Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103232**

ID профиля: **314991**

Вариант 21

Чистовик. ①

#1.

a_1 $\qquad S = \frac{a_1 + a_1 + 6\alpha}{2} \cdot 7$; $a_1 \in \mathbb{Z}$, $\alpha \in \mathbb{Z}$.

$a_1 + \alpha$

$a_1 + 2\alpha$

$\vdots$

$a_1 + 6\alpha$

$$a_8 \cdot a_{17} > S + 27$$

$$a_{11} a_{14} < S + 60.$$

$$S = \frac{2a_1 + 6\alpha}{2} \cdot 7 = (a_1 + 3\alpha) \cdot 7.$$

$a_8 = a_1 + 7\alpha$

$a_{17} = a_1 + 16\alpha$

$a_{11} = a_1 + 10\alpha$

$a_{14} = a_1 + 13\alpha$

$$a_8 a_{17} > S + 27 \leftarrow (a_1 + 7\alpha)(a_1 + 16\alpha) > S + 27$$

$$a_{11} a_{14} < S + 60 \leftarrow (a_1 + 10\alpha)(a_1 + 13\alpha) < S + 60$$

$$\begin{cases} (a_1 + 7\alpha)(a_1 + 16\alpha) > 7(a_1 + 3\alpha) + 27 & (1) \\ (a_1 + 10\alpha)(a_1 + 13\alpha) < 7(a_1 + 3\alpha) + 60 & (2) \end{cases}$$

(1):

$$a_1^2 + 16\alpha a_1 + 7\alpha a_1 + 112\alpha^2 > 7a_1 + 21\alpha + 27$$

$$a_1^2 + 23\alpha a_1 + 112\alpha^2 > 7a_1 + 21\alpha + 27$$

(2):

$$a_1^2 + 23\alpha a_1 + 130\alpha^2 < 7a_1 + 21\alpha + 60$$

Перевернем (2) и сложим с (1).

$$\cancel{7a_1} + \cancel{21\alpha} + 60 + \cancel{a_1^2} + \cancel{23\alpha a_1} + 112\alpha^2 > \cancel{a_1^2} + \cancel{23\alpha a_1} + 130\alpha^2 + \cancel{7a_1} + \cancel{21\alpha} + 27$$

$$33 > 18\alpha^2$$

$\alpha^2 < \frac{33}{18}$ т.к. α^2 - целое: $\rightarrow \alpha^2 \leq 1$

$\alpha > 0$; $\alpha \in \mathbb{Z} \rightarrow \alpha = 1$.

Подставим в (1).

$$a_1^2 + 23a_1 + 112 > 7a_1 + 21 + 27$$

$$a_1^2 + 16a_1 + (112 - 48) > 0$$

#1. Продолжение. Чистовик (2)

$$a_1^2+16a_1+64>0$$

$(a_1+8)^2>0$ ~~— выполнено при ∀a кроме a≠−8~~ ~~a=t, где t∈Z, t≠−8.~~

$$a_1\in(-\infty;-8)\cup(-8;+\infty).$$

~~При этом $a_1\in\mathbb{Z}\to a_1=t$, где $t\in\mathbb{Z};\ t\neq-8$~~

Подставим $x=1$ во (2):

$$a_1^2+23a_1+130-7a_1-21-60<0$$

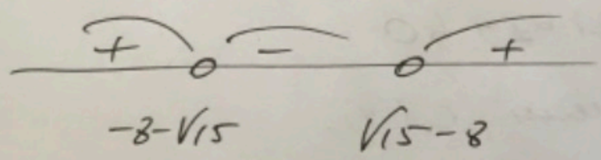
$$a_1^2+16a_1+49<0$$

$$(a_1+8)^2-64+49<0$$

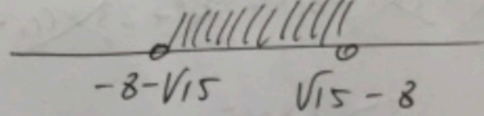
$$(a_1+8)^2-15<0$$

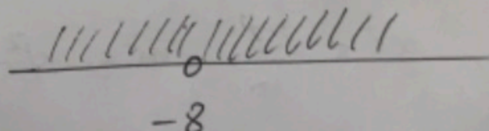
$$(a_1+8-\sqrt{15})(a_1+8+\sqrt{15})<0$$

$$(a_1-(\sqrt{15}-8))(a_1-(-8-\sqrt{15}))<0$$



$$\begin{cases} a_1\in(-8-\sqrt{15};\ \sqrt{15}-8) \\ a_1\in(-\infty;-8)\cup(-8;+\infty) \end{cases}$$





$$\to\ a\in(-8-\sqrt{15};-8)\cup(-8;\sqrt{15}-8)$$

$$-12<-8-\sqrt{15}<-11 \qquad -5<\sqrt{15}-8<-4$$

$$-4<-\sqrt{15}<-3 \qquad 3<\sqrt{15}<4$$

$$16>15>9 \qquad 9<15<16$$

Чистовик №6

#1. Продолжение 2. Чистовик

Тогда, учитывая, что $a_1 \in \mathbb{Z}$, получим:

$a_1 \in [-12; -8) \cup (-8; -4)$.

$\to$ $a_1 = -11; -10; -9; -7; -6; -5.$

③

21103232 (U314991 M1296807)

#3. Чистовик

(4) круг

у-е (1) задает ~~окружность~~ с $r=\sqrt{20}$; с центром в т. $(a;b)$.
a^2+b^2 — квадрат длины отрезка с $A(0;0)$ $B(a;b)$. (или $(b;a)$)

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\leq 20 & (1)\\ a^2+b^2\leq \min(8a-4b;20) & (2)\end{cases}$$

$\Updownarrow$ $a^2+b^2\leq 4\min(2a-b;5)$.

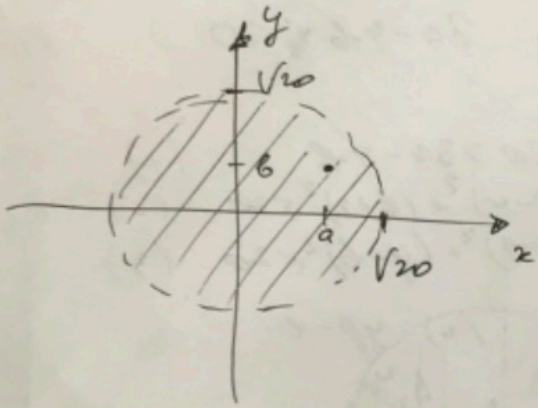
1) Пусть $8a-4b\geq 20$

тогда: $2a-b\geq 5$

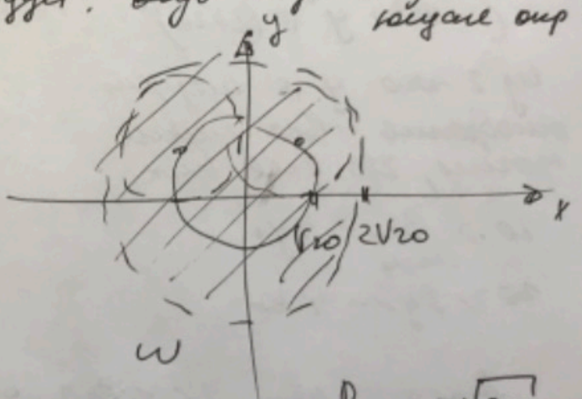
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\leq 20 \leftarrow\\ a^2+b^2\leq 20 \leftarrow\end{cases}$$

множество точек $a;b$ обязано лежать внутри окружности с ц. в т. $(0;0)$ и $r=\sqrt{20}$

нижнее у-е задает:



верхнее у-е, с учетом нижнего, задает множество окружностей (и их внутр. г.) с ц. в $(a;b)$: $r=\sqrt{20}$ где $a;b$ лежат внутри круга с $r=\sqrt{20}$
Тогда решением системы будет: ~~огиб~~ ~~огиб~~ ~~огиб~~ огибающая окр ω.



$R_\omega=2\sqrt{20}$

Вспомним, что рассмотрен случай, когда $2a-b\geq 5$.

$2a\geq b+5$

$b\leq 2a-5$

$b=2a-5$

при $b=0$ $a=5/2$

при $a=0$ $b=-5$

Рассмотрим теперь $a;b$ как координату некой точки $C(a;b)$.
Пусть сначала a задает x_c, b задает y_c.

тогда $b\leq 2a-5$

$\Updownarrow$

$y\leq 2x-5$

Пусть теперь наоборот $a-y_c$, $b-x_c$

Тогда $x\leq 2y-5$

$y\geq \frac{x+5}{2}$

если теперь объединить два неравенства, то их решение будут формировать точки $Z(m;n)$, такие что

$2m \geq n+5$; ~~...~~ $2n \geq m+5$. Иными словами, если мы возьмем любую точку из упомянутой области с координатой x_0, то ~~...~~ y_0 ~~будет~~ должен удовл. одному из неравенств $\begin{cases} 2x_0 \geq y_0+5 \\ 2y_0 \geq x_0+5. \end{cases}$

Пусть теперь $2a - b < 5$ $\left(\leftrightarrow \begin{cases} y > 2x-5 \\ y < \frac{x+5}{2} \end{cases} \right)$

$a^2+b^2 \leq 4(2a-b) = 8a-4b$

$a^2 - 8a + b^2 + 4b \leq 0$

$\begin{cases} (a-4)^2+(b+2)^2 \leq 20 \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \leq 20 \end{cases}$ ← окружность с ц. $(a;b)$ или $(b;a)$. $2\sqrt{20}$

При $20 \geq 8a-4b$

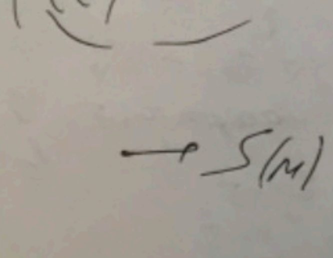
получаем

$\begin{cases} 20 \geq 8a-4b \\ x^2+y^2 \leq (2\sqrt{20})^2 \end{cases}$

Из 2-го у-я следует отобрать все такие точки, что для них

$20 > 8x_0 - 4y_0$
или
$20 \geq 8y_0 - 4x_0$

Тогда при $20 < 8a-4b$ получим

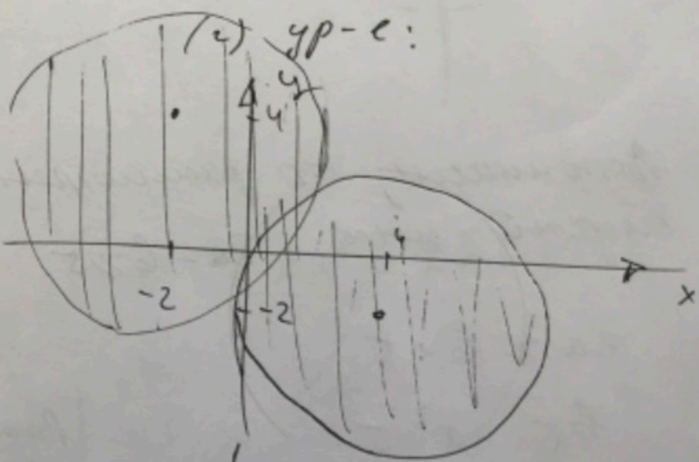


$\rightarrow S(м) = S$

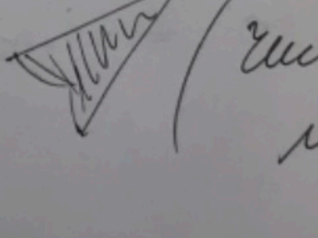
При $8a-4b \leq 20$:

$\begin{cases} 20 > 8a-4b & (1) \\ (a-4)^2+(b+2)^2 \leq 20 & (2) \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \leq 20 & (3) \end{cases}$

(2) ур-е:

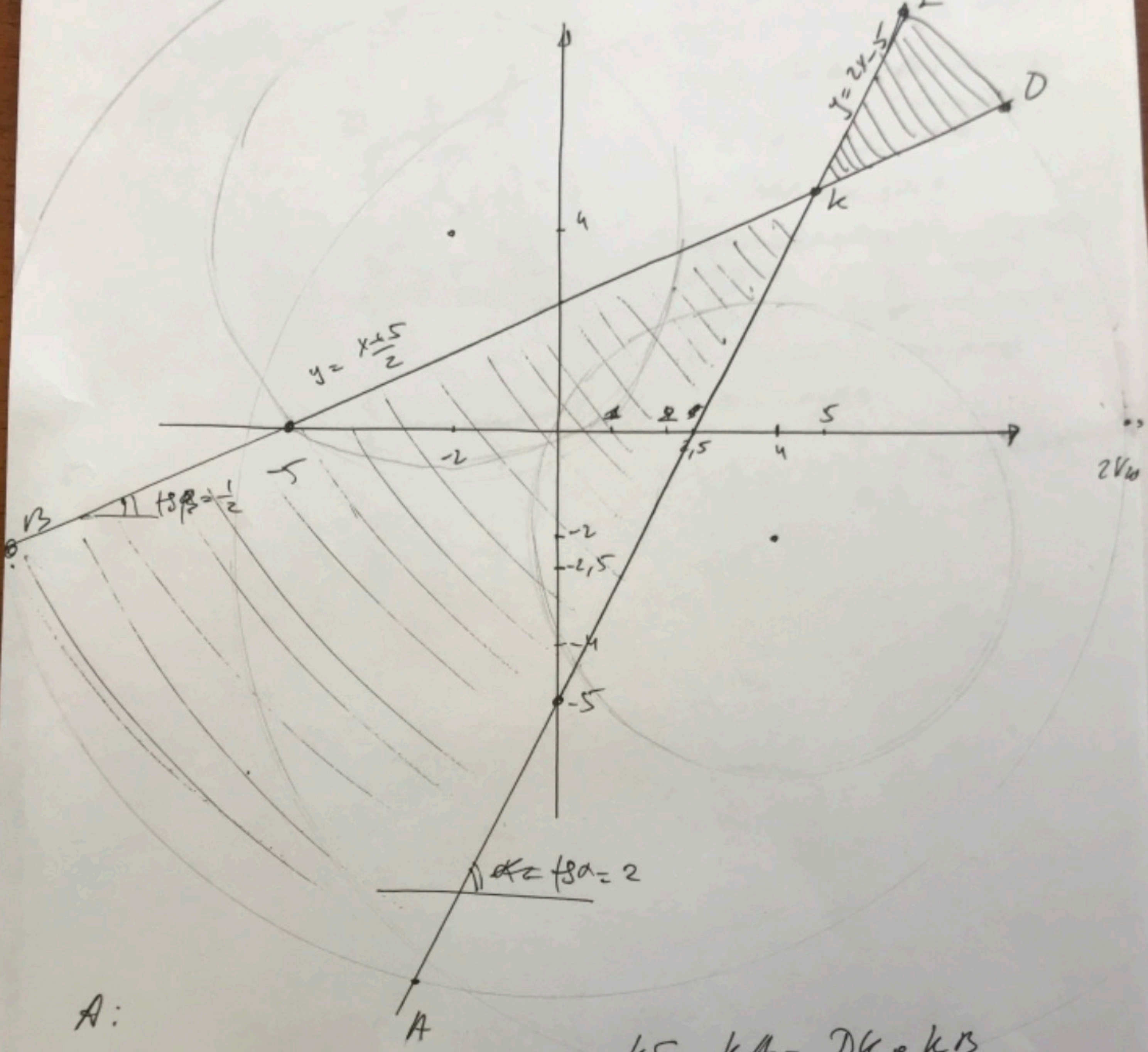


получим



(чистовик №5)

Чистовик №6



A:

$\cancel{(2x-5)}$

$\cancel{(2x-5)^2+x^2=4\cdot 20}$

$\cancel{5x^2-10x+55=0}$

$\cancel{x^2-2x+11=0}$

$\cancel{x=2\pm\sqrt{4-}}$

$$KE\cdot KA=DK\cdot KB$$

$$\frac{KE}{KD}=\frac{KB}{AK}$$

$$\to S_M=S_{KBA\,(\text{сектора})}\cdot\left(1+\left(\frac{KD}{KB}\right)^2\right)$$

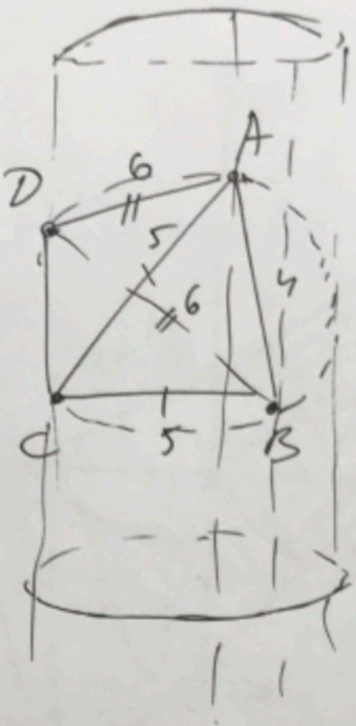
Чистовик №7.

#2.

$AB = 4$

$AC = CB = 5$

$AD = DB = 6$



$CD \parallel$ оси т.к. $C \in$ поверхн.
$D \in$ поверхн

$\longrightarrow CD \in$ поверхности.
(полностью)

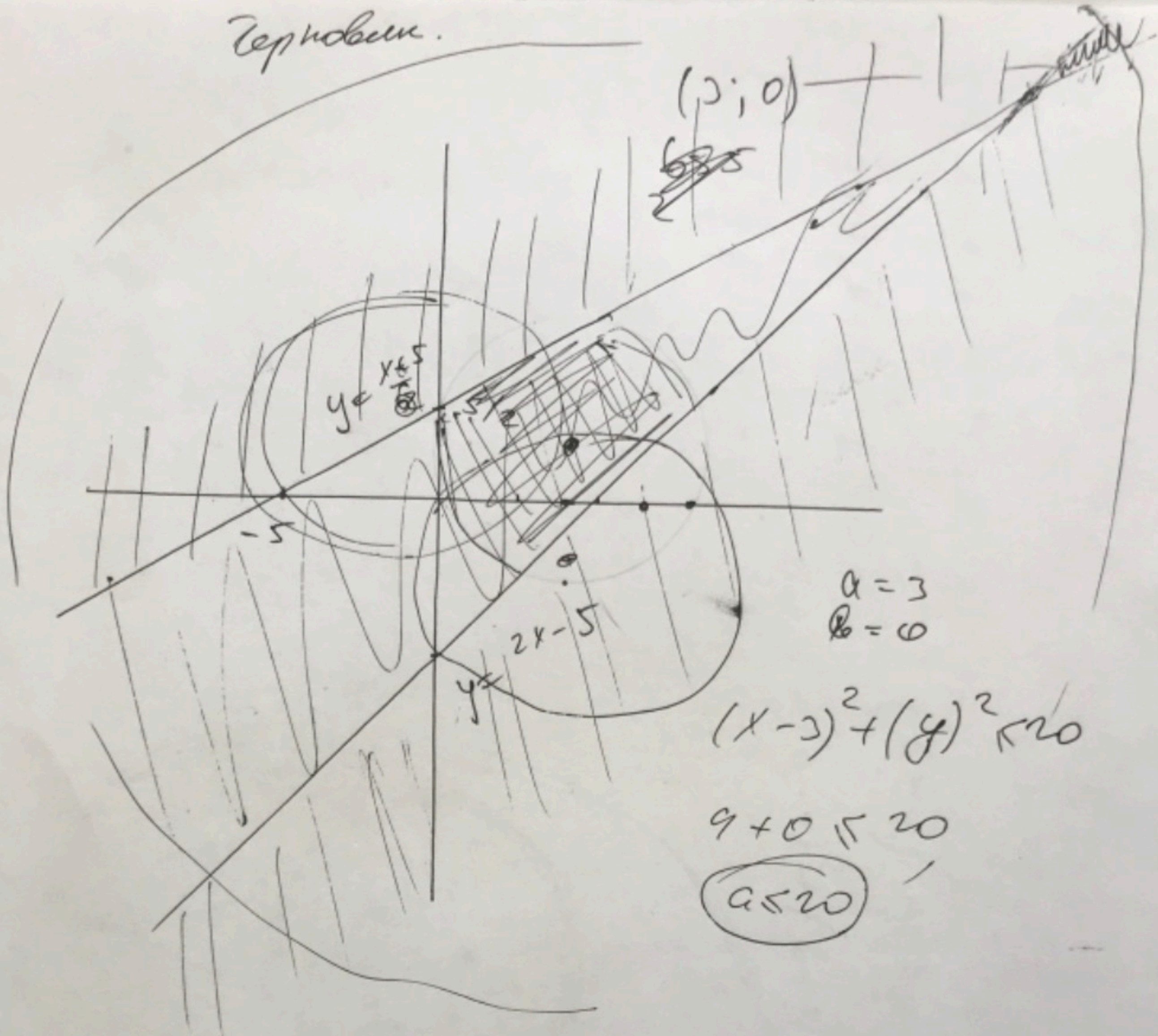
$\angle CAB = \angle CBA$

$\angle DAB = \angle DBA$.

наименьшим радиус будет тогда, когда т. A; B будут лежать в одном сечении цилиндра.

$CD < 11$! (из неравенства Δ)

Черновик.



$a = 3$
$b = 0$

$(x-3)^2 + (y)^2 \le 20$

$9 + 0 \le 20$

$a \le 20$

$(2\sqrt{20} - a)^2 + b^2 \le 20$

$b^2 + \cancel{\ldots} + a^2 - 2 \cdot a \cdot 2\sqrt{20} \le \cancel{\ldots}$

$a^2 + b^2 \le 2 \cdot a \cdot 2\sqrt{20}$

Черновик

$2a-b<5$:

$a^2+b^2\le 2a-b$

$a^2-2a+b^2+b\le 0$

$(a-1)^2-1+(b+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}\le 0$

$(a-1)^2+(b+\frac{1}{2})^2\le \frac{5}{4}$

$4y-10=y+5$

$3y=15$

$y=5$

$x=\frac{y+5}{2}=4y-5$

$x=4y-5$

$y=2x-5$

$4\cdot 20<25$

$-2\sqrt{20}$ ~~$\geq$~~ -5

$m>$

$a+b>c$

$a^2+b^2\le 8a-4b$

$a^2-8a+b^2+4b\le 0$

$(a-4)^2-16+(b+2)^2-4\le 0$

$(a-4)^2+(b+2)^2\le 20$

$(a-4)^2+(b+2)^2\le 20$

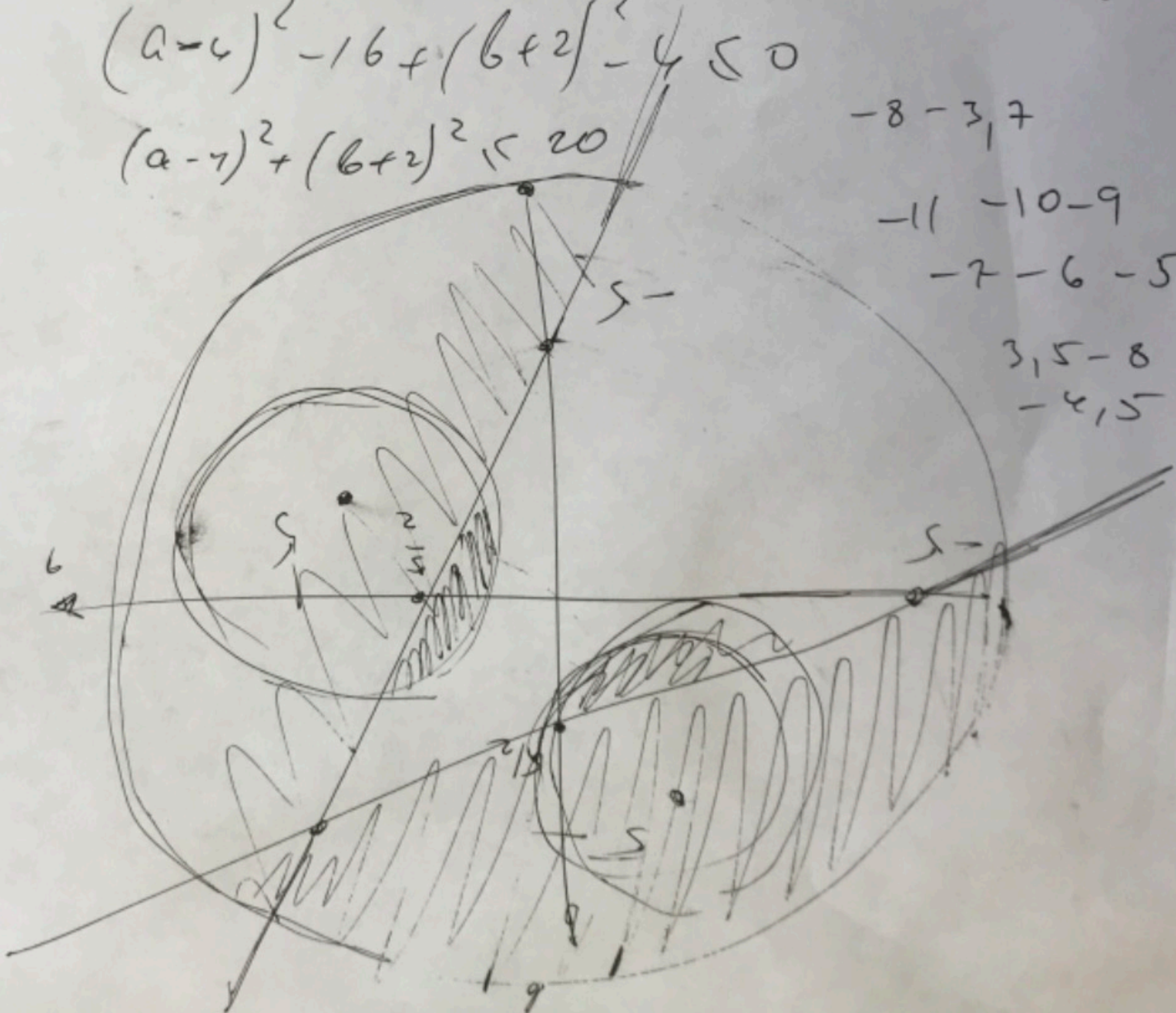
$-8\ -3{,}7$

$-11\ -10\ -9$

$-7\ -6\ -5$

$3{,}5\ -8$

$-4{,}5$



Черновик

$(a_1+10)(a_1+13) < 7(a_1+3)+60$

$a_1^2+23a_1+130-7a_1-21-60<0$

$a_1^2+16a_1+49<0$

$-\frac{12-6}{2}\cdot 7=-63$

-12

1 -11

2 -10

$-\frac{16}{2}\cdot 7=-56$

⋮

7 -5

8 -4

9 -3

10 -2

11 -1

12 0

13 1

14 2

15 3

16 4

17 5

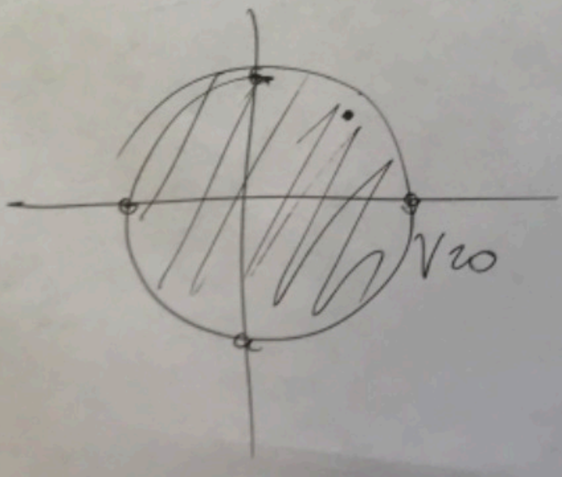
$5\cdot(-4) > -56+27$

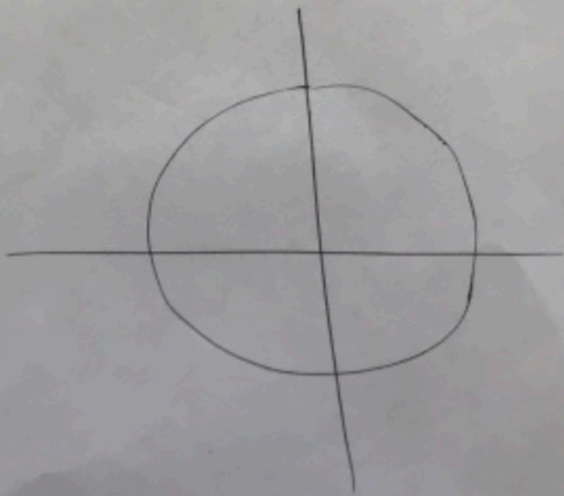
$-20 > -28$

~~$5\cdot 4\cdot D$~~

$4\cdot(-5) > -63+27$

$(-1)(2) < -3$





Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103232**

ID профиля: **314991**

Вариант 21

Чистовик 1.

#4.

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 35 = 5\cdot 7 \\ НОК(a;b;c) = 5^{18}\cdot 7^{16} \end{cases}$$

a, b, c имеют вид $5^{\alpha}7^{\beta}$; $\alpha \in \{0, 1, \ldots 18\}$ ~~1;2;3;6;9;18;0~~

$\beta\{0; \ldots 16\}$ ~~0;1;2;4;8;16~~.

т.к. НОД $= 5\cdot 7$

$\to \beta \neq 0$; $\alpha \neq 0$ $\to$ a, b, c имеют вид $5^{\alpha}7^{\beta}$:

При этом, необходимо, чтобы $\alpha \in \{1, \ldots 18\}$ ~~1;2;3;6;9;18~~

в одном из чисел $\alpha = 1$ $\beta \in \{1, \ldots 16\}$ ~~1;2;4;8;16~~

и в одном из чисел $\beta = 1$ - для НОД (или в одном и том же)

~~1) Пусть $\alpha = 1$ и $\beta = 1$ в разных числах.~~

~~есть число $5\cdot 7^{\delta}$ $\to$ 4 числа ($\delta \in \{2;4;8;16\}$)~~

~~есть число $5^{\theta}\cdot 7$ $\to$ 5 чисел.~~

~~и число $5^{\theta}7^{\delta}$ $\to$ $4\cdot 5 = 20$ чисел~~

~~итого $4\cdot 5\cdot 20 = 20^2 = 400$ чисел~~

И необходимо, чтобы в одном из чисел $\alpha = 18$

и в одном из чисел $\beta = 16$ (или в одном и том же)

к примеру

$7^1\cdot 5^1$ $\quad 7^a\cdot 5^b$ $\quad 7^{16}\cdot 5^{18}$ a; b выбираем из упомянутых наборов.

Тогда пусть есть:

$$a = 5^{\square}7^{\square} \quad b = 5^{\square}7^{\square} \quad c = 5^{\square}7^{\square}$$

для пятерок - 1; 18; $\delta \in \{1, 2 \ldots, 18\}$ ~~1;2;3;6;9;18~~

рассмотрим пока δ без 1; 18.

Тогда способов расставить будет: ~~$3\cdot 2\cdot 1$~~ $3\cdot 2\cdot N_{\delta} =$

$= 3\cdot 2\cdot \cancel{4}_{16} = \cancel{24}$ $6\cdot 16 = 96$

21103232 (U314991 M1296808)

Чистовик 5. При ... не пишу ОДЗ в ... потому ... проверку

Пусть $\gamma = 1$: Пусть $\gamma = 18$: Чистовик 2.

Способов: 3. Способов – 3 (просто выбираем место для 1)

(выбираем место для 18 3-мя способами).

Итого $3+3+\cancel{24}^{96} = \cancel{30}\ 102.$

$$\begin{array}{r} \times\ 102 \\ 9 \\ \hline 918 \end{array}$$

Для семерки:

$1; 16; \theta \in \{1; 2; \dots; 16\}$

Пусть пока (ПОКА) $\theta \neq 1; 16$.

Способов: Пусть $\theta = 1$: $\theta = 16$:

$3 \cdot 2 \cdot 14$ 3 способа 3 способа.

Итого $= 6 \cdot 14 + 6 = 6 \cdot 15 = 90.$

Тогда для каждой комбинации $1; 16; \theta$

есть $1; 18; \gamma$

$\rightarrow$ Общее число $(a; b; c)$ $N = 102 \cdot 90$

$= \underline{\underline{9180}}$

Чистовик 3. [ABC] ⇔ S_{ABC}!

#6.

1) $\angle ABC = \angle CAT = \angle ACT$ как угол между хордой и касат.

$\angle AOC = 2\angle ABC = 2\alpha$

$\angle ATC = 180 - \alpha - \alpha = 180 - 2\alpha$.

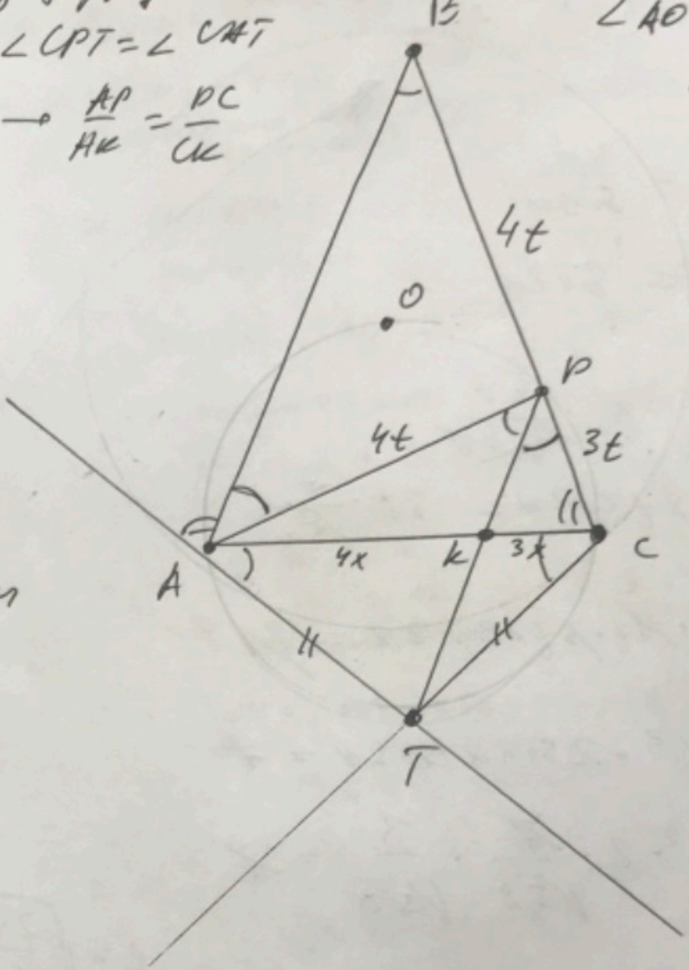
т.к. $O \in \omega_2$; $\angle ATC + \angle AOC = 180$ $\to T \in \omega_2$

$AT = TC$ как отрезки кас.

2) $\angle APT = \angle ACT$ как опир на одну дугу

Аналогично $\angle CPT = \angle CAT$

PK – биссект $\to \frac{AP}{AK} = \frac{PC}{CK}$



$\frac{AK}{KC} = \frac{[PAK]}{[PKC]} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

$\triangle ABC \sim \triangle KPC$ по двум углам

$\to \frac{CP}{CB} = \frac{CK}{CA}$

$\frac{3t}{CB} = \frac{3x}{7x}$

$\to CB = 7t$

$\to \underbrace{BP = 4t}$;

⇓

ABP – р/б $\to \angle ABC = \angle BAP$

$\frac{[ABC]}{[APC]} = \frac{7}{3} \to [ABC] = \frac{7}{3}[APC] = \frac{7}{3}(12+9) = \underline{\underline{49}}$

Пункт б:

$\angle ABC = \alpha$; $tg\alpha = \frac{3}{7}$ $AC = ?$

$0 < \alpha < 90 \to \frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha$ $\cos^2\alpha = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{9}{49}}} = \sqrt{\frac{49}{58}} = \frac{7}{\sqrt{58}}$

$[PKC] = 9 = \frac{1}{2}\cdot 3t\cdot 3x \sin\angle ACB$

$[APK] = 12 = \frac{1}{2}\cdot 4t\cdot 7x \sin\angle PAC$

$\frac{3t}{\sin PAC} = \frac{4t}{\sin \dots}$

21103232 (U314991 M1296808)

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2\cdot\frac{49}{58} - 1 = \frac{49}{29} - 1 = \frac{20}{29}$ чистовик 4.

По Th cos для $\triangle APC$:

$49x^2 = 25t^2 - 2\cdot 3t\cdot 4t\cdot\frac{20}{29}$ (1)

В $\triangle BPA$:

$$\frac{AB}{\sin(180-2\alpha)} = \frac{4t}{\sin\alpha}$$

$$\sin(180-2\alpha) = \sin 2\alpha$$

$$\frac{AB}{2\cancel{\sin\alpha}\cos\alpha} = \frac{4t}{\cancel{\sin\alpha}}$$

$$AB = 8t\cos\alpha = 8t\cdot\frac{7}{\sqrt{58}}$$

$$[APC] = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{4}^{2}t\cdot\cancel{3}t\cdot\sin 2\alpha = \cancel{21}\,7$$

$$2t^2\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha = 7$$

$$2t^2\cdot 2\cdot\frac{\cancel{7}}{\sqrt{58}}\cdot\frac{3}{\sqrt{58}} = \cancel{7}$$

$$t = \sqrt{\frac{29}{6}}$$

$$\frac{12}{58}t^2 = 1 = \frac{6}{29}t^2$$

$$49x^2 = 25\cdot\frac{29}{6} - 2\cdot 3\cdot 4\cdot\frac{\cancel{29}}{6}\cdot\frac{20}{\cancel{29}} = \frac{1}{6}(25\cdot 29 - 20\cdot 24)$$

$$= \frac{5}{6}(5\cdot 29 - 4\cdot 24) = \frac{5}{6}(145 - 96) = 49\cdot\frac{5}{6} = 49x^2$$

$$x^2 = \frac{5}{6}$$

$$\rightarrow x = \sqrt{\frac{5}{6}}$$

$$\rightarrow AC = 7x = 7\sqrt{\frac{5}{6}}$$

Ответ: а) 49
б) $7\sqrt{\frac{5}{6}}$

21103232 (U314991 M1296808)

Чистовик 5.

При решении я не пишу ОДЗ, потому что в конце делаю проверку корней.

#5.

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = m_1$

$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = m_2 = 4\log_{2x^2-3x+5}\sqrt{2x-3}$

$\log_{x+1}(2x^2-3x+5) = m_3$

заметим, что: (т.к. $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)\cdot\log_{2x^2-3x+5}\sqrt{\dots} = \log_{2x^2\dots}(x+1)$)

$m_1\cdot\frac{m_2}{4} = \frac{1}{m_3}$ $\rightarrow$ $m_1m_2m_3 - 4 = 0$ $(m_3 \neq 0)$!

(перебираю все возможные случаи)

1) Пусть $m_1 = m_2$

$m_3 = m_1 - 1$

$m_1^2(m_1-1) - 4 = 0$

$m_1^3 - m_1^2 - 4 = 0$

$m_1 = 2$

$(m_1-2)\underbrace{(m_1^2+m_1+2)}_{\text{нет реш}} = 0$

$m_1 = 2 = m_2$

$m_3 = 1$

2) $m_1 = m_3$

$m_2 = m_1 - 1$

$m_1(m_1-1)m_1 - 4 = 0$

аналогично

$m_1 = 2 = m_3$

$m_2 = 1$

3) $m_2 = m_3$

$m_1 = m_2 - 1$

аналогично

$m_2(m_2-1)m_2 - 4 = 0$

аналогично

$m_2 = 2 = m_3$

$m_1 = 1$

Проверка п.1:

$m_1 = 2$

$\rightarrow (x+1) = 2x-3$

$x = 4$

подставим в m_3, m_2:

$m_2 = 4\log_{25}\sqrt{5} = 1$

$m_3 = \log_5 25 = 2$

Противоречит предположению ~~по~~ о $m_1 = m_2$

Проверка п.3:

$m_1 = 2$

$x = 4$

$m_2 = 1$

$m_3 = 2$

Противоречие предположению.

Проверка п.2: $m_1 = 2$

$\rightarrow x = 4$ (по ОДЗ подходит)

$m_2 = 1$

$m_3 = 2$ — подходит.

Ответ: $x = 4$.

~~Листовка~~ 5. Герм

#5.

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = \log_a b$ (1)

$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = 4\log_{2x^2-3x+5}\sqrt{2x-3} = 4\log_c a$ (2)

$\log_{x+1} 2x^2-3x+5 = \log_b c.$ (3)

$\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b = \frac{1}{\log_b c}$

$\to 4\log_a b \cdot \log_c a = \frac{4}{\log_b c}$

1) (1)=(2):

$\underbrace{\log_a b}_{m} = \underbrace{4\log_c a}_{m}$

$m \cdot \frac{m}{4} = \frac{1}{m-1}$

$m^3 - m^2 - 4 = 0$

$m = 2$

$(m-2)\underbrace{(m^2+m+2)}_{\text{нет реш.}} = 0$

$\log_a b = 2$

$b = a^2$

$(x+1) = 2x-3$

$x = 4.$

Проверка:

$\log_a b = \log_{\sqrt5} 5 = 2$

$4\log_c a = 4\log_{25}\sqrt5 = \cancel{2}\ 1$

$\log_b c = \log_5 25 = 2$

Противоречит предположению.

2) (2) = (3):

$4\log_c a = \log_b c = m_1$

$\log_c a = \frac{m_1}{4}$

$\log_a b = m_1 - 1$

$\frac{m_1}{4}(m_1-1) = \frac{1}{m_1}$

$m_1^2(m_1-1) = 4$

$m_1^3 - m_1^2 - 4 = 0$

$\underbrace{(m_1-2)}_{m_1=2}\underbrace{(m_1^2+m_1+2)}_{\text{нет реш}} = 0$

$\log_b c = 2$

$c = b^2$

$2x^2-3x+5 = x^2+2x+1$

$x^2-5x+4=0$

$D = 25-16 = 9$

$x = \frac{5\pm3}{2} = 4; 1$

$x = 4$: Игри ~~$x=1$: читовий~~

ну п. 1 $a = \sqrt{2x-3}$ — не подходит по ОДЗ.

$x=1$

в — противоречие предположению

3) (3) = (1):

$\log_b c = \log_a b = m_2$

$m_2^2 = \log_a c = \frac{1}{\frac{m_2 - 1}{4}} = \frac{4}{m_2 - 1}$

$m_2^3 - m_2^2 - 4 = 0$

$m_2 = 2$

$\log_b c = 2$

$c = b^2$

$2x^2 - 3x + 5 = (x+1)^2$

$\Downarrow$

$x = 4; 1$. — не подх по ОДЗ.

$\Downarrow$

$\log_{\sqrt{5}} 5 = 2$

$4 \log_{25} \sqrt{5} = 1$

$\log_5 25 = 2$

Подходит под ОДЗ + условие:

Ответ: $x = 4$.

~~$\log_a b$~~ $\qquad m_1$ $\qquad$ Ферн

$\log \qquad m_2$

m_3

$$m_1 \cdot \frac{m_2}{4} = \frac{1}{m_3}.$$

1) $m_1 = m_2$

$m_3 = m_1 - 1$

$$\frac{m_1^2}{4} = \frac{1}{m_1 - 1}$$

$m_1 = 2$

2) $m_2 = m_3$

$m_1 = m_2 - 1$

$$(m_2 - 1) = \frac{4}{m_2^2}$$

$m_2 = 2$

3) $m_3 = m_1$

$m_2 = m_1 - 1$

~~m_1^2~~

$$\frac{m_1(m_1-1)}{4} = \frac{1}{m_1}$$

$$\frac{2 \cdot 1}{4} = \frac{1}{2}$$

$m_1 = 2$

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = 2$

~~$2x-3$~~

$2x - 3 = x + 1$

$x = 4$

~~$m_3 = 1$~~

$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = 2$

~~$4x^2 - 12x + 9 =$~~

$2x^2 - 3x + 5 = 2x - 3$

$\sqrt{2x-3} = \sqrt{\ }$

#4. НОД $(a; b; c) = 35$

НОК $(a; b; c) = 5^{18} \cdot 7^{16}$. $\qquad 2x - 3 = 2x^2 - 3x + 5$

$b, c, a = 5^k \cdot 7^i \qquad k \in [1; 2; 3; 6; 9; 18]$

$i \in [1; 2; 4; 8; 16]$

$2x^2 - 5x + 8 = 0$

$25 - 4 \cdot 8 \cdot 2$

#5.

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = k \\ \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = m \quad (2) \\ \log_{x+1}(2x^2-3x+5) = n \quad (3) \end{cases}$$

$x+1=a$

$\sqrt{2x-3}=b$

$2x^2-3x+5=c$

$\log_b a$

$\log_c b^4 = 4\log_c b$

$\log_a c$

$\log_c b = \frac{\log_c b^4}{4}$

$\log_b c = \cancel{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\ldots}}\ \frac{4}{\log_c b^4}$

Заметим, что:

$\log_b a \cdot \log_a c = \log_b c = \frac{4}{\log_c b^4}$

$\cancel{\frac{1}{\log_a c}}$

$\log_c b \cdot \log_b a = \log_c a = $

$= \frac{1}{\log_a c}$

Пусть:

$\log_b a = \log_a c$

$\frac{1}{\log_a b} = \log_a c$

$\log_a b \cdot \log_a c = 1$

$(2)\cdot(3)$:

$\log_{x+1}(\ldots)\cdot\log_{(\ldots)}(2x-3)^2 =$

$= \log_{(x+1)}(2x-3)^2 =$

$= 4\log_{x+1}\sqrt{2x-3} = 4\cdot\frac{1}{\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)}$

$mn = \frac{4}{k}$

1) $m=n$

$m^2 = \frac{4}{k}$ $\quad k = \frac{4}{m^2} = m-1$

$m^3 - m - 4 = 0$

$\cancel{2}$ $\cancel{80}$

$\cancel{\ldots}$

ицд

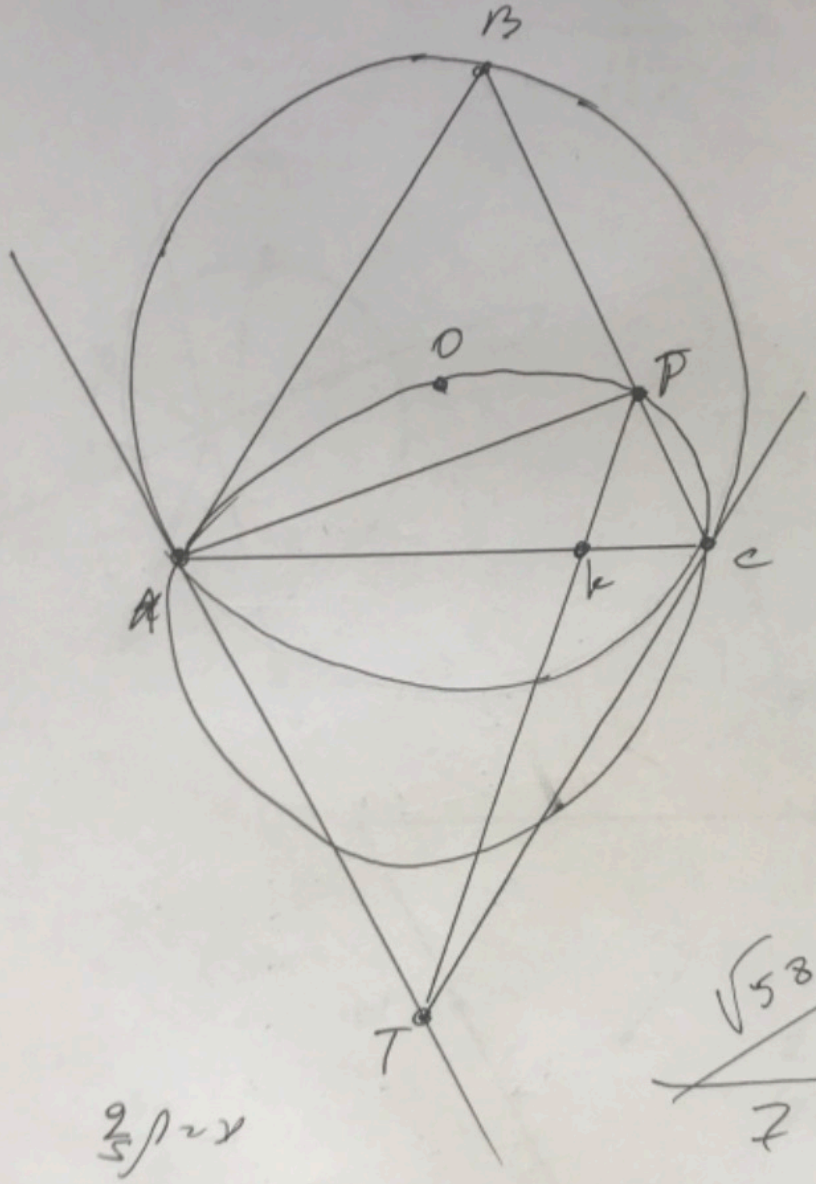
21103232 (U314991 M1296808)

#6.

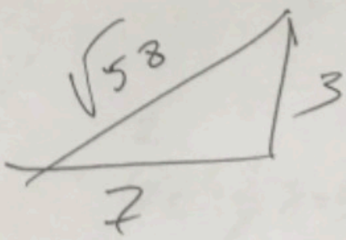
[APK] = 12

[CPK] = 9

[ABC] = ?



7' 5' 7' 5' 7 13 16



$x = \sqrt{\frac{5}{6}}$

$\cos = \frac{7}{\sqrt{58}}$

$\sin = \frac{3}{\sqrt{58}}$

$\frac{5}{6}(5\cdot 29-24\cdot 4)$

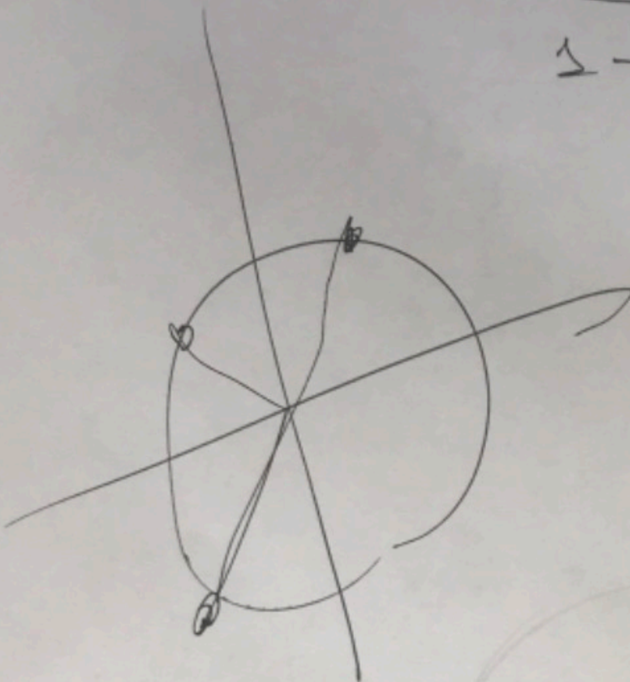
Герц

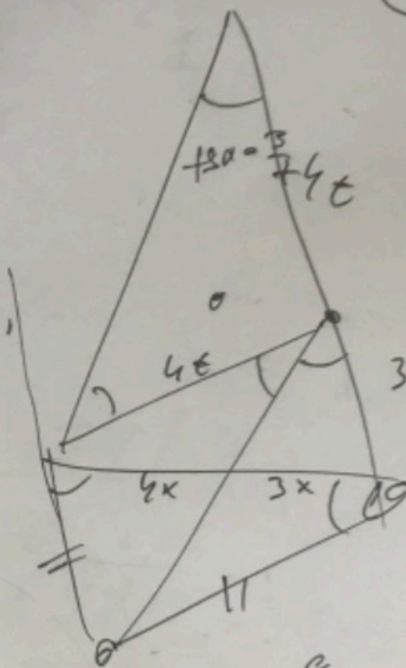
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\sin\alpha\cos\alpha + \sin\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha}$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} =$$

$(a; a; c)$ НОД $(a; c) = 5 \cdot 7$

$(a; a; c)$ НОК $(a; c) = 5^{16} \cdot 7^{18}$



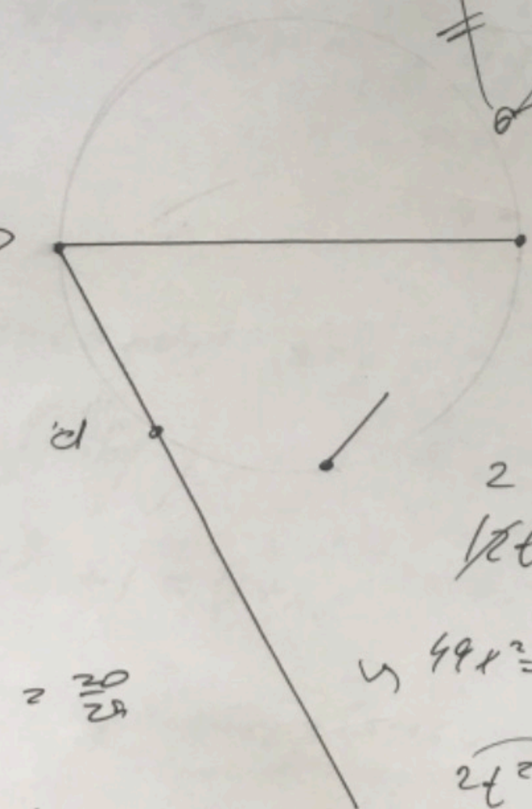


$\frac{49}{6}$

$5 \cdot 7$

$5^{18}; 7^{16}$

$\frac{49}{6} \cdot 5$



$(1+x)$

21B

$2 \cdot \frac{49}{58} - 1$

$\frac{49}{29} - \frac{29}{29} = \frac{20}{29}$

$49x^2 = 25 \cdot \frac{29}{6}$

$\left(25 - 24 \cdot \frac{20}{29}\right)\frac{29}{6}$

Герц

$\cancel{2}t^2 \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \sin 2\alpha = \cancel{21}$ 7

$49x^2 = 25t^2 - 24t^2 \cdot \cos 2\alpha$

$2t^2 \cdot \cancel{7} \cdot \frac{\cancel{21}}{\cancel{58}} \cdot 3 = \cancel{7}$ 29

$t = \sqrt{\frac{29}{6}}$

$$\frac{25 \cdot 29 - 24 \cdot 20}{6}$$

21103232 (U314991 M1296808)

#5.

Черн.

~~Пусть~~ Пусть $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 =$

$= 4\log_{2x^2-3x+5}\sqrt{2x-3} = a$

$a^2 = 4\log_{(2x^2-3x+5)}\sqrt{2x-3} \cdot \log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) =$

$= 4\log_{2x^2-3x+5}(x+1) = 1 + \log_{x+1}(2x^2-3x+5)$

$a^2 = 1 + \frac{1}{\frac{a^2}{4}}$ $\quad \left(\log_{x+1}(2x^2-3x+5) = \frac{1}{(\log_{2x^2-3x+5}(x+1))}\right.$

$a^2 = 1 + \frac{4}{a^2}$ $\quad (\cdot a^2$ (при $a \neq 0)$

$a^4 = a^2 + 4$

$a^4 - a^2 - 4 = 0$

$a^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$

$a = \pm\sqrt{\frac{1+\sqrt{17}}{2}}$

$\log_a b = 4\log_c a = t$

$\frac{t}{4} \cdot t = \frac{1}{t-1}$

8

$\frac{I}{4} = 4$ $\quad$ 3 5

1 = 7 3 $\quad$ 12

8 - 2 - 4

21103232 (U314991 M1296808)

#5. Герц

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = \log_a b$

$\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = 4\log_{(2x^2-3x+5)}\sqrt{2x-3} = 4\log_c a$

$\log_{x+1}(2x^2-3x+5) = \log_b c$

1) $\log_a b = 4\log_c a = t \quad \log_c a \cdot \log_a b = \log_c b = \frac{1}{\log_b c}$

$\log_b c = t-1$

$t \cdot \frac{t}{4} = t-1$

$t^2 = 4t-1$

$t^2-4t+1=0$

$(t-2)^2-4+1=0$

$(t-2-\sqrt{3})(t-2+\sqrt{3})=0$

$t=2+\sqrt{3} \qquad t=2-\sqrt{3}$

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)=2+\sqrt{3}$

$t^2 = 4\left(\frac{1}{t-1}\right)$

$t \neq 1!$

$t^3-t^2=4$

$t^3-t^2-4=0$

$t=2$

$$\begin{array}{l|l} t^3-t^2-4 & t-2 \\ \hline t^3-2t^2 & t^2+t+2 \\ \quad t^2-4 & \\ \quad t^2-2t & \\ \hline \quad\quad 2t-4 & \end{array}$$

$(t-2)\underbrace{(t^2+t+2)}=0$

$D<0 \to$ нет реш.

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1)=2$

$(x+1)=2x-3$

$x=4$

Проверим $x=4$:

$\log_{\sqrt{5}} 5 =$

$\log_{25} 25 = 1$

$\log_5 25 = 2$