

# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101967**

ID профиля: **341999**

Вариант 21

7999999.

2401604

$$AB^2 = 60 = (OA)^2 + (OB)^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos \angle \alpha$$

$$OA^2 = (-2 + \sqrt{3})^2 + (1 + 2\sqrt{3})^2 = (OB)^2 = 2 - 2\sqrt{3} + 3 + 1 + 4\sqrt{3} + 12 =$$
$$= 18$$

$$AB^2 = 60 = 36 - 36 \cos(\alpha),$$

$$\frac{24}{36} = -\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$$

$$\cos(\alpha) = -\frac{2}{3}$$

TAK 270

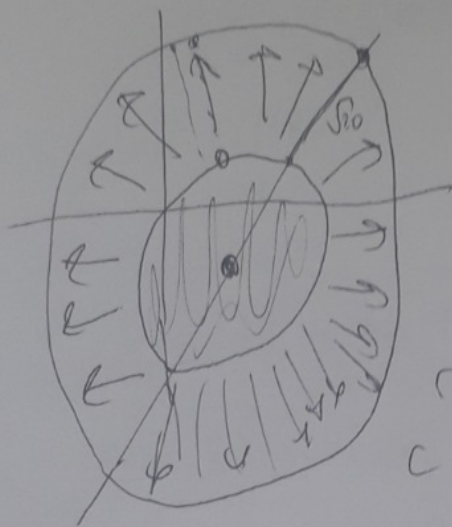
$$S(M) = 3(10 \arccos(-\frac{2}{3}) - 5\sqrt{3})$$

$$\text{Other: } S(M) = 3(10 \arccos(-\frac{2}{3}) - 5\sqrt{3})$$

(9)

Решение

Задача 3.



А ЗНАЧИТ,

$$S(M) = S(\Omega) \cdot 3,$$

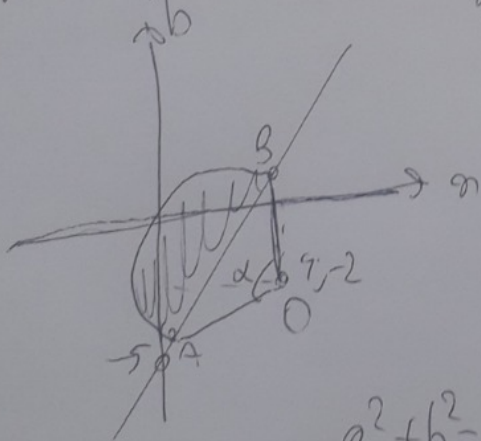
где  $S(\Omega)$  - площадь фигуры с рисунка 3.

В силу симметрии нам хватит найти площадь одной из фигур. Это даст  $\frac{\alpha}{2\pi} \cdot 20\pi = 10\alpha$ , где

$\alpha$  в градусах и равен:

94 еще надо  $S(OAB)$  -  
- площадь  $\Delta$ .

Найдём А и В.



$$y_b = 2a - 5,$$

$$b = 2a - 5.$$

$$a^2 + b^2 = a^2 + (2a - 5)^2 = a^2 + 4a^2 - 20a + 25 = 20$$

$$5a^2 - 20a + 25 = 0 \Leftrightarrow a^2 - 4a + 5 = 0$$

$$D = 16 - 20 = -4 = (2\sqrt{3})^2$$

$$a_1 = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3}; a_2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$b_1 = -1 + 2\sqrt{3}; b_2 = -1 - 2\sqrt{3}$$

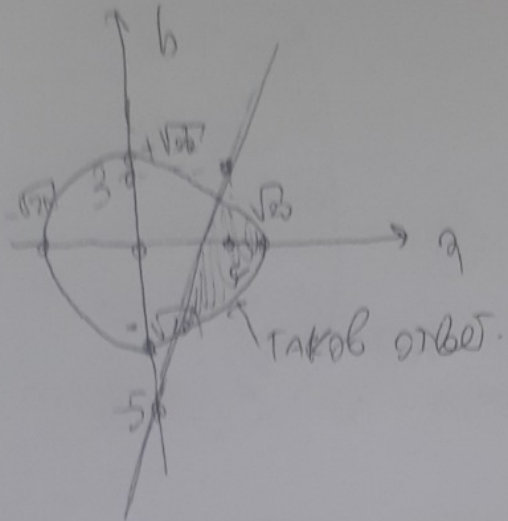
$$|AB| = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{12 + 12} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$S(OAB) = \frac{2\sqrt{6} \cdot \sqrt{20}}{2} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{3}$$

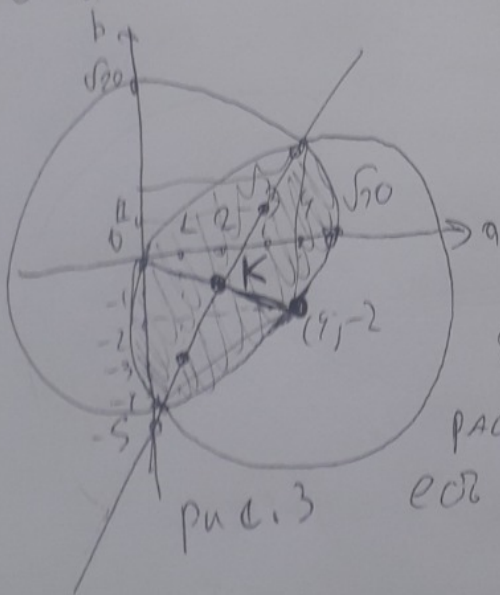
21101967 (U341999 M1300779)

(8)

Задание 3



и b и a тоже:



Точки пер. окруж и прямой,  
т.к. в них  $a^2 + b^2 = 8a - 4b = 20$ .

Две окружности проходят  
через центры друг друга.  
Расстояние из центра до линии  
ее  $\frac{\sqrt{20}}{2}$  в силу симметрии.

Дополнение всех пар  $(x, y)$  — это  
построение ~~всех~~ всевозможных ~~углов~~ углов радиуса  
5 от центрами в точках  $(0, b)$  — то есть для  
линейной фигуры это будет ~~помогается~~ помощь с  
к-том 3 и центрами в точке К.

ЗАДАЧА. Ответ

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 20 & (1) \text{ заметим, что н-во (2)} \\ a^2 + b^2 \leq \min(8a - 9b, 20) & (2) \text{ не зависит от } x \text{ и } y, \end{cases}$$

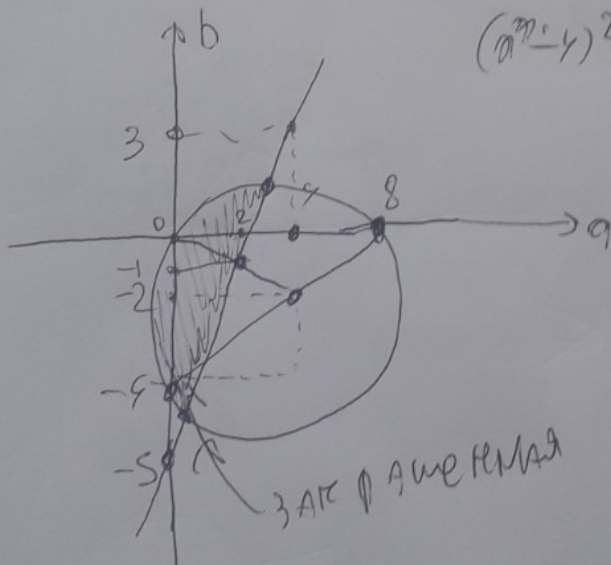
А ПАРАМЕТРИЗУЕТ все возможные  $(a, b)$ .  
 ЗАДАЙТЕ СМА 9 А А РЕШИМ ЕГО, А ПОСЛЕ  
 НАЙДЕМ все  $(x, y)$  из (1).

ИТАК,

$$I \quad \begin{cases} 8a - 9b \leq 20, & \Leftrightarrow 4b \geq 8a - 20 \Leftrightarrow b \geq 2a - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq 8a - 9b \Leftrightarrow a^2 - 8a + 16 + b^2 + 9b + 9 \leq 20 \Leftrightarrow (a-4)^2 + (b+2)^2 \leq 20 \end{cases}$$

$(a-4)^2 + (b+2)^2 \leq \sqrt{20}^2$  — круг с  
 центром  $(4, -2)$   
 и радиусом  $\sqrt{20}$



ЗАМЕЧАНИЕ: ОБЛАСТЬ ОТВЕТА  
 НА I.

$$II \quad \begin{cases} 8a - 9b \geq 20 \Leftrightarrow b \leq 2a - 5 \\ a^2 + b^2 \leq 20 \end{cases} \Rightarrow \text{КРУГ с центром } (0,0) \text{ и радиусом } \sqrt{20}.$$

6

2erprobau

$a_1, a_2, a_3$

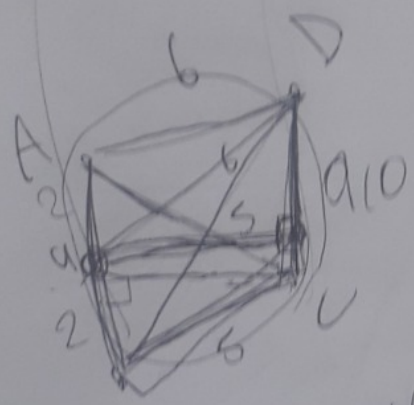
$a_1, a_2 \in \mathbb{Z}$

$S = a_1 + \dots + a_7$

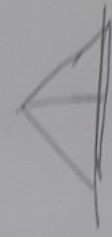
$a_8, a_{17} > S + 27$

$\frac{16}{7} = \frac{112}{112}$

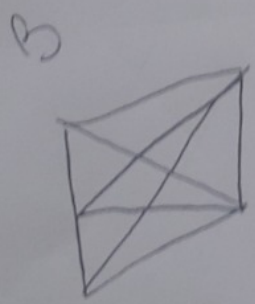
$a_{11}, a_{14} < S + 60$



$\frac{112}{64} = \frac{112}{64}$



128



$\frac{16}{96} = \frac{16}{96}$

h

$\frac{64}{256} = \frac{64}{256}$

$\frac{1210}{99} = \frac{1210}{99}$

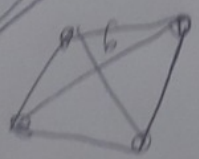
3



$\frac{64}{64} = \frac{64}{64}$

$\frac{99}{196} = \frac{99}{196}$

10



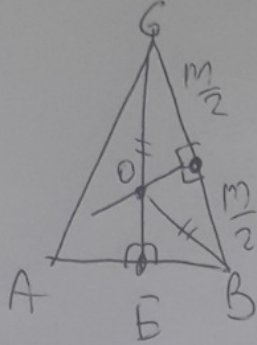
5

Задача?

Задача

Прозрачные

в п.п. м. ABC:



$$R = \frac{S}{4P} = \frac{4S}{P}$$

$$= \frac{4 \cdot \sqrt{m^2 - 4}}{2(m+2)} = 2 \frac{\sqrt{m-2} \sqrt{m+2}}{\sqrt{m+2}} = 2 \sqrt{\frac{m-2}{m+2}}$$

$$\frac{m-2}{m+2} = \frac{m+2-4}{m+2} = 1 - \frac{4}{m+2}$$

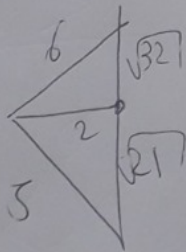
клетка, максимум  
не достигнуто,

Максимум

везде  $m > 2$ .

Но если бы  $m$  могло быть равно 2,

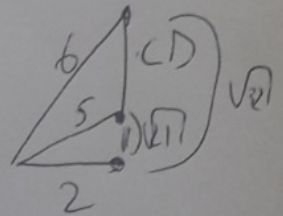
то



$$CD = \sqrt{21} + \sqrt{32}$$

или

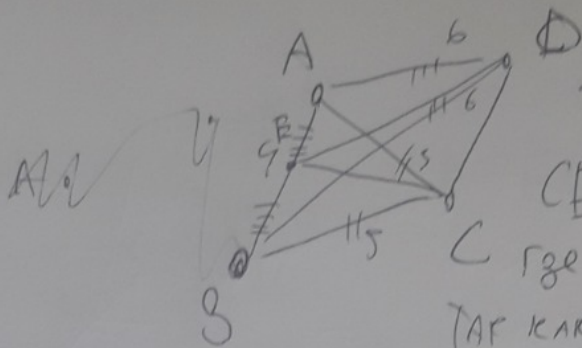
$$CD = \sqrt{32} - \sqrt{21}$$



Ответ:  $\sqrt{32} + \sqrt{21}$   
 $\sqrt{32} - \sqrt{21}$

(5)

Задача 2. Задача



Так как  $AC = CB$ , то  $CE$  - ось симметрии  $ABC$ , где  $E$  - середина  $AB$ .

Так как  $AD = BD$ , то  $DE$  - ось симметрии  $ADB$ , откуда  $\Rightarrow EDC$  - плоскость

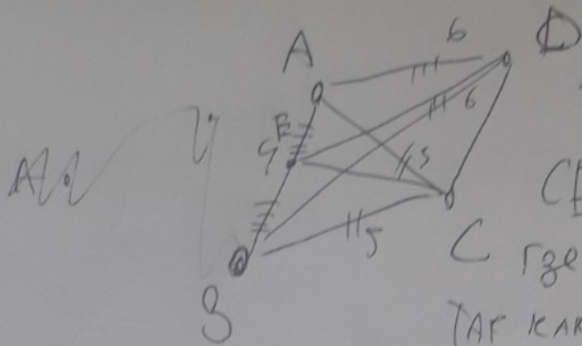
симметрии  $ABCD$ , при этом  $\Rightarrow AB \perp EDC$ , и в задаче  $AB \perp DC$ .

Так как  $AB \perp DC$ , и  $DC$  - параллельна оси симметрии, при этом  $D$  и  $C$  лежат на прямой, то нам для вписания тетраэдра в такой вот цилиндр с достаточной высотой  $h \gg 11$  достаточно и достаточно, чтобы точка  $A, B$  и точка  $G$ , лежащая на отрезке  $CD$  (прямой  $CD$ ) перпендикулярной  $CD$  и проходящей через  $A$  и  $B$  плоскостью, лежащая на окружности, образованной сечением цилиндра плоскостью, параллельной его основанию, при этом  $\Rightarrow$  эта окружность и будет иметь радиус основания цилиндра.

3



Задача 2. Задача



Так как  $AC = CB$ , то  $CE$  - ось симметрии  $ABC$ , где  $E$  - середина  $AB$ .

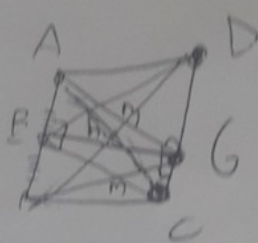
Так как  $AD = BD$ , то  $DE$  - ось симметрии  $ADB$ , откуда  $\Rightarrow EDC$  - плоскость

симметрии  $ABCD$ , при этом  $\Rightarrow AB \perp EDC$ , и в задаче  $AB \perp DC$ .

Так как  $AB \perp DC$ , и  $DC$  - параллельна оси цилиндра, при этом  $D$  и  $C$  лежат на поверхности, то нам для вписания тетраэдра в такой вот цилиндр с достаточной высотой  $h \gg 11$  достаточно и достаточно, чтобы точка  $A$ ,  $B$  и точка  $G$ , лежащая на сечении  $CD$  (прямой  $CD$ ) перпендикулярной  $CD$  и проходящей через  $A$  и  $B$  плоскостью, лежали на окружности, образованной сечением цилиндра плоскостью, параллельной его основанию, при этом  $\Rightarrow$  эта окружность и будет иметь радиус основания цилиндра.

(3)

Задача 2. 24 балла  
 Продолжение.



$$m = AG$$

$$h = EG$$

3 Тогда  $DG = \sqrt{36 - m^2}$ ,  $CG = \sqrt{25 - m^2}$

$$m^2 - h^2 = 4$$

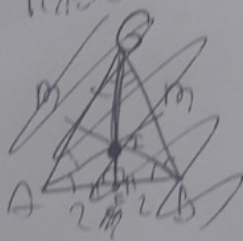
$$ED = \sqrt{32}; EC = \sqrt{21}$$

$$CG^2 = 21 - h^2, DG^2 = 32 - h^2$$

$$h^2 = 4 - m^2 \quad m^2 - 4$$

$$m > 2$$

3 Рассмотрим  $\triangle ABG$ .



$$\frac{GE}{IE} = \frac{m/2}{2}$$

$$\frac{IE}{GE} = \frac{IE}{m/2} = \frac{IE}{(1 + \frac{m}{2})IE} = \frac{1}{1 + \frac{m}{2}}$$

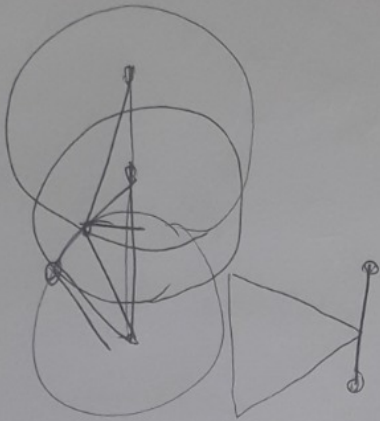
$$= \frac{2}{m+2} \quad GE = \sqrt{m^2 + 2^2}$$

$$IE = 4 \quad GE = 2$$

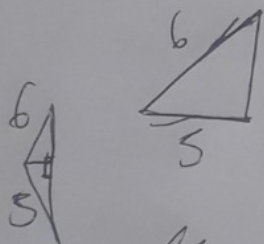
(4)

# Зерновые

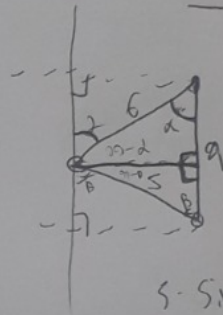
$$\frac{5 - 5 \sin(180^\circ - \dots)}{a} \quad \frac{5}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin(180^\circ - \alpha - \beta)}$$



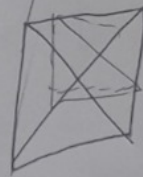
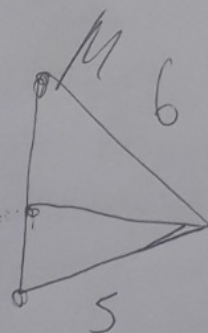
$$6 \cdot \sin \alpha = \frac{30 \cdot \sin(180^\circ - \alpha - \beta)}{a}$$



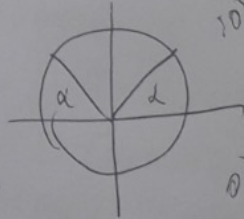
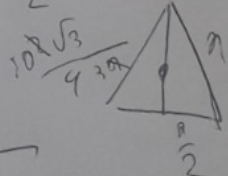
$$p = \frac{5}{4R}$$



$$5 \cdot \sin \beta = \frac{30 \cdot \sin(180^\circ - \beta)}{a}$$



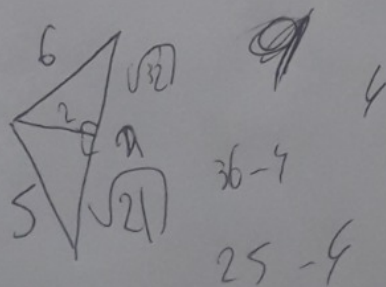
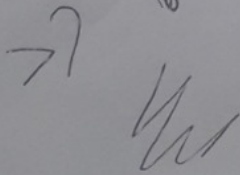
$$\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}$$



$$\frac{a^2 - \frac{a^2}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$30 \cdot (5 \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha)$$

$$= \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



Задача

Задача 1. Прогласие:

$$a_1^2 + 16a_1 + 99 < 0 \Leftrightarrow a_1 \in (-8 - \sqrt{157}; -8 + \sqrt{157})$$

$3 < \sqrt{157} < 4$ , так что по целым значениям

$$a_1 \in [-11; -5]$$

Ответ:  $a_1 \in [-11; -5]$  (только целые)

то есть

$$a_1 = -5$$

$$a_1 = -6$$

$$a_1 = -7$$

$$a_1 = -8$$

$$a_1 = -9$$

$$a_1 = -10$$

$$a_1 = -11$$

(2)

## Задача 1

Так как сумма  $a_1, \dots, a_k$  — члены арифметической прогрессии, то  $a_2 = a_1 + d, a_3 = a_1 + 2d, \dots, a_k = a_1 + (k-1)d$ . Так как  $a_i \in \mathbb{Z}$ , то  $a$  и  $d \in \mathbb{Z}$ .

Так как прогрессия возрастает,  $d > 0$ .

$$S_7 = \sum_{i=1}^7 a_i = 7 \cdot a_1 + d + 2d + 3d + 4d + 5d + 6d = 7a_1 + 21d$$

$$a_8 = a_1 + 7d; \quad a_{17} = a_1 + 16d; \quad a_{11} = a_1 + 10d, \quad a_{15} = a_1 + 13d$$

Получаем:

$$\begin{cases} a_1^2 + 23da_1 + 112d^2 > 7a_1 + 21d + 27 \\ a_1^2 + 23da_1 + 130d^2 < 7a_1 + 21d + 60 \end{cases}$$

Получаем:  $a_1^2 + 23da_1 + 130d^2 < 7a_1 + 21d + 60 < a_1^2 + 23da_1 + 112d^2 + 33$

Отсюда  $130d^2 < 112d^2 + 33$   
 $18d^2 < 33$

Так как  $d > 0$  и  $d \in \mathbb{Z}$ , то  $d = 1$  (при  $d = 2$  уже слишком много:  $18 \cdot 4 > 33$ ; а при  $d > 2$   $18d^2 > 18 \cdot 4 > 33$ ).

Так что переписываем нашу систему:

$$\begin{cases} a_1^2 + 23a_1 + 112 > 7a_1 + 27 \\ a_1^2 + 23a_1 + 130 < 7a_1 + 60 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 69 > 0 & (1) \\ a_1^2 + 16a_1 + 69 < 0 & (2) \end{cases} \quad (1)$$

$$D(1) = 256 - 256 = 0; \quad a_1^2 + 16a_1 + 69 = (a_1 + 8)^2 - 60 > 0$$

$$D(2) = 256 - 196 = 60 = 4 \cdot 15; \quad a_{1,2} = \frac{-16 \pm 2\sqrt{15}}{2} = -8 \pm \sqrt{15}, \quad a_1 = -8 + \sqrt{15}$$

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101967**

ID профиля: **341999**

Вариант 21

3) АНАЛИЗ. Искомое

то есть  $\alpha = \arctg(\frac{3}{7})$ .

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{AM}{MO} = \frac{1}{2} \frac{AC}{MO} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = \operatorname{tg}(\alpha) \cdot 2 \cdot MO = \frac{3}{7} \cdot (2MO).$$

Мбл знаем, что  $S(APK) = 2$ ;  $S(KPC) = 9$ .

$$\text{Тогда } S(APK) = AP \cdot PK \cdot \frac{\sin \alpha}{2}$$

$$S(KPC) = KP \cdot PC \cdot \frac{\sin \alpha}{2}$$

$$MO = \sqrt{R^2 - AM^2},$$

$$AP : PC = BP : PC = 9 : 3, \Rightarrow AP = PB,$$

$\Delta ABP - PKO$ , с углом  $\alpha$ .

$$\text{Его } S = 99 - 21 = 28$$

$$\text{Тогда } BP = AB = \sqrt{\frac{28}{\sin \alpha \cos \alpha}}, \text{ его}$$

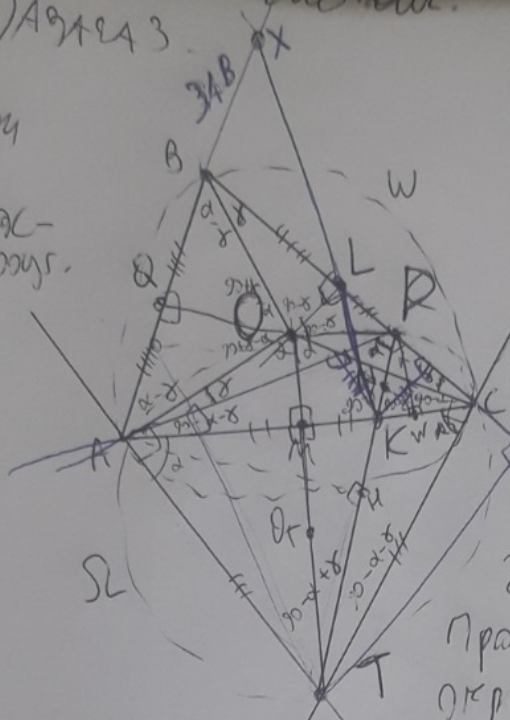
$$\text{площадь равно } \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot PB \cdot \cos \alpha) \cdot (BP \cdot \sin \alpha) = 28.$$

$$\text{Но тогда } PC = \frac{3}{9} \cdot \sqrt{\frac{28}{\sin \alpha \cos \alpha}}$$

$$\text{и } AC = \frac{7}{9} \sqrt{\frac{28}{\sin \alpha \cos \alpha}}, \quad AB = 2 \cos \alpha \sqrt{\frac{28}{\sin \alpha \cos \alpha}} \quad (8)$$

Задача 3. Задача.

О окружности ABC, Т.к. ABC - острый.



Т.к. AH и CT - касательные к W, то

$OA \perp AT$ , и  $OC \perp CT$ ,  
 так что  $\angle OAT + \angle OCT = 180^\circ$ , и OACT - точки на одной окружности.

С другой стороны, т.к. через 3 точки O, A и C проходят одна и та же окружность Omega, проходящая через P, то и P лежит на одной окр. с ними.

Тогда  $\angle TPC = \angle TAC = \alpha$ ;  $\angle APT = \angle ACT = \beta$ , как опр. на дуги и те же дуги. Но  $\angle DAC = 90 - \alpha = \angle OCA = 90 - \beta$ , отсюда  $\alpha = \beta$ ,  $\angle TPC = \angle TAC = \angle APT = \angle ACT$ , и в  $\triangle APT \Rightarrow AT = TC$ .

Аналогично  $\angle OAP = \angle OCP = \delta$ ,  ~~$\angle OAB = \angle OAC$~~   
 $\angle PAC = 90 - \alpha - \delta$ ;  $\angle PKA = 90 + \delta$ ;  $\angle PKC = 90 - \delta$ .

Заметим, что  $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ$ , и если OP перпендикуляр на OT - диаметр окружности Omega.

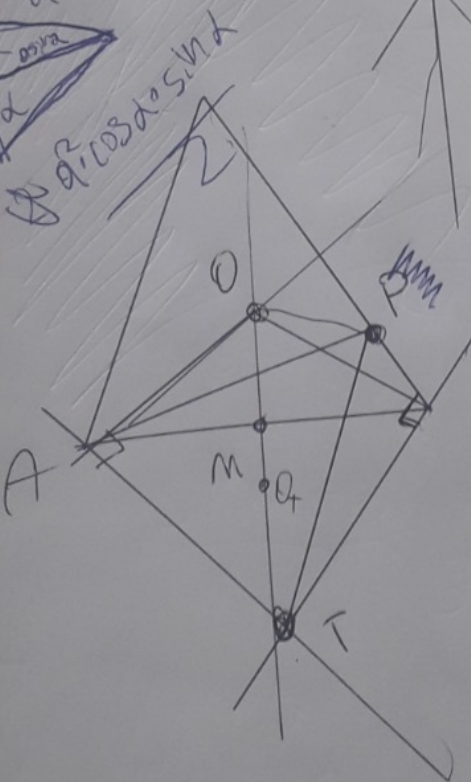
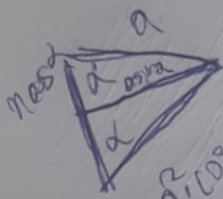
Omega. 
$$\frac{S(APK)}{S(KPC)} = \frac{AK \cdot \frac{h}{2}}{KC \cdot \frac{h}{2}} = \frac{AK}{KC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$
 (5)



Lehrbuch

$$\frac{30y}{7x}$$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1$$



$$\frac{3x}{9} \quad \frac{a}{3x}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{12}{4 \cdot 2}$$

$$\frac{3x}{2} = \dots$$

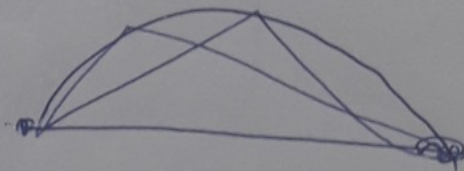
$$\alpha - 1$$

$$\frac{12}{2} \cdot x$$

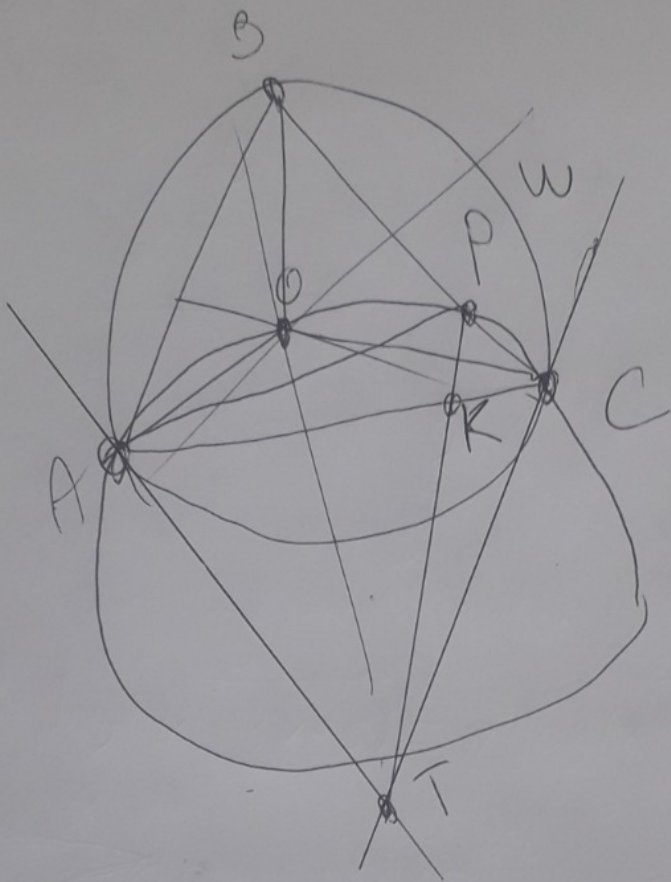
$$\frac{3x}{2} = \frac{12x^2}{4x \cdot a}$$

$$\frac{9x \cdot a}{12}$$

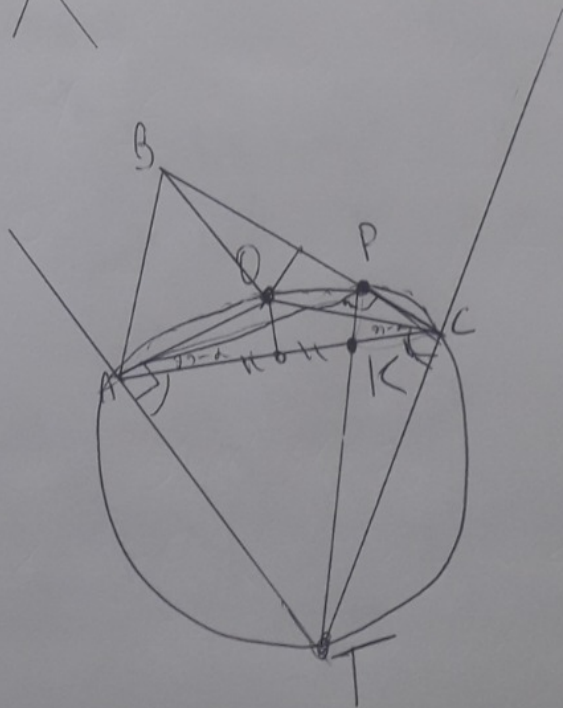
$$TO_T \cdot O_T O = TC^2$$



Зерновик



$\alpha$   
 $\alpha$   
 $\alpha$   
 $\alpha$   
 $\alpha$   
 $\alpha$   
 $\alpha$



remember

$$\text{HOD} (a, b, c) = 3^5 = 7 \cdot 5$$

$$\text{HOK} [a, b, c] = 5^{18} \cdot 7^{16}$$

$$2x - 320$$

$$2x > 3$$

$$x > 1.5$$

$$5^{18}$$

$$7^{16}$$

$$-\frac{9}{8} + \frac{50}{8}$$

$$2x - 3x + 5$$

$$5^7$$

$$5 \cdot 7 \cdot 5^k \cdot 7^m$$

$$5 \cdot 7$$

1	12
1	22
2	21
2	11
1	21
1	22

$$\frac{9}{8} - \frac{18}{8} + \frac{20}{8}$$

$$D = 9 - 90$$

$$5^{21}$$

$$5^{21}$$

$$5^{21}$$

$$5^1$$

$$2x^2 - 3x + 5 = 2x - 3$$

$$7^{21}$$

$$7^{21}$$

$$7^{21}$$

~~8~~

$$6 \cdot 2 - 6 = 6$$

$$2x^2 - 5x + 8 = 0$$

$$a = 5^x \cdot 7^y$$

$$b = 5^m \cdot 7^n$$

$$c = 5^p \cdot 7^d$$

$$x=1 \quad 7^9=4$$

$$2x^2 - 3x + 5$$

$$1 \leq x, m, f \leq 18$$

$$1 \leq y, n, d \leq 16$$

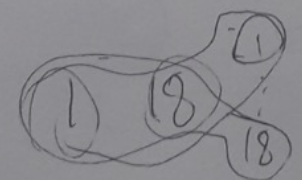
$$\exists y$$

$$x=4$$

$$16 \cdot 2$$

$$32 - 12 + 5$$

1	18	18
18	18	1
18	1	18
1	18	1
18	18	1



18	1	1
18	18	18

1	18	1
1	18	18
18	1	1
18	18	18

1	18	1
18	18	1
1	18	18
18	1	1
18	18	1
1	18	18
18	18	18

Задача 3. Условие

ТАК КАК  $\angle APT = \angle CPT$ , ТО  $PT$  — ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ А  $PC$ ; А ЗНАЧИТ,

$$\frac{S(APT)}{S(\triangle PC)} = \frac{AP}{PC} = \frac{4}{3} \text{ (ПО МЫШЕКАМ)}$$

$$\angle PKC = 90 - \alpha + \gamma, \text{ и } \angle BCA = 90 - \alpha + \gamma;$$

$$\angle OBC = \angle OCB = \gamma \text{ в центре } P \text{ в } \triangle OBC;$$

$$\angle BOC = 180 - 2\gamma; \angle AOC = 2\alpha; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle QOB = 90 + \gamma - \alpha = \angle QOA,$$

$$\Rightarrow \angle OBQ = \alpha - \gamma, \Rightarrow \angle ABC = \alpha - \gamma + \gamma = \alpha = \angle KPC, \text{ ОТКУДА}$$

$\triangle KPC \sim \triangle ABC$  ПО ДВУМ УГЛАМ.

Тогда  $KP \parallel AB$ ,  $\frac{CP}{CB} = \frac{CK}{CA} = \frac{3}{7}$

$$\frac{S(ABC)}{S(APC)} = \frac{S(ABC)}{21} = \frac{7}{3} \Rightarrow S(ABC) = 99$$

Итого теперь  $\angle ABC = \alpha = \gamma$  ( $\frac{3}{7}$ ). (7)

Задача 2. Умова

$$\frac{S(CEA)}{S(TEA)} = \frac{CK - 30}{KA - 90}$$

$$\frac{S(AKT)}{S(ATK)} = \frac{TK}{KP} = \frac{S(\overline{TKC})}{S(\overline{CKP})} \Leftrightarrow \frac{S(ATK)}{12} = \frac{S(\overline{TKC})}{S(\overline{CKP})}$$

$$TK \cdot KP = AK \cdot KC;$$

$$\frac{TK}{KC} = \frac{AK}{KP}$$

А еще:

$$\frac{S(AKP)}{S(KPC)} = \frac{KP \cdot AM}{KP \cdot CN} = \frac{AM}{CN} = \frac{1}{3}, \text{ где } AM \text{ и } CN -$$

расстояния от A и от C до TP соответственно.

$$\text{Тогда } \frac{S(A+P)}{S(TCP)} = \frac{1}{3}$$

Отсюда проходим через M, т.к. Тсимметрия от M, ведь АСТ - равнобедренный.

(6)

Задача 3. Задача

$$S(ABC) = 99 = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin \alpha}{2} =$$
$$= 2 \sqrt{\frac{28 \cos(\alpha)}{\sin \alpha}} \cdot \frac{7}{9} \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{\sin \alpha \cos \alpha}} \sin \alpha =$$

$$= \frac{7}{9} \cdot 28 = 99. \quad (\text{проблема не решена,}$$

эта же проблема.

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 AB \cdot BC \cdot \cos \alpha} =$$

$$= \sqrt{9 \cdot 28 \frac{\cos(\alpha)}{\sin \alpha} + \frac{99 \cdot 7}{9 \sin \alpha \cos \alpha} -}$$

Ответ:  $S(ABC) = 99.$

9

Задача 1

числовик

Если  $\text{НОЗ}(a, b, c) = 35 = 7 \cdot 5$ , то все эти числа делятся на 35; при этом, так как  $(7, 5) = 1$ , все хотя бы одно число, которое делится на 5 и не делится на  $5^2$ , и аналогично с 7.

Так как  $\text{НОК}(a, b, c) = 5^{18} \cdot 7^{16}$ , то все эти три числа есть  $5^n \cdot 7^m$ , где  $n, m$  — либо 0, либо  $\in \mathbb{N}$ . Заметим, что 0 ни одно из них быть не может в силу НОЗ. Также, т.к. их НОК =  $5^{18} \cdot 7^{16}$ , в одном из них  $n=18$  (а в остальных не больше), а в ещё одном (возможно, том же) —  $m=16$  (и в остальных тоже не больше).

I. Пусть одно из них, скажем,  $a = 5 \cdot 7$ . Тогда либо одно из них совпадает с  $a$  (т.е.  $n=18, m=16$ , а второе имеет 15-17 вариаций; либо наоборот, но уже 17-15-1 вариаций), либо они различны, и, скажем,  $b = 5^{18} \cdot 7^k, c = 5^s \cdot 7^{16}$ . Тогда тоже 15-17-17-15+1 ст. при  $k=16$  или  $s=18$  мы уже считали).

числов

Задача 1.

Перейдем тогда к следующей ситуации:

$$a = 5^x 7^y$$

$$b = 5^h 7^m$$

$$c = 5^d 7^f$$

$$\text{Тогда: } \begin{cases} 1 \leq x, h, d \leq 18, \\ \text{при } x \text{ или } h \text{ или } d = 18 \\ \text{или } (x \text{ или } h \text{ или } d) = 1 \end{cases}$$

А еще:

$$1 \leq y, m, f \leq 16$$

$$\begin{cases} \text{при } y \text{ или } m \text{ или } f = 16 \\ \text{или } (y \text{ или } m \text{ или } f) = 1 \end{cases}$$

Заметим, что  $(x, h, d)$  не связано с  $(y, m, f)$  по ограничению.

Поэтому, то

каждого всего, если два фикс.

$$\#(x, h, d) = 6 \cdot 18 - 6 = 6 \cdot 17$$

↑  
по-во повторяющихся, (18х) или (у181) по разному пересечению.

$$\#(y, m, f) = 6 \cdot 16 - 6 = 6 \cdot 15$$

т.к.  $(x, h, d)$  и  $(y, m, f)$  не зависят друг от друга,

$$\text{Тогда ответ: } \#(a, b, c) = 36 \cdot 15 \cdot 17$$

(2)



Задание

3. А. А. А. ?

$$a = \log_{\sqrt{2x-3}}(x+1); \quad b = \log_{2x^2-3x+5}(2x-3)^2; \quad c = \log_{x+1}(2x^2-3x+5)$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > -1, x \neq 0 \\ x > \frac{3}{2}, x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2}, x \neq 2 \end{cases}$$

$$2x^2 - 3x + 5 > 0 \quad \forall x. \quad \text{minimum } (2x^2 - 3x + 5) \text{ в } x = \frac{3}{4},$$

$$\text{В указанном ОДЗ:} \quad \text{и тогда } \frac{3}{8} > 1.$$

$$a = 2 \frac{\log(x+1)}{\log(2x-3)}; \quad b = 2 \frac{\log(2x-3)}{\log(2x^2-3x+5)}; \quad c = \frac{\log(2x^2-3x+5)}{\log(x+1)}$$

$$\cancel{a = b \cdot c} \quad \frac{4}{ab} = c \quad \Leftrightarrow \quad 4 = abc$$

в гр. ОДЗ

4. Если  $a = b$ ,  $c = a - 1 = b - 1$

$$\frac{4}{a^2} = a - 1 \quad \Leftrightarrow \quad 4 = a^3 - a^2, \text{ т.е. } a^3 - a^2 - 4 = 0$$

$$(a-2)(a^2+a+2) = 0 \quad D_n = 1-8 < 0, \Rightarrow a^2+a+2 > 0 \forall a.$$

и значит это возможно, если и только если  $a = 2$ , т.е.

$$\log(x+1) = \log(2x-3) = \log(2x^2-3x+5)$$

$$x+1 = 2x-3 = 2x^2-3x+5$$

$$\begin{matrix} \downarrow & & \downarrow \\ x = 4 \rightarrow 2x-3=5 & & x=6 \rightarrow 2x^2-3x+5=25 \end{matrix}$$

(3)

Задача 2

Задача 2.

2. Если  $a=c$ ,  $b=a-1=c-1$

$$\frac{9}{a(a-1)} = a$$

т.е.  $9 = a^2(a-1) \Leftrightarrow a=2$

А значит

$$\log(2x-3) = \log(x+1) \Leftrightarrow x=4$$

и  $\log(2x^2-3x+5) = 2\log(x+1)$

при  $x=4$ :

$$\log(25) = 2\log(5) \text{ - верно, } A \Rightarrow x=4 \text{ подходит}$$

3.  $b=c$ ,  $a=b-1=c-1$

$$\frac{9}{b(b-1)} = b \Leftrightarrow 9 = b^2(b-1) \Leftrightarrow b=2$$

А значит

$$\log(2x-3) = \log(2x^2-3x+5)$$

т.е.  $2x^2-5x+8=0 \quad D_x = 25-16 \cdot 9 < 0$

и корней нет.

$x=4$  подходит по 2-й.

Ответ:  $x=4$ . и всё.

(9)