2+1}\cdot 7^{y_2+1}$

$c = 5^{x_3+1}\cdot 7^{y_3+1}$

Условия:

1) $\max(5^{x_1+1};\ 5^{x_3+1};\ 5^{x_2+1}) = 5^{18}$

2) $\max(7^{y_1+y_2+2};\ 7^{y_1+y_3+2};\ 7^{y_2+y_3+2}) = 7^{16}$

3) $\min(5^{x_1+1};\ 5^{x_2+1};\ 5^{x_3+1}) = 5$

4) $\min(7^{y_1+1};\ 7^{y_2+1};\ 7^{y_3+1}) = 7$

Пусть $y_1=0$; $x_1=0 \Rightarrow \begin{cases} 5^{x_2+x_3+2}=5^{18} \\ 7^{x_2+x_3+2}=7^{16} \end{cases}$

$\begin{cases} x_2+x_3+2=18 \\ x_2+x_3+2=16 \end{cases}$

$\begin{cases} x_2+x_3=16 \\ x_2+x_3=14 \end{cases}$

1

Чернетка

$x+1 > \sqrt{2x-3}$

$x^2+2x+1 > 2x-3$

$x^2 > -4.$

$(2x-3)^2 \cdot (2x^2-3x+5) > 2x^2-3x+5$

$(\cancel{2x^2-3x+5})(2x-4)(2x-2) > 0$

$(x-2)(x-1) > 0.$

$(2x-3)^2 > 2x^2-3x+5$

$4x^2-12x+9 > 2x^2-3x+5$

$2x^2-9x+4.$

$x+1 = \sqrt{2x-3}$

$x^2+2x+1 = 2x-3$

$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$

$t^3 \quad t^2(t-1) \qquad 2 \cdot 16 - 12 + 5 =$

$t^3 - t = \qquad = 25$

$(t^2+t+2)(t-2) =$

$= t^3+t^2+2t-$

$-2t^2+t^2-4$

– невозможно, то есть $a, b, c > 35$ ~~Чистовик~~

Черновик
Черновик

1) Пусть $x_1 = 0, y_2 = 0$.

$$\begin{cases} 5^{x_2+x_3+2} = 5^{18} \\ 7^{\cancel{x_1+x_3}\, y_1+y_3+2} = 7^{16} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2+x_3 = 16 \\ y_1+y_3 = 14 \end{cases}$$

т.к. $x_2, x_3, y_1, y_3 > 0$ возможно 15 комбинаций для (x_2, x_3) и 13 для (y_1, y_3). Всего будет $15 \cdot 13$ комбинаций.

2) ~~Ан~~ В силу равноценности a, b, c проделывая ту же операцию для пар $(x_1, y_3), (x_2, y_1), (x_2, y_3), (x_3, y_1), (x_3, y_2)$, где каждое число в паре равно нулю, мы получим $15 \cdot 13$ комбинаций для каждой такой пары.

То есть всего будет $6 \cdot 15 \cdot 13$ комбинаций

~~15~~
$$\begin{array}{r} \times\ 90 \\ 13 \\ \hline 270 \\ 90 \\ \hline 1170 \end{array}$$

Ответ: 1170

2

21103860 (U374151 M1298372)

Чистовик

1) Пусть $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)=2$

$x+1 = 2x-3$; $x = 4$

b) $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = \log_{25} 25 = 1$

c) $\log_{x+1}(2x^2-3x+5) = \log_5 25 = 2$

$\Rightarrow$ ~~за~~ $x=4$ подходит (т.к. a = c = b + 1)

2) Пусть $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = 2 \Rightarrow$

$2x^2-3x+5 = 2x-3$

$2x^2-5x+8=0$

$D = 25-64 < 0 \Rightarrow$ корней нет

3) Пусть $\log_{x+1}(2x^2-3x+5) = 2$

$2x^2-3x+5 = x^2+2x+1$

$x^2-5x+4=0$

$x=1, x=4$

$x=4$ был рассмотрен, рассмотрим $x=1$

a) $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = \log_{\sqrt{-1}} 2$ — не существует корней

Ответ: ~~x=4~~ 4

4

5. $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)$, $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2$, $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

~~$2x^2-3x+5 = (2x-3)(x+1)$~~

1) ~~Пусть~~ $\begin{cases} \log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 \\ \log_{x+1}(2x^2-3x+5)+1 = \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \log_{2x-3}(x+1) = \log_{2x^2-3x+5}(2x-3) \\ \cancel{\log_{x+1}((2x^2-3x+5)(x+1)) = \log_{2x^2-3x+5}} \\ \log_{x+1}(2x^2-3x+5) = \log_{2x^2-3x+5}\dfrac{(2x-3)^2}{2x^2-3x+5} \end{cases}$

2) $\log_{2x^2-3x+5}(x+1)\cdot\log_{2x^2-3x+5}\dfrac{(2x-3)^2}{2x^2-3x+5} = 1$

$= 1$

Рассм. ОДЗ: $\begin{cases} \sqrt{2x-3}>0 \\ 2x \neq 3+1. \\ x+1>0 \\ \cancel{x\neq} x\neq 0. \\ 2x^2-3x+5>0;\neq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x \neq 2 \\ x > -1 \\ x \neq 0 \\ D(2x^2-3x+5)<0;\ D(2x^2-3x+4) \leq 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ выполняется всегда

4

a, b, c – нат.

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c) = 35 = 5^1 \cdot 7^1 \\ \text{НОК}(a;b;c) = 5^{18} \cdot 7^{16}. \end{cases}$$

$a = 35 \cdot m$ (m, k, t – взаимно простые)

$b = 35 \cdot k$ $\Rightarrow$ НОК $(a;b;c) = mkt \cdot 35$

$c = 35 \cdot t$

$mkt \cdot 35 = 5^{18} \cdot 7^{16}$

$mkt = 5^{17} \cdot 7^{15}$

1) Одно из чисел делится на 5 и на 7

Т.к. m, k, t – взаимно простые, то ~~это~~ число

$$(2x^2-3x+5)^2 > (2x-3)^2$$

$$\begin{cases} 2x^2-3x+5 > 2x-3 \\ -2x^2+3x-5 < \end{cases}$$

$2x^2-3x+5 = x+1$

$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9}}{}$

$(2x^2-3x+5) > 2x-3$

$2x^2-4x+4.$

x^2-2x+2

$(2x^2-3x+5)^2$

$$\log_{2x^2-3x+5}\left(\frac{(2x-3)^2}{2x^2-3x+5}\right) \cdot \log_{2x^2-3x+5}(x+1) = 1.$$

$(2x-3)^2,$

чистовик

$\max(7^{y_1+1}, 7^{y_2-1}, 7^{y_3+1}) = 7^{16}$

3) $\min(5^{x_1+1}, 5^{x_2+1}, 5^{x_3+1}) = 5$

4) $\min(7^{y_1+1}, 7^{y_2+1}, 7^{y_3+1}) = 7.$

Пусть $x_{i_1} = 0$, $y_{i_2} = 0$ (для 3, 4)

Тогда $x_{k_1} = 17$

$y_{k_2} = 15$ (для 1, 2)

Тогда для оставшихся

~~x_{m_1}, y_{m_2} будет доступно~~

$x_{m_1} \in [1; 18]$, $y_{m_2} \in [1; 14]$

Всего. $17 \cdot 15$ вариантов.

x_{i_1}, x_{k_1} можно выбрать 3мя способами

y_{i_2}, y_{k_2} можно выбрать 3мя способами

всего будет $3 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 15$ вариантов.

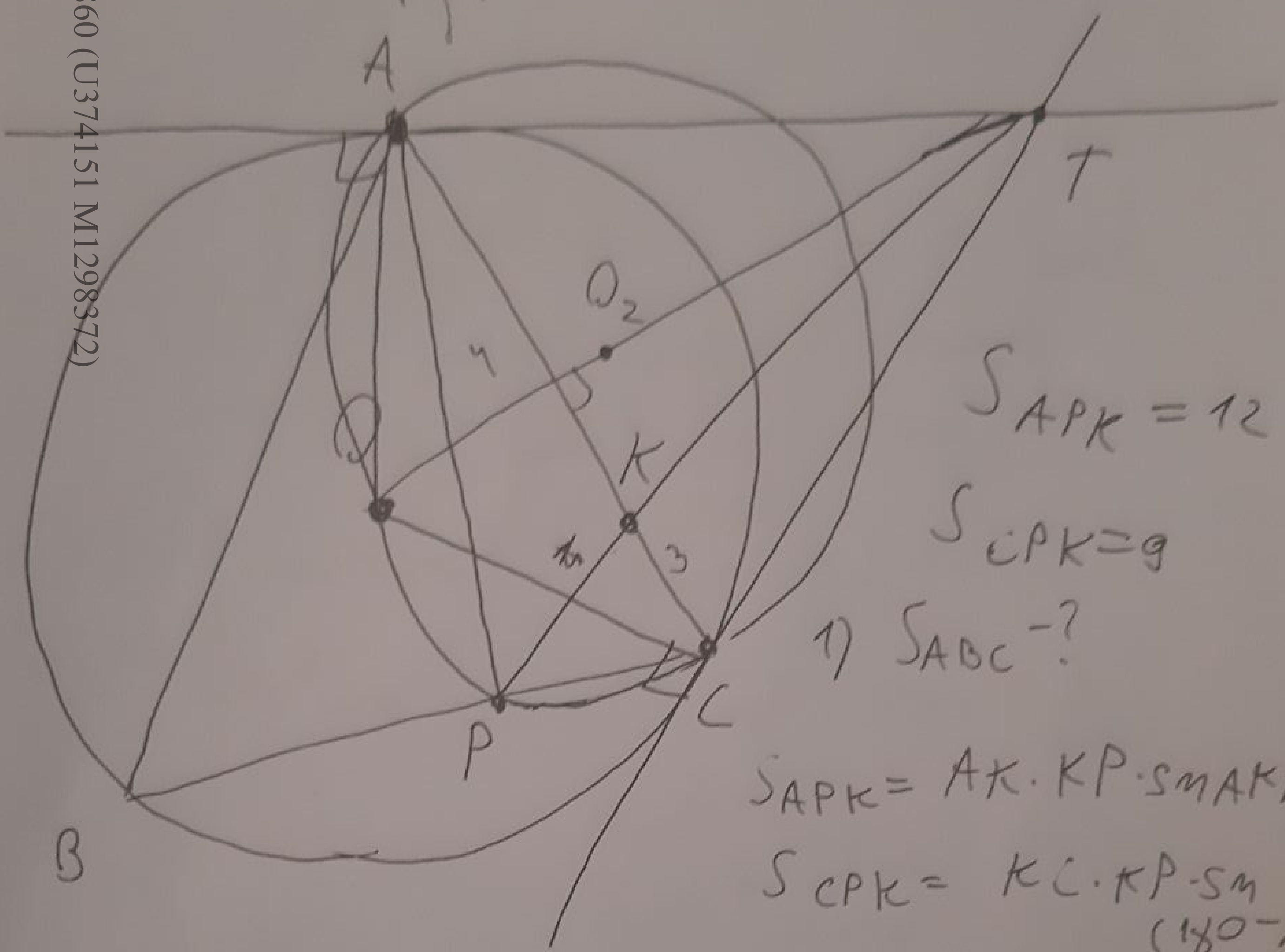
$$\begin{array}{r} 135 \\ \times\ 17 \\ \hline 945 \\ 135 \\ \hline 2295 \end{array}$$

Ответ: 9180 ~~2295~~

2

(1) $4x = 5x + 2x$

6



$S_{APK} = 12$

$S_{CPK} = 9$

1) S_{ABC} — ?

$S_{APK} = AK \cdot KP \cdot \sin AKP$

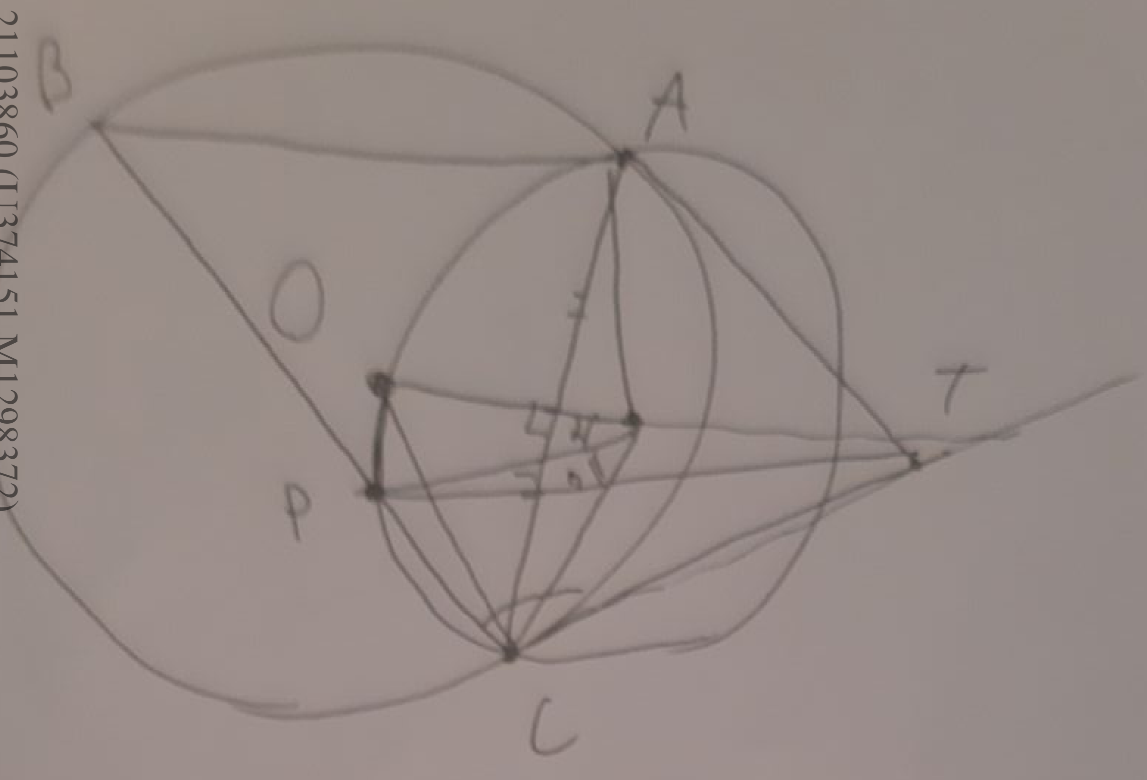
$S_{CPK} = KC \cdot KP \cdot \sin(180 - AKP) =$

$= KC \cdot KP \cdot \sin AKP$

$\frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{4}{3} = \frac{AK}{KC}$

Пусть $AK = 4x$, $KC = 3x$

$AO = R$



$$9C = \frac{r^2}{2}\left(1-\cos(\alpha+\beta)\right)$$