Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102162**

ID профиля: **260930**

Вариант 21

Беловик

Вариант. 21.

№1.

Т.к. прогрессия возрастающая, то её разность $d>0$. А т.к. она состоит из целых чисел, то d — натуральное число.

$$S=S_7=\frac{2a_1+6d}{2}7=(a_1+3d)7=7a_1+21d.$$

$$a_8\cdot a_{17}=(a_1+7d)(a_1+16d)=a_1^2+23da_1+112d^2>S+27=7a_1+21d+27 \quad (1).$$

$$a_{11}\cdot a_{14}=(a_1+10d)(a_1+13d)=a_1^2+23da_1+130d^2<S+60=7a_1+21d+60 \quad (2).$$

Вычтем из (2) (1)!

$$18d^2<33,$$

$$d^2<\frac{33}{18}<2,$$ т.к. d — нат. число, то $d=1$.

(1): $a_1^2+23a_1+112>7a_1+21+27,$

$a_1^2+16a_1+64>0,$

$(a_1+8)^2>0,$

$a_1\neq-8.$

(2): $a_1^2+23a_1+130<7a_1+21+60,$

$a_1^2+16a_1+49<0,$

$$\left(a_1-(-8-\sqrt{15})\right)\left(a_1-(-8+\sqrt{15})\right)<0,$$

.

Беловик

Заметим, что $-12 < -8-\sqrt{15} < -11$ и $-5 < -8+\sqrt{15} < -4$,

значит, т.к a_1 — целое число, то a_1 может равняться

-11: $\overset{1}{-11}; -10; \ldots; \overset{7}{-5}; \overset{8}{-4}; \ldots; \overset{11}{-1}; \ldots; \overset{14}{2}; \ldots; \overset{17}{5}$,

$S = -56$, $\begin{cases} a_8 a_{17} = -20 > -56+27 = -29 \\ a_{11}\cdot a_{14} = -2 < -56+60 = 4. \end{cases}$

-10: $\overset{1}{-10}; \ldots; \overset{7}{-4}; \overset{8}{-3}; \overset{11}{0}; \ldots; \overset{14}{3}; \ldots; \overset{17}{6}$

$S = -49$, $\begin{cases} a_8\cdot a_{17} = -18 > -49+27 = -22 \\ a_{11}\cdot a_{14} = 0 < -49+60 = 11 \end{cases}$

-9: $\overset{1}{-9}; \ldots; \overset{7}{-3}; \overset{8}{-2}; \ldots; \overset{11}{1}; \ldots; \overset{14}{4}; \ldots; \overset{17}{7}$.

$S = -42$, $\begin{cases} a_8\cdot a_{17} = -14 > -42+27 = -15 \\ a_{11}\cdot a_{14} = 4 < -42+60 = 18. \end{cases}$

-8: не может, т.к $a_7 \neq -8$.

-7: $\overset{1}{-7}; \ldots; \overset{7}{-1}; \overset{8}{0}; \ldots; \overset{11}{3}; \ldots; \overset{14}{6}; \ldots; \overset{17}{9}$

$S = -28$, $\begin{cases} a_8\cdot a_{17} = 0 > -28+27 = -1 \\ a_{11}\cdot a_{14} = 18 < -28+60 = 32 \end{cases}$

-6: $\overset{1}{-6}; \ldots; \overset{7}{0}; \overset{8}{1}; \ldots; \overset{11}{4}; \ldots; \overset{14}{7}; \ldots; \overset{17}{10}$

$S = -21$, $\begin{cases} a_8\cdot a_{17} = 10 > -21+27 = 6 \\ a_{11}\cdot a_{14} = 28 < -21+60 = 39. \end{cases}$

-5: $\overset{1}{-5}; \ldots; \overset{7}{1}; \overset{8}{2}; \ldots; \overset{11}{5}; \ldots; \overset{14}{8}; \ldots; \overset{17}{11}$.

$S = -14$, $\begin{cases} a_8\cdot a_{17} = 22 > -14+27 = 13 \\ a_{11}\cdot a_{14} = 40 < -14+60 = 46. \end{cases}$

Ответ: $-11; -10; -9; -7; -6; -5$.

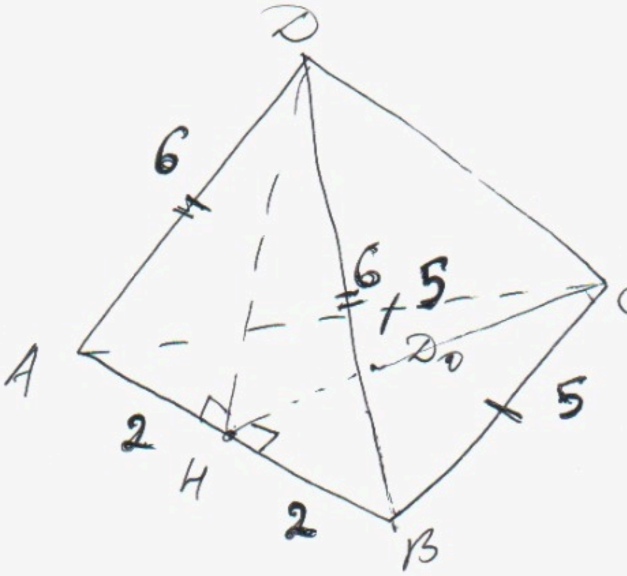
21102162 (U260930 M1298169)

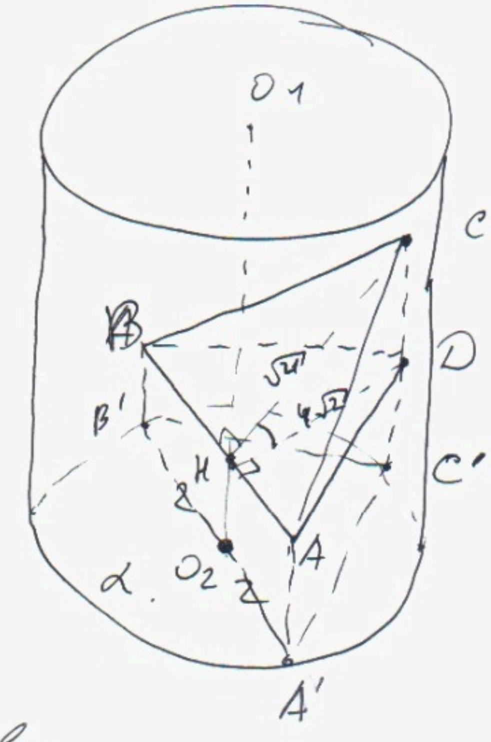
СТР.2

Беловик

№2.

~~Дан~~





Заметим что $CD \perp AB$, в самом деле, если спроецировать D на (ABC) (точка D_0), то, т.к $AC = BC$ и $AD_0 = BD_0$, $CD_0 \perp AB$, а значит, по ТТП $CD \perp AB$.

Пусть α — основание цилиндра, O_1O_2 — его ось ($O_2 \in \alpha$). Т.к. $CD \parallel O_1O_2$ и $O_1O_2 \perp \alpha$, то $CD \perp \alpha$, а т.к. $CD \perp AB$, то $AB \parallel \alpha$.

Спроецируем $ABCD$ на α (точки A', B' и $C' \equiv D'$). Т.к. $AB \parallel \alpha$, то $AB \parallel A'B'$, а т.к. $AA' \parallel BB'$, то $ABB'A'$ — параллелограмм, т.е. $AB = A'B' = 4$.

Тогда, если R — радиус цилиндра, то

$R = \dfrac{A'B'}{2\sin\angle A'C'B'} = \dfrac{2}{\sin\angle A'C'B'} \geq 2$, т.к. мы выбрали

Беловик

цилиндр с наименьшим радиусом, то $R=2$, а $\sin\angle A'C'B'=1$, т.е. $\angle A'C'B'=90^\circ$.

Т.к. $CB=CA$, то $C'B'=C'A'$, т.е. $\Delta A'C'B'$ – прямоугольный равнобедренный и $C'B'=C'A'=\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$.

$S'_{A'C'B'}=\frac{(2\sqrt{2})^2}{2}=4$.

По теоремам Пифагора найдём $DH=4\sqrt{2}$ и $CH=\sqrt{21}$.

$S_{ADB}=\frac{4\sqrt{2}\cdot 4}{2}=8\sqrt{2}$.

$S_{ACB}=\frac{4\cdot\sqrt{21}}{2}=2\sqrt{21}$.

Пусть β – угол между α и (ADB), γ – угол между ACB.

~~Тогда $\angle DHC=\gamma+\beta$ (по определению угла между плоскостями).~~

~~Заметим, что S_{ACB}~~

Заметим что возможно 2 случая:

1.) D ближе к D', чем H к O_2 и 2) наоборот.

$S'_{A'C'B'}=S'_{ADB}\cdot\cos\beta$,

$4=8\sqrt{2}\cdot\cos\beta$, откуда $\cos\beta=\frac{1}{2\sqrt{2}}$ и $\sin\beta=\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$.

$S'_{A'C'B'}=S_{ACB}\cdot\cos\gamma$,

$4=2\sqrt{21}\cdot\cos\gamma$,

$\cos\gamma=\frac{2}{\sqrt{21}}$ и $\sin\gamma=\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{21}}$.

1 случай) $\angle CHD=\beta+\gamma$,

$\cos\angle CHD=\cos\beta\cdot\cos\gamma-\sin\beta\cdot\sin\gamma=$

$=\frac{1}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{2}{\sqrt{21}}-\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{21}}=\frac{1}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{21}}(2-\sqrt{7}\cdot\sqrt{17})$.

$CD^2=CH^2+DH^2-2CH\cdot DH\cdot\cos\angle CHD=21+32-2\sqrt{21}\cdot 2\sqrt{2}\cdot$

Беловик

- $\frac{1}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{21}}(2-\sqrt{7}\cdot\sqrt{17}) = 53-4+2\sqrt{7}\cdot\sqrt{17} = 49+2\sqrt{7}\cdot\sqrt{17}$.

$CD=\sqrt{49+2\sqrt{7}\cdot\sqrt{17}}$.

2 случай) $\angle CHD = \gamma-\beta$

$\cos\angle CHD = \cos\gamma\cdot\cos\beta+\sin\gamma\sin\beta = \frac{1}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{21}}(2+\sqrt{7}\cdot\sqrt{17})$.

$CD^2 = CH^2+DH^2-2CH\cdot DH\cos\angle CHD = 49-2\sqrt{7}\cdot\sqrt{17}$.

$CD=\sqrt{49-2\sqrt{7}\cdot\sqrt{17}}$.

Ответ: $\sqrt{49\pm2\sqrt{7}\cdot\sqrt{17}}$.

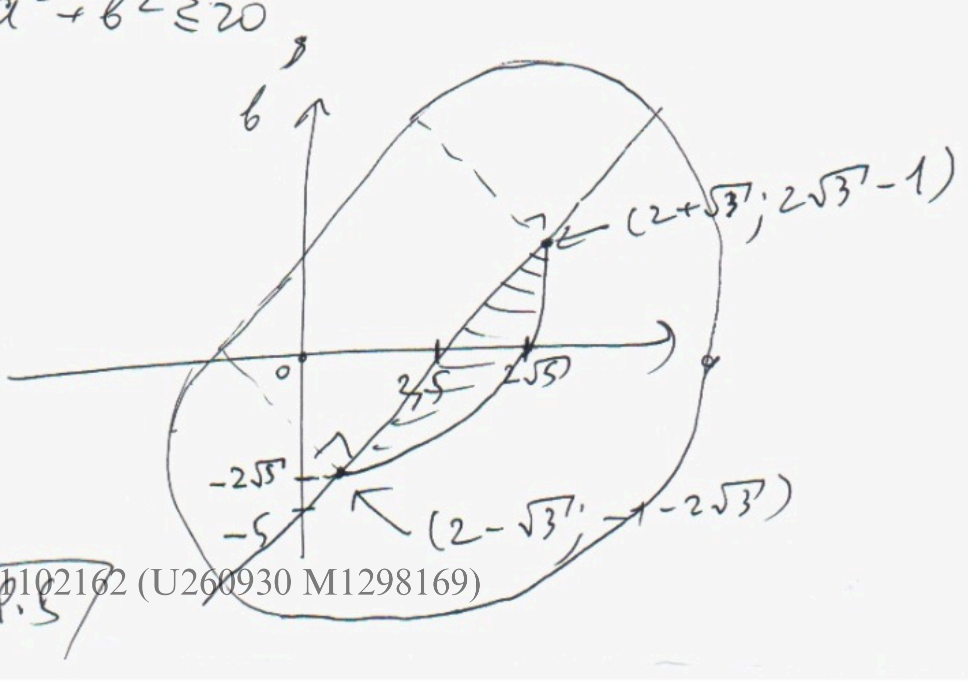
№3.

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 20\\ a^2+b^2\le \min(8a-4b;20)\end{cases}.$$

Будем для каждой пары $(a;b)$ искать всевозможные точки $(x;y)$. Т.е. зафиксируем x и y.

- $8a-4b\geq 20$, $b\le 2a-5$

$$\begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2\le 20\\ a^2+b^2\le 20\end{cases}$$



Стр. 5

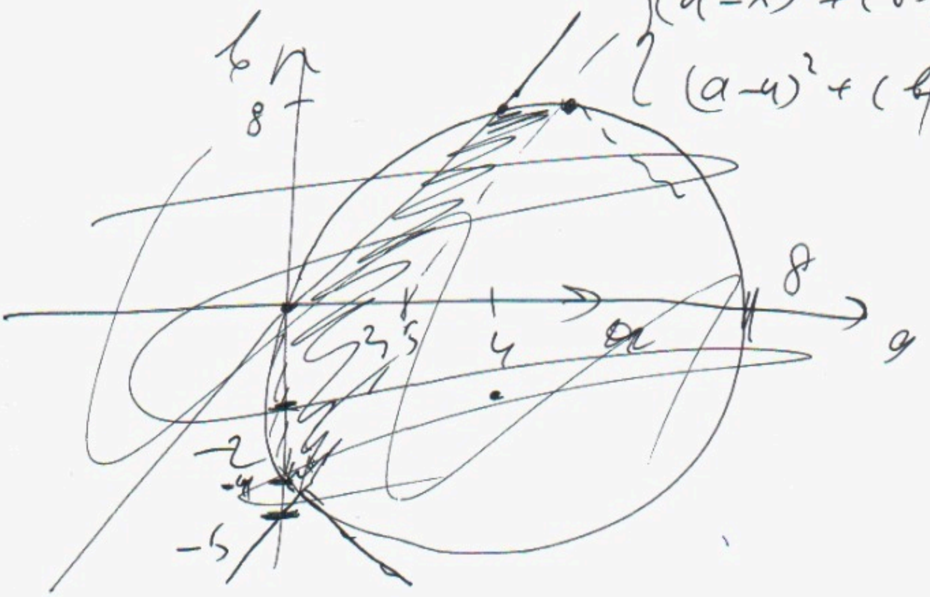
21102162 (U260930 M1298169)

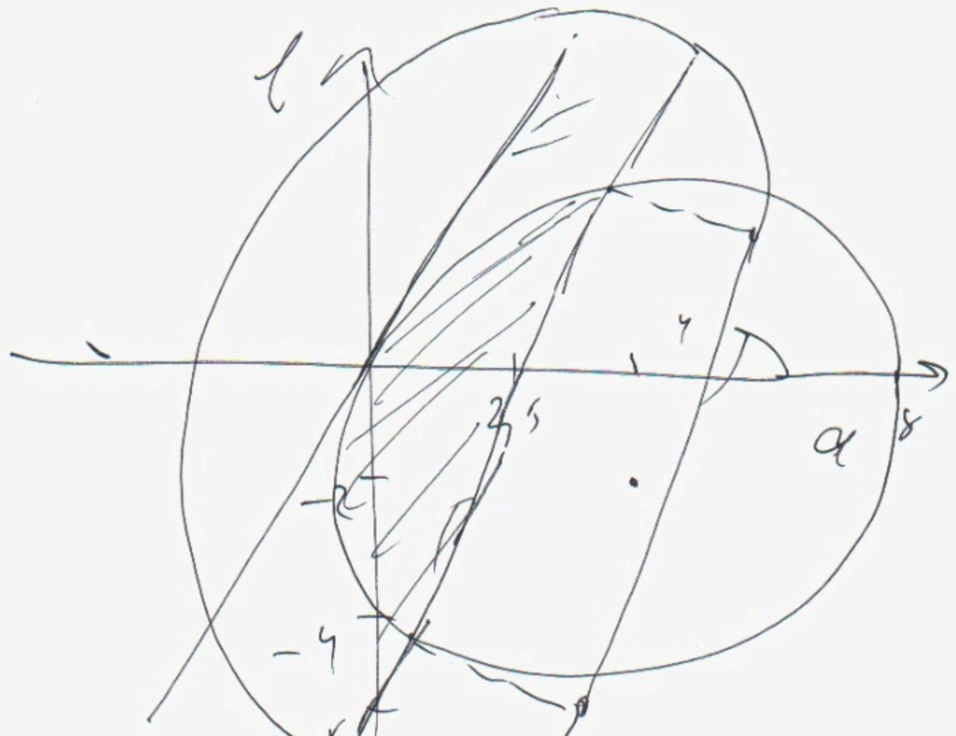
Беловик

Теперь нам подойдут все $(x;y)$, расположенные внутри „булки" (прямая + дуги окружностей).

иначе не будет решений

- $0 \le 8a - 4b < 20$,
$$\begin{cases} b \le 2a \\ b \ge 2a-5. \end{cases}$$
$$\begin{cases} (a-x)^2+(b-y)^2 \le 20 \\ (a-4)^2+(b+2)^2 \le 20. \end{cases}$$





Нам подходят все точки внутри этой булки.

21102162 (U2609304112981697)

$S_M = 2S_{сегм} + S_{прямоуг.} + 2 \cdot S_{криволин.треуг.}$

Черновик:

$a_1+6d=$
$=-11+6$

d – цел. (a_n) – целые числа

$d>0$, $S_7=S$, $a_8a_{17}>S+27$,
$a_{11}a_{14}<S+60$,

$S=S_7=\frac{2a_1+6d}{2}\cdot 7=(a_1+3d)7$, $(-11+3)=-8$ $\begin{array}{r}16\\ \times 7\\ \hline 112\end{array}$

$a_8a_{17}=(a_1+7d)(a_1+16d)>(a_1+3d)7+27$

$a_1^2+23a_1d+7\cdot16d^2>7a_1+21d+27$

$a_{11}\cdot a_{14}=(a_1+10d)(a_1+13d)<(a_1+3d)7+60$,

$a_1^2+23a_1d+130d^2<7a_1+21d+60$,

Вычтем:

$\begin{array}{r}60\\ +21\\ \hline 81\end{array}$ $\begin{array}{r}64\\ -49\\ \hline 15\end{array}$ $\begin{array}{r}21\\ +27\\ \hline 48\end{array}$ $\begin{array}{r}112\\ -48\\ \hline 64\end{array}$ $\begin{array}{r}130\\ -112\\ \hline 18\end{array}$ $\begin{array}{r}60\\ 27\\ \hline 33\end{array}$

$\begin{array}{r}130\\ -81\\ \hline 49\end{array}$

$-18d^2>-33$, $-5<\sqrt{15}-8<-4$

$18d^2<33$, $3,\sim$ $\sqrt{15}<4$

$-12<-\sqrt{15}-8<-11$;

$d^2<\frac{33}{18}<2\Rightarrow d=1$

$\frac{D}{4}=64-49=15$,

$-11,-10,-9,\cancel{-8},-7,-6,-5$

$a_1^2+23a_1+130<7a_1+21+60$,

$a_1^2+16a_1+49<0$, min при $a_1=\frac{-16}{2}=-8$,

$\left(a_1-\left(\frac{-8+\sqrt{15}}{1}\right)\right)\left(a_1-\left(\frac{-8-\sqrt{15}}{1}\right)\right)<0$ $-8-\sqrt{15}$ $-8+\sqrt{15}$

$\begin{array}{r}64\\ -49\\ \hline 15\end{array}$ $\begin{array}{r}130\\ -81\\ \hline 49\end{array}$ $\begin{array}{r}49\\ -27\\ \hline 22\end{array}$ $\begin{array}{r}42\\ -27\\ \hline 15\end{array}$

21102162 (U260930M11298169)

$a_1^2+23a_1+112 > 7a_1+21+27,$

$\begin{array}{r} 21 \\ +27 \\ \hline 48 \end{array}$

$a_1^2+16a_1+64>0,$

$\begin{array}{r} 112 \\ -48 \\ \hline 64 \end{array}$

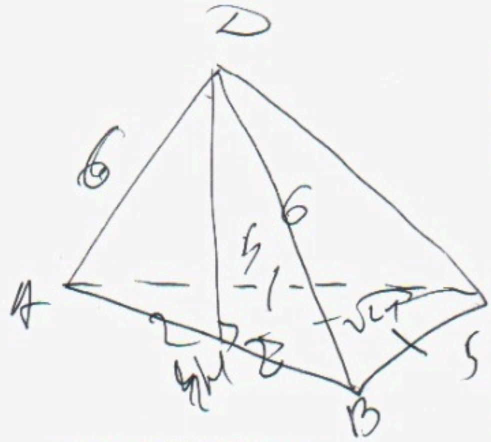
$(a_1+8)^2>0,$

$a_1 \neq -8$

+ Проверено

②

$AB=4,\ AC=CB=5,\ AD=DB=6,$



$6^2-4=36-4=32$

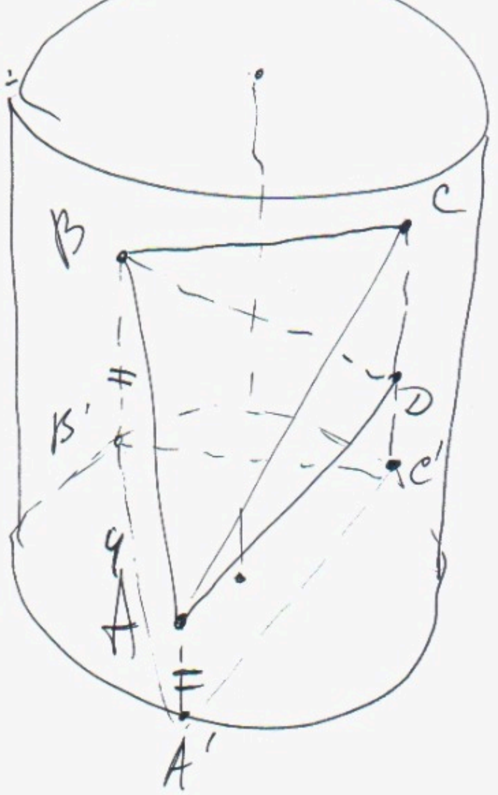
$DH=4\sqrt{2}.$

$S=\frac{4\sqrt{2}\cdot 4}{2}=$
$=8\sqrt{2}$

$25-4=21$

$AB \perp CD$

$S_{BCA}=$
$=\frac{\sqrt{21}\cdot 4}{2}=$
$=2\sqrt{4}$

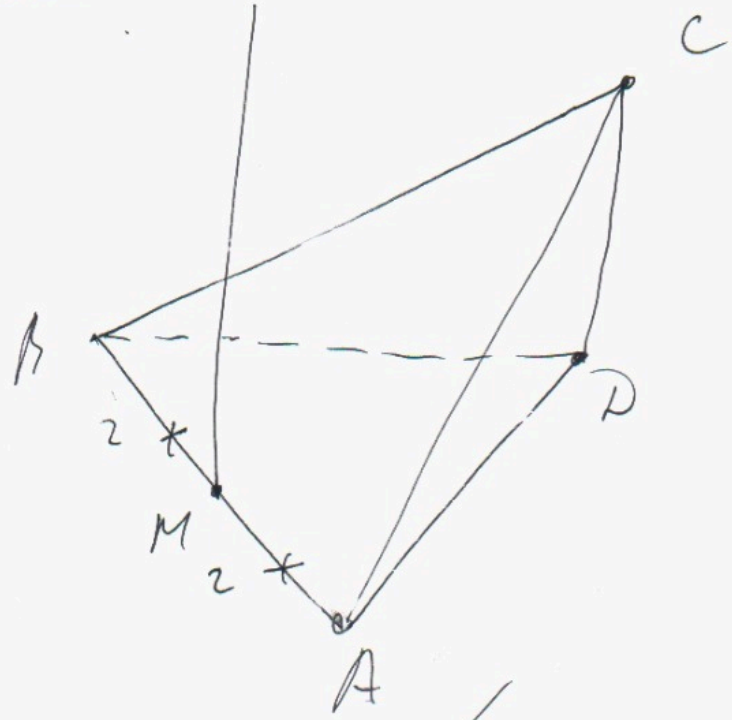


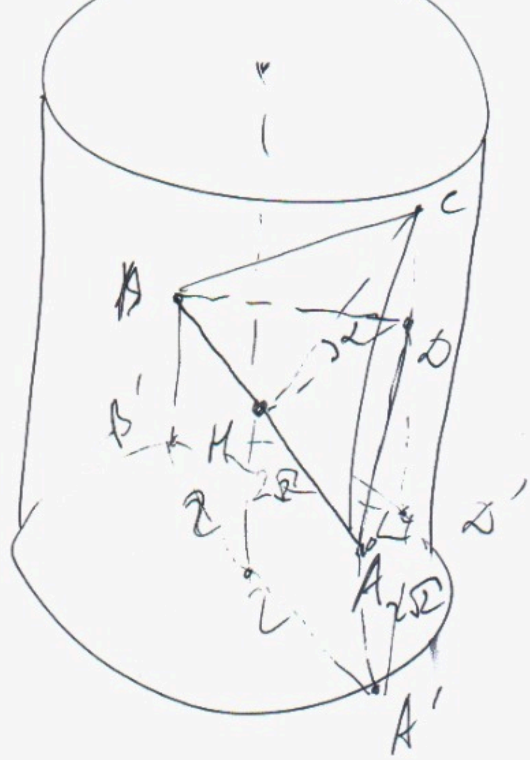
$R=\frac{4}{2\sin\angle B'C'A'} \geq 2$

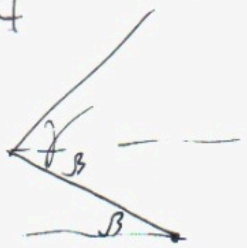
min при $\angle B'C'A'=90^\circ \Rightarrow A'B'$ - диаметр.

21102162 (U260930 M1298169)

Черновик







$S_{BDA} =$

$= 8\sqrt{2}$

$S_{B'D'A'} = \dfrac{(2\sqrt{2})^2}{2} = 4$

$S_{BCA} = 2\sqrt{21}$

$4 = 8\sqrt{2} \cdot \cos\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\beta = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \sin\beta = \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$

$1 - \dfrac{1}{8} = \dfrac{7}{8}$

CD и DC отличны! $4 = 2\sqrt{21} \cdot \cos\gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\gamma = \dfrac{2}{\sqrt{21}} \Rightarrow \sin\gamma = \sqrt{\dfrac{17}{21}}$

$\cos\alpha = \cos(\gamma - \beta) = \cos\gamma \cdot \cos\beta + \sin\gamma \cdot \sin\beta =$

$= \dfrac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \dfrac{2}{\sqrt{21}} + \sqrt{\dfrac{17}{21}} \cdot \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$

21102162 (U260930 M1298169)

3.

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 20 \\ a^2+b^2 \le \min(8a-4b, 20) \end{cases}$$

~~$8a-4b \ge 20$, $2a-b \ge 5$~~,

рассмотрим все пары $(a;b)$ и для каждой из них найдём точки $(x;y)$

в любом случае: $a^2+b^2 \le 20$

$8a-4b \ge 20$:

$2a-b \ge 5$, $-\sqrt{20} \le a, b \le \sqrt{20}$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 20 \\ (x^2-2ax+a^2)+(y^2-2by+b^2) \le 20, \end{cases}$$

$a \ge \frac{5+b}{2}$, $\left(\frac{5+b}{2}\right)^2+b^2 \le 20$

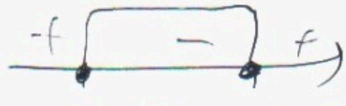
$(5+b)^2+4b^2 \le 80$

$25+10b+b^2+4b^2 \le 80$,

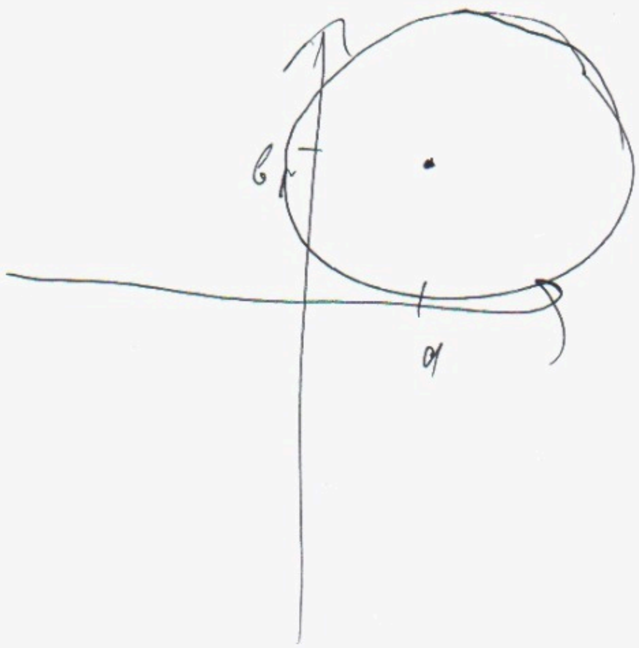
$5+2b+b^2 \le 16$,

$b^2+2b-11 \le 0$,

$\frac{D}{4} = 1+11=12$



$-1-2\sqrt{3}$ $-1+2\sqrt{3}$



$-1-2\sqrt{3} > -\sqrt{20}$

$1+2\sqrt{3} < \sqrt{20}$

$1+4\sqrt{3}+12 < 20$

$4\sqrt{3} < 7$

21102162 (U260930 M1298169)

Черновик

$(x_0; y_0)$:

$$\begin{cases} (x_0-a)^2+(y_0-b)^2 \le 20 \\ a^2+b^2 \le \min(8a-4b; 20), \end{cases}$$

$2a > b+5$ $a > \frac{b}{2}+\frac{5}{2}$

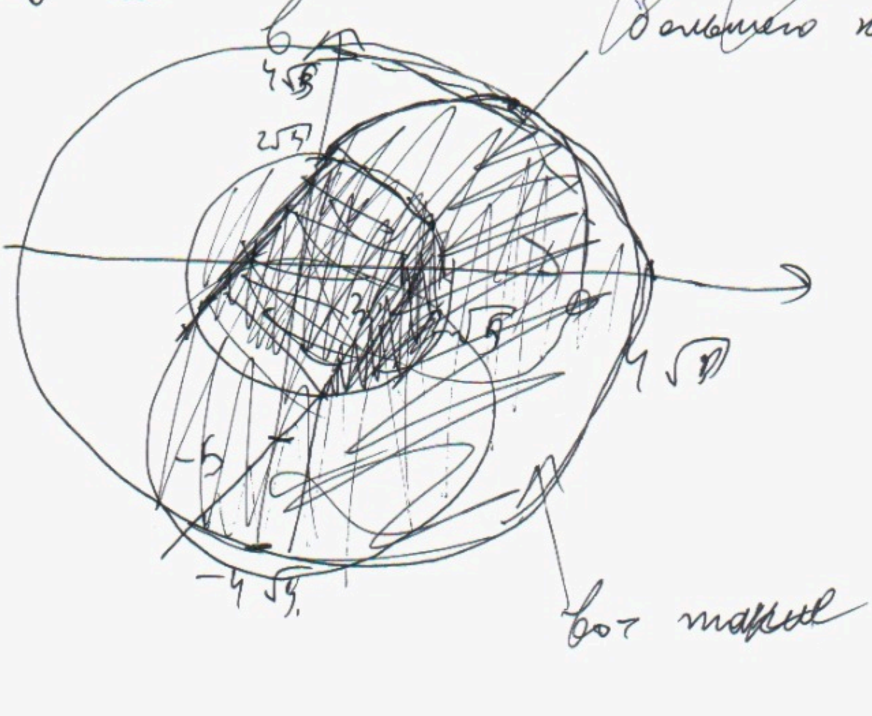
если $8a-4b \geq 20$, то

$$\begin{cases} \cancel{x_a^2-2x_a a+a^2+y^2-2yb+b^2} \\ (a-x_a)^2+(b-y)^2 \le 20 \le 20 \\ a^2+b^2 \le 20 \end{cases}$$

$0 \le 8a-4b < 20$,

$b \le 2a-5$

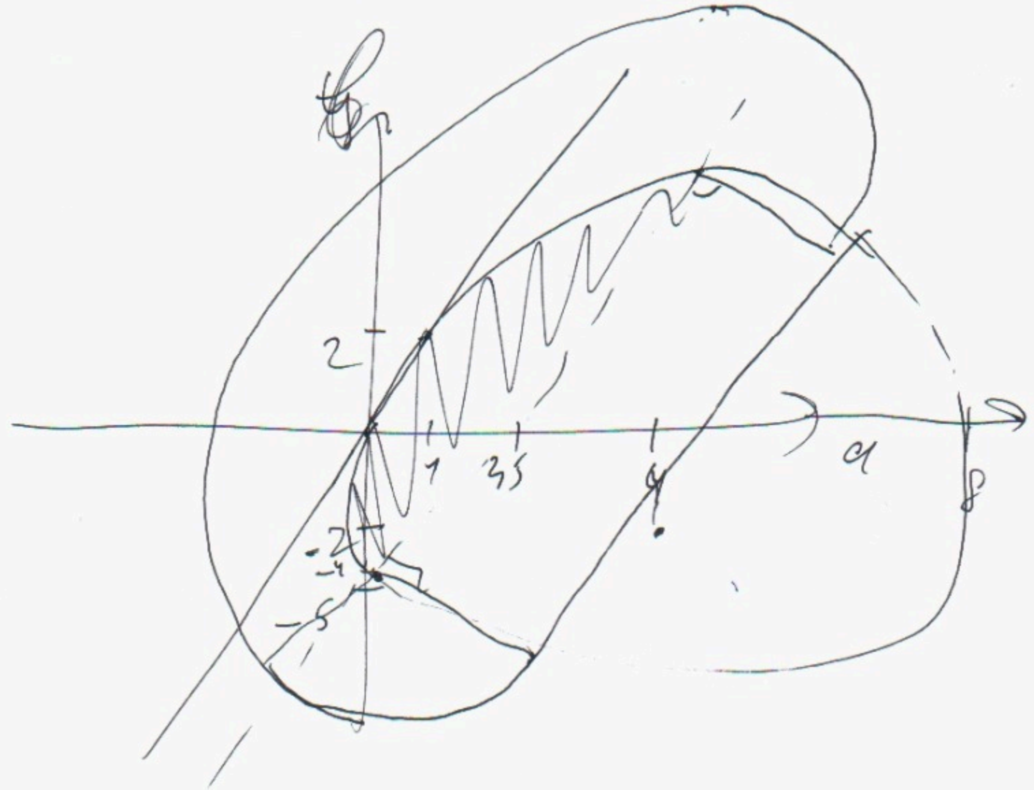
Если $(x; y)$ — точка внутри (или на краю) большого круга, то



$$\begin{cases} 0 \le 8a-4b \le 20 \\ a^2+b^2 \le 8a-4b, \end{cases}$$

$$\begin{cases} b \le 2a, \\ b > 2a-5, \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-4)^2+(b+2)^2 \le 20 \\ (a-x)^2+(b-y)^2 \le 20 \end{cases}$$



$$\begin{cases} b = 2a-5 \\ a^2+b^2=20, \end{cases}$$

$4+2\sqrt{3}-5 = 2\sqrt{3}-1$

$4-2\sqrt{3}-5 = -1-$

$a^2+4a^2-20a+25=20,$

$a^2-4a+\cancel{1=0},$

$D=\cancel{\sqrt{15}}$

$\frac{D}{4} = 4-1=3$

$a = 2\pm\sqrt{3}.$

$b=2a$

$a^2+4a^2-8a+8a\le 0$

$5a^2 \cancel{+4}a \le 0,$

$a=0$

$\cancel{a=}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102162**

ID профиля: **260930**

Вариант 21

Беловик | Вариант. 21

(4.) $\begin{cases} НОД(a;b;c)=35 \\ НОК(a;b;c)=5^{18}\cdot7^{16} \end{cases}$

Из первой строчки следует что $a,b,c \vdots 35$, а из второй — $5^{18}\cdot7^{16} \vdots a,b,c$, откуда

$a=5^{\alpha_1}\cdot7^{\alpha_2}$, $b=5^{\beta_1}\cdot7^{\beta_2}$ и $c=5^{\gamma_1}\cdot7^{\gamma_2}$, причем каждая из степеней ≥ 1.

Итак, $\max(\alpha_1;\beta_1;\gamma_1)=18$, $\max(\alpha_2;\beta_2;\gamma_2)=16$, а также $\min(\alpha_1;\beta_1;\gamma_1)=1$ и $\min(\alpha_2;\beta_2;\gamma_2)=1$.

Выбрать max и min из $\alpha_1;\beta_1;\gamma_1$ можно $3\cdot2=6$ способами, а третье число может принимать значения от 1 до 18, итого $3\cdot2\cdot18$ вариантов.

Выбрать max и min из $\alpha_2;\beta_2;\gamma_2$ можно $3\cdot2=6$ способами, а третье число может принимать значения от 1 до 16, итого $3\cdot2\cdot16$.

А всего тогда способов $3\cdot2\cdot18\cdot3\cdot2\cdot16=$
$=2^7\cdot3^4$

Ответ: $2^7\cdot3^4$.

(5.) Пусть эти три логарифма a, b и c (в каком-то порядке). Тогда по условию $\begin{cases} a=b=n \\ c=a-1=b-1=n-1. \end{cases}$

Беловик.

$abc = n^2(n-1)$,

$\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) \cdot \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 \cdot \log_{x+1}(2x^2-3x+5) =$

$= 4 = n^3 - n^2$,

$n^3 - n^2 - 4 = 0$, $\leftarrow n = 2$ — решение,

$(n-2)(n^2+n+2) = 0$

$D = 1 - 4 = -3 < 0$, решений нет.

$$\begin{array}{l|l} n^3 - n^2 + 0n - 4 & n-2 \\ \underline{n^3 - 2n^2} & n^2 + n + 2 \\ \quad n^2 + 0n & \\ \quad \underline{n^2 - 2n} & \\ \qquad 2n - 4 & \\ \qquad \underline{2n - 4} & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$n = 2$.

Пусть $\log_{\sqrt{2x-3}}(x+1) = 2$,

$\log_{2x-3}(x+1) = 1$,

$\begin{cases} 2x - 3 = x + 1 \\ \cancel{x \geq 1} \\ 2x - 3 > 0 \\ 2x - 3 \neq 1 \end{cases}$,

$x = 4$. При таком x I логарифм равен 2, II — 1, III — 2

Пусть $\log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2 = 2$,

$\cancel{\log_{2x}}$ $\begin{cases} 2x^2 - 3x + 5 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 5 \neq 1 \\ (2x-3)^2 = (2x^2-3x+5)^2 \end{cases}$,

$\begin{cases} (2x^2 - 3x + 5 - 2x + 3)(2x^2 - 3x + 5 + 2x - 3) = 0 \\ 2x^2 - 3x + 5 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 5 \neq 1 \end{cases}$,

$D = 25 - 4 \cdot 16 < 0$

$D = 1 - 16 = -15 < 0$

$\begin{cases} (2x^2 - 5x + 8)(2x^2 - x + 2) = 0 \\ 2x^2 - 3x + 5 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 5 \neq 1 \end{cases}$,

решений нет.

Беловик.

№4 (продолжение)

Пусть $\log_{x+1}(2x^2-3x+5)=2$,

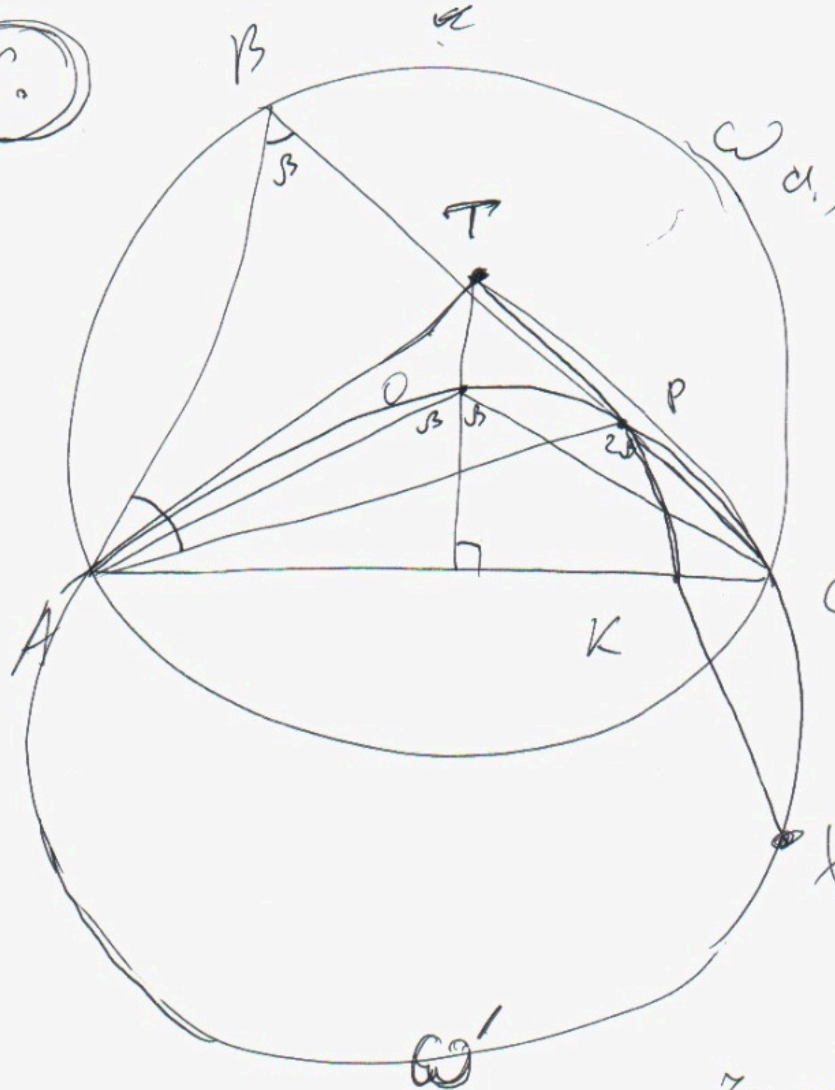
$$\begin{cases} x+1>0 \\ x+1\neq 1 \\ 2x^2-3x+5=(x+1)^2 \end{cases},\quad \begin{cases} x>-1 \\ x\neq 0 \\ x^2-5x+4=0 \end{cases}\quad \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=1 \end{array}\right.,$$

$x=4$: уже проверяли.

$x=1$: I логарифм не существует из-за корня в основании.

Ответ: 4

6.



а.) $\angle APC = \angle AOC = 2\beta$, т.к. опираются на одну дугу.

$\angle BAP = \angle APC - \angle ABP = 2\beta - \beta = \beta$, значит, $\triangle BPA$ — равнобедренный, т.е. $BP = AP$.

Пусть $TP \cap \omega' = X$, тогда $APCX$ — гарм. четырёхугольник, тогда PK — симедиана, значит,

Беловик.

$$\frac{AP^2}{CP^2}=\frac{AK}{CK}=\frac{S_{APK}}{S_{ACK}}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}\Rightarrow\frac{AP}{CP}=\frac{\sqrt{2}}{3},$$

$$S_{ABC}=\frac{BC}{PC}\cdot S'_{APC}=\frac{BP+PC}{PC}S_{APC}=$$

$$=\left(\frac{AP}{PC}+1\right)21=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}+1\right)21=21+7\sqrt{3}.$$

б.) $\beta=\operatorname{arctg}\frac{3}{7}.\Rightarrow \sin\beta=\ldots$ $\cos\beta=\ldots\Rightarrow\sin2\beta=\ldots\Rightarrow\cos2\beta=\ldots$

~~$AB=2\cos\beta BP=2\cos\beta AP.$~~

~~$BC=$~~

$$S'_{APC}=21=\frac{AP\cdot CP}{2}\cdot\sin2\beta=\frac{\sqrt{2}}{6}CP^2\cdot\sin2\beta.$$

находим отсюда CP, потом AP, потом по теореме косинусов AC ($\triangle APC$).

21102162 (U260930 M1298170)

(4.) $\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 35 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 5^{18} \cdot 7^{16} \end{cases}$

$5^{18} \cdot 7^{16} \vdots a, bc$

$a, b, c \vdots 35 = 5 \cdot 7$

a b c C

C $5^p \cdot 7^q$

15 пятёрок и 14 семёрок.

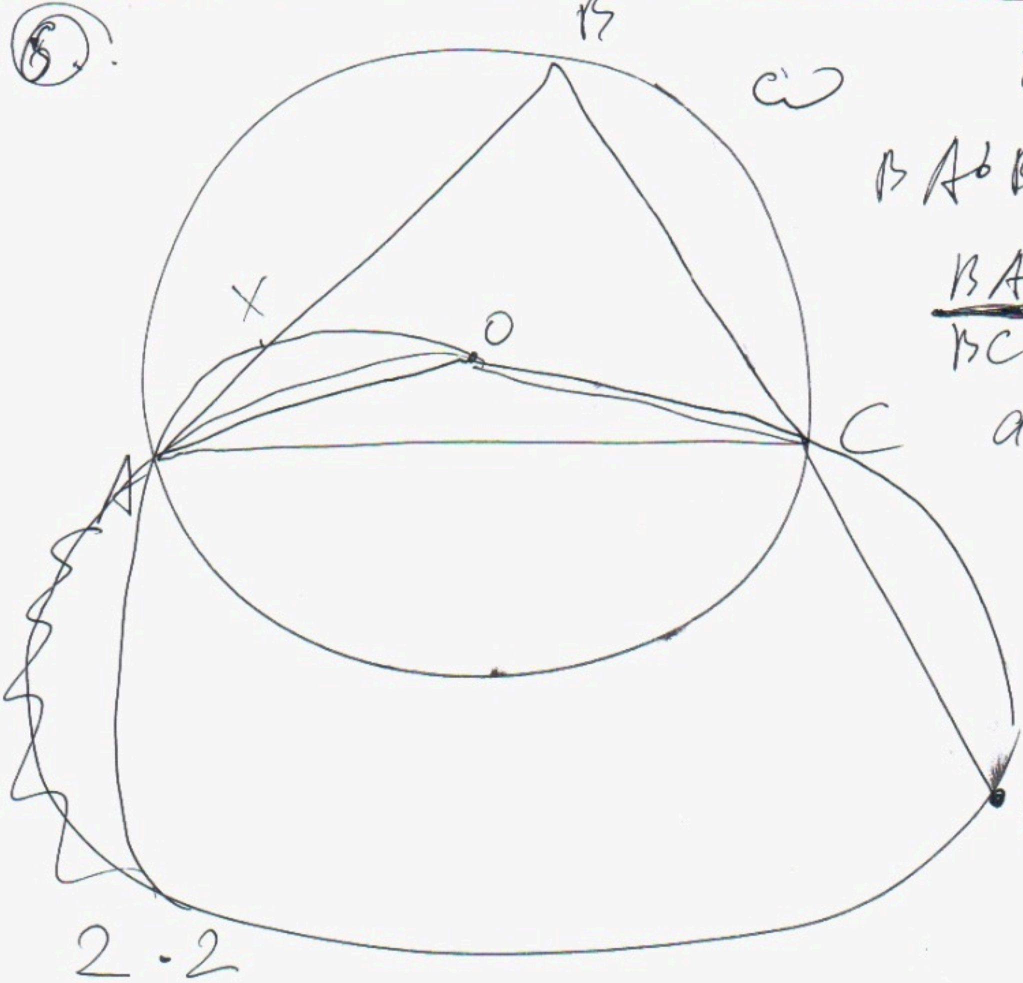
15	0 0
14	1 0 и 0 1
13	2 0 ; 1 1 ; 0 2
12	3 0 ; 2 1 ; 1 2 ; 0 3.

$\underbrace{3 \cdot 2}_{\vdots 17} \cdot \underbrace{3 \cdot 2}_{\vdots 14} = 36$ вар.

НОД (4; k) = 4

НОК (2; 6) = 6.

(6.)



$\begin{cases} a = b = n \\ c = a - 1 = b - 1 = n - 1 \end{cases}$

$BA \cdot BX = BC \cdot BP$

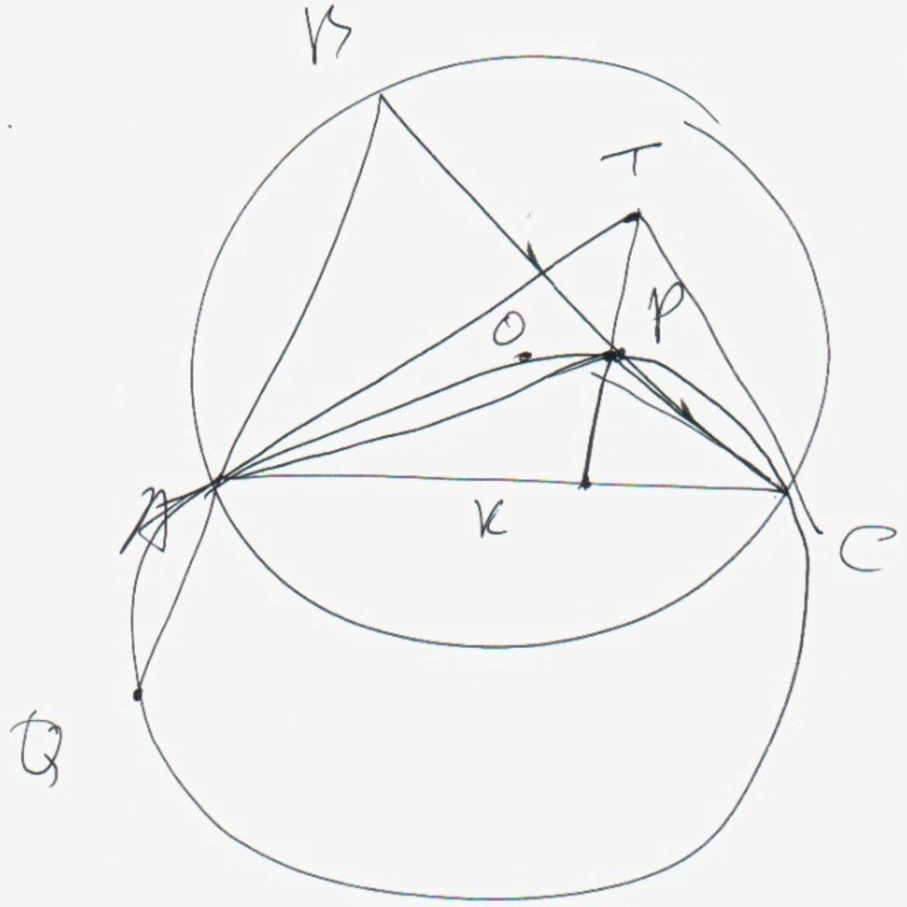
$\frac{BA}{BC} =$

$abc = n^2(n-1)$

$32 - 12 + 5 =$
$= 25.$

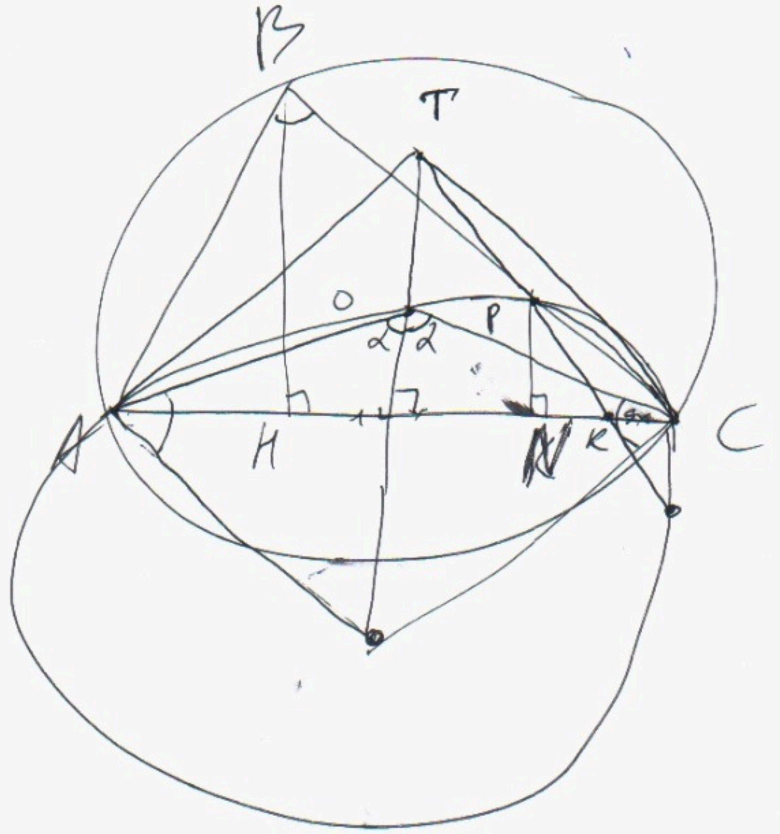
$2 \cdot 2$

21102162 (U260930 M1298170)



$S'_{APK} = 12$

$S'_{CPK} = 9.$



$\frac{AK}{CK} = \frac{12}{9}$

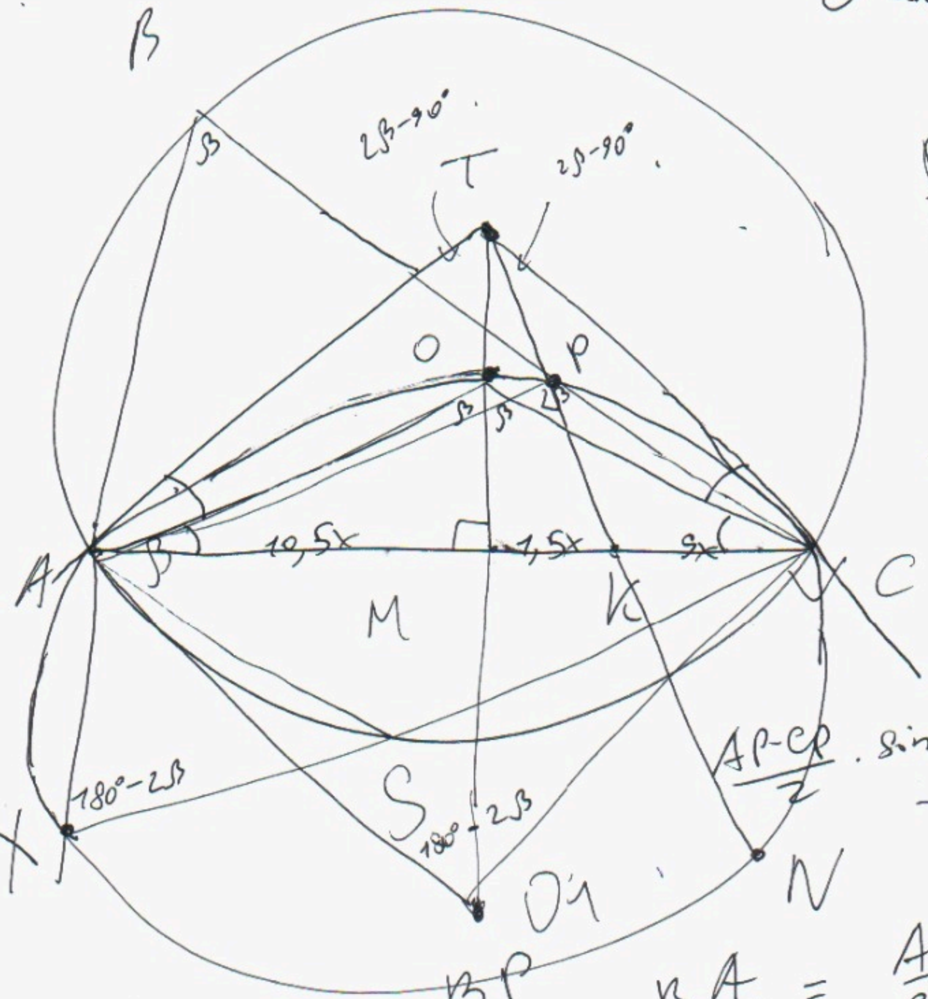
$S'_{ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}$

$S'_{APC} = \frac{AP \cdot PC \cdot AC}{4}$

21102162 (U260930 M1298170)

Черновик.

O–инцентр ΔATC



$\frac{BP}{CP} = \frac{AP}{CP} =$

$= \frac{\sin\gamma}{\sin(\alpha-\beta)}$

$180^\circ - 2\beta - \gamma =$

$= \alpha - \beta$

$\frac{AP\cdot CP}{2}\cdot \sin 2\beta = S'$

$TC^2 = TP\cdot TW$

$\frac{BP}{BX} = \frac{BA}{BC} = \frac{AP}{CX}$,

$B\cancel{X} = CX$.

$BP = AP$.

$\frac{O_1M}{TM} = \frac{tg(2\beta-90^\circ)}{tg(180^\circ-2\beta)} \ne \frac{ctg\,2\beta}{tg\,2\beta} = ctg^2 2\beta$

$PC = BC - BP = BC - AP$.

$4\beta - 180^\circ = \cancel{x} + y$.

$\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{\sin\angle ATP}{\sin\angle CTP}$, $\frac{S'_{ATP}}{S'_{CTP}} = \frac{S'_{APR}}{S'_{CPR}} = \frac{12}{5}$,